



**Rogério Pais Dionísio    Redes de Bragg para codificadores e  
descodificadores ópticos**



**Rogério Pais Dionísio    Redes de Bragg para codificadores e  
descodificadores ópticos**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Electrónica e Telecomunicações, realizada sob a orientação científica do Doutor António Luís Jesus Teixeira, Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Electrónica e Telecomunicações da Universidade de Aveiro.

**o júri**

presidente

**Prof. Doutor José Rodrigues Ferreira da Rocha**  
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor João Lemos Pinto**  
Professor Catedrático da Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor José Luís Campos de Oliveira Santos**  
Professor Associado da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

**Prof. Doutor António Luís Jesus Teixeira**  
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

## **agradecimentos**

Este espaço é dedicado àqueles que deram a sua contribuição para que esta dissertação fosse realizada. A todos eles deixo aqui o meu agradecimento sincero.

Em primeiro lugar agradeço ao Prof. Doutor António Teixeira a forma como orientou o meu trabalho. As notas dominantes da sua orientação foram a utilidade das suas recomendações e a cordialidade com que sempre me recebeu. Estou grato por ambas e também pela liberdade de acção que me permitiu, que foi decisiva para que este trabalho contribuisse para o meu desenvolvimento pessoal.

Em segundo lugar, agradeço ao Prof. Doutor João Lemos Pinto pelo incentivo demonstrado no decorrer dos trabalhos e por me ter disponibilizado o Laboratório de Óptica do Departamento de Física para a realização de testes com redes de Bragg.

Gostaria ainda de agradecer ao Prof. Doutor Mário Lima, pelo apoio inicial na simulação de redes de Bragg, pela simpatia e pela informação disponível na sua tese de doutoramento, ao Eng. Rogério Nogueira, pela imprescindível produção das redes de Bragg e pelo companheirismo, e também ao Ilídio Pinto pela colaboração nas experiências realizadas.

Deixo também uma palavra de agradecimento aos professores do Departamento de Electrónica e Telecomunicações, pela forma como leccionaram a componente lectiva do Mestrado e por me terem transmitido o interesse por estas matérias. São também dignos de uma nota de apreço os colegas de grupo que me acompanharam no Mestrado e, em particular, ao Eng. Miguel Osório, ao Eng. Tiago Maia e à Eng. Lourdes Sousa, pela boa disposição com que realizámos os muitos trabalhos em comum.

Rogério Dionísio

## **resumo**

O presente trabalho tem como objectivo principal estudar, modelar e simular redes de Bragg, e utilizá-las como elementos sintonizáveis em sistemas de codificação e decodificação ópticos.

Para tal, realiza-se inicialmente um estudo abreviado da Teoria dos Modos Acoplados, que suporta toda a análise teórica das redes de Bragg.

Em seguida, procede-se à implementação e simulação de métodos numéricos, para o cálculo da resposta espectral das redes de Bragg, e averigua-se qual o método com o melhor compromisso entre a precisão e tempo necessário de simulação. Neste âmbito, desenvolve-se um simulador para calcular a reflectividade, o atraso de grupo e a dispersão, em função dos parâmetros físicos da rede.

Aborda-se depois a sintonia das redes de fibra por tensão mecânica, projectando e implementando um sistema de sintonia motorizado.

**Palavras-chave:** Redes de Bragg, métodos numéricos, sistema de sintonia.

## **abstract**

The objective of this thesis is the study, modeling and simulation of fiber Bragg gratings, and their posterior testing in tuning systems for optical encoders and decoders.

To achieve such goal, first we present a brief study of the Coupled Mode Theory, which supports the following theoretical analysis of Bragg gratings.

Then, we proceed with the implementation and simulation of numerical methods for the calculation of the spectral response of the fiber gratings, followed by the analysis of which method as the best commitment between precision and time spend for simulations. In this context, we have developed a simulator for spectral analysis, which include reflectivity, time delay and dispersion calculations, based on the physical parameters of the grating.

We have also implemented an electronic system for tuning optical filters, where the spectral response of fiber Bragg gratings were tested under strain and compression.

**Key-words:** Bragg gratings, numerical methods, tuning systems.

Aos meus pais,  
à Gena,  
à Rute.



## ÍNDICE

### *Lista de Figuras*

### *Lista de Tabelas*

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Perspectiva histórica .....	1
1.2 Sistemas de comunicação OCDMA .....	2
1.2.1 Partilha do meio óptico.....	2
1.2.2 OCDMA .....	3
1.2.3 Códigos ortogonais.....	3
1.2.4 Codificadores e decodificadores ópticos .....	4
1.3 Objectivos e estrutura da tese .....	5
<b>CAPÍTULO 2 - MODELAÇÃO DE REDES DE BRAGG .....</b>	<b>9</b>
2.1 Introdução .....	9
2.2 Difracção.....	9
2.3 Equação de onda .....	11
2.4 Teoria dos modos acoplados .....	13
2.5 Soluções analíticas da teoria dos modos acoplados .....	18
2.5.1 Redes uniformes .....	19
2.5.2 Redes fracas .....	21
2.6 Conclusão.....	23
<b>CAPÍTULO 3 - MÉTODOS NUMÉRICOS DE SIMULAÇÃO.....</b>	<b>27</b>
3.1 Introdução .....	27
3.2 Integração numérica.....	27
3.2.1 Método de Euler .....	28
3.2.2 Método de Heun .....	30
3.2.3 Método de Euler melhorado predictor-corrector .....	32
3.2.4 Método de Runge-Kutta .....	33
3.3 Método da matriz de transferência .....	35
3.4 Método de Rouard .....	39

3.5	Método da transformada de Fourier .....	40
3.6	Comparação dos métodos numéricos.....	41
3.6.1	Rede uniforme .....	42
3.6.2	Rede apodizada.....	45
3.6.3	Tempo de simulação.....	47
3.7	Outros métodos de análise para redes de Bragg .....	49
3.8	Conclusão.....	50
<b>CAPÍTULO 4 - SINTONIA DE REDES DE BRAGG .....</b>		<b>53</b>
4.1	Introdução .....	53
4.2	Princípio de funcionamento.....	53
4.2.1	Sintonia mecânica linear .....	54
4.2.2	Sintonia mecânica por arqueamento .....	55
4.2.3	Sintonia por temperatura .....	57
4.3	Produção das redes de Bragg.....	57
4.4	Sistema de medidas laboratoriais .....	58
4.4.1	Caracterização da fonte luminosa .....	58
4.5	Resultados experimentais .....	59
4.5.1	Sintonia mecânica.....	59
4.5.2	Sintonia por temperatura .....	68
4.6	Conclusão.....	68
<b>CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>		<b>71</b>
5.1	Principais Conclusões.....	71
5.2	Sugestões para trabalho futuro .....	72
<b>APÊNDICE A - MÓDULO DE POSICIONAMENTO .....</b>		<b>73</b>
A.1	Descrição geral .....	73
A.2	Implementação.....	73
A.2.1	Electromecânica .....	74
A.2.2	Electrónica.....	75
A.2.2.1	Alimentação .....	75
A.2.2.2	Conversão digital – analógica .....	76

A.2.2.3	Interruptor analógico.....	77
A.2.2.4	Esquema e placa de circuito impresso.....	78
A.3	Apresentação visual.....	79
A.4	Programa de controlo.....	80
A.4.1	Actualização da tensão de saída no DAC.....	82
A.4.2	Conversão da distância em tempo.....	82
A.4.3	Interface gráfica.....	84
A.5	Caracterização do módulo.....	85
A.5.1	Medidas realizadas.....	85
A.5.2	Repetibilidade e precisão.....	86
<b>APÊNDICE B - SIMULADOR DE REDES DE BRAGG.....</b>		<b>89</b>
B.1	Motivação.....	89
B.2	Estrutura do BGS.....	89
B.3	Interface com o utilizador.....	91

***Glossário de Acrónimos***

***Lista de Símbolos***

***Constantes Fundamentais***



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2-1 - Esquema ilustrativo do princípio de funcionamento de uma rede de difracção. ....	10
Figura 2-2 - Esquema ilustrativo do princípio de funcionamento de uma rede de Bragg. ....	10
Figura 2-3 - Formatos de apodização com diferentes decaimentos da modulação do índice do centro para as extremidades da rede, (traço contínuo) tangente hiperbólica com $\eta=3$ , (...) Blackman com $a=0.19$ , (—) Gaussiano com largura a meia altura de $\varepsilon_G=L/3$ , (- - -) seno cardinal com $n_s=1$ .....	14
Figura 2-4 - Espectro de reflectividade em função da frequência normalizada de três redes uniformes, para $\kappa L=1$ , $\kappa L=2$ e $\kappa L=8$ , onde $L=10$ mm e $n_{th}=0$ . ....	20
Figura 2-5 - Gráfico do espectro de reflexão de uma rede uniforme, obtido pela solução fechada (2-58) (traço contínuo) e pelo método da Transformada de Fourier (tracejado) para (a) $\kappa L = 0.8$ e (b) $\kappa L = 4$ .....	22
Figura 3-1 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000. ....	29
Figura 3-2 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000. ....	31
Figura 3-3 - Gráfico representativo do número de iterações para variações no erro de 1%, 2% e 5%, em função do tamanho do passo de simulação normalizado. Dados obtidos para uma rede uniforme com $L=10$ mm, $\lambda_B=1550$ nm e amplitude de modulação $4 \times 10^{-4}$ .....	32
Figura 3-4 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000. ....	34
Figura 3-5 - Comparação dos resultados da simulação pelo método da matriz de transferência com 100 e 2339 secções e pelo método RK4, numa rede de Bragg com apodização gaussiana, com 5 mm de comprimento, amplitude de modulação $9 \times 10^{-4}$ e valor médio 0.5. A envolvente da perturbação é também apresentada.....	36
Figura 3-6 - Comparação dos resultados da simulação com 80 e 320 secções, numa rede de Bragg com apodização tangente hiperbólica ( $\eta=3$ ) com 25 mm de comprimento e amplitude de modulação $4 \times 10^{-4}$ . a figura inserida representa o perfil da apodização.....	37
Figura 3-7 - Resultados da simulação de redes de Bragg com apodização tangente hiperbólica com $\eta=1$ , $\eta=3$ e $\eta=10$ ; apodização gaussiana com valor médio do índice de refracção nulo ou unitário.....	38

Figura 3-8 - Secção longitudinal de uma rede de difracção periódica, com quatro secções ilustradas.....	39
Figura 3-9 - Gráfico do espectro de reflexão de uma rede uniforme, obtido pela solução fechada (2-58) (traço contínuo) e pelo método da Transformada de Fourier sem correcção (...) e com correcção ( _ . _ ).....	40
Figura 3-10 - Correlação cruzada da reflectividade, entre a solução fechada (2-57) e os métodos numéricos implementados. O método da Matriz de Transferência utiliza $M=50$ ; O método de Heun Preditor Corrector (Heun PC) tem 3 iterações. Os quatro métodos de integração numérica (Euler, Heun, Heun PC e Runge Kutta 4) usam 2000 pontos para o comprimento $L$ . Ao nível espectral, todos os métodos calculam 500 pontos num intervalo de 10 nm.....	42
Figura 3-11 - Resposta espectral em amplitude para uma rede uniforme com 10 mm, obtida por três métodos: Integração numérica pelo método de Euler (-.-), Transformada de Fourier (- - -) e solução analítica ( ___ ).....	43
Figura 3-12 - Correlação cruzada da reflectividade em função de $\bar{\delta} n_{eff}$ considerando uma rede uniforme com 2 mm de comprimento. O método da Matriz de Transferência utiliza $M=50$ ; O método de Heun Preditor Corrector (Heun PC) tem 3 iterações. Os três métodos de integração numérica (Euler, Heun PC e Runge-Kutta 4) usam 2000 pontos para o comprimento $L$ . Ao nível espectral, todos os métodos calculam 500 pontos num intervalo de 10 nm.....	44
Figura 3-13 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (◆), Heun preditor corrector (●), matriz de transferência (▶), Fourier corrigido (*), Runge-Kutta 4 (▲) e Heun (◄). O perfil do tipo tanh ( $\eta=1$ ) é também apresentado. ....	46
Figura 3-14 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (◆), Heun preditor corrector (●), matriz de transferência (▶), Fourier corrigido (*), Runge-Kutta 4 (▲) e Heun (◄), com perfil tanh e $\eta=3$ .....	46
Figura 3-15 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (◆), Heun preditor corrector (●), matriz de transferência (▶), Fourier corrigido (*), Runge-Kutta 4 (▲) e Heun (◄). O perfil apresentado é do tipo tanh com $\eta=10$ .....	47
Figura 3-16 – Tempos de simulação para uma rede de Bragg com comprimento variável, usando 6 métodos distintos.....	48
Figura 3-17 - Rede uniforme com parâmetros de simulação idênticos à rede simulada na secção 3.5, sem representar os tempos para o método de Rouard.....	49

Figura 4-1 - Esquema da estrutura de um sistema de sintonia para redes de Bragg em fibra óptica.....	55
Figura 4-2 - Esquema da estrutura de um sistema de sintonia baseado no arqueamento de uma lâmina flexível.....	56
Figura 4-3 - Montagem experimental utilizada para determinar os desvios no comprimento de onda central da FBG, provocados pelo sistema de sintonia.....	58
Figura 4-4 - Espectro óptico da ASE medido à saída do amplificador para um valor de potência óptica de bombeamento de 88 mW.....	59
Figura 4-5 - Perfil de reflexão de uma rede de Bragg sob o efeito de uma tensão mecânica.....	60
Figura 4-6 - Evolução da largura de banda em toda a gama de sintonia.....	61
Figura 4-7 - Variação do comprimento de onda de Bragg em função da elongação relativa ( $s = 10^{-6} \epsilon_r$ ).....	61
Figura 4-8 - Sintonia do comprimento de onda central da rede de Bragg em 18.9 nm. ....	63
Figura 4-9 - Variação do comprimento de onda em função do deslocamento horizontal normalizado. (linha a tracejado: valor teórico, pontos: valores medidos).....	64
Figura 4-10 - Evolução da largura de banda em toda a gama de sintonia.....	65
Figura 4-11 - Resposta espectral de uma rede de Bragg em repouso (linha a cheio) e sob compressão (linha tracejada).....	66
Figura 4-12 - Variação do comprimento de onda em função do deslocamento horizontal normalizado. (linha a tracejado: valores teóricos, pontos: valores medidos).....	67
Figura 4-13 - Sintonia da rede de Bragg em 7.9 nm.....	67
Figura 4-14 - Variação do comprimento de onda de Bragg em função da temperatura da FBG (linha a tracejado: valor teórico, pontos: valores medidos).....	68
Figura A-1 - Vista de topo da componente electromecânica do sistema de sintonia. É visível, entre as duas plataformas móveis, uma base em acrílico sob o efeito de uma força de compressão.....	74
Figura A-2 - Diagrama de blocos da parte electrónica do sistema de posicionamento e respectivas interfaces.....	75
Figura A-3 - Esquema eléctrico do sistema electrónico de posicionamento. As três grandes partes estão graficamente evidenciadas. ....	77
Figura A-4 - Placa de circuito impresso: face inferior a vermelho e face superior (componentes) a azul. ....	78

Figura A-5 - Fotografia do hardware produzido.....	79
Figura A-6 - Vista geral do sistema de sintonia computadorizado.....	80
Figura A-7 - Diagrama de fluxo para o programa de controlo.....	81
Figura A-8 - Relação entre a variável escala e a velocidade. Cada ponto vem representado com o desvio padrão, resultante do processo de medida.....	83
Figura A-9 - Conversão da distância em tempo, em função da equação de velocidade.....	84
Figura A-10 - Interface gráfica da aplicação de controlo.....	84
Figura A-11 - No método de recolha linear, as medições iniciam-se movendo a plataforma móvel para a posição $j = 1$ (a extremidade mais à esquerda) e seguindo em direcção à extremidade oposta ( $j = 7$ ). O sentido de translação é depois invertido, de forma a recolher novos dados, da extremidade direita para a esquerda. O método repete-se até serem recolhidas 5 medidas para cada posição.....	85
Figura A-12 - Representação gráfica dos desvios medidos em cada posição, nos sentidos crescente (*) e decrescente (◇). As rectas de melhor ajuste são obtidas pelo método dos mínimos quadrados.....	86
Figura B-1 - Diagrama de fluxo da ferramenta de simulação para redes de Bragg, BGS.....	90
Figura B-2 - Interface gráfica do simulador BGS; é de notar que o período representado no gráfico inferior foi aumentado, e não está à escala.....	91
Figura B-3 - Espectro de amplitude e atraso de grupo (a) e dispersão e atraso de grupo (b) em função do comprimento de onda, simulados com os parâmetros do exemplo da Figura B-2. A largura de banda a 3 dB do espectro de amplitude é também calculada.....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 - Relação entre o tamanho do passo de simulação e o erro de truncatura. O método de Euler é utilizado numa rede uniforme com $L=10$ mm, $\lambda_B=1550$ nm e amplitude de modulação $4 \times 10^{-4}$ . Os dados foram recolhidos para $\lambda_N=1549.8$ nm.....	30
Tabela 3-2 - Relação entre o tamanho do passo e o erro de truncatura, utilizando o método de Heun para simular uma rede de Bragg com $L=10$ mm, $\lambda_B=1550$ nm e amplitude de modulação $4 \times 10^{-4}$ . Os dados foram recolhidos para $\lambda_N=1549.8$ nm. ....	31
Tabela 3-3 - Relação entre o tamanho do passo e o erro de truncatura, utilizando o método de Runge-Kutta 4. Os dados foram recolhidos para $\lambda_N=1549.2$ nm, simulando a mesma rede de Bragg que nos métodos de Euler e Heun. ....	35
Tabela A-1 - Quadro das tensões e correntes medidas aos terminais do motor. ....	75
Tabela A-2 - Quadro de correspondências físicas e lógicas entre o porto Centronics e o conversor de sinais digitais em sinais analógicos (DAC).....	76
Tabela A-3 - Código bipolar e respectiva tensão. ....	76
Tabela A-4 - Sequência lógica para actualização da tensão de saída do DAC. O símbolo $\times$ significa que esse bit pode ter o valor lógico '1' ou '0'.....	82
Tabela A-5 - Informação estatística das medidas realizadas com o sistema de posicionamento motorizado.....	86



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Perspectiva histórica

As redes de Bragg em fibra óptica foram produzidas pela primeira vez em 1978, por Ken Hill *et al.*, no decorrer de uma experiência, onde uma fibra óptica foi exposta à radiação intensa de um laser de árgon. O processo de interferência iniciou-se entre a onda incidente e os 4% de luz reflectida na extremidade oposta da fibra [1]. Só uma década depois, em 1989, é que G. Meltz e a sua equipa propuseram a gravação de redes de Bragg pela exposição transversal da fibra por dois feixes coerentes de luz ultravioleta, formando um padrão de interferência no núcleo da fibra [2]-[3].

Ao longo da última década, as redes de Bragg têm sido utilizadas como sensores [4] ou como filtros ópticos em sistemas de comunicação com multiplexagem no comprimento de onda (WDM). Têm encontrado aplicação em dispositivos com capacidade de decisão no domínio óptico, como é o caso dos nós de adição/remoção de canais (OADM) e de comutação (OXC). São ainda utilizadas em estabilizadores de frequência de lasers semicondutores [5] e na equalização de ganho dos amplificadores ópticos. A compensação da dispersão na fibra [6] é outra das realizações com redes de Bragg de período variável.

Mais recente é a utilização das redes de Bragg em codificadores e decodificadores ópticos, aplicados no método de partilha do meio óptico designado por OCDMA [7]. Na secção seguinte, apresenta-se uma breve descrição do método, comparando as suas características com as de outros métodos de partilha do meio, além de evidenciar a utilização e a importância das redes de Bragg em sistemas OCDMA.

## 1.2 Sistemas de comunicação OCDMA

### 1.2.1 Partilha do meio óptico

Actualmente, os operadores de telecomunicações necessitam de aumentar a eficiência espectral da fibra devido ao crescimento do tráfego de informação. Os métodos de partilha do meio mais comuns designam-se por TDMA, WDMA e CDMA.

O TDMA permite o acesso ao meio de vários utilizadores, intercalando parcelas de informação de diferentes fontes num período de tempo correspondente a um bit. Embora esta tecnologia possa acomodar muitos endereços de utilizador, o seu desempenho é limitado pela natureza temporal do processo. Um sistema TDMA deve operar a uma taxa de transmissão de dados aproximadamente igual ao produto entre o número de utilizadores e o ritmo de transmissão de cada um. Por exemplo, num sistema com 100 utilizadores onde cada um comunicasse a um ritmo de 1 Gb/s, resultaria num ritmo total de 100 Gb/s, valor muito além dos valores típicos em sistemas electrónicos comuns. Os sistemas TDMA necessitam também de um controlo centralizado muito exigente, para alocar intervalos de tempo (*time slots*) para cada utilizador e manter o sincronismo entre todas as operações. Esta característica pode resultar em tempos de latência relativamente grande quando um utilizador faz um pedido de *time slots* ou quando o comando centralizado realiza a alocação desse tempo.

