

## **Contribuição para a construção de um modelo matemático da produção da pêra ‘Rocha’**

J.M.S. Martins<sup>1</sup>, Ana L.N.R. Rosa<sup>2</sup>, Selma Martins<sup>2</sup>, Délia Fialho<sup>2</sup> & António Ramos<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Estação Agronómica Nacional, 2784-505 Oeiras, Portugal, joamartins@gmx.com

<sup>2</sup>UNIROCHA, Estrada Nacional 366, Km 4, 2550-452 Cadaval, Portugal, alnetorosa@gmail.com, selma.martins@sapo.pt, Delia.Fialho@frutus.pt

<sup>3</sup>IPCB, Escola Superior Agrária de Castelo Branco, Apartado 119, 6001-909 Castelo Branco, Portugal. aramos@esa.ipcb.pt

### **Resumo**

Neste trabalho, apresentam-se resultados preliminares relativos a alguns sub-modelos da produção de pêra ‘Rocha’: crescimento do fruto, relação entre a carga de frutos e a produção da árvore, influência do volume da copa (compasso de plantação, idade) na produtividade de árvores e pomares.

**Palavras-chave:** modelização, produção, crescimento do fruto.

### **Abstract**

*Approach to the formulation of a mathematical model of production for ‘Rocha’ pear orchards.* This paper presents preliminary results regarding some sub-models of the production of ‘Rocha’ pear: growth of the fruits, relation between load and yield per tree, effect of canopy volume (distance between trees, age) in the production of trees and orchards.

**Keywords:** modeling, production, fruit growth.

### **Introdução**

Um modelo matemático da produção de um pomar pode ser um instrumento importante para a tomada de decisões sobre a sua gestão, desde as aplicações de rega e fertilização, à intensidade das podas e mondas e à própria avaliação da sua sustentabilidade económica. Um tal modelo será necessariamente complexo; uma possível abordagem à sua construção passa pela formulação de vários sub-modelos parciais que serão posteriormente articulados. No presente trabalho, apresentam-se resultados preliminares relativos a alguns desses sub-modelos. Pretende-se criar um instrumento de utilização simples, tanto no que respeita à colheita de dados (que deve ser económica do ponto de vista do trabalho envolvido) como à sua análise (em que se privilegia uma aproximação suficiente para ser útil em termos práticos relativamente a soluções mais rigorosas mas mais trabalhosas e complexas). A metodologia seguida consiste na resposta a uma sequência de perguntas:

Como calcular o peso de um fruto sem o colher? Como calcular o peso médio dos frutos de uma árvore através de uma amostragem não-destrutiva? Que modelos de crescimento podem ser usados para representar o crescimento de uma pêra ‘Rocha’? Qual o menos complexo? Que relação existe entre a carga e a produtividade de uma árvore ou de um hectare de pomar?

### **Material e Métodos**

Todas as observações incidiram em frutos e pomares localizados no Cadaval (Portugal) em anos diferentes (alguns detalhes sobre idades, compassos e outras características dos pomares são apresentados no Quadro 2). As medidas tomadas sobre

frutos pendentes foram efectuadas com craveira em frutos previamente marcados, registando-se os valores ao décimo de milímetro. A relação entre o peso e o diâmetro dos frutos foi estabelecida em amostras destrutivas colhidas mensalmente, nas quais se determinou o diâmetro máximo e o peso de cada fruto.

Todos os cálculos foram efectuados utilizando a folha de cálculo Microsoft® Office Excel® 2003 e o programa NCSS (Hintze, 2006).

### **Resultados e Discussão**

*Determinação do peso dos frutos pendentes:* Parte-se da hipótese de que o peso do fruto é proporcional ao seu volume. O modelo mais elementar é a esfera, pelo que a relação entre o peso ( $P$ ) do fruto e o seu diâmetro máximo ( $d$ ) se exprime pela seguinte relação, na qual a constante de proporcionalidade ( $m$ ) engloba valores indeterminados mas assumidos constantes entre frutos, como a densidade e uma componente relativa à forma (afastamento da esfericidade):

$$P = m \cdot \left( \frac{\pi}{6} \right) \cdot d^3 .$$

Não sendo negligenciável a variação da densidade durante o crescimento do fruto, assume-se uma proporcionalidade inversa entre a densidade e o diâmetro, expressa pela equação de uma hipérbole:

$$P = \left( e + \frac{f}{g + h \cdot d} \right) \cdot \left( \frac{\pi}{6} \right) \cdot d^3 .$$