Em WDMA, a largura de banda óptica é dividida em canais ópticos com comprimentos de onda distintos, que são partilhados por diferentes utilizadores num método de partilha múltiplo. Um dos problemas na utilização de WDMA está na coordenação dinâmica que deve existir entre os nós de acesso de uma rede óptica. É pois necessário reconfigurar a rede para acomodar as alterações no número de utilizadores e na largura de banda disponibilizada para cada um. Pode ser utilizado um canal dedicado para coordenar todo o processo. No entanto, é uma solução que desperdiça largura de banda, que poderia ser utilizada para transmitir dados, além de introduzir tempos de latência quando os nós da rede tentam negociar uma ligação. O canal dedicado pode ser evitado mediante a definição de regras de utilização pré-determinadas, ou pelo uso de protocolos de contenção [8]. No entanto, o tráfego presente em rede de grande dimensão, associado a uma população com comportamento dinâmico, dificulta o planeamento dos sistemas WDMA, onde os métodos para detecção de colisões entre pedidos agravam os tempos de latência existentes e desperdiçam largura de banda.

O método de partilha por meio de códigos (CDMA) aplicado ao domínio ópticos é uma alternativa interessante para as redes, porque não necessita de controlo centralizado temporal ou do comprimento de onda nos nós da rede. É uma técnica que pode operar num modo assíncrono e que não sofre de colisão entre pacotes de dados. Por isso, os tempos de latência podem ser muito reduzidos. Ao contrário de TDMA ou WDMA, onde a capacidade de transmissão máxima é determinada respectivamente pelo número de *time slots* ou de canais ópticos (*hard-limited*), em CDMA a taxa de erro depende essencialmente do número de utilizadores activos (*soft-limited*). Em suma, o OCDMA permite flexibilizar o processo de planeamento, utilizando protocolos mais simples e sem necessitar de controlo centralizado, reduzindo a complexidade operacional das redes ópticas [12].

### 1.2.2 OCDMA

A técnica CDMA foi originalmente aplicada em sistemas de comunicação em rádio frequência. Foi pela primeira vez aplicada ao domínio óptico em meados dos anos 80, por Prucnal e Salehi, entre outros [9]-[11].

Num sistema CDMA óptico, cada bit é dividido em  $n$  parcelas de tempo, designadas por *chip*. Ao ser transmitido uma série de impulsos ópticos em intervalos de um *chip*, e não noutros, é criada uma sequência óptica chamada código. O número de chips com impulsos ópticos associados representa a distância mínima do código ( $\nu$ ). Cada utilizador tem um código único associado. O codificador situado no transmissor transforma um bit com valor lógico 1 numa sequência equivalente ao código. O bit 0 não é codificado, sendo transmitido com uma sequência de zeros com a duração de um bit.

O *crosstalk* entre diferentes utilizadores partilhando um canal óptico comum numa fibra óptica, designado por MAI (*Multiple-Access Interference*), é a fonte dominante de ruído em sistemas CDMA ópticos. É por isso de extrema importância o uso de códigos apropriados de forma a reduzir a importância do MAI no sinal óptico à entrada do receptor.

### 1.2.3 Códigos ortogonais

A chave para o sucesso de um sistema CDMA está na escolha de códigos eficientes e com boas propriedades de correlação, utilizados na codificação dos bits de informação. Nos sistemas RF, os códigos consistem em sequências de valores dentro do conjunto  $\{-1 ; +1\}$ , e são por isso conhecidos por códigos polares. A escolha de valores positivos e negativos é

natural porque é possível detectar a fase das ondas electromagnéticas utilizadas na propagação. Em sistemas ópticos, a detecção é normalmente realizada sobre a energia do sinal, em lugar da amplitude ou da fase. Neste caso, a aplicação directa de códigos polares não é realizável, devido à natureza unipolar da detecção óptica não coerente. Por isso, só são utilizadas sequências unipolares  $\{0 ; +1\}$  no processo de codificação em sistemas OCDMA. Uma nova família de códigos, chamados OOC's, foram desenvolvidos especificamente para sistemas unipolares.

As boas propriedades de auto correlação e de correlação cruzadas são atingidas em códigos unipolares, desde que sejam usadas longas sequências de codificação. A expansão da largura de banda que daí resulta impõe sérios problemas ao hardware utilizado, nomeadamente na velocidade de processamento do codificador e decodificador ópticos.

Os requisitos técnicos podem ser substancialmente reduzidos com o recurso conjugado e simultâneo do tempo e do comprimento de onda, para gerar sequências de códigos ortogonais. Em vez de utilizar em cada canal um conjunto de códigos OOC, os chips temporais e os canais ópticos são vistos como os eixos de um plano onde é construído um código bidimensional [7] [15]-[16].

#### **1.2.4 Codificadores e decodificadores ópticos**

Na década de 80, os primeiros codificadores ópticos utilizavam fibra com diferentes comprimentos, para definir diferentes linhas de atraso pelas quais um impulso óptico muito intenso e curto era transmitido. O resultado à saída do codificador traduzia-se num conjunto de pequenos impulsos ópticos temporalmente desfasados uns dos outros. Depois da sequência gerada ser eventualmente multiplexada com outras sequências usando códigos distintos, o impulso óptico original é reconstruído utilizando um decodificador com linhas de atraso em ordem inversa à do codificador [17]. Esta técnica tem no entanto alguns inconvenientes, entre os quais as perdas de energia excessivas provocadas pelo processo de codificação e decodificação.

Só na década de 90 é que as redes de Bragg (FGB) aparecem como um elemento fundamental na produção de codificadores e decodificadores ópticos. As FBG's agem fundamentalmente como um filtro óptico reflectivo e selectivo da frequência. Uma das características que torna as FBG's atractivas é que o espectro de reflexão pode ser sintonizado de alguns nano metros, aquecendo a rede de Bragg ou aplicando uma tensão mecânica nas extremidades (compressão

ou extensão). Os codificadores são produzidos, gravando um conjunto de redes de Bragg sobre uma fibra óptica com intervalo entre o centro de cada FBG equivalente a metade do tempo de um *chip*. Desta forma o tempo de retorno entre cada FBG é equivalente ao intervalo de um *chip*. O valor lógico 1 é conseguido quando uma rede é parcialmente ou totalmente reflectiva num determinado comprimento de onda, e um 0 lógico é gerado quando a rede não é reflectiva para esse comprimento de onda [14]. A reflectividade de cada rede deve ser ajustada para que a potência reflectida pelas sucessivas redes seja igual à saída do codificador. O processo de descodificação utiliza uma estrutura de FBG idêntica à do codificador, mas numa ordem inversa. Deste modo, a informação transmitidas pelo emissor será reagrupada, originando um bit de informação a partir do código; por outro lado, as sequências originadas por outros emissores serão ainda mais espalhadas no espectro, resultando em mais uma contribuição para o MAI existente [13].

### 1.3 Objectivos e estrutura da tese

Esta tese tem como objectivo principal estudar, modelar e simular redes de Bragg, para servirem como elementos sintonizáveis em sistemas de codificação e descodificação ópticos.

Esta tese está dividida em 5 capítulos, cujo conteúdo incide sobre matérias relacionadas com as redes de Bragg. Neste primeiro capítulo, é feita uma revisão da literatura sobre redes de Bragg e a sua utilização em sistemas de comunicação que incorporem codificação óptica. É também neste capítulo que se descreve a estrutura da tese.

No capítulo 2 começa-se por apresentar os princípios teóricos que regem o funcionamento de uma rede de Bragg e fornece-se um modelo assente na teoria dos modos acoplados.

No capítulo 3 é simulado um conjunto de métodos numéricos no sentido de obter uma solução para o modelo descrito no capítulo 2. São utilizadas técnicas de integração numérica, métodos baseados na transformada de Fourier, processos de subdivisão da rede de Bragg em matrizes de transferência e o método de Rouard. As suas características são correlacionadas no sentido de se apurar qual dos métodos tem o melhor desempenho geral.

No capítulo 4 descreve-se a implementação de dois métodos de sintonia para redes inscritas em fibra óptica, em função das variações da temperatura ou do comprimento da rede de Bragg. Dentro dos métodos por deformação mecânica, salientam-se a deformação da rede por

estiramento ou compressão e a deformação por curvatura de uma lâmina flexível solidária com a rede de Bragg.

Finalmente, o capítulo 5 dá conta das principais conclusões tecendo considerações de várias ordens sobre o trabalho realizado e aponta caminhos para investigação futura.

## Referências

- [1] Hill, K. O., Fujii, Y., Johnson, D. C. & Kawasaki, B. S. (1978). Photosensitivity in optical fiber waveguides: Application to reflection filter fabrication. *Appl. Phys. Lett.*, **32**, 647-649.
- [2] Meltz, G., Morey, M. & Glenn, W. (1989). Formation of Bragg gratings in optical fibers by a transverse holographic method. *Op. Lett.*, **14**, 823-825.
- [3] Hill, K. & Meltz, G. (1997). Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. *J. of Light. Tech.*, **18**, 1263-1276.
- [4] Russell, P. ST. J., Archambault, J. & Reekie, L. (1993). Fibre gratings. *Physics World*, **6**, pp. 41-46.
- [5] Giles, C. (1997). Lightwave application of fiber Bragg gratings. *J. of Light. Tech.*, **15**, 1391-1404.
- [6] Othonos, A. & Kalli, K. (1999). *Fiber Bragg gratings – Fundamentals and applications in telecommunications and sensing*. Norwood, MA: Artech House.
- [7] Larochelle, S., Cortès, P.-Y., Fathallah, H., Rusch, L.A. & Ben Jaafar, H. (2000). Writing and applications fibre Bragg grating arrays. *SPIE proc.*
- [8] Ramaswani, R. & Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks – A practical perspective* (2nd ed.). San Francisco, Ca: Morgan Kaufmann Publishers.
- [9] Prucnal, P. R., Santoro, M. A. & Fan, T. R. (1986). Spread spectrum fiber-optic local area network using optical processing. *J. of Light. Tech.*, **5**, 547-554.
- [10] Salehi, J. A. (1989). Code division multiple access techniques in optical fiber networks – Part I: fundamental principles. *IEEE Trans. Commun.*, **37**, 824-833.
- [11] Salehi, J. A. (1989). Code division multiple access techniques in optical fiber networks – Part II: system performance analysis. *IEEE Trans. Commun.*, **37**, 834-842.
- [12] Stok, A. & Sargent, H. (2000). Lighting the local area: Optical code-division multiple access and quality of service provisioning. *IEEE Network*, **14**, 42-46.
- [13] McGeehan, J. E., Hauer, M. C. & Willner, A. E. (2002). Optical header recognition using fiber Bragg grating correlators. *IEEE LEOS Newsletter*, **16**, 29-33.
- [14] Chen, L. R., Benjamin, S. D., Smith, W. E. & Sipe, J. E. (1998). Applications of ultrashort pulse propagation in Bragg gratings for wavelength-division multiplexing and code-division multiple access. *IEEE J. Quant. Electr.*, **34**, 2117-2129.
- [15] Fathallah, H., Rush L. A., LaRochelle, S. (1999). Passive optical fast frequency-hop CDMA communications systems. *J. of Light. Tech.*, **17**, 397-405.
- [16] Mendez, A. J., Gagliardi, R. M., Feng, H., Heritage, J. & Morookian, J. M. (2000). Strategies for realizing optical CDMA for dense, high-speed, long span, optical network applications. *J. of Light. Tech.*, **18**, 1685-1696.
- [17] Fung Lam, C. (1999). Multi-wavelength optical-code-division-multiple-access communication systems. Doctoral Dissertation, University of California: Los Angeles.



## Capítulo 2

# Modelação de redes de Bragg

### 2.1 Introdução

Este capítulo pretende dar uma revisão da teoria subjacente à propagação de ondas electromagnéticas, e pretende servir de suporte à descrição do modelo matemático das redes de Bragg. Os resultados obtidos pela teoria dos modos acoplados são resumidamente revistos, e são abordados alguns dos métodos numéricos mais comuns para obter o espectro de reflexão das redes de Bragg.

### 2.2 Difracção

As redes de difracção são componentes amplamente utilizadas em sistemas ópticos. Na sua generalidade, são formadas por um conjunto de ranhuras periodicamente espaçadas de uma distância  $\Lambda$ , como mostra a Figura 2-1. Se uma fonte de luz incidente tiver um comprimento de onda próximo da dimensão das fendas, ocorre o fenómeno chamado *difracção*.

Se determinadas condições forem satisfeitas [1], demonstra-se que a diferença no percurso entre dois raios provenientes de ranhuras adjacentes, é igual à soma dos comprimentos dos segmentos de recta  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ . Ocorre interferência construtiva se essa diferença for múltipla do comprimento de onda [2],

$$\Lambda[\sin(i) + \sin(\theta)] = m\lambda \quad (2-1)$$

Onde  $m$  representa a ordem de difracção,  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz incidente e  $\Lambda$  é a distância entre duas fendas adjacentes.

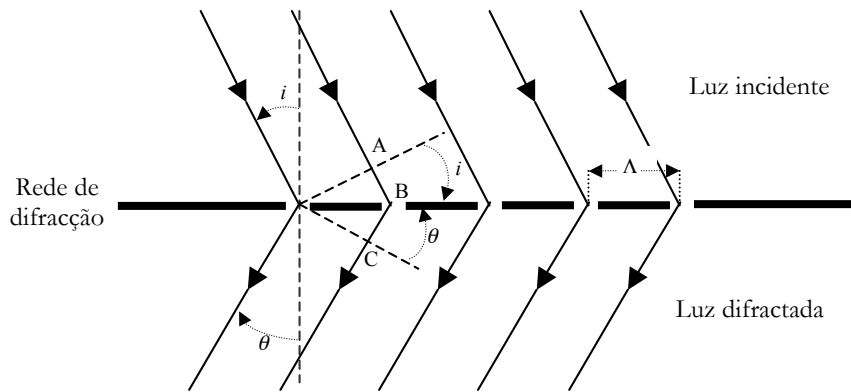


Figura 2-1 - Esquema ilustrativo do princípio de funcionamento de uma rede de difracção.

Numa rede de Bragg, a rede de difracção é formada pela variação periódica do índice de refracção no núcleo da fibra óptica. O termo  $\Lambda$  define neste caso o período da rede, como mostra a Figura 2-2. Os feixes de luz incidente e difractada formam, neste caso particular, ângulos  $i = \theta = 90^\circ$ , pelo que se propagam no mesmo plano mas em sentidos opostos.

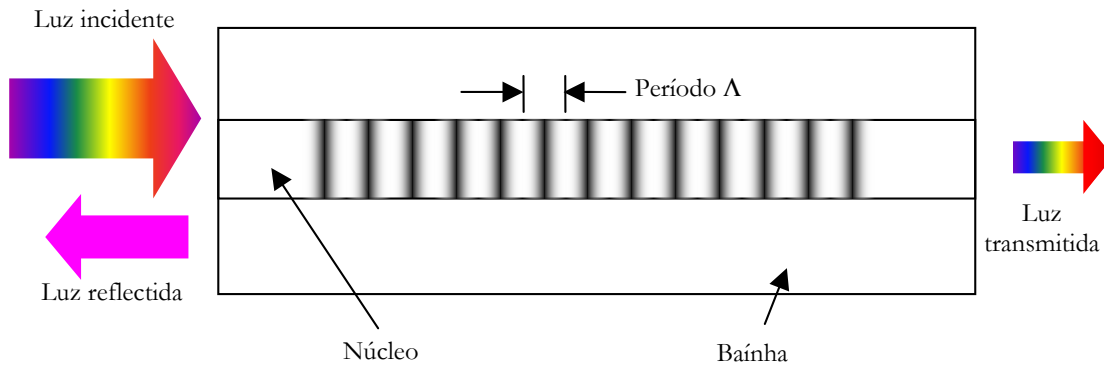


Figura 2-2 - Esquema ilustrativo do princípio de funcionamento de uma rede de Bragg.

Considerando que o índice de refracção do núcleo é  $n_{eff}$  e supondo  $m = 1$ , a condição de máximo [3]-[4] para uma rede de Bragg é,

$$\Lambda \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = \frac{\lambda_B}{n_{eff}} \quad (2-2)$$

A expressão (2-2) depois de simplificada reduz-se à relação

$$\lambda_B = 2n_{eff}\Lambda, \quad (2-3)$$

conhecida por condição de Bragg, onde  $\lambda_b$  é o comprimento de onda para o qual a reflectividade é máxima.

### 2.3 Equação de onda

As equações de Maxwell fornecem um conjunto de relações matemáticas que modelam o comportamento dos campos electromagnéticos. Para meios dieléctricos ( $\rho = 0$ ) e sem perdas

$$(\vec{J} = 0),$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2-4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2-5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (2-6)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2-7)$$

Os campos eléctrico e magnético representam-se por  $\vec{E}$  (V/m) e  $\vec{H}$  (A/m), respectivamente,  $\vec{B}$  (W/m<sup>2</sup>) e  $\vec{D}$  (C/m<sup>2</sup>) são as densidades de fluxo correspondentes,  $\vec{J}$  (A/m<sup>2</sup>) é a densidade de corrente e  $\rho$  é a densidade volumétrica de portadores de carga (C/m<sup>3</sup>).

Num meio isotrópico, linear e passivo, as densidades de fluxo estão relacionadas por:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2-8)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2-9)$$

onde  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  é a permeabilidade (F/m), também conhecida por constante dieléctrica, e  $\mu = \mu_0 \mu_r$  é a susceptibilidade (H/m) do meio. Para materiais não magnéticos, como o caso da sílica, considera-se que  $\mu_r = 1$ .

Substituindo respectivamente em (2-4) e (2-5) as equações (2-8) e (2-9), e reduzindo a análise a ondas monocromáticas, as equações de Maxwell ficam:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2-10)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \quad (2-11)$$

onde  $\omega$  é a frequência angular.

Um meio de combinar as equações anteriores começa pelo cálculo do rotacional de (2-11), e substituir o resultado em (2-10).

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) - \omega^2 \mu\epsilon\vec{E} = 0 \quad (2-12)$$

utilizando a igualdade válida para um sistema de coordenadas cartesianas,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} \quad (2-13)$$

e considerando que

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon\vec{E}) = \epsilon(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (2-14)$$

obtém-se a equação de onda

$$(\vec{\nabla}^2 + k^2)\vec{E} = 0 \quad (2-15)$$

onde  $\vec{\nabla}^2$  é o laplaciano,  $k = k_0 n$  é a constante de propagação do meio,  $n = \sqrt{\epsilon_r}$  é o índice de refração do meio,  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$  é a constante de propagação no vazio e  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vazio [5].

É usual analisar o campo electromagnético isolando apenas uma variável [3] [6]-[9], tipicamente  $z$ , reduzindo o problema a uma dimensão. Considerando que o campo eléctrico é polarizado segundo o eixo  $x$ , a equação de onda toma a forma

$$\hat{x} \left( \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k^2 E_x \right) = 0 \quad (2-16)$$

Se por hipótese apenas o modo fundamental de propagação for permitido, tal como acontece em fibras monomodo [7], a equação (2-16) admite uma solução do tipo

$$E_x = E_f e^{j(kz - \omega t)} + E_i e^{-j(kz - \omega t)} \quad (2-17)$$

com  $E_f$ ,  $E_t$  constantes, onde o termo  $e^{j\omega t}$  define a dependência temporal harmónica do campo eléctrico. No capítulo seguinte, a equação de onda (2-16) é utilizada como a base teórica para o desenvolvimento de um modelo matemático para as redes de Bragg.

## 2.4 Teoria dos modos acoplados

A teoria dos modos acoplados é uma ferramenta adequada para descrever matematicamente as propriedades de um conjunto alargado de redes de difracção [3]-[4] [8]-[15]. Tem por base teórica a equação de onda (2-16), onde o índice de refracção tem agora uma dependência espacial, sob a forma de uma rede de difracção, descrita por

$$n(z) = n_{eff} \left[ 1 + \sigma(z) + 2\tau(z) \cos\left(\frac{2\pi}{\Lambda} z + \phi(z)\right) \right] \quad (2-18)$$

A variação local do valor médio do índice de refracção é descrita por  $\sigma(z)$ , e  $\tau(z)$  representa a amplitude de modulação da rede, logo é uma grandeza sempre positiva [3] [6]-[9],

$$\sigma(z) = \frac{\bar{\delta}n_{eff} f(z)}{n_{eff}} n_{th}(z) \quad (2-19)$$

$$\tau(z) = \frac{\bar{\delta}n_{eff} f(z)}{2n_{eff}} v \quad (2-20)$$

onde  $\bar{\delta}n_{eff} f(z)$  é o formato da perturbação (apodização), com  $f(z)$  normalizada, e  $\bar{\delta}n_{eff}$  é a profundidade da modulação. O termo  $v$  é a visibilidade da modulação (*fringe visibility*). A função  $n_{th}(z)$  descreve a variação do valor médio da perturbação ao longo da rede,

$$n_{th}(z) = n_{DC} + n_{AC} g(z) \quad (2-21)$$

com  $n_{DC}$  representando a contribuição contínua e  $n_{AC}$  descrevendo a amplitude da função  $g(z)$  normalizada. A função  $\phi(z)$  descreve a variação do período da rede (o termo mais comum é *chirp*).

Existem diversas funções envolventes para  $f(z)$  e  $g(z)$ , com diferentes reduções da modulação do índice do centro para as extremidades da rede. Foram utilizadas algumas variantes, nomeadamente o perfil tangente hiperbólico com um parâmetro  $\eta$  variável:

$$f(z) = \frac{\tanh\left\{\eta\left[1 - 2|(z - L/2)/L|\right]\right\}}{\tanh(\eta)} \quad (2-22)$$

o perfil baseado na função de *Blackman*, com o parâmetro  $a$ :

$$f(x) = \frac{1 + (1 + a)\cos(x) + a\cos(2x)}{2(1 + a)}, \quad x = \frac{2\pi(z - L/2)}{L} \quad (2-23)$$

o perfil Gaussiano, com o parâmetro  $\varepsilon_G$ :

$$f(z) = \exp\left[-\frac{4\ln(2)(z - L/2)^2}{(FWHM)^2}\right], \quad FWHM = \frac{L}{\varepsilon_G} \quad (2-24)$$

O perfil seno elevado à ordem  $n_s$ :

$$f(z) = \left(\sin\left(\frac{\pi z}{L}\right)\right)^{n_s} \quad (2-25)$$

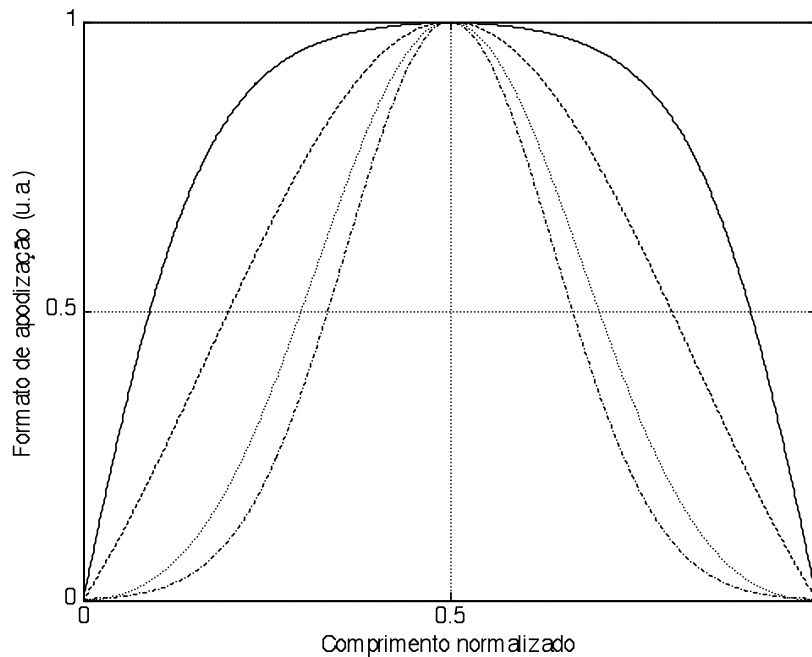


Figura 2-3 - Formatos de apodização com diferentes decaimentos da modulação do índice do centro para as extremidades da rede, (traço contínuo) tangente hiperbólica com  $\eta=3$ , (...) Blackman com  $a=0.19$ , (---) Gaussiano com largura a meia altura de  $\varepsilon_G=L/3$ , (-.-) seno cardinal com  $n_s=1$ .

E por último o perfil seno cardinal com o número de lobos igual a  $l$ :

$$f(z) = \begin{cases} 1 & , z = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & , z \neq 0 \end{cases}, \quad x = \frac{(l+1)\pi(z - L/2)}{L} \quad (2-26)$$

Estes diferentes perfis são apresentados para visualização e comparação na Figura 2-3, onde  $0 \leq z \leq L$  em todas as funções, e  $L$  é o comprimento da rede de Bragg.

Definindo uma variável espacial normalizada  $\xi = k_0 z$ , a equação de onda (2-16) toma a forma

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + \left[ \frac{\beta n(\xi)}{k_0 n_{eff}} \right]^2 E(\xi) = 0 \quad (2-27)$$

onde  $\beta = 2\pi n_{eff}/\lambda$  é a constante de propagação do modo analisado. Segundo [6]-[7],  $k_0 = 2\pi n_{eff}/\lambda_B$  é a constante de propagação da luz para a condição de ressonância de Bragg. A variação do índice de refração ao longo da rede fica

$$n(\xi) = n_{eff} [1 + \sigma(\xi) + 2\tau(\xi)\cos(2\xi + \phi(\xi))] \quad (2-28)$$

Substituindo (2-28) em (2-27), fica

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + \left[ \frac{\lambda_B}{\lambda} (1 + \sigma(\xi) + 2\tau(\xi)\cos(2\xi + \phi(\xi))) \right]^2 E(\xi) = 0 \quad (2-29)$$

Assumindo que  $\lambda_B/\lambda \approx 1$  e que  $\tau$  e  $|\sigma| \ll 1$ , o termo  $[\beta n(\xi)/k_0 n_{eff}]$  pode ser aproximado utilizando a relação  $a^2 \approx 1 + 2 \ln(a)$ , ficando

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\beta n(\xi)}{k_0 n_{eff}} \right]^2 &\approx 1 + 2 \ln \left( \frac{\beta n(\xi)}{k_0 n_{eff}} \right) \\ &= 1 + 2 \left[ \ln \left( \frac{\lambda_B}{\lambda} \right) + \ln(1 + \sigma(\xi) + 2\tau(\xi)\cos(\gamma)) \right] \end{aligned} \quad (2-30)$$

onde  $\gamma = 2\xi + \phi(\xi)$ . A utilização da relação (2-30) pressupõe dois aspectos que se devem considerar quando este modelo é utilizado: quando a amplitude de modulação  $\tau$  e a variação do valor médio  $\sigma$  são muito inferiores a um, significa que a variação induzida no índice de refração deverá ser muito inferior ao valor do índice de refração efectivo  $n_{eff}$ . Por outro

lado, quando se considera que  $\lambda_b/\lambda \approx 1$ , a análise espectral da rede de Bragg segundo este modelo deve restringir-se a comprimentos de onda relativamente próximos de  $\lambda_b$ .

Definindo um parâmetro  $\Delta$ , que caracteriza a sintonia em relação ao comprimento de onda de Bragg,

$$\Delta = \lambda_b/\lambda - 1 \quad (2-31)$$

e utilizando a aproximação  $\ln(1+x) \approx x$ , a expressão (2-30) toma a forma

$$\begin{aligned} & 1 + 2[\ln(1+\Delta) + \ln(1 + \sigma(\xi) + 2\tau(\xi)\cos(\gamma))] \\ & \approx 1 + 2(\Delta + \sigma(\xi) + 2\tau(\xi)\cos(\gamma)), \end{aligned} \quad (2-32)$$

pelo que a equação de onda (2-29) depois de simplificada resulta em

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + \left[ 1 + 2(\Delta + \sigma(\xi)) + 2\tau(\xi)e^{j\gamma} + 2\tau(\xi)e^{-j\gamma} \right] E(\xi) = 0. \quad (2-33)$$

Na ausência de perturbação no índice de refração, i.e., com  $\tau = \sigma = 0$ , a equação anterior apresenta a solução

$$E(\xi) = E_f(\xi)e^{j\xi} + E_b(\xi)e^{-j\xi}, \quad (2-34)$$

que não é mais do que o resultado da equação (2-17), obtida no capítulo 2.3. A componente temporal do campo eléctrico foi omitida, dado que é comum a todas as soluções.

Considerando que os parâmetros  $\tau$ ,  $\Delta$  e  $\sigma$  têm uma variação muito pequena ao longo da rede, de modo que os campos eléctricos  $E_f(\xi)$  e  $E_b(\xi)$  variam lentamente, pode tomar-se (2-34) como solução de (2-33), resultando em

$$e^{j\xi} \left[ E_f(\xi)(C(\xi)-1) + j2 \frac{dE_f}{d\xi} \right] + e^{-j\xi} \left[ E_b(\xi)(C(\xi)-1) + j2 \frac{dE_b}{d\xi} \right], \quad (2-35)$$

com  $C(\xi) = \left[ 1 + 2(\Delta + \sigma(\xi)) + 2\tau(\xi)e^{j\gamma} + 2\tau(\xi)e^{-j\gamma} \right]$ . Os termos com derivada de segunda ordem foram eliminados, pois estão associados a variações rápidas de amplitude ao longo da rede, daí pouco contribuírem para o crescimento ou diminuição lento da amplitude [9].

Introduzindo duas novas funções,  $u(\xi)$  e  $v(\xi)$ , e procedendo às substituições

$$E_f(\xi) = u(\xi) e^{j\frac{\phi(\xi)}{2}} \quad (2-36)$$

$$E_b(\xi) = v(\xi) e^{-j\frac{\phi(\xi)}{2}}, \quad (2-37)$$

a equação (2-35) toma a seguinte forma, onde a dependência da variável  $\xi$  foi omitida:

$$\begin{aligned} & e^{j\frac{\gamma}{2}} \left( 2j \frac{du}{d\xi} - u \frac{d\phi}{d\xi} + 2u(\sigma + \Delta) + 2v\tau \right) \\ & + e^{-j\frac{\gamma}{2}} \left( -2j \frac{dv}{d\xi} - v \frac{d\phi}{d\xi} + 2v(\sigma + \Delta) + 2u\tau \right) \\ & + e^{j\frac{3\gamma}{2}} (2u\tau) + e^{-j\frac{3\gamma}{2}} (2v\tau) = 0 \end{aligned} \quad (2-38)$$

Desprezando os termos com exponencial do tipo  $e^{\pm j\frac{3\gamma}{2}}$ , associados a variações rápidas do índice de refração ao longo da fibra [6], verifica-se que  $u$  e  $v$  devem satisfazer as equações acopladas

$$\frac{du}{d\xi} = j[\bar{\sigma}u + \tau v] \quad (2-39)$$

$$\frac{dv}{d\xi} = -j[\bar{\sigma}v + \tau u], \quad (2-40)$$

onde

$$\bar{\sigma} = \sigma + \Delta - \frac{1}{2} \frac{d\phi}{d\xi} \quad (2-41)$$

O desenvolvimento teórico que leva à obtenção das equações acopladas resulta da eliminação de termos de ordem elevada, associados a variações rápidas na amplitude dos campos  $E_f(\xi)$  e  $E_b(\xi)$ . No entanto, para redes e Bragg com profundidade de modulação acentuada, tal suposição não seria adequada [6], sendo por isso necessário recorrer a um análise que inclua os termos desprezados em (2-35) e (2-38).

As equações diferenciais (2-39) e (2-40) podem ser transformadas numa única equação diferencial [12], mediante a introdução de um coeficiente de reflexão local, designado por  $r$ , tal que  $r = v/u$ . Diferenciando  $r$ , e considerando  $r' = v'/u - u'v/u^2$ , obtém-se a equação (2-42), conhecida por “equação diferencial de Riccati”:

$$\frac{dr}{d\xi} = -j[2r\bar{\sigma} + \tau(1+r^2)] \quad (2-42)$$

Utilizando novamente a variável espacial  $z = \xi/k_0$ , a equação de Ricatti toma a forma

$$\frac{dr}{dz} = -j[2r\hat{\sigma} + \kappa(1+r^2)] \quad (2-43)$$

com os parâmetros  $\kappa$  e  $\hat{\sigma}$  definidos respectivamente por

$$\kappa(z) = \frac{\pi}{\Lambda} \tau(z), \quad (2-44)$$

$$\hat{\sigma}(z) = \delta + \frac{\pi}{\Lambda} \sigma(z) - \frac{1}{2} \frac{d\phi}{dz}, \quad (2-45)$$

onde

$$\delta = \frac{\pi}{\Lambda} \Delta. \quad (2-46)$$

Embora (2-43) seja uma equação diferencial de segunda ordem com coeficientes variáveis, e por isso na maioria dos casos sem solução analítica, é amplamente utilizada na obtenção do espectro de reflexão das redes de Bragg. Tal só é possível recorrendo a processos numéricos que fornecem soluções aproximadas, e que serão analisados pormenorizadamente no Capítulo 3.

## 2.5 Soluções analíticas da teoria dos modos acoplados

A solução fechada da equação (2-42) é possível em duas situações: na presença de redes com fraca amplitude de modulação, ou quando os parâmetros  $\kappa$  e  $\hat{\sigma}$  definidos em (2-44) e (2-45) são constantes. Em ambos os casos, é necessário definir as condições fronteira apropriadas para uma rede de Bragg. Considera-se por isso uma rede definida no espaço  $0 \leq z \leq L$ , sendo  $L$  o comprimento físico total da rede. Supondo uma onda incidente com amplitude  $u$  proveniente de  $z = -\infty$ , e admitindo que não existe onda reflectida,  $v$ , para  $z > L$ , pois está fora dos limites físicos da rede, as condições fronteira resumem-se a

$$u(0) = 1 \quad (2-47)$$

$$v(L) = 0 \quad (2-48)$$

### 2.5.1 Redes uniformes

Numa rede uniforme, os coeficientes  $\phi$ ,  $\tau$  e  $\bar{\sigma}$  são constantes. O processo matemático que leva à obtenção de uma solução fechada começa pela diferenciação das equações acopladas (2-39) e (2-40):

$$\frac{d^2u}{d\xi^2} = j \left[ \bar{\sigma} \frac{du}{d\xi} + \tau \frac{dv}{d\xi} \right] \quad (2-49)$$

$$\frac{d^2v}{d\xi^2} = -j \left[ \bar{\sigma} \frac{dv}{d\xi} + \tau \frac{du}{d\xi} \right] \quad (2-50)$$

Após a substituição das derivadas de primeira ordem em (2-49) e (2-50) pelas equações (2-39) e (2-40), obtém-se um sistema de equações lineares de segunda ordem,

$$\frac{d^2u}{dz^2} = (\kappa^2 - \hat{\sigma}^2)u \quad (2-51)$$

$$\frac{d^2v}{dz^2} = (\kappa^2 - \hat{\sigma}^2)v \quad (2-52)$$

Onde a variável espacial  $\xi$  foi posteriormente substituída por  $z = \xi/k_0$ . Este sistema tem soluções do tipo:

$$u = C_1 e^{\alpha z} + C_2 e^{-\alpha z} \quad (2-53)$$

$$v = C_3 e^{\alpha z} + C_4 e^{-\alpha z} \quad (2-54)$$

com  $\alpha = \sqrt{\kappa^2 - \hat{\sigma}^2}$ . As quatro constantes são determinadas por recurso às duas condições fronteira definidas em (2-47) e (2-48), e às equações acopladas (2-39) e (2-40), formando um sistema de equações do tipo

$$\begin{cases} C_1 (e^{\alpha z} (\alpha - j\hat{\sigma})) + C_2 (e^{-\alpha z} (-\alpha - j\hat{\sigma})) + C_3 (-j\kappa e^{\alpha z}) + C_4 (-j\kappa e^{-\alpha z}) = 0 \\ C_1 (j\kappa e^{\alpha z}) + C_2 (j\kappa e^{-\alpha z}) + C_3 (e^{\alpha z} (\alpha + j\hat{\sigma})) + C_4 (e^{-\alpha z} (-\alpha + j\hat{\sigma})) = 0 \\ C_1 + C_2 = 1 \\ C_3 e^{\alpha L} + C_4 e^{-\alpha L} = 0 \end{cases} \quad (2-55)$$

O coeficiente de reflexão em amplitude é obtido à entrada da rede de Bragg, para  $z = 0$ ,

$$r = v(0)/u(0) = v(0) = C_3 + C_4, \quad (2-56)$$

pelo que a expressão resultante [9] após a obtenção de  $C_3$  e  $C_4$  é,

$$r = \frac{-\kappa \sinh(\alpha L)}{\hat{\sigma} \sinh(\alpha L) + j\alpha \cosh(\alpha L)} \quad (2-57)$$

Consequentemente, a reflectividade é

$$R = |r|^2 = \frac{\sinh^2(\alpha L)}{\cosh^2(\alpha L) - \frac{\hat{\sigma}^2}{\kappa^2}} \quad (2-58)$$

A Figura 2-4 ilustra graficamente o espectro de reflexão de três redes de Bragg uniformes, com base na expressão (2-58).

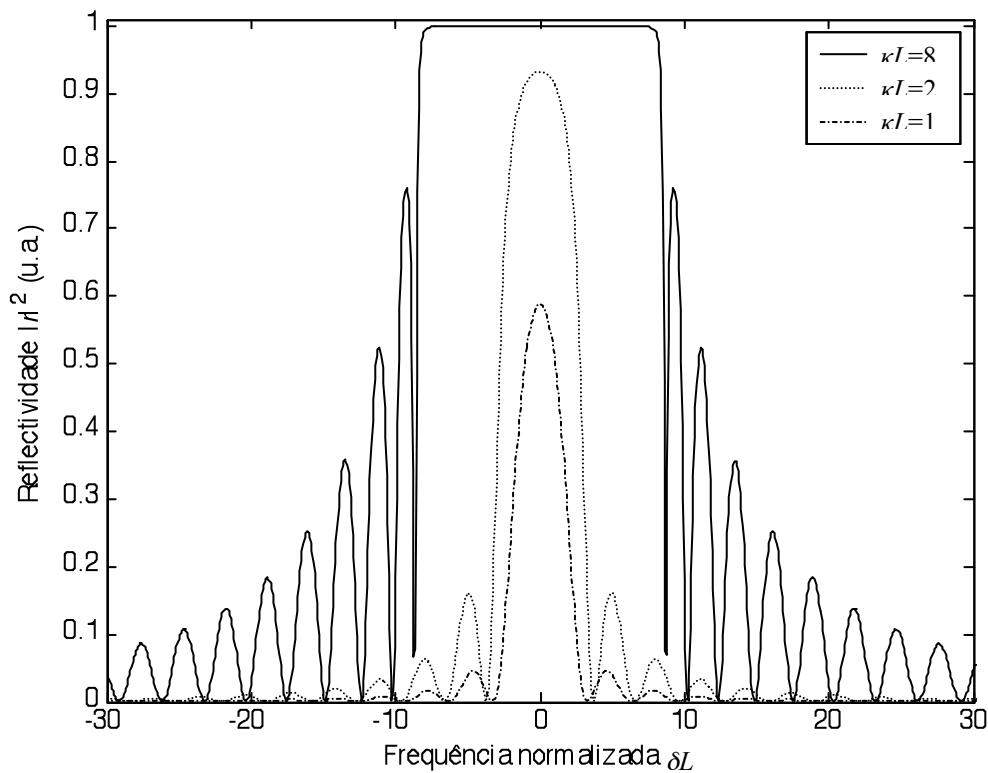


Figura 2-4 - Espectro de reflectividade em função da frequência normalizada de três redes uniformes, para  $\kappa L=1$ ,  $\kappa L=2$  e  $\kappa L=8$ , onde  $L=10$  mm e  $n_{th}=0$ .

Como se pode verificar, um aumento de  $L$  ou de  $\bar{\delta}n_{ef}$  (aumento de  $\kappa L$ ) provoca um alargamento da banda passante e simultaneamente um crescimento da reflectividade. No

entanto, esta situação leva ao aparecimento dos lobos laterais, cuja amplitude não pode ser desprezada.

## 2.5.2 Redes fracas

As redes caracterizadas por uma amplitude de modulação reduzida apresentam normalmente uma resposta espectral com baixa reflectividade. No limite, quando  $\kappa \rightarrow 0$ , as equações acopladas (2-39) e (2-40) tornam-se equações de primeira ordem, com soluções  $u = C_1 e^{j\hat{\sigma}z}$  e  $v = C_2 e^{-j\hat{\sigma}z}$ , respectivamente. Atendendo às condições fronteira,

$$u(0)=1 \Leftrightarrow C_1 e^{j\hat{\sigma}0} = 1 \Leftrightarrow C_1 = 1 \quad (2-59)$$

$$v(L)=0 \Leftrightarrow C_2 e^{j\hat{\sigma}L} = 0 \Leftrightarrow C_2 = 0 \quad (2-60)$$

obtêm-se as soluções  $u = e^{j\hat{\sigma}z}$  e  $v = 0$ . Substituindo estes resultados na equação (2-40),

$$\frac{dv}{dz} = -j[\kappa(z)e^{j\hat{\sigma}z}] \Leftrightarrow v(z) = -j \int_z^L \kappa(s) e^{j\hat{\sigma}s} ds \quad (2-61)$$

Atendendo a que  $v(0) = r$ , fica

$$r = -j \int_0^L \kappa(s) e^{j\hat{\sigma}s} ds \quad (2-62)$$

Verifica-se que o coeficiente de reflexão  $r$  é a transformada de Fourier do factor de acoplamento  $\kappa$  (definido em (2-44)), acrescido de um factor de desfasamento [12].

Foi demonstrado pelos autores [3] e [16] que esta aproximação é válida, para redes de Bragg com uma reflectividade pequena, na ordem dos 20%. Pode ser utilizada em redes reflectividade superior sem perda de precisão, com é visível no exemplo da Figura 2-5 a), onde a reflectividade é aproximadamente 45%. Para redes fortemente acopladas, a Figura 2-5 b) mostra que a acumulação de erros na fase da reflectividade, resulta no estreitamento da largura espectral.

Para redes de Bragg com variações acentuadas na amplitude de modulação, foi anteriormente referido, na secção 2.4, que as componentes de 2ª ordem, presentes na equação (2-38), têm uma contribuição que não pode ser desprezada. Alguns autores [17]-[19] têm apresentado soluções, que resultam inevitavelmente numa redefinição dos parâmetros de acoplamento e de sintonia, respectivamente  $\kappa$  e  $\hat{\sigma}$ . Este assunto é abordado mais à frente, na secção 3.5.