Os parâmetros determinados numa população de frutos de três pomares observados no mesmo ano durante o seu desenvolvimento (desde o vingamento à colheita; ajustamento à média dos valores medidos em cada dia e em cada pomar) foram os seguintes:

$$P = \left( 0,911 + \frac{1,083}{0,124 + 1,230 \cdot d} \right) \cdot \left( \frac{\pi}{6} \right) \cdot d^3 .$$

A correlação é altamente significativa (Fig. 1;  $P(r) \approx 0$ ). Aplicada esta relação ao crescimento de frutos em diferentes pomares e em vários anos, verificou-se não apresentar vantagens relativamente à primeira fórmula, mais simples, pois as diferenças entre pesos calculados são mínimas.

*Cinética do crescimento dos frutos:* Na descrição do crescimento do fruto optou-se pela equação autocatalítica (de Verhulst), por ser o modelo logístico mais simples e que pressupõe um menor número de hipóteses:

$$P_t = \frac{K}{1 + e^{-(\lambda + r \cdot t)}} .$$

Nesta equação,  $t$  representa o tempo,  $K$  o peso máximo do fruto e  $r$  a taxa relativa de crescimento, sendo  $\lambda$  um parâmetro relacionado com o momento em que se iniciam as observações.

Os valores utilizados para ajustar esta equação (Fig. 2) foram os pesos de frutos pendentes, calculados através da equação do modelo anterior. Verificou-se uma variação apreciável dos valores de  $K$  e de  $r$  nos 13 pomares estudados (Quadro 1).

*Número de frutos e produtividade por árvore:* Em 10 pomares estudados, a produção por árvore foi aproximadamente proporcional à carga de frutos (Fig. 3). Estas

duas grandezas crescem com a idade do pomar e inversamente com a sua densidade (Quadro 2).

*Número de frutos por árvore e produtividade por hectare:* Ao considerar a produtividade por hectare, verifica-se que esta cresce proporcionalmente à carga de frutos da árvore. Contudo, os 10 pomares estudados agrupam-se segundo duas tendências, claramente associadas à densidade da plantação (Fig. 4A).

A produtividade relativamente elevada dos pomares menos densos está relacionada com o volume da copa, conduzida em vaso e suficientemente aberta para garantir uma iluminação suficiente do seu interior.

Analisando a distribuição da produção por hectare relativamente ao peso médio dos frutos (Fig. 4B), torna-se evidente que os melhores resultados foram conseguidos nos pomares mais novos, de maior densidade e conduzidos em eixo.

### **Conclusões**

No estudo do crescimento dos frutos, a medida do seu diâmetro máximo parece ser suficientemente precisa para permitir o cálculo do peso. A evolução dos valores calculados do peso pode ser descrita pela equação autocatalítica. Este facto não exclui a possibilidade de se obter uma melhor descrição utilizando outros modelos de crescimento com limitação superior (assimptótica). Esta medida indirecta do peso tomada regularmente desde o vingamento poderá ser usada para prever a data de colheita e o peso médio dos frutos nessa data. Está em curso o desenvolvimento desta abordagem no sentido de a articular com a análise do potencial produtivo dos pomares, tanto na vertente carga (e monda) como no que respeita à densidade de plantação das árvores.

### **Referências**

Hintze J. 2006. NCSS, PASS and GUESS. Kaysville, Utah, [www.ncss.com](http://www.ncss.com).