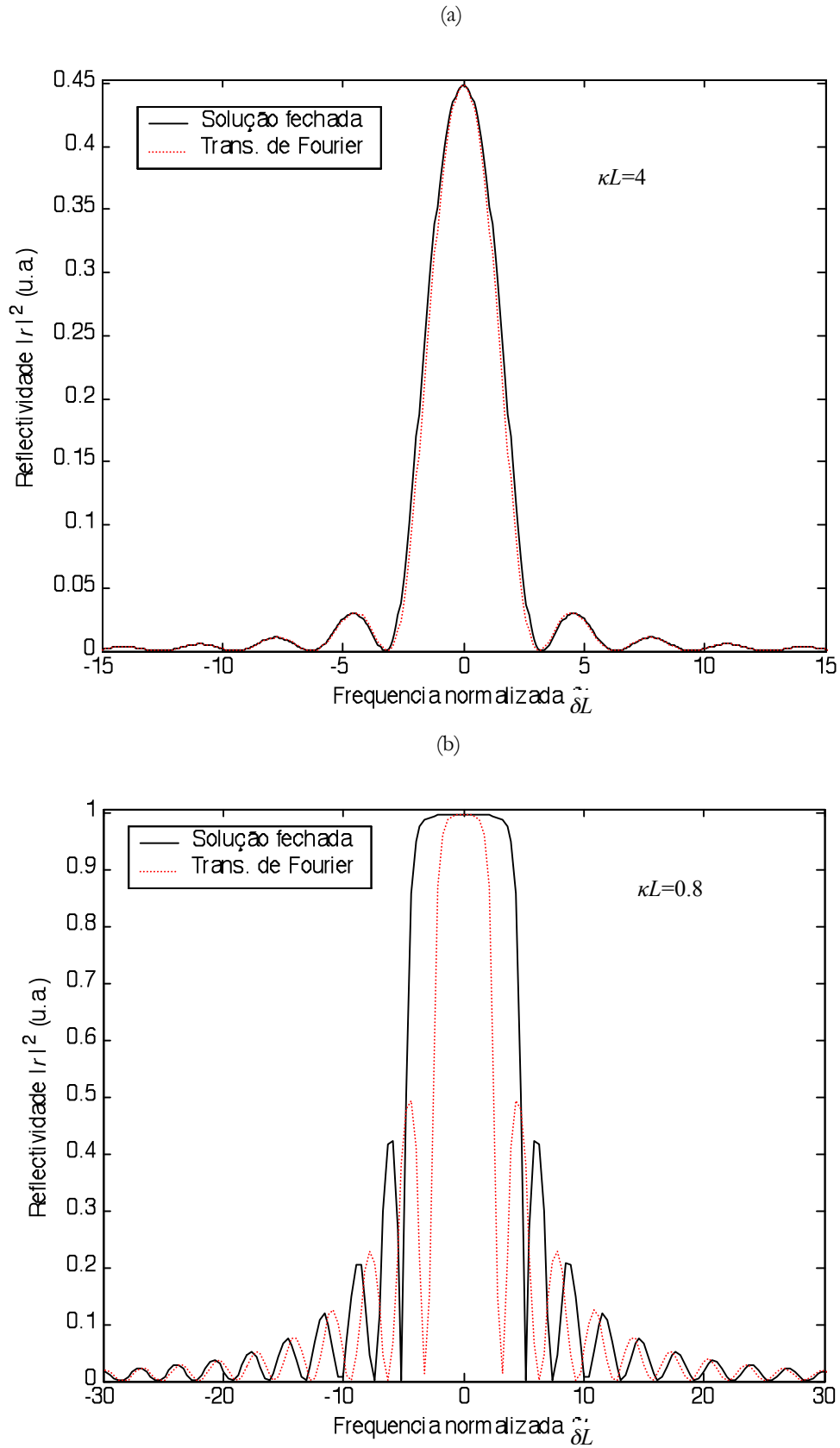


Figura 2-5 - Gráfico do espectro de reflexão de uma rede uniforme, obtido pela solução fechada (2-58) (traço contínuo) e pelo método da Transformada de Fourier (traçado) para (a)  $\kappa L = 0.8$  e (b)  $\kappa L = 4$ .

## 2.6 Conclusão

Neste capítulo apresentaram-se os princípios físicos da difracção e o seu uso em redes gravadas na fibra óptica. As equações de Maxwell serviram de princípio físico para deduzir a equação de onda dos campos electromagnéticos propagados em fibra óptica. Foi levada a cabo uma revisão da teoria dos modos acoplados, onde se destacam as seguintes limitações:

A gama de comprimentos de onda deve restringir-se a valores próximos do comprimento de onda central.

A amplitude de modulação,  $\overline{\delta n_{eff}}$ , e a variação do valor médio efectivo,  $n_{th}$ , devem ser muito menores que o índice de refracção efectivo,  $n_{eff}$ .

A função de apodização  $f(z)$  deve ser monótona e restringir-se a variações lentas na amplitude.

A teoria dos modos acoplados apresenta uma solução fechada apenas em redes uniformes com apodização constante e variação nula do valor médio efectivo. Para contornar esta limitação, O capítulo seguinte fornece soluções numéricas para redes com apodização variável.

## Referências

- [1] Ramaswani, R. & Sivarajan, K. N. (2002). *Optical Networks – A practical perspective* (2nd ed.). San Francisco, Ca: Morgan Kaufmann Publishers.
- [2] Alonso, M. & Finn, E. J. (1981). *Física – Um curso universitário, vol. 2 – Campos e ondas*. São Paulo: Editora Edgar Blücher Ltda.
- [3] Agrawal, G. P. (2001). *Applications of nonlinear fiber optics*. San Diego, CA: Academic Press.
- [4] Othonos, A. & Kalli, K. (1999). *Fiber Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*. Norwood, MA: Artech House.
- [5] Ishimaru, A. (1991). *Electromagnetic wave propagation, radiation and scattering*. New Jersey: Prentice Hall.
- [6] Sipe, J. E., Poladian, L. & de Sterke, C. M. (1994). Propagation through nonuniform grating structures. *J. Opt. Soc. Am. A*, **11**, 1307-1320.
- [7] Giles, C. (1997). Lightwave application of fiber Bragg gratings. *J. of Light. Tech.*, **15**, 1391-1404.
- [8] Kashyap, R. (1999). *Fiber Bragg gratings*. San Diego, CA: Academic Press.
- [9] Erdogan, T. (1997). Fiber grating spectra. *J. Light. Tech.*, **15**, 1277-1294.
- [10] Krasnov, M., Kiseliiov, A. & Makarenko, G. (1994). *Problemas de equações diferenciais ordinárias*. Lisboa: McGraw-Hill.
- [11] Yariv, A. (1973). Coupled-mode theory for guided-wave optics. *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-9**, 919-933.
- [12] Kogelnik, H. (1976). Filter response of nonuniform almost-periodic structures. *Bell Syst. Tech. J.*, **55**, 109-126.
- [13] Yariv, A & Nakamura, M. (1977). Periodic structures for integrated optics. *IEEE J. Quant. Electr.*, **QE-13**, 233-253.
- [14] Lam, D. K. W. & Garside, B. K. (1981). Characterization of single-mode optical fiber filters. *Appl. Opt.*, **20**, 440-445.
- [15] Matsuhara, M., Hill, K. O. & Watanabe, A. (1975). Optical-waveguide filters: Synthesis. *J. Opt. Soc. Am.*, **65**, 804-809.
- [16] Aguado, J. C. et al. (2001). A Fourier transform approximation for Bragg grating reflection filters. *Proceedings of Network and Optical Communications Conferences, Long-Haul and Access Networks, Optical and WDM*, IOS Press, 298-304.
- [17] Matuschek, N., Kärtner, F. X. & Keller, U. (1997). Exact coupled-mode theories for multilayer interference coatings with arbitrary strong index modulations. *IEEE J. Quant. Electr.*, **33**, 295-302.
- [18] Parker, M., Mears, R. J. & Walker, S. D. (2001). High Refractive Index Contrast Bragg Gratings: An Accurate Fourier Transform Theory. *3<sup>rd</sup> Bragg Grating Photosensitivity and Poling in Glass Waveguide - BGPP 2001*, Stresa, Italy, July 2001, BThC10-1.

- [19] Parker, M. & Walker, S. (2002). Arrayed waveguide gratings, fiber Bragg gratings and photonic crystals: An isomorphic Fourier transform light propagation analysis. *IEEE J. Select. Topics Quant. Electr.*, **8**, 1158-1167.



## Capítulo 3

# Métodos numéricos de simulação

### 3.1 Introdução

As soluções fechadas apresentadas no capítulo anterior não permitem analisar redes com parâmetros  $\kappa$  e  $\hat{\sigma}$  variáveis ao longo do espaço. Além disso, muitas das aplicações práticas com redes de Bragg fazem uso de redes apodizadas ou com período  $\Lambda$  variável [1]-[7]. Existe por isso uma variedade de métodos numéricos utilizados para solucionar a resposta espectral de uma rede de Bragg, a partir dos dados associados ao perfil do índice de refração. Serão apresentados alguns dos métodos mais utilizados, salientando entre eles o método da matriz de transferência [8] e o método de Runge-Kutta [9].

### 3.2 Integração numérica

Neste capítulo são introduzidos e descritos três métodos numéricos utilizados na integração de equações diferenciais. São tidos em conta dois aspectos ao resolver numericamente a equação diferencial (2-43): o método em si e a sua exactidão ou precisão.

Os métodos numéricos utilizam de forma directa ou indirecta o desenvolvimento em série de Taylor do coeficiente de reflexão,  $r$ ,

$$r(z_{k+1}) = r(z_k) + (z_{k+1} - z_k)r'(z_k) + \dots + \frac{(z_{k+1} - z_k)^p}{p!} r^{(p)}(z_k) + \varepsilon_{k+1} \quad (3-1)$$

onde  $\varepsilon_{k+1}$  representa o erro de truncatura cometido. Inserem-se na classe de métodos numéricos para a resolução de problemas de valor inicial (P.V.I.), onde um algoritmo pode calcular  $r(z_{n+1})$  quando é conhecido apenas um ponto  $(z_n, r(z_n))$  e o passo da simulação  $h = z_{k+1} - z_k$ .

Existem dois tipos de erro envolvidos num processo de cálculo numérico: erro de arredondamento e o erro de truncatura. O erro de arredondamento está associado à aritmética de precisão finita do computador utilizado, no qual o algoritmo está implementado. Normalmente não é considerado, por ser um aspecto exterior ao algoritmo numérico. Por outro lado, o erro de truncatura é causado pela eliminação dos termos de maior ordem da série de Taylor. É na maioria dos casos a fonte de erros predominante, e por isso a sua influência é analisada para cada método numérico.

### 3.2.1 Método de Euler

A integração numérica baseada no método de Euler é um método simples, que, no entanto, permite calcular a resposta espectral de qualquer rede de Bragg [9]. O comprimento  $L$  é subdividido em  $N$  secções iguais. Para cada passo  $h = L/N$ , é utilizada uma equação linear, partindo do fim da rede, em  $z = L$ , com condição inicial  $r(L) = 0$ , e terminando em  $z = 0$ , onde o coeficiente de reflexão da rede de Bragg,  $r(0)$ , irá ser,

$$r(z_{k+1}) = r(z_k) + h \frac{dr(z_k)}{dz}; z_{k+1} = z_k - h; k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3-2)$$

onde

$$\frac{dr(z_k)}{dz} = -j \left( 2\hat{\sigma}(z_k)r(z_k) + \kappa(z_k)[1 + r^2(z_k)] \right) \quad (3-3)$$

é o declive da aproximação linear (3-2), baseado na equação (2-43).

A análise de erro do método de Euler é realizada no sentido de se apurar qual o comportamento do erro de truncatura,  $\varepsilon_k$ , em função do tamanho do passo de simulação  $h$ . Esse estudo pode ser utilizado para estimar o esforço computacional necessário para obter resultados com a precisão desejada. O procedimento consiste em diminuir sucessivamente  $h$  de um factor de dois, e verificar o efeito em  $\varepsilon_k$ . Para uma rede de Bragg uniforme, o erro de truncatura é obtido por comparação entre a solução fechada  $r(\lambda_N)$ , obtida com (2-57), e a solução  $r_N$ , proveniente do processo numérico:

$$\varepsilon_k = |r(\lambda_N) - r_N| \quad (3-4)$$

Nesta expressão,  $\lambda_N$  é o comprimento de onda para o qual o erro de truncatura é analisado, sendo um valor pertencente ao espectro em torno do comprimento de onda de máxima reflectividade.

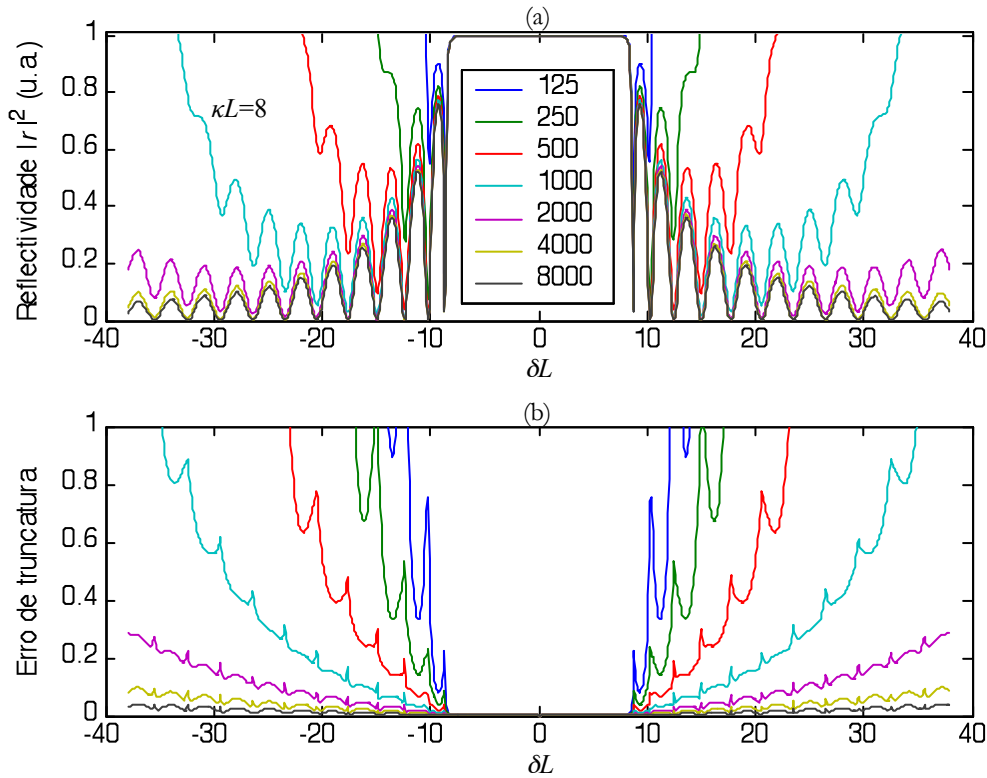


Figura 3-1 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000.

Foi simulado um conjunto vasto de redes, embora sejam apresentados resultados relativos apenas a redes de Bragg com  $\kappa L = 8$ . A Figura 3-1 mostra que a convergência do método de Euler para uma solução exacta é mais lenta nos extremos do espectro de reflectividade. Os resultados na zona de máxima reflectividade coincidem com a solução exacta, independentemente do número de passos simulados.

A Tabela 3-1 fornece uma estimativa do erro de truncatura e a sua diminuição relativa, em função de  $h$ , para um determinado comprimento de onda. O número elevado de casas decimais (10) utilizado tanto em  $r(\lambda_N)$  como em  $r_N$  é necessário para que fenómeno de cancelamento substractivo em (3-4) seja evitado.

Tamanho do passo, $h_k$ (m)	Número de passos simulados, $N$	Aproximação de $r(\lambda_N), r_N$	Erro de truncatura, $\varepsilon_k$	Razão entre erros, $\varepsilon_k / \varepsilon_{k+1}$
$4 \times 10^{-5}$	250	$9.9931771989 \times 10^{-1}$	$1.3234080485 \times 10^{-4}$	1.95417701972
$2 \times 10^{-5}$	500	$9.9925310133 \times 10^{-1}$	$6.7722251131 \times 10^{-5}$	1.9772045221
$1 \times 10^{-5}$	1000	$9.9921963060 \times 10^{-1}$	$3.4251515396 \times 10^{-5}$	1.9886327679
$5 \times 10^{-6}$	2000	$9.9920260273 \times 10^{-1}$	$1.7223650314 \times 10^{-5}$	1.9943240901
$2.5 \times 10^{-6}$	4000	$9.9919401542 \times 10^{-1}$	$8.6363346855 \times 10^{-6}$	1.9971639720
$1.25 \times 10^{-6}$	8000	$9.9918970338 \times 10^{-1}$	$4.3242992596 \times 10^{-6}$	

Tabela 3-1 - Relação entre o tamanho do passo de simulação e o erro de truncatura. O método de Euler é utilizado numa rede uniforme com  $L=10$  mm,  $\lambda_B=1550$  nm e amplitude de modulação  $4 \times 10^4$ . Os dados foram recolhidos para  $\lambda_N=1549.8$  nm.

Generalizando para outros comprimentos de onda, os resultados mostram que uma redução no passo  $h$  de um factor de dois, corresponde a uma redução aproximada de dois no erro  $\varepsilon_k$ , concluindo-se que o erro de truncatura é proporcional ao passo  $h$  [9].

### 3.2.2 Método de Heun

O método de Heun [9], também conhecido por método de Euler modificado, baseia-se no teorema fundamental do cálculo integral e num método numérico de integração, como por exemplo a regra dos trapézios, para obter uma solução aproximada da equação diferencial de Riccati. As condições iniciais de simulação são idênticas ao método de Euler, mas faz uso de uma equação não linear, devido à presença do termo  $r(z_{k+1})$  nos dois membros da equação (3-5):

$$r(z_{k+1}) = -\frac{h}{2} \left( \frac{dr(z_k)}{dz} + \frac{dr(z_{k+1})}{dz} \right) + r(z_k), \quad (3-5)$$

$$z_{k+1} = z_k - h; k = 0, 1, \dots, N-1$$

Utiliza por isso um processo com uma iteração, onde a equação (3-2) é utilizada como primeira aproximação para  $\frac{dr(z_{k+1})}{dz}$ . Após o cálculo de  $r(z_{k+1})$ , o processo prossegue para cada passo  $h$  até  $z = 0$ . A análise de erro segue o procedimento aplicado na secção 3.2.1. Para as mesmas condições, verifica-se na Figura 3-2 que a resposta espectral simulada pelo método de Heun tende mais rapidamente para uma solução exacta do que para o método de Euler.

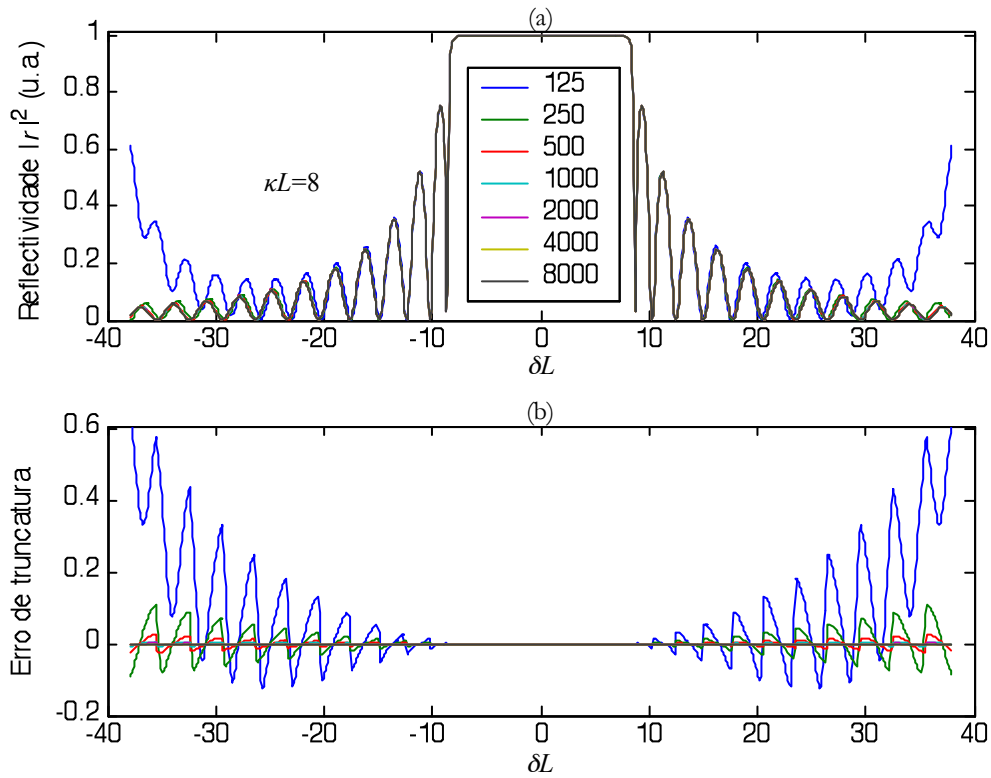


Figura 3-2 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000.

Os dados fornecidos pela Tabela 3-2 mostram que se o passo for reduzido para metade, o erro cometido diminui de um factor de 4, o que confirma a dependência do erro da aproximação de Heun com  $h^2$ .

Tamanho do passo, $h_k$ (m)	Número de passos simulados, $N$	Aproximação de $r(\lambda_N), r_N$	Erro de truncatura, $\epsilon_k$	Razão entre erros, $\epsilon_k / \epsilon_{k+1}$
$8 \times 10^{-5}$	125	$9.9917980329 \times 10^{-1}$	$4.3637191423 \times 10^{-6}$	4.0793129823
$4 \times 10^{-5}$	250	$9.9918309729 \times 10^{-1}$	$1.0697191319 \times 10^{-6}$	4.0380257703
$2 \times 10^{-5}$	500	$9.9918390209 \times 10^{-1}$	$2.6491141780 \times 10^{-7}$	4.0186069722
$1 \times 10^{-5}$	1000	$9.9918410108 \times 10^{-1}$	$6.5921205938 \times 10^{-8}$	4.0092068645
$5 \times 10^{-6}$	2000	$9.9918415056 \times 10^{-1}$	$1.6442455619 \times 10^{-8}$	4.0044959990
$2.5 \times 10^{-6}$	4000	$9.9918416290 \times 10^{-1}$	$4.1059987632 \times 10^{-9}$	4.0019192869
$1.25 \times 10^{-6}$	8000	$9.9918416598 \times 10^{-1}$	$1.0260073901 \times 10^{-9}$	

Tabela 3-2 - Relação entre o tamanho do passo e o erro de truncatura, utilizando o método de Heun para simular uma rede de Bragg com  $L=10 \text{ mm}$ ,  $\square_B=1550 \text{ nm}$  e amplitude de modulação  $4 \times 10^4$ . Os dados foram recolhidos para  $\square_N=1549.8 \text{ nm}$ .

Por isso, o inconveniente do cálculo de dois declives por cada passo em (3-5) é compensado pelo ganho significativo em precisão.

### 3.2.3 Método de Euler melhorado preditor-corrector

Um método iterativo simples do tipo preditor-corrector pode deduzir-se usando ambas as fórmulas de Euler, a explícita (3-2) e a implícita melhorada (3-5).

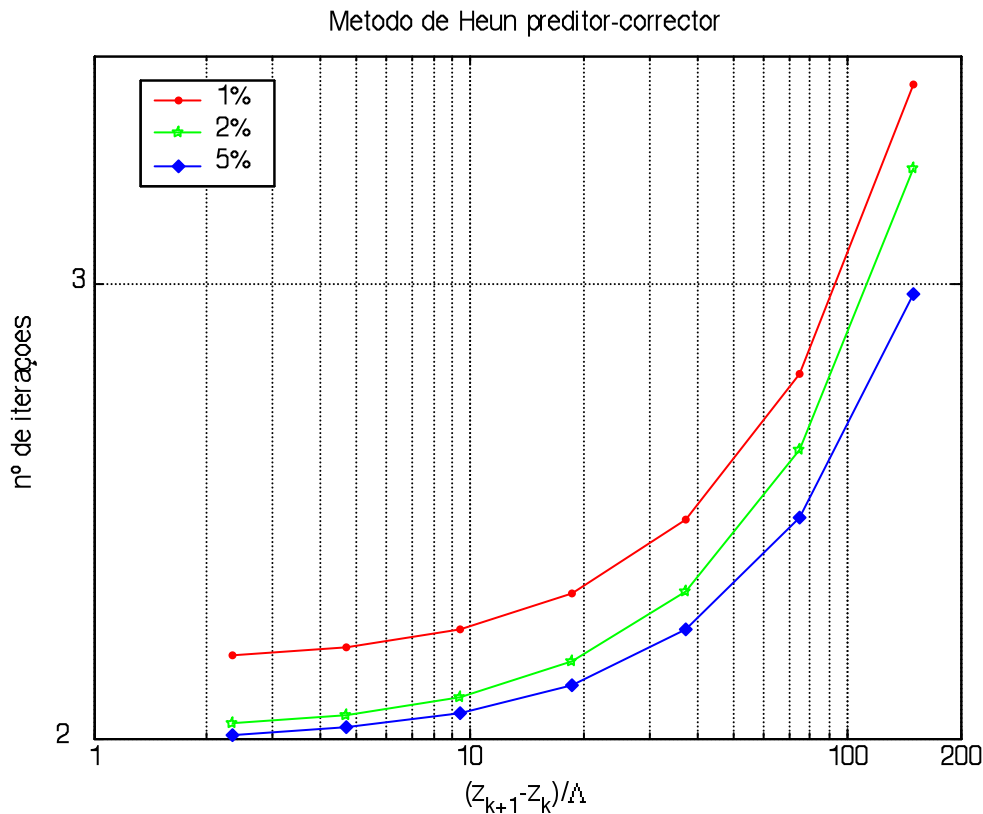


Figura 3-3 - Gráfico representativo do número de iterações para variações no erro de 1%, 2% e 5%, em função do tamanho do passo de simulação normalizado. Dados obtidos para uma rede uniforme com  $L=10$  mm,  $\Lambda_B=1550$  nm e amplitude de modulação  $4 \times 10^{-4}$ .

Dado um ponto inicial  $(z_k, r(z_k))$  e o tamanho do passo  $h$ , um método iterativo preditor-corrector para o cálculo da solução numérica  $r(z_{k+1})$  resume-se aos seguintes passos:

**1º passo:** Calcular  $\frac{dr(z_{k+1})}{dz}$  pela fórmula preditora (3-2).

**2º passo:** Calcular  $r(z_{k+1})$  usando a fórmula correctora (3-5) da seguinte forma:

(a) Para a primeira iteração utiliza-se o valor calculado no 1º passo para  $\frac{dr(z_{k+1})}{dz}$  em (3-2).

(b) Nas iterações seguintes, usar  $r(z_{k+1})$  calculado na iteração precedente para  $\frac{dr(z_{k+1})}{dz}$ , na equação (3-5).

Quando a fórmula correctora converge, o processo repete-se executando o 1º passo e o 2º passo para calcular o valor da solução numérica seguinte. Este processo começa em  $z_1 = L$  e prossegue até que todos os valores  $r(z_1), r(z_2), r(z_3), \dots, r(z_N)$  sejam calculados.

A convergência deste método simples é testada calculando a diferença entre duas iterações sucessivas de  $r(z_{k+1})$ , calculadas no 2º passo, e compará-la a um termo positivo  $\varepsilon_d$ . Se o módulo dessa diferença é inferior a  $\varepsilon_d$ , então considera-se que a convergência da solução numérica foi atingida para o passo de índice  $k$ . Nesse caso prossegue-se para o cálculo da solução aproximada relativa ao passo seguinte, de índice  $k + 1$ . Caso contrário, deve-se repetir todo o processo do 2º passo, até que a convergência para o passo de índice  $k$  seja atingida [10].

Observando a Figura 3-3 verifica-se que o número de iterações aumenta com o passo da simulação. Além disso, se a diferença entre duas iterações sucessivas,  $\varepsilon_d$ , for estipulado em 1%, uma simulação com passo normalizado 100 necessita de 4 iterações no 2º passo. Se o limite  $\varepsilon_d$  for menos restritivo e for fixado em 5%, o número de iterações desce para 3.

### 3.2.4 Método de Runge-Kutta

Um dos métodos mais utilizados para a calcular a solução de equações diferenciais em P.V.I. é o método de Runge-Kutta. O método mais comum é de ordem 4 (RK4) e baseia-se no desenvolvimento de Taylor da forma (3-1) truncada após o termo de quarta ordem. Pode no entanto ser construído para qualquer ordem.

Partindo do ponto  $(z_k, r(z_k))$ , a sequência de aproximação é gerada [9] utilizando a fórmula,

$$r(z_{k+1}) = r(z_k) - \frac{h(f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4)}{6}, \quad (3-6)$$

$$z_{k+1} = z_k - h; \quad k = 0, 1, \dots, N - 1$$

onde

$$\begin{aligned}
 f_1 &= \frac{dr(z_k, r_k)}{dz_k} & (3-7) \\
 f_2 &= \frac{dr\left(z_k + \frac{h}{2}, r_k - \frac{h}{2}f_1\right)}{dz_k} \\
 f_3 &= \frac{dr\left(z_k + \frac{h}{2}, r_k - \frac{h}{2}f_2\right)}{dz_k} \\
 f_4 &= \frac{dr(z_k + h, r_k - hf_3)}{dz_k}
 \end{aligned}$$

são estimativas para os declives em quatro pontos, no intervalo de um passo.

Os resultados obtidos mostram claramente a superioridade deste método de integração sobre os dois anteriores.

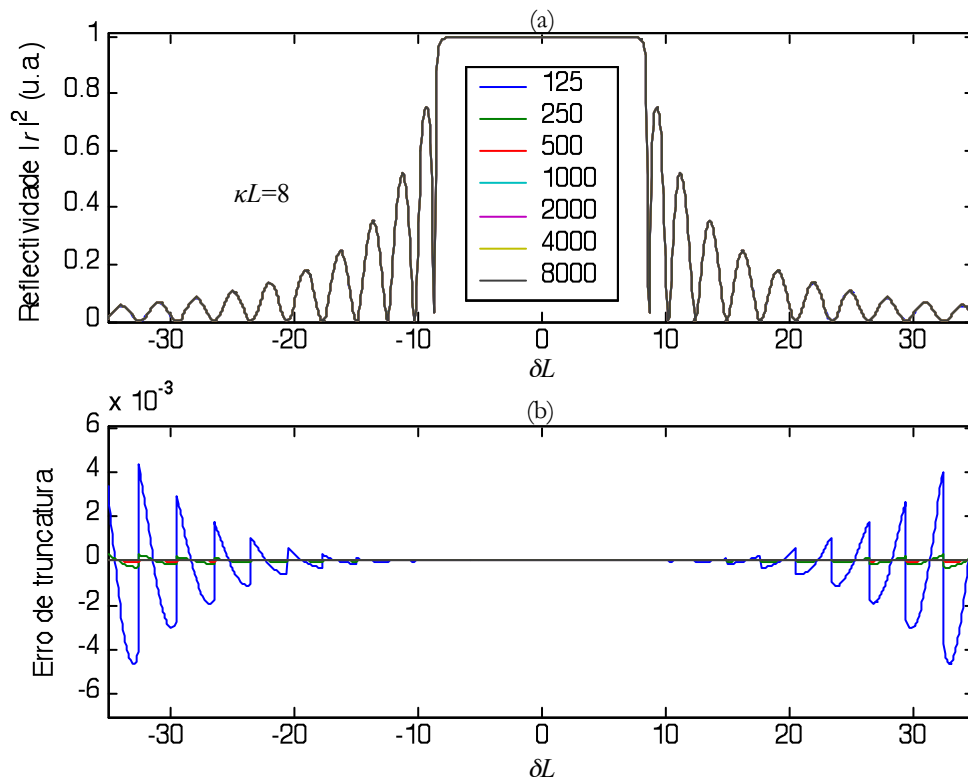


Figura 3-4 - Espectro de reflexão (a) e erro de truncatura (b) em função da frequência normalizada, para simulações com um número de passos compreendidos entre 125 e 8000.

Na Figura 3-4, a convergência da solução nas extremidades do gráfico obtêm-se mesmo para um número reduzido de pontos de simulação. A análise numérica das simulações, resumida na Tabela 3-3, confirma a redução teórica do erro cometido de um factor de 16, por cada duplicação do número de pontos simulados [9].

Tamanho do passo, $h_k$ (m)	Número de passos simulados, $N$	Aproximação de $r(\lambda_N), r_N$	Erro de truncatura, $\varepsilon_k$	Razão entre erros, $\varepsilon_k / \varepsilon_{k+1}$
$8 \times 10^{-5}$	125	$2.2103208858 \times 10^{-1}$	$2.6246919017 \times 10^{-4}$	19.1936810011
$4 \times 10^{-5}$	250	$2.2352003278 \times 10^{-1}$	$1.3674770887 \times 10^{-4}$	18.0256357086
$2 \times 10^{-5}$	500	$2.2364919420 \times 10^{-1}$	$7.5862904965 \times 10^{-5}$	17.1312270135
$1 \times 10^{-5}$	1000	$2.2365633765 \times 10^{-1}$	$4.4283404163 \times 10^{-5}$	16.5977437698
$5 \times 10^{-6}$	2000	$2.2365675381 \times 10^{-1}$	$2.6680375825 \times 10^{-5}$	16.3070996768
$2.5 \times 10^{-6}$	4000	$2.2365677885 \times 10^{-1}$	$1.6361202393 \times 10^{-6}$	16.1573949258
$1.25 \times 10^{-6}$	8000	$2.2365678038 \times 10^{-1}$	$1.0126138816 \times 10^{-6}$	

Tabela 3-3 - Relação entre o tamanho do passo e o erro de truncatura, utilizando o método de Runge-Kutta 4. Os dados foram recolhidos para  $\lambda_N = 1549.2 \text{ nm}$ , simulando a mesma rede de Bragg que nos métodos de Euler e Heun.

### 3.3 Método da matriz de transferência

O método da matriz de transferência [8] começa por dividir a rede de Bragg num conjunto de  $M$  secções, que são consideradas uniformes, *i.e.*, os parâmetros  $\phi$ ,  $\kappa$  e  $\sigma$  são constantes. Cada secção uniforme, de comprimento  $\Delta z$ , é identificada por uma matriz quadrada de dimensão  $2 \times 2$ . Todas as matrizes assim criadas são multiplicadas entre elas, resultando numa matriz única  $2 \times 2$ , que caracteriza toda a rede [4]. No caso de uma rede de Bragg, com as condições fronteira descritas no capítulo 3.2.1, a propagação dos modos acoplados por cada secção uniforme é descrita pela matriz  $T_k$ ,

$$\begin{bmatrix} u_{k-1} \\ v_{k-1} \end{bmatrix} = T_k \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix}; k = M, M-1, \dots, 1 \quad (3-8)$$

onde

$$T_k = \begin{bmatrix} \bar{\varphi} & \bar{\varsigma} \\ \varsigma & \varphi \end{bmatrix} \quad (3-9)$$

As variáveis  $\bar{\varphi}$  e  $\bar{\zeta}$  são o conjugado de  $\varphi$  e  $\zeta$ , respectivamente, definidas por

$$\varphi = \cosh(\alpha\Delta z) + j\frac{\hat{\sigma}}{\alpha}\sinh(\alpha\Delta z) \quad (3-10)$$

$$\zeta = j\frac{\kappa}{\alpha}\sinh(\alpha\Delta z) \quad (3-11)$$

O método sofre de algumas limitações, pelo que devem ser impostas condições para que possamos ter alguma confiança nos resultados espectrais para redes de Bragg. O número de secções não pode ser arbitrariamente elevado, porque a teoria dos modos acoplados não é válida para secções da rede com poucos períodos de comprimento [2]-[5] [8]. Por exemplo, a Figura 3-5 mostra o resultado da redução do número de períodos por secção de 94 (100 secções) para 4 (2339 secções), não sendo por isso respeitados os requisitos inerentes à teoria dos modos acoplados no segundo caso. A validade da simulação pelo método da matriz de transferência com 100 secções foi confirmada com a utilização do método RK4.

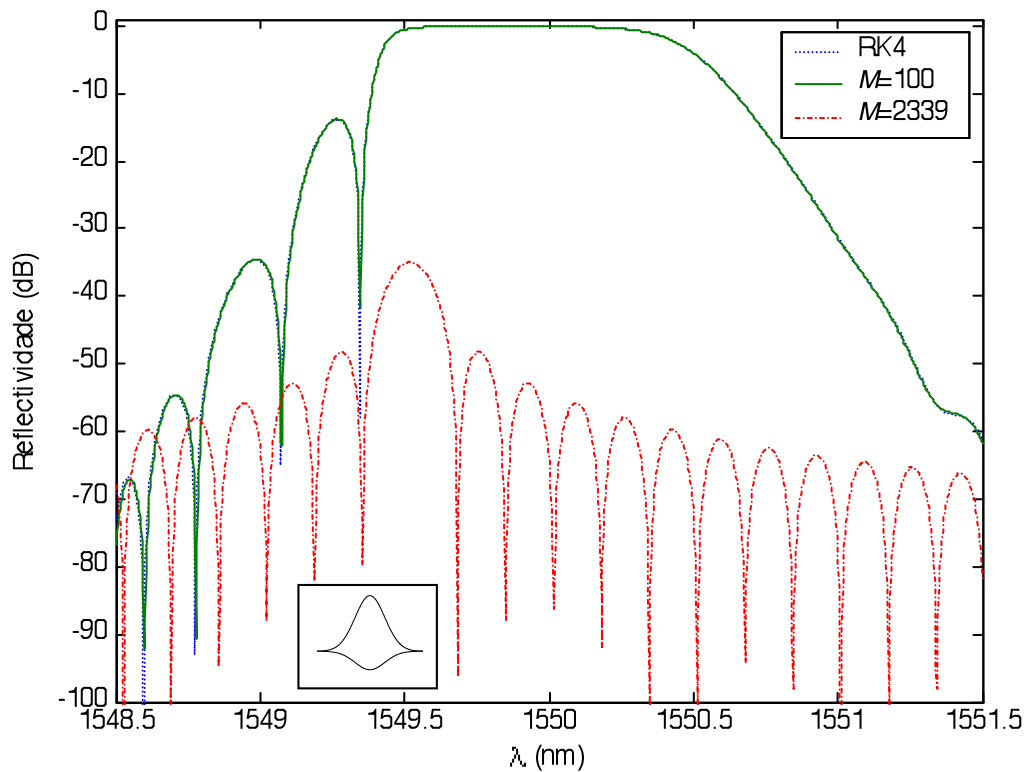


Figura 3-5 - Comparação dos resultados da simulação pelo método da matriz de transferência com 100 e 2339 secções e pelo método RK4, numa rede de Bragg com apodização gaussiana, com 5 mm de comprimento, amplitude de modulação  $9 \times 10^4$  e valor médio 0.5. A envolvente da perturbação é também apresentada.

Esta condição é descrita [4]-[5] pela inequação,

$$M \ll \frac{2n_{ef}L}{\lambda_B} \quad (3-12)$$

Além disso, se as secções apresentarem um comprimento tal, que provoque variações significativas da amplitude de modulação  $\kappa$  entre secções adjacentes, podem surgir réplicas do pico de reflexão em comprimentos de onda distantes, como mostra o exemplo da Figura 3-6. Este fenómeno impõe um limite inferior ao número de secções  $M$ .

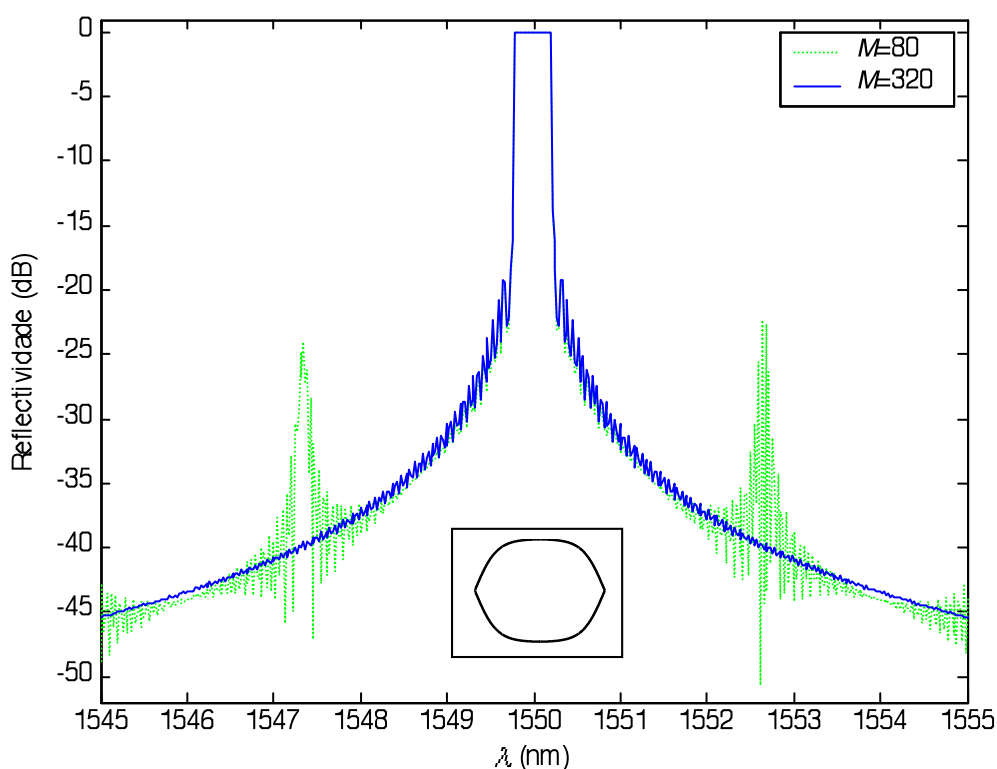


Figura 3-6 - Comparação dos resultados da simulação com 80 e 320 secções, numa rede de Bragg com apodização tangente hiperbólica ( $\eta=3$ ) com 25 mm de comprimento e amplitude de modulação  $4 \times 10^4$ . a figura inserida representa o perfil da apodização.

Segundo os autores das referências [2] e [5], um número de secções entre 50 e 100 permite a simulação da maioria das redes de Bragg com aplicação prática. No entanto, uma análise empírica pormenorizada do método da matriz de transferência demonstrou que, para algumas simulações, esse número é insuficiente. Foi por isso realizado um conjunto de simulações para verificar a existência de uma relação entre o número de secções utilizadas e o espaçamento espectral  $\Delta\lambda$  das primeiras réplicas do pico de reflexão. A Figura 3-7 mostra uma relação

aproximadamente linear entre a figura de mérito  $M/L$  e  $\Delta\lambda$ , onde  $L$  é o comprimento da rede e  $M$  é o número de secções.