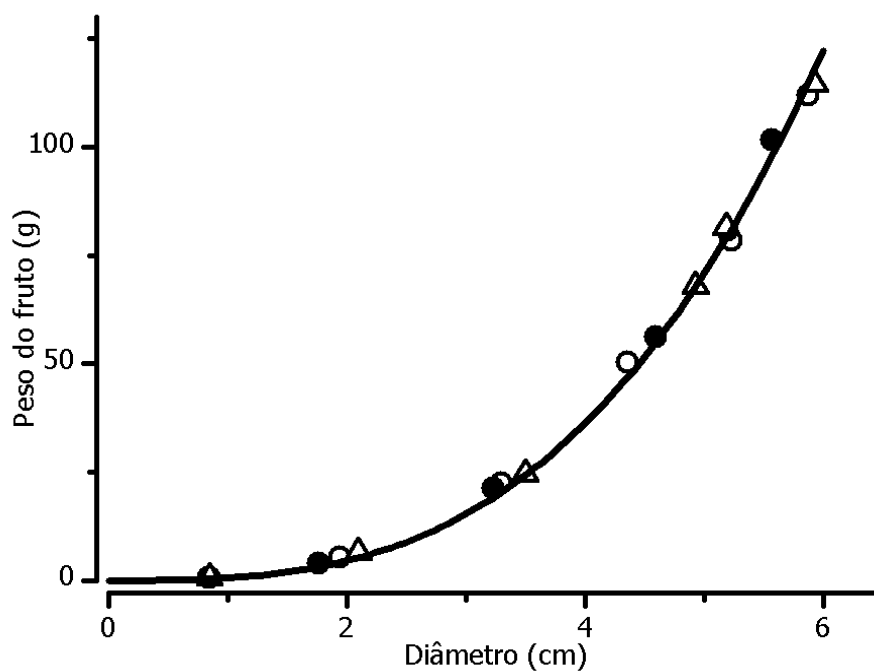
### **Quadros e Figuras**

**Quadro 1** – Parâmetros do ajustamento da equação autocatalítica aos valores calculados do peso de frutos pendentes, em 13 pomares

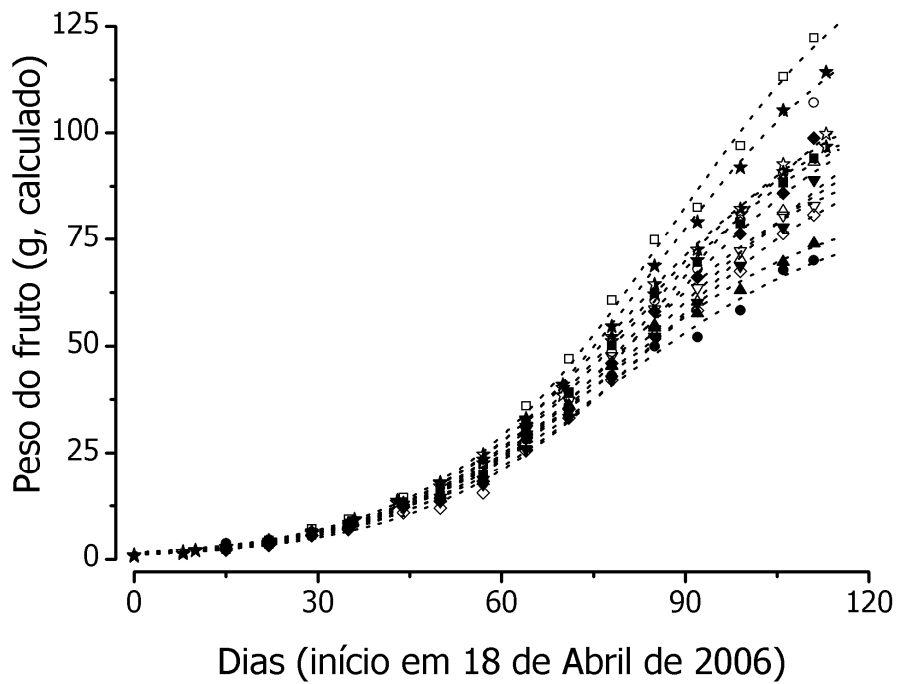
Pomar	K	$\lambda$	r
A01	127	-4,531	0,0514
A02	110	-4,243	0,0491
A03	83	-3,969	0,0504
A04	85	-4,151	0,0540
A05	120	-4,380	0,0479
A06	113	-4,595	0,0539
A07	99	-4,382	0,0546
A08	100	-4,558	0,0537
A09	112	-4,522	0,0551
A10	154	-4,675	0,0535
B01	138	-4,669	0,0546
B02	116	-4,524	0,0548

**Quadro 2** – Características de 10 pomares em que se estudou a relação da carga com a produção da árvore (ver Fig.s 3 e 4)

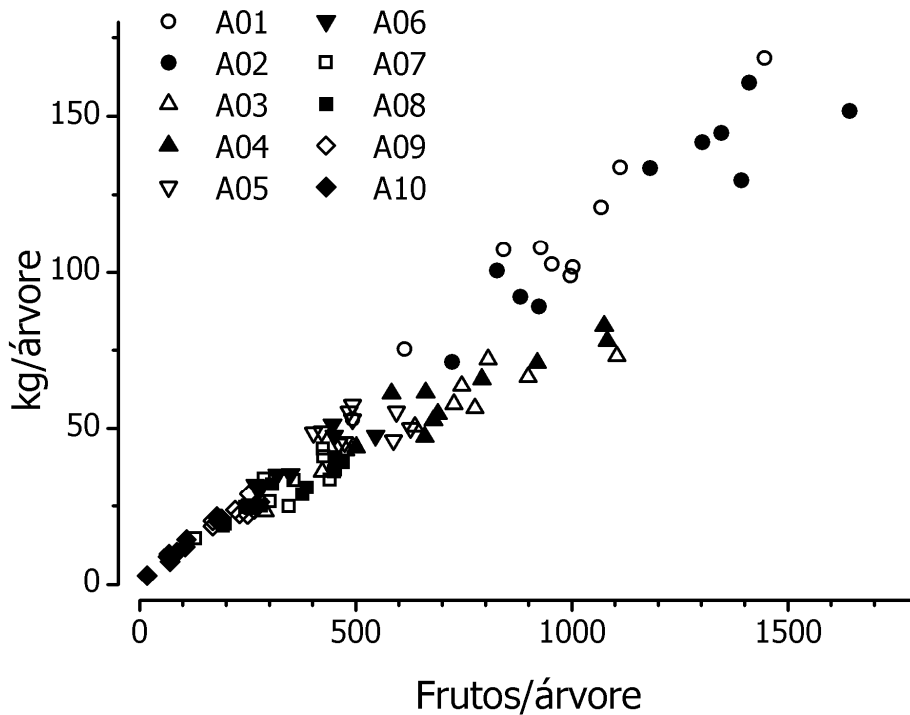
Pomar	Ano da instalação	Porta-enxerto	Sistema de condução	Compasso (m)	Árvores por hectare
A01	1974	Franco	Vaso	4,5 × 3,5	635
A02	1979	Franco	Vaso	5,0 × 4,0	500
A03	1985	‘BA29’	Vaso	4,0 × 2,8	893
A04	1984	‘BA29’	Guia modificada	4,0 × 3,0	833
A05	1997	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667
A06	1997	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667
A07	1996	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667
A08	1997	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667
A09	2002	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667
A10	2003	‘EMA’	Eixo	4,0 × 1,5	1667



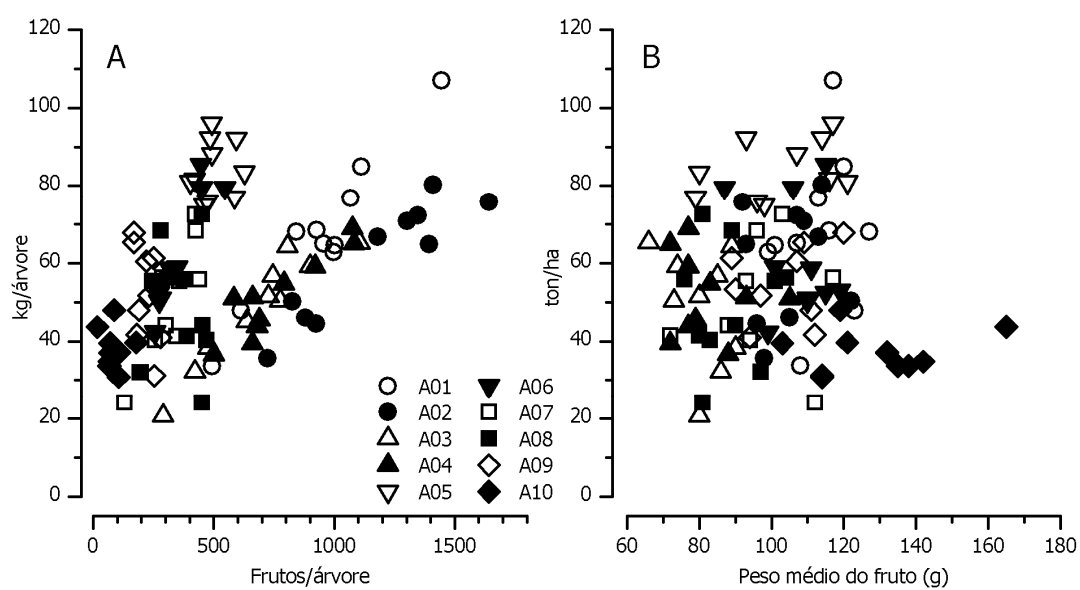
**Figura 1** – Relação entre o peso e o diâmetro de frutos pendentes em três pomares.



**Figura 2** – Ajustamento da equação autocatalítica aos valores calculados do peso dos frutos em 13 pomares.



**Figura 3** – Relação entre a carga de frutos e a produtividade por árvore em 10 pomares observados no mesmo ano.



**Figura 4** – Carga, peso médio dos frutos, produtividade por árvore e por hectare em 10 pomares estudados no mesmo ano.