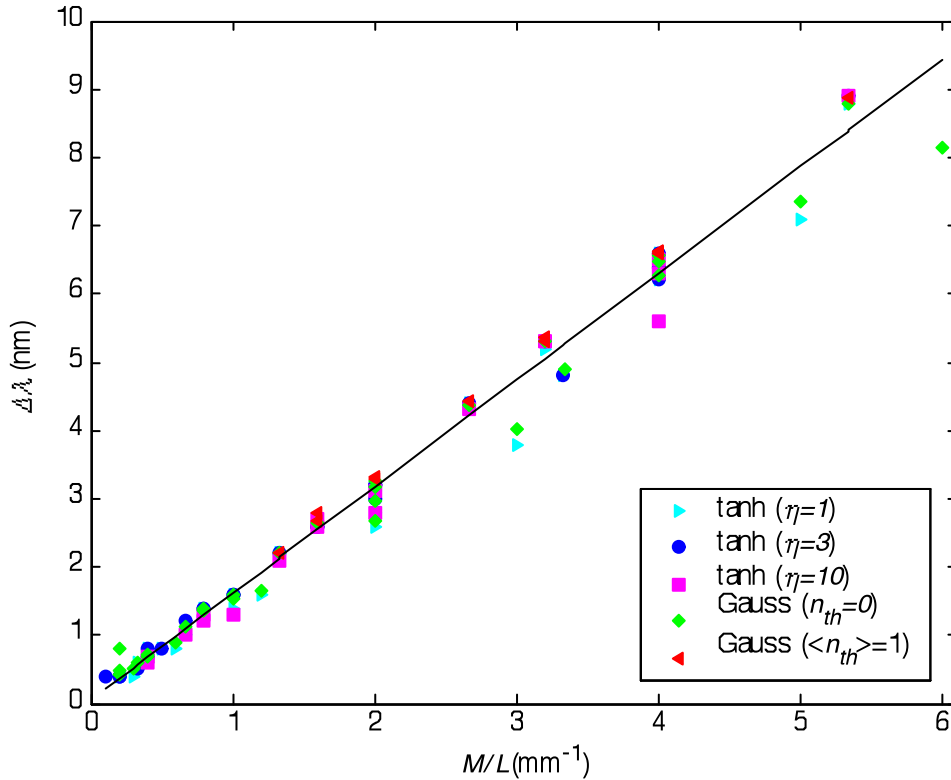


Figura 3-7 - Resultados da simulação de redes de Bragg com apodização tangente hiperbólica com  $\eta=1$ ,  $\eta=3$  e  $\eta=10$ ; apodização gaussiana com valor médio do índice de refração nulo ou unitário.

Por regressão linear sobre o conjunto de pontos obtidos, verifica-se a relação aproximada,

$$\Delta\lambda \approx 1.6 \times 10^{-12} \frac{M}{L} \quad (3-13)$$

Com  $\Delta\lambda$  e  $L$  são definidos em metros. É por isso possível determinar a localização das réplicas espectrais com base no conhecimento do comprimento da rede. Um aumento no número de secções provoca um afastamento dos picos de reflexão secundários, que para uma simulação válida devem ficar fora da janela espectral de simulação. Agrupando esta relação com a equação (3-12), o método da matriz de transferência fornece boas aproximações desde que seja respeita a relação:

$$\frac{\Delta\lambda L}{1.6 \times 10^{-12}} \ll M \ll \frac{2n_{ef}L}{\lambda_B} \quad (3-14)$$

### 3.4 Método de Rouard

O método de Rouard aplicado às redes de difracção em guias de onda foi apresentado por Weller-Brophy e Hall [11]-[12]. Trata-se de um processo recursivo, onde secções de dimensão reduzida, tipicamente com um período de comprimento, e caracterizadas por uma reflectividade complexa efectiva, são substituídas por uma interface única, que mantém as características de amplitude e de fase de cada secção. A Figura 3-8 ilustra o processo.

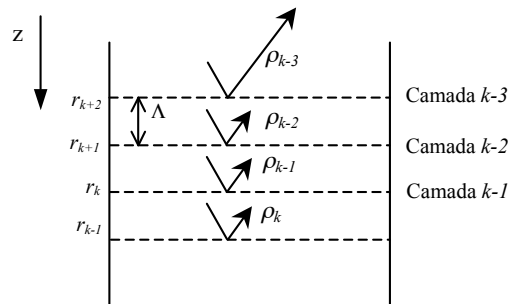


Figura 3-8 - Secção longitudinal de uma rede de difracção periódica, com quatro secções ilustradas.

Começando em  $z = L$ , a equação de Airy [11] é utilizada para determinar a reflectividade complexa da última camada,

$$\rho_k = \frac{r_{k-1} + r_k e^{-2j\Delta_k}}{1 + r_{k-1} r_k e^{-2j\Delta_k}} \quad (3-15)$$

Para modulações do índice de refracção sinusoidais, o módulo da reflectividade de cada interface é obtido pela teoria dos modos acoplados [11], pelo que a equação (2-57) é utilizada para calcular  $r_k$  e  $r_{k-1}$ . A variação de fase em cada camada define-se por,

$$\Delta_k = \frac{2\pi n_k}{\lambda} \Delta z_k \quad (3-16)$$

Onde  $n_k$  é o índice de refracção local,  $\Delta z_k$  o comprimento da secção  $k$  e  $\lambda$  o comprimento de onda. Fazendo novamente uso da equação de Airy, a reflectividade complexa das restantes secções é obtida com a expressão

$$\rho_k = \frac{r_{k-1} + \rho_{k+1} e^{-2j\Delta_k}}{1 + r_{k-1} \rho_{k+1} e^{-2j\Delta_k}} \quad (3-17)$$

$$k = i, i-1, \dots, 1; \quad L = i\Lambda, i \in \mathbb{N}$$

O processo repete-se para todas as secções da rede, e a reflectividade complexa de toda a rede é assim obtida. Este método tem, no entanto, um grande inconveniente, já que o tempo de simulação é proporcional ao número de períodos da rede, o que pode tornar todo o processo lento, mesmo para redes com comprimentos da ordem dos milímetros.

### 3.5 Método da transformada de Fourier

Verifica-se que, para redes com acoplamento forte entre modos, a aproximação definida na secção 2.5.2 é inadequada devido à acumulação de erros de fase [13]. A largura espectral calculada é, por isso, correcta no ponto de máxima reflectividade, mas mais estreita do que seria de esperar [14].

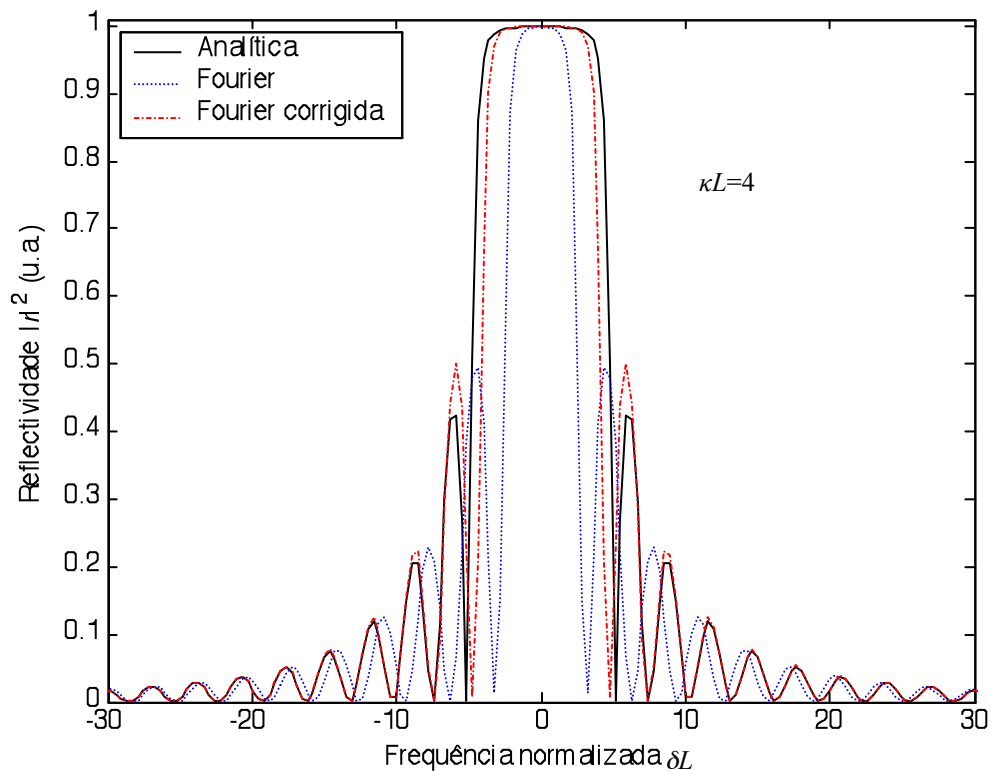


Figura 3-9 - Gráfico do espectro de reflexão de uma rede uniforme, obtido pela solução fechada (2-58) (traço contínuo) e pelo método da Transformada de Fourier sem correção (...) e com correção (-.-.).

Estudos recentes [15]-[16] demonstram que a análise espectral das redes de Bragg pela transformada de Fourier pode ser aplicada a redes com elevada reflectividade, próxima dos 100%, utilizando uma aproximação de Debye-Waller modificada sobre o parâmetro de sintonia  $\delta$ , definido em (2-46).

O novo parâmetro  $\langle \delta_R \rangle$  está relacionado com  $\delta$  por

$$\langle \delta_R \rangle = \delta^2 - |\langle \kappa \rangle|^2 \left( 1 - e^{[-(\delta/\langle \kappa \rangle)^2]} \right) \quad (3-18)$$

onde  $\langle \kappa \rangle$  é o valor médio do factor de acoplamento  $\kappa$  definido na equação (2-44),

$$\langle \kappa(z) \rangle = \frac{k_0}{L} \int_0^L \kappa(z) dz \quad (3-19)$$

A substituição de  $\delta$  por  $\langle \delta_R \rangle$  na equação (2-45) é o único requisito necessário para corrigir a acumulação dos erros de fase da equação (2-62), para redes com acoplamento forte.

O exemplo apresentado na secção 2.5.2 para uma rede com acoplamento forte foi novamente simulado e os resultados, apresentados na Figura 3-9, mostram uma clara melhoria na resposta espectral do método de Fourier, corrigido com a equação (3-18).

### 3.6 Comparação dos métodos numéricos

Implementados os métodos acima descritos, realizaram-se várias simulações sobre dois tipos de redes: com perfil uniforme ou perfil apodizado. Nas últimas, a apodização escolhida recaiu na tangente hiperbólica, porque permite aproximar vários perfis, tal como o triangular ou o gaussiano, mediante a escolha adequada do parâmetro  $\eta$  (Ver equação (2-22)). Para averiguarmos o desempenho dos diferentes métodos, no que diz respeito à precisão do resultado, é calculado o coeficiente de correlação máximo entre a reflectividade obtida pela solução fechada (2-57) e a reflectividade resultante de cada um dos métodos numéricos, como mostra a equação (3-20):

$$c_{xy}(0) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} x_i^2 \sum_{i=0}^{N-1} y_i^2}} \quad (3-20)$$

Nesta equação,  $x$  e  $y$  são dois vectores de comprimento  $N$ , sendo  $N$  o número de pontos espectrais simulados. Admite-se que 98% é o valor mínimo da correlação cruzada para considerar válidos os resultados de um determinado método numérico [14].

Todas as redes têm em comum um índice de refração efectivo  $n_{eff} = 1.45$ , visibilidade  $\nu = 1$ , comprimento de onda central em 1550 nm, valor médio nulo ( $n_{th} = 0$ ) e foram simuladas numa banda espectral com 10 nm de largura. Salvo indicação em contrário,  $L = 2$  mm e  $\bar{\delta}n_{eff} = 4 \times 10^{-4}$ .

### 3.6.1 Rede uniforme

Calculando a correlação cruzada entre os diversos métodos e a solução fechada em função do comprimento da rede, verifica-se que o método de Rouard é de todos o mais preciso. A Figura 3-10 mostra que, para este método, a correlação cruzada da reflectividade é constante e equivalente a 1, em todas as redes simuladas com tamanhos compreendidos entre 0.5 e 25 mm.

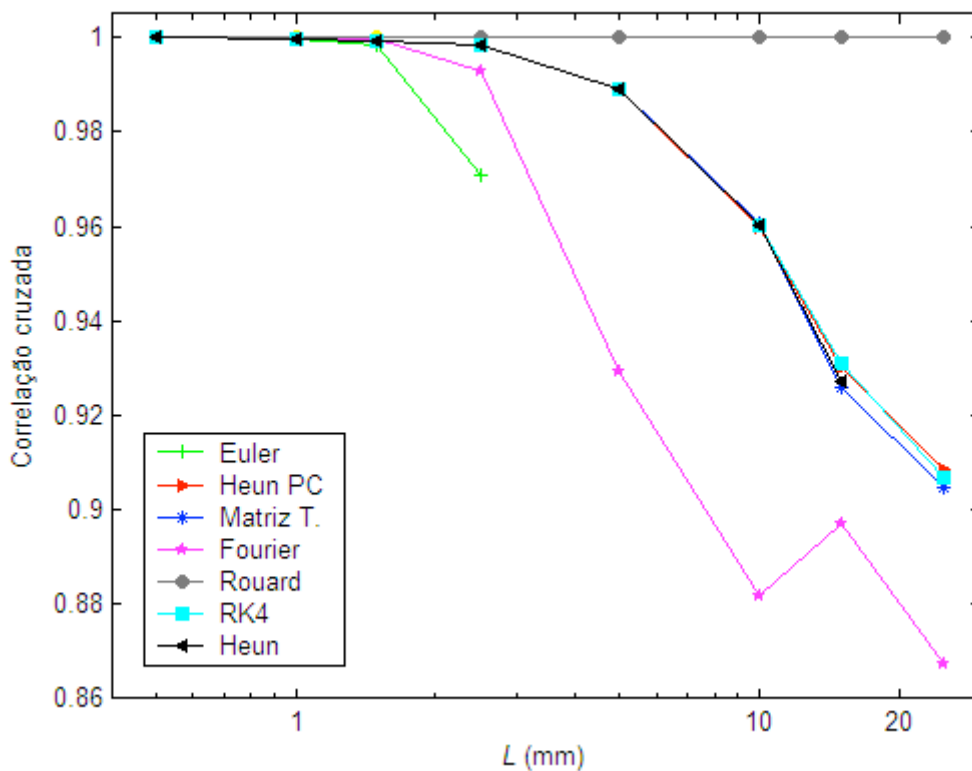


Figura 3-10 - Correlação cruzada da reflectividade, entre a solução fechada (2-57) e os métodos numéricos implementados. O método da Matriz de Transferência utiliza  $M=50$ ; O método de Heun Predictor Corrector (Heun PC) tem 3 iterações. Os quatro métodos de integração numérica (Euler, Heun, Heun PC e Runge Kutta 4) usam 2000 pontos para o comprimento  $L$ . Ao nível espectral, todos os métodos calculam 500 pontos num intervalo de 10 nm.

Todos os métodos de integração numérica perdem precisão ao longo do gráfico, porque o aumento no comprimento não é acompanhado por um aumento no número de pontos

simulados, que é mantido constante (2000). O efeito resultante é o de uma amostragem espacial insuficiente.

Os resultados provenientes do método de Euler, devido ao seu fraco poder de convergência fora da banda central, deixam de estar correlacionados para rede maiores de 1.5 mm. O mesmo se passa para o método de Heun, mas para redes com comprimento superior a 16 mm.

Por exemplo, a Figura 3-11 mostra que o método de Euler falha em aproximar a solução analítica fora da banda central de reflexão, divergindo da solução analítica. Para a mesma rede, O método da transformada de Fourier corrigido não produz valores correctos dentro da banda de reflexão máxima, devido aos erros de fase que introduz (ver secção 3.5).

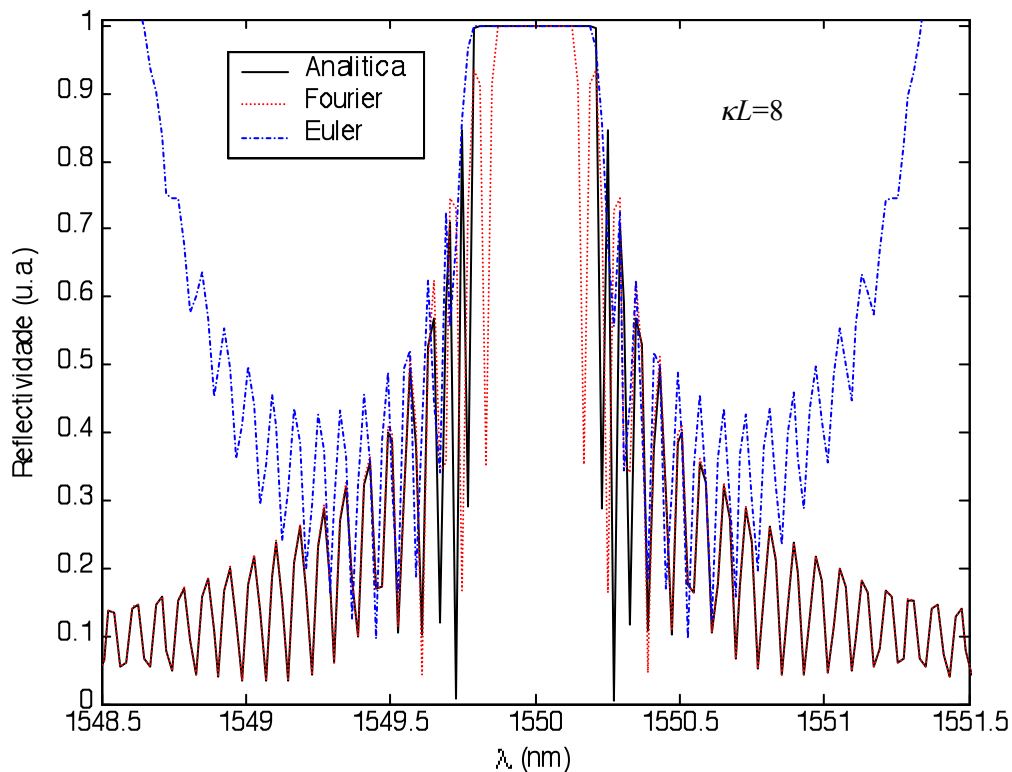


Figura 3-11 - Resposta espectral em amplitude para uma rede uniforme com 10 mm, obtida por três métodos: Integração numérica pelo método de Euler (-.-), Transformada de Fourier (- - -) e solução analítica (\_\_\_).

Finalmente, o comportamento do método da matriz de transferência perde precisão com o aumento no comprimento da rede, devido ao número de secções utilizado ser constante e igual a 50. Para  $L = 25$  mm, o número de secções adequado, calculado pela relação (3-14), deve pertencer ao intervalo  $[157, 46774]$ . Como o valor utilizado ( $M = 50$ ) é

manifestamente insuficiente, leva ao aparecimento de réplicas do pico de reflexão central dentro da janela de simulação, diminuindo assim a correlação com a solução fechada.

O comportamento de cada método é novamente testado e correlacionado com a solução geral, variando agora a amplitude de modulação do índice de refração entre  $0.5 \times 10^{-4}$  e  $32 \times 10^{-4}$ . Para que o comprimento da rede não influencie esta nova análise, os gráficos da Figura 3-10 são analisados para escolher um comprimento para o qual todos os métodos tenham uma correlação equivalente e próxima de 1. O comprimento da rede escolhido é 1.6 mm.

A Figura 3-12 confirma o bom desempenho dos métodos de integração numérica de ordem mais elevada, nomeadamente o método de Runge-Kutta 4, além dos métodos de Rouard e da matriz de transferência.

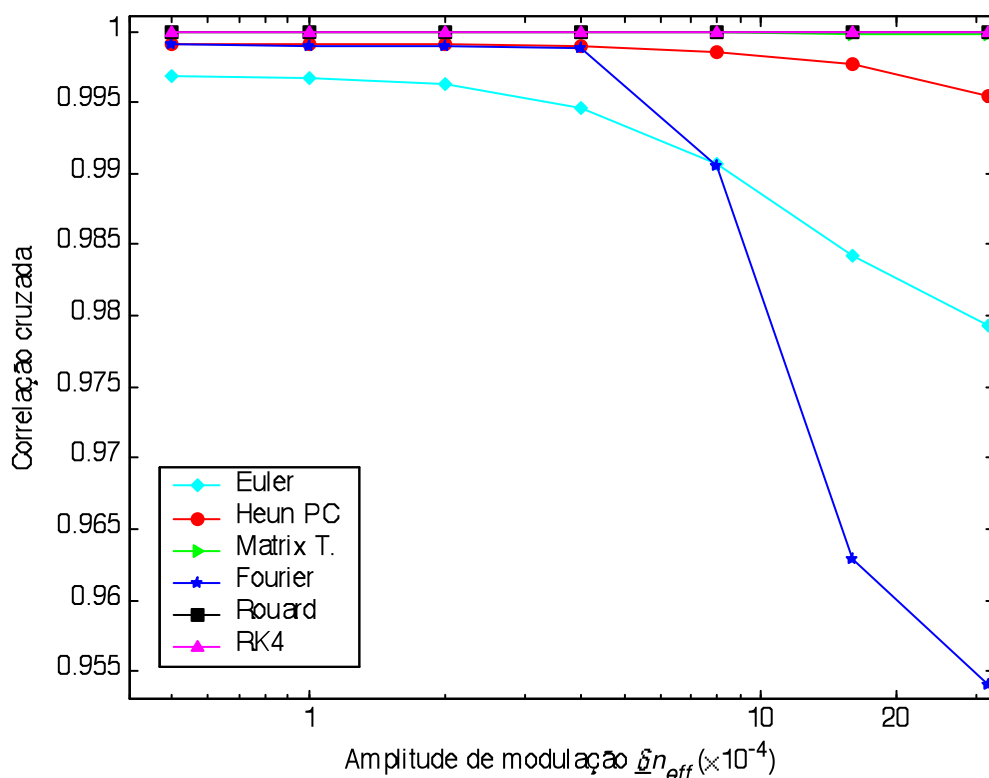


Figura 3-12 - Correlação cruzada da reflectividade em função de  $\bar{\delta n}_{eff}$  considerando uma rede uniforme com 2 mm de comprimento. O método da Matriz de Transferência utiliza  $M=50$ ; O método de Heun Preditor Corrector (Heun PC) tem 3 iterações. Os três métodos de integração numérica (Euler, Heun PC e Runge-Kutta 4) usam 2000 pontos para o comprimento  $L$ . Ao nível espectral, todos os métodos calculam 500 pontos num intervalo de 10 nm.

No entanto, é de salientar que o método de Euler, embora seja um método com fraca convergência comparado aos outros, mantém neste caso uma correlação superior a 98% em

praticamente todas as simulações. Para amplitude de modulação superiores a  $4 \times 10^{-4}$ , o espectro obtido pelo método da transformada de Fourier é mais estreito dentro da banda de central de reflexão, em comparação com aquele que é obtido pela solução fechada (2-57), provocando uma diminuição acentuada no valor da correlação cruzada.

### 3.6.2 Rede apodizada

No caso das redes apodizadas, a equação (2-57) não é aplicável. A solução encontrada consiste em utilizar os resultados do método de Rouard como referência, admitindo que a precisão e o bom comportamento demonstrados para redes uniformes se possam estender na análise das redes apodizadas.

As simulações realizadas foram no intuito de calcular a reflectividade de uma rede com perfil tangente hiperbólica (ver a expressão (2-22)) num intervalo espectral de 10 nm, variando o comprimento entre 0.5 e 25 mm. Os restantes parâmetros de simulação são iguais aos utilizados para as redes uniformes.

Para um perfil tangente hiperbólica com  $\eta = 1$ , as curvas de correlação vêm representadas na Figura 3-13. Constata-se que, tal como nas redes uniformes e pelas mesmas razões, os métodos de Euler e da transformada de Fourier não são adequados para simular redes com comprimento superior a 2.5 mm [17]-[18], se for novamente estipulado em 98% o limite de correlação inferior para que dois métodos sejam considerados correlacionados.

Com um aumento do parâmetro  $\eta$ , as Figuras 3-14 e 3-15 mostram uma diminuição global da correlação cruzada, principalmente para redes de maior comprimento. Este comportamento pode ser justificado por duas razões: Em primeiro lugar, com o aumento do parâmetro  $\eta$ , o perfil da rede de Bragg assemelha-se mais ao de uma rede uniforme, onde nas extremidades existe uma variação brusca do índice de refração. Esta característica leva ao aparecimento de lobos laterais com amplitude relativamente elevada, em torno da banda de máxima reflectividade. Segundo, um aumento do comprimento da rede de Bragg provoca o estreitamento da banda de reflexão. Por isso, mantendo a janela espectral de simulação em 10 nm, a parte oscilatória do espectro de reflectividade tem um peso crescente no processo de simulação.

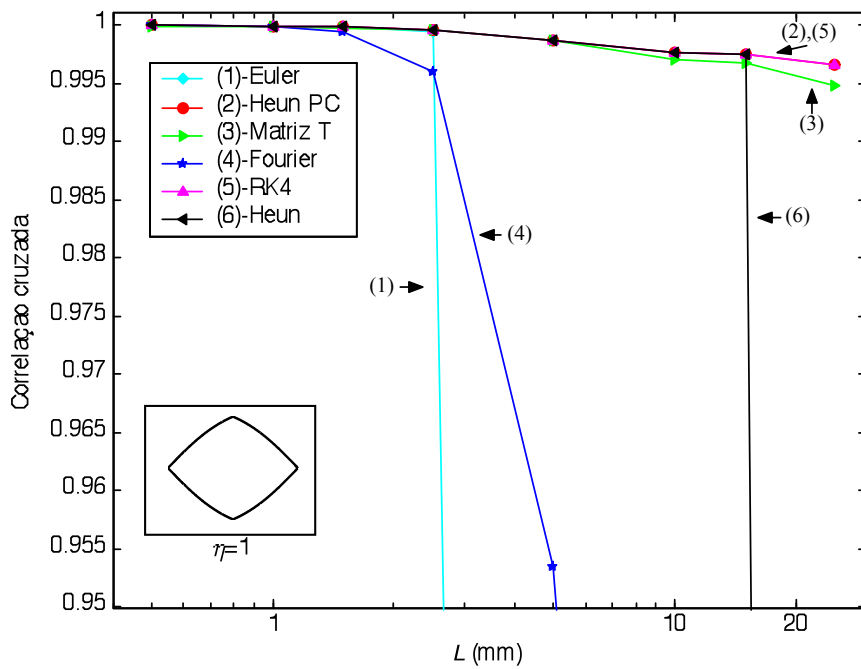


Figura 3-13 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (□), Heun preditor corrector (□), matriz de transferência (□), Fourier corrigido (\*), Runge-Kutta 4 (□) e Heun (□). O perfil do tipo tanh (□=1) é também apresentado.

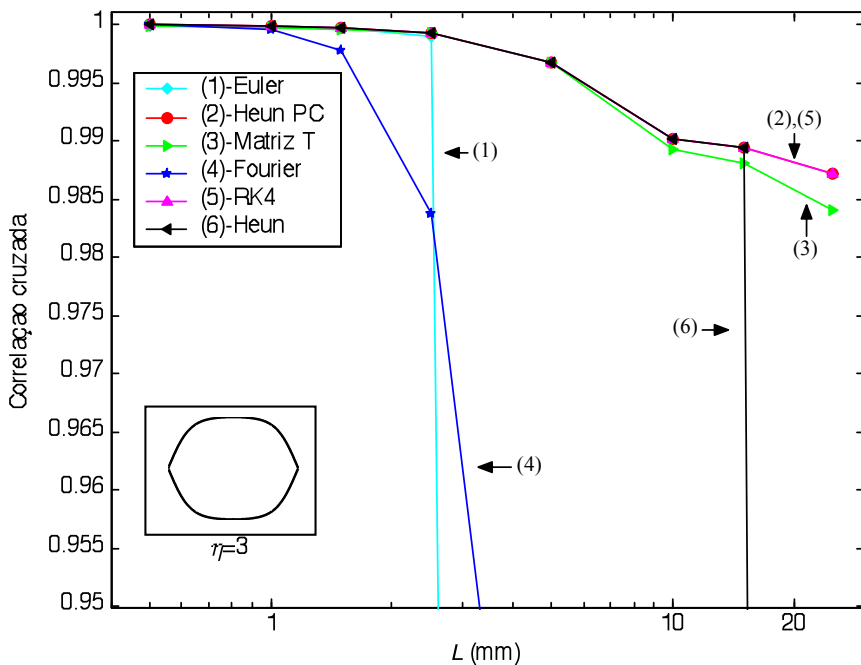


Figura 3-14 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (□), Heun preditor corrector (□), matriz de transferência (□), Fourier corrigido (\*), Runge-Kutta 4 (□) e Heun (□), com perfil tanh e □=3.

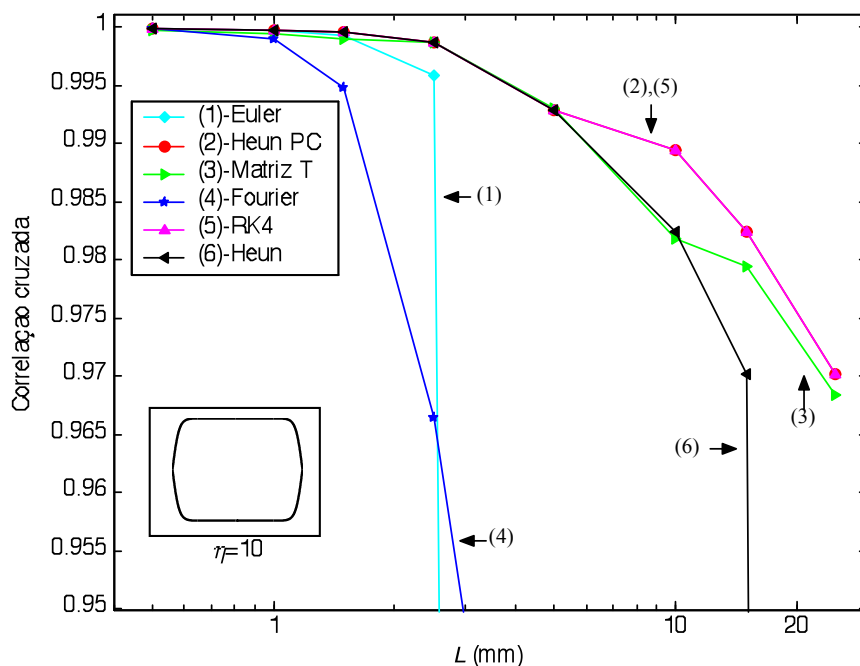


Figura 3-15 - Correlação cruzada da reflectividade, entre o método de Rouard e os métodos de Euler (□), Heun predictor corrector (□), matriz de transferência (□), Fourier corrigido (\*), Runge-Kutta 4 (□) e Heun (□). O perfil apresentado é do tipo tanh com  $\eta=10$ .

### 3.6.3 Tempo de simulação

A análise comparativa do desempenho dos métodos numéricos fica incompleta se não fornecer dados relativos aos tempos de simulação. De modo a relacionar esta análise com os dados obtidos nas duas secções anteriores, são novamente simuladas as redes que serviram de teste para a análise da correlação.

Os testes foram realizados num PC portátil HP Omnibook com 512 Mb de RAM e equipado com um processador Intel Celeron com frequência 1 GHz.

Para uma rede uniforme com comprimento variável entre 0.5 e 25 mm, os tempos de simulações usando 6 métodos distintos estão representados na Figura 3-16.

É visível, para o método de Rouard, um aumento exponencial do tempo de simulação em função do comprimento da rede. Se recordarmos que neste método a rede é analisada para cada período  $\Delta$ , um aumento na extensão da rede produz um aumento relativo do tempo de simulação. Para uma rede com 25 mm, o tempo utilizado por este método para obter o espectro de reflectividade é superior a 200 segundos. É um valor que cerca de 100 vezes superior aos tempos de simulação obtidos noutros métodos.

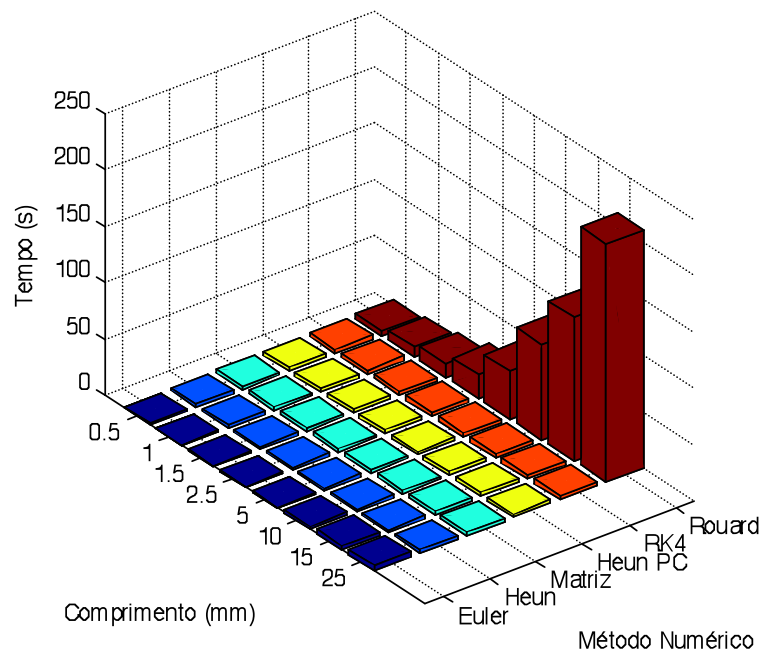


Figura 3-16 – Tempos de simulação para uma rede de Bragg com comprimento variável, usando 6 métodos distintos.

Os tempos de simulação associados aos restantes cinco métodos foram novamente representados na Figura 3-17. Recordemos que os métodos de integração numérica (Euler, Heun, Heun PC e RK4) utilizaram um passo  $h$  correspondente a uma amostragem de 2000 pontos ao longo da rede e que o método da matriz de transferência subdividiu a rede em 50 secções ( $M=50$ ). Ao nível espectral, todos os métodos calcularam 500 pontos ao longo de 10 nm e em torno de 1550 nm.

Como seria de esperar, o tempo de simulação é independente do tamanho da rede. Com excepção do método de Euler, as flutuações verificadas nos valores temporais são resultado do processamento, por parte da máquina utilizada, de outras tarefas que ocorrem em simultâneo com a simulação.

Para redes a partir de 10 mm de comprimento, o método de Euler deixa de convergir para a solução correcta, nos comprimentos de onda fora da banda de central de reflexão (Ver a Figura 3-11). Nestas condições, os cálculos obtidos resultam em valores numéricos muito grandes, o que provoca um aumento da complexidade computacional e conseqüentemente do tempo de simulação.

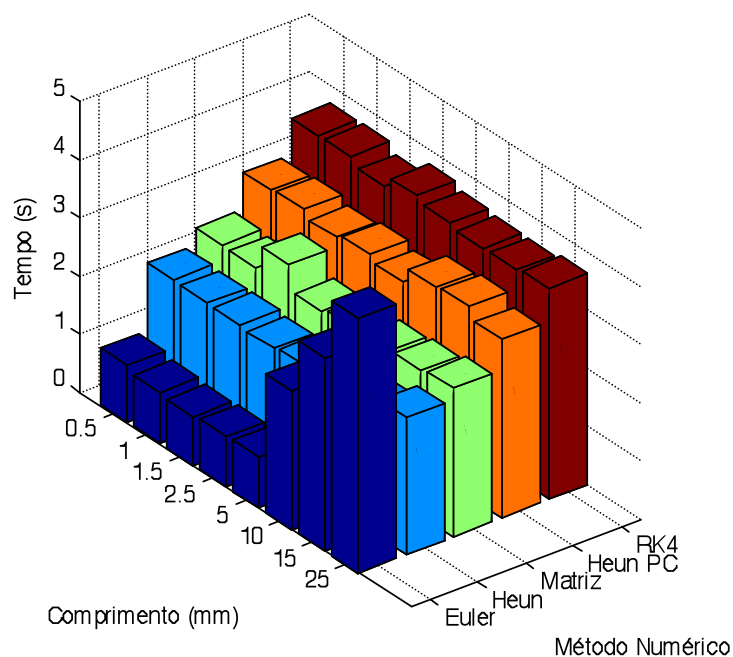


Figura 3-17 - Rede uniforme com parâmetros de simulação idênticos à rede simulada na secção 3.5, sem representar os tempos para o método de Rouard.

Para redes apodizadas, os resultados obtidos foram semelhantes: o método de Euler é o mais rápido, seguido pelo método de Heun, da matriz de transferência, de Heun predictor corrector e finalmente de Runge-Kutta 4.

### 3.7 Outros métodos de análise para redes de Bragg

A panóplia de processo numéricos que permitem calcular a reflectividade é vasta, e os métodos testados representam apenas um conjunto restrito. Outros métodos numéricos, menos divulgados ou utilizados, foram desenvolvidos e posteriormente publicados na literatura da especialidade. Por exemplo, a referência [21] faz uma abordagem discreta baseada em processamento digital de sinal (DSP) para a análise de rede periódicas, baseado nos conceitos desenvolvidos para o método da matriz de transferência. Outros métodos disponíveis são baseados em conceitos físicos das redes de Bragg. É o caso da análise Wentzel Kramers Brillouin (WKB) [19] e da formulação Hamiltoniana [20]. São ainda de salientar dois métodos: uma versão especial do método das diferenças finitas, designado por método das linhas [23]-[24], e o método das ondas de Bloch [5] [22]. Ambos permitem analisar a propagação das ondas electromagnéticas em estruturas gravadas em fibra óptica.

### 3.8 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados e analisados vários métodos de simulação numéricos, com vista à obtenção da resposta espectral das redes de Bragg.

O método de Euler só converge correctamente com um número elevado de passos  $h$ , pelo que, em algumas situações, se pode tornar lento.

A correcção aplicada no método de Fourier continua a introduzir erros de fase, em redes com acoplamento forte, embora sejam menores do que a situação onde não existe correcção.

O método da matriz de transferência, demonstrou, pelas muitas simulações realizadas, fornecer resultados concordantes com o método de Rouard para redes apodizadas e com a solução geral das redes uniformes.

O método de Rouard, embora seja aquele que forneça mais precisão em qualquer tipo de rede, é mais lento de todos os métodos estudados, e deixa de ser atractivo para redes com um número elevado de períodos.

Os resultados conjugados dos tempos de simulação e da precisão dos resultados apontam o método das matrizes como o mais adequado para ser utilizado num simulador. Por exemplo, o simulador comercial IFO-Gratings [28] utiliza este método numérico para obter o espectro de reflectividade das redes de Bragg.

## Referências

- [1] Giles, C. (1997). Lightwave application of fiber Bragg gratings. *J. of Light. Tech.*, **15**, 1391-1404.
- [2] Kashyap, R. (1999). *Fiber Bragg gratings*. San Diego, CA: Academic Press.
- [3] Agrawal, G. P. (2001). *Applications of nonlinear fiber optics*. San Diego, CA: Academic Press.
- [4] Erdogan, T. (1997). Fiber grating spectra. *J. Light. Tech.*, **15**, 1277-1294.
- [5] Othonos, A. & Kalli, K. (1999). *Fiber Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*. Norwood, MA: Artech House.
- [6] Russell, P. ST. J., Archambault, J. & Reekie, L. (1993). Fibre gratings. *Physics World*, **6**, pp. 41-46.
- [7] Hill, K. & Meltz, G. (1997). Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. *J. of Light. Tech.*, **18**, 1263-1276.
- [8] Yamada, M. & Sakuda, K. (1987). Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguides via a fundamental matrix approach. *Appl. Opt.*, **26**, 3474-3478.
- [9] Mathews, J. H. & Fink, K. D. (1999). *Numerical methods using Matlab* (3<sup>rd</sup> ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.
- [10] Rosa, M & Graça, M. M. (1992). *Tópicos de análise numérica – Métodos numéricos*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- [11] Weller-Brophy, L. A. & Hall, D. G. (1985). Analysis of waveguide gratings: application of Rouard's method. *J. Opt. Soc. Am. A*, **2**, 863-871.
- [12] Weller-Brophy, L. A. & Hall, D. G. (1987). Analysis of waveguide gratings: a comparison of the results of Rouard's method and coupled mode theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, **4**, 60-65.
- [13] Peral, E., Capmany, J. & Marti, J. (1996). Iterative solution to the Gel'Fand-Levitan-Marchenko coupled equations and application to synthesis of fiber gratings. *IEEE J. Quant. Electr.*, **32**, 2078-2084.
- [14] Aguado, J. C. et al. (2001). A Fourier transform approximation for Bragg grating reflection filters. *Proceedings of Network and Optical Communications Conferences, Long-Haul and Access Networks, Optical and WDM*, IOS Press, 298-304.
- [15] Parker, M., Mears, R. J. & Walker, S. D. (2001). High Refractive Index Contrast Bragg Gratings: An Accurate Fourier Transform Theory. *3<sup>rd</sup> Bragg Grating Photosensitivity and Poling in Glass Waveguide - BGPP 2001*, Stresa, Italy, July 2001, BThC10-1.
- [16] Parker, M. & Walker, S. (2002). Arrayed waveguide gratings, fiber Bragg gratings and photonic crystals: An isomorphic Fourier transform light propagation analysis. *IEEE J. Select. Topics Quant. Electr.*, **8**, 1158-1167.
- [17] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Numerical methods for fiber Bragg gratings. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Transparent Optical Networks - ICTON 2003*, Warsaw, Poland, June-July 2003, Th.B.5.
- [18] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Comparison of fiber Bragg gratings simulation numerical methods. *Proc. Of the 4<sup>th</sup> Conference on Telecommunications - CONFTELE 2003*, Aveiro, Portugal, June 2003, 87-90.
- [19] Poladian, L. (1993). Graphical and WKB analysis of nonuniform Bragg gratings. *Phys. Rev. E*, **48**,

4758-4767.

- [20] Hirono, T. & Yoshikuni, Y. (1994). A Hamiltonian formulation for coupled-wave equations. *IEEE J. Quant. Electr.*, **30**, 1751-1755.
- [21] Frolik, J. L. & Yagle, A. E. (1995). An asymmetric discrete-time approach for the design and analysis of periodic waveguide gratings. *J. Light. Tech.*, **13**, 175-185.
- [22] Peral, E. & Capmany, J. (1997). Generalized Bloch wave analysis for fiber and waveguide gratings. *J. Light. Tech.*, **15**, 1295-1302.
- [23] Goncharenko, I. A., Helfert, S. F. & Pregla, R. (1999). General analysis of fibre grating structures. *J. Opt. Soc. Am. A*, **1**, 25-31.
- [24] Goncharenko, I. A. & Zervas, M. N. (2002). Analysis method for apodized grating structures. *Opt. And Quant. Electr.*, **34**, 471-479.
- [25] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Ferramenta de simulação para análise espectral de redes de Bragg. *Revista do DETUA*, **3**, 796-800.
- [26] Lima, M. J., *Optimização de sistemas de comunicação baseados na tecnologia WDM*. Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal (2003).
- [27] Broderick, N. & Sterke, C. (1997). Theory of grating superstructures. *Phys. Rev. E*, **55**, 3634-3646.
- [28] *IFO Gratings 3.0 – Integrated & fiber optical gratings design software* [Programa de computador]. (1999). Ottawa, ON: Optiwave Corporation (12871/250699-ZU)

## Capítulo 4

# Sintonia de redes de Bragg

### 4.1 Introdução

A evolução dos sistemas de transmissão de um conjunto de ligações ponto a ponto, para redes de dados dinamicamente configuráveis, trouxe consigo a necessidade de filtros ópticos sintonizáveis. Além disso, a crescente transferência de informação em redes de fibra óptica provoca um aumento no número de canais DWDM utilizados. A expansão na largura de banda daí resultante obriga a uma gama de sintonia que pode abranger as bandas S, C e L, correspondendo aproximadamente a 140 nm.

Recentemente, a utilização de técnicas de espalhamento espectral no domínio óptico, como o OCDMA, tem despertado o interesse da comunidade científica, como uma alternativa a utilizar em redes ópticas reconfiguráveis [1]. Este processo permite aos vários canais partilharem a mesma banda espectral, sendo cada um deles identificado por um código específico. São ainda de realçar como características desta técnica: Uma maior segurança na transmissão de dados, uma utilização mais flexível da largura de banda disponível, uma diminuição da diafonia entre canais adjacentes e possibilitar uma comunicação assíncrona [3]. Para que esta técnica seja atraente do ponto de vista da implementação numa rede óptica, foi referenciado na secção 1.2.1 que a definição dos códigos terá de ser flexível, daí que as redes de Bragg sintonizáveis são um elemento fulcral do processo.

### 4.2 Princípio de funcionamento

O comprimento de onda ressonante de uma rede de Bragg depende do índice de refração efectivo no núcleo da fibra e do período do padrão de interferência. Por sua vez estes parâmetros são afectados por variações da temperatura ou por deformações mecânicas. A

partir da equação (2-3), deduz-se o desvio do comprimento de onda de Bragg devido às deformações mecânicas  $\Delta l$ , ou variações de temperatura  $\Delta T$  [2]:

$$\Delta\lambda_B = 2\left(\Lambda \frac{\delta n_{eff}}{\delta l} + n_{eff} \frac{\delta\Lambda}{\delta l}\right)\Delta l + 2\left(\Lambda \frac{\delta n_{eff}}{\delta T} + n_{eff} \frac{\delta\Lambda}{\delta T}\right)\Delta T \quad (4-1)$$

O primeiro termo da equação (4-1) representa a dependência de  $\lambda_B$  em função de  $\Delta l$ , provocada por variações no período e pela alteração do índice de refração efectivo. Este termo pode ser descrito por:

$$\Delta\lambda_B = (1 - \rho_e) \cdot \varepsilon_{rel} \cdot \lambda_B \quad (4-2)$$

Onde  $\varepsilon_{rel}$  é a elongação relativa e  $\rho_e$  é o coeficiente elasto-óptico efectivo. Para uma fibra óptica de sílica,  $\rho_e \approx 0.22$  [4].

O segundo termo da expressão (4-1) representa o efeito da temperatura na alteração do comprimento de onda de Bragg. Para uma rede de Bragg com reflectividade máxima em 1550 nm, os valores típicos da sensibilidade à temperatura e à tensão mecânica são, respectivamente, 13.25 pm/°C e 1.2 pm/ $\mu\epsilon$  [2].

É portanto previsível que qualquer variação no comprimento de onda associada a perturbações externas, seja resultado da soma dos efeitos da temperatura e das deformações mecânicas. Por isso, a discriminação individual na resposta espectral da FBG para cada fonte de perturbação, necessita de um método de separação das medidas. Resumidamente, os métodos existentes são extrínsecos ou intrínsecos, e são relatados pormenorizadamente em [2]. Na secção 4.5.1, é descrito um conjunto de experiências de sintonia, com base no esticamento ou na compressão da fibra, e que decorrem num laboratório à temperatura ambiente. Nestas condições, a influência da temperatura na variação do comprimento de onda é muito pequena, se comparada com as variações induzidas pelo método mecânico de tensão ou de compressão.

#### 4.2.1 Sintonia mecânica linear

A Figura 4-1 ilustra os elementos que compõem um sistema de sintonia por tensão mecânica sobre a fibra. Os extremos da fibra óptica são fixados em dois suportes, onde pelo menos um deve ter capacidade de movimentação segundo o eixo axial da fibra.

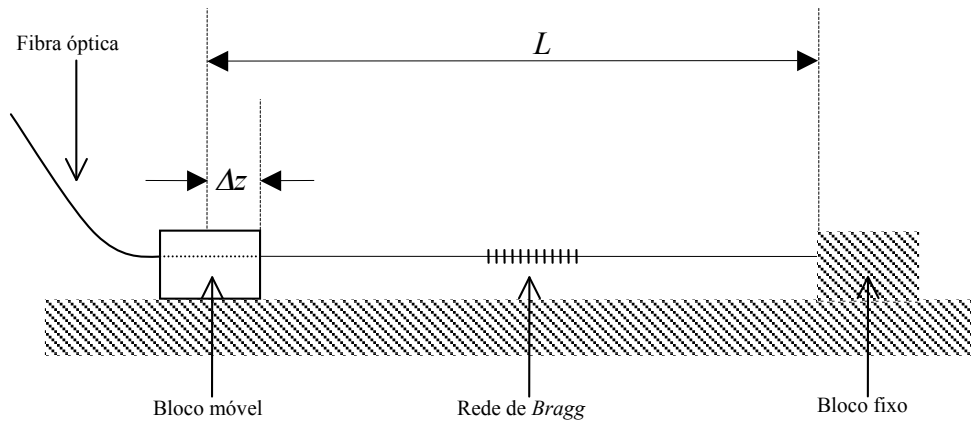


Figura 4-1 - Esquema da estrutura de um sistema de sintonia para redes de Bragg em fibra óptica.

A elongação relativa segundo o eixo axial é definida por

$$\varepsilon_{rel} = \frac{\Delta z}{L}, \quad L \neq 0, \quad (4-3)$$

onde  $\Delta z$  é o deslocamento e  $L$  é o comprimento da fibra sob o efeito de uma deformação mecânica [5]. Substituindo este resultado na equação (4-2), fica:

$$\Delta\lambda_B = (1 - \rho_e) \cdot \frac{\Delta z}{L} \cdot \lambda_B, \quad L \neq 0 \quad (4-4)$$

O resultado é uma equação que relaciona a variação do comprimento de onda de Bragg em função do comprimento normalizado da fibra. A variação no comprimento de onda será positiva ou negativa, se a rede de Bragg sofrer estiramento ou compressão, respectivamente. Considerando que o deslocamento  $\Delta z$  é muito menor que o comprimento  $L$  da rede, a equação (4-4) é aproximadamente linear.

#### 4.2.2 Sintonia mecânica por arqueamento

Na Figura 4-2 está representado o esquema de um sistema de sintonia, no qual é aplicada uma força sobre uma lâmina flexível. O deslocamento horizontal  $\Delta z$  provoca a curvatura da lâmina seguindo um arco com ângulo  $\theta$ .

A relação entre o arco de ângulo  $\theta$  e o deslocamento  $\Delta z$  é dada por:

$$\Delta z = L \left[ 1 - \frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right] \quad (4-5)$$

onde  $L$  é o comprimento da lâmina no estado inicial, sem força aplicada [6]-[7].

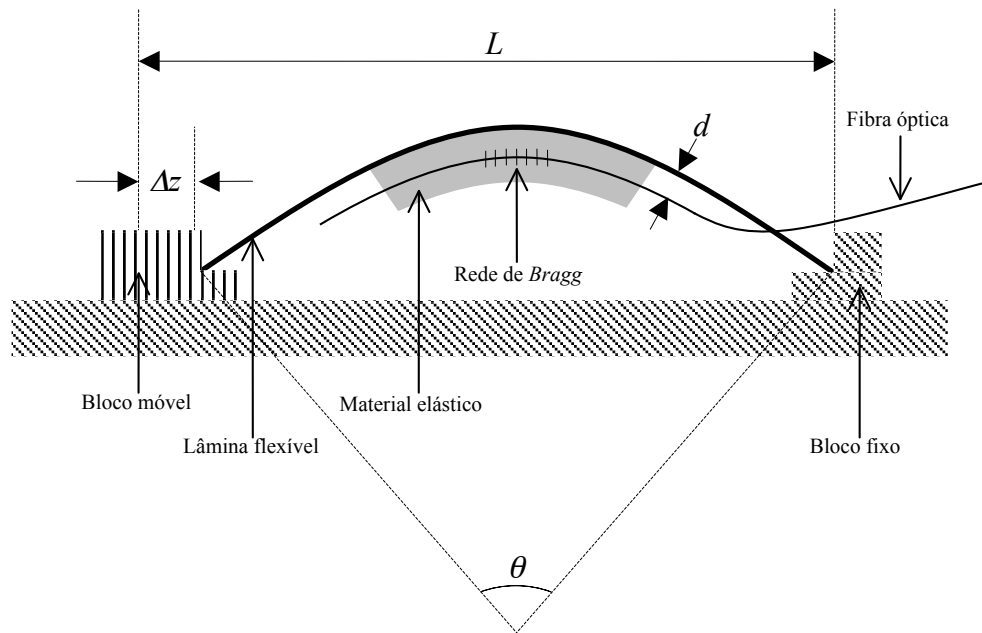


Figura 4-2 - Esquema da estrutura de um sistema de sintonia baseado no arqueamento de uma lâmina flexível.

Para uma fibra óptica embutida num material elástico à distância  $d$  da lâmina, a elongação relativa é dada por [6]-[9]:

$$\varepsilon_{rel} = \mp \frac{d \cdot \theta}{L}, \quad L \neq 0 \quad (4-6)$$

O sinal negativo corresponde a uma força de compressão, quando a lâmina é curvada para cima, enquanto que um sinal positivo no segundo termo da equação (4-6) indica uma força de tracção sobre a fibra, curvando a lâmina para baixo.

Conjugando (4-2), (4-5) e (4-6) numa única equação,

$$\frac{\Delta z}{L} = 1 - \text{sinc} \left( \frac{\Delta \lambda_B \cdot L}{2 \cdot \pi \cdot d \cdot (1 - \rho_e) \cdot \lambda_B} \right), \quad L \neq 0 \quad (4-7)$$

Constata-se que a relação entre a sintonia espectral de  $\lambda_B$  e o deslocamento não é linear, ao contrário do resultado no procedimento da secção 4.2.1.

### 4.2.3 Sintonia por temperatura

O segundo termo da equação (4-1) fornece uma relação explícita da dependência do comprimento de onda de Bragg com variações de temperatura, e é expressa por:

$$\Delta\lambda_B = (\alpha_T + \xi_T) \cdot \Delta T \cdot \lambda_B \quad (4-8)$$

onde  $\alpha_T$  é o coeficiente de expansão térmico e  $\xi_T$  é o coeficiente termo – óptico. No caso da sílica, as constantes referidas têm os seguintes valores:  $\alpha_T = 0.55 \times 10^{-6} K^{-1}$  e  $\xi_T = 8.0 \times 10^{-6} K^{-1}$ .

Um possível esquema de sintonia consiste em colocar a rede de Bragg sobre um módulo termoeléctrico, também designado por célula de Peltier, e envolver o conjunto em massa térmica. O objectivo é uniformizar a temperatura na rede e aumentar a condutividade térmica entre a fibra óptica e o módulo de Peltier [2] [12].

É também possível aumentar a sensibilidade térmica da fibra óptica, fixando-a sobre uma superfície metálica. Se for utilizada uma lâmina de zinco (Zn), é possível aumentar a sensibilidade para 40.8 pm/K. Fixando dois módulos de Peltier nas extremidades da lâmina de zinco, cria-se um gradiente de temperatura que provoca uma variação linear do período da rede, e que é utilizado para sintonizar o comprimento de onda de Bragg, mantendo um atraso de grupo constante. Para tal, a diferença de temperatura entre as duas extremidades é mantida constante, ao passo que a temperatura em ambas as extremidades é aumentada ou diminuída da mesma quantidade [11].

## 4.3 Produção das redes de Bragg

As redes de Bragg são gravadas sobre fibra monomodo fotossensível (*Fibercore* modelo PS1250/1500) com abertura numérica 0.13 e diâmetro 125  $\mu$ m. O método de gravação expõe a fibra a radiação ultravioleta, através de uma máscara de fase com período constante. A fonte óptica de gravação é um laser de Árgon a funcionar em modo contínuo a 244 nm e com potência média de 150 mW. Uma descrição mais detalhada do sistema de gravação pode ser

encontrada em [13]. O formato de apodização da rede é aproximadamente gaussiano, em virtude do laser utilizado ter um feixe óptico com perfil gaussiano.

#### 4.4 Sistema de medidas laboratoriais

De forma a caracterizar os métodos de sintonia, foi montado um sistema de medidas ópticas, cujo esquema de implementação se encontra na Figura 4-3. Baseia-se na medição da componente espectral reflectida pela rede quando iluminada por uma fonte óptica com elevada largura espectral.

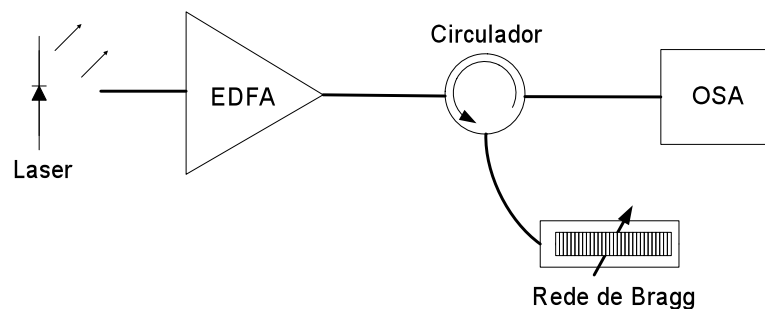


Figura 4-3 - Montagem experimental utilizada para determinar os desvios no comprimento de onda central da FBG, provocados pelo sistema de sintonia.

O sinal óptico de entrada é amplificado e introduzido na rede de Bragg através de um circulador óptico. O sinal reflectido pela FBG é depois conduzido pelo circulador para um analisador de espectro óptico (*ANRITSU* modelo MS9601A). A rede de Bragg é sintonizada por um sistema motorizado desenvolvido para o efeito, e que vem descrito no Apêndice A.

##### 4.4.1 Caracterização da fonte luminosa

Foi utilizado um amplificador óptico comercial (*Photonetics* modelo BT 13) com um laser de bombeamento de 980 nm e uma potência óptica de saturação de 13 dBm.

Na Figura 4-4 mostra-se o espectro da ASE, medido com uma resolução de 0.5 nm, onde é visível a dependência da amplitude espectral com o comprimento de onda. Por isso, todas as medidas espectrais descritas no capítulo seguinte são representadas subtraindo ao espectro de reflexão a potência óptica da fonte, em cada comprimento de onda.

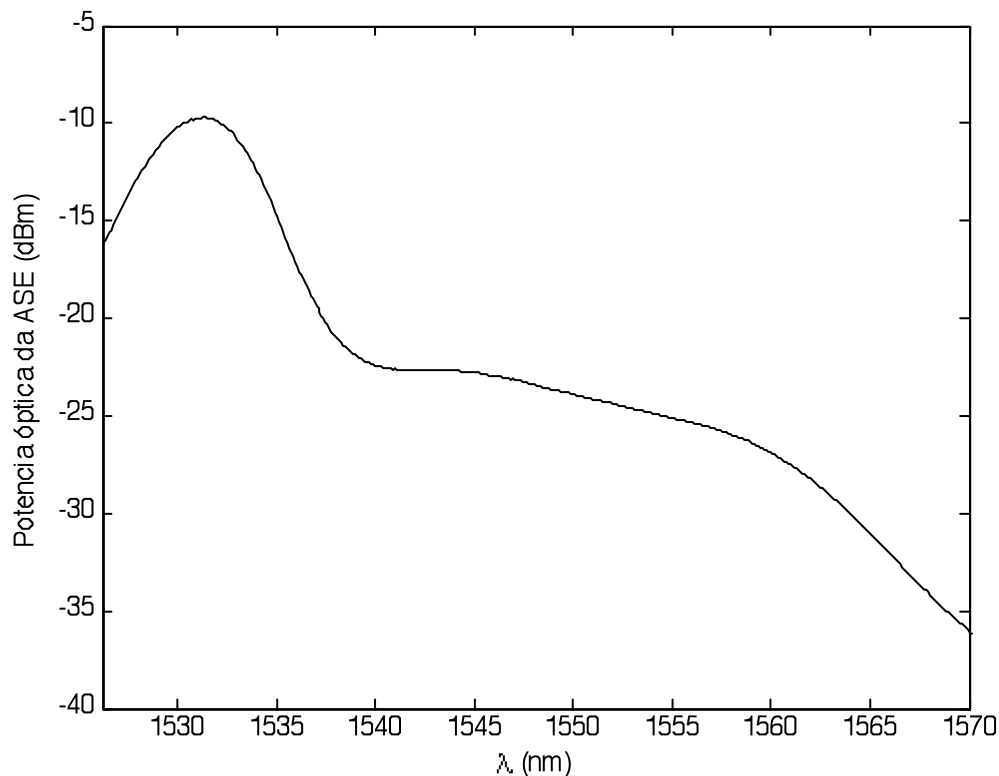


Figura 4-4 - Espectro óptico da ASE medido à saída do amplificador para um valor de potência óptica de bombeamento de 88 mW.

## 4.5 Resultados experimentais

### 4.5.1 Sintonia mecânica

O teste de sintonia, baseado no esquema da Figura 4-1, é aplicado numa rede de Bragg com 1.5 cm de comprimento, largura de banda a meia altura 0.1 nm, comprimento de onda central em 1556.94 nm e gama de rejeição de 10 dB. O comprimento da fibra contendo a rede é 18 cm, correspondendo à distância inicial entre as prensas de fixação.

Segundo estudos realizados por vários autores [5]-[6], a alongação relativa máxima que pode ser exercida sobre uma fibra óptica de sílica é 1%. De forma a preservar as características de elasticidade da fibra, considera-se como limite máximo um valor mais conservador, em torno de 0.5%. Relativamente ao comprimento de fibra utilizado, corresponde aproximadamente a 0.9 mm. No processo de sintonia computadorizado, descrito no Apêndice A, esse limite é tido em conta para evitar que a fibra óptica se quebre.

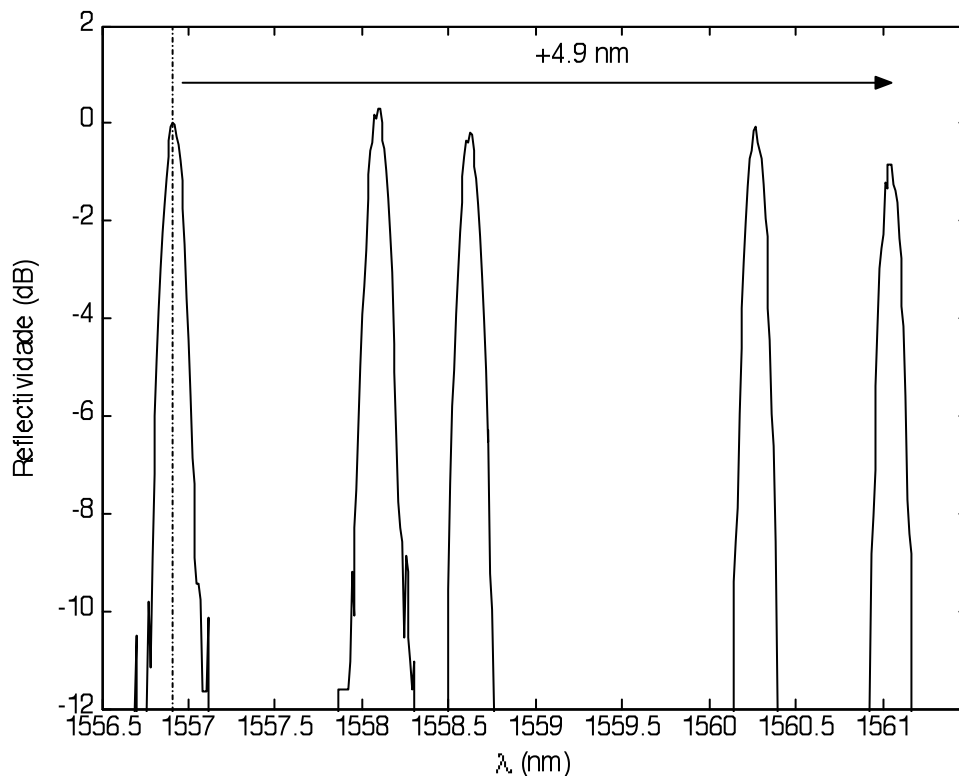


Figura 4-5 - Perfil de reflexão de uma rede de Bragg sob o efeito de uma tensão mecânica.

A Figura 4-5 mostra o espectro de reflexão da rede de Bragg esticada. O desvio máximo do comprimento de onda central é 4.9 nm e corresponde a um deslocamento de 0.98 mm. Segundo a equação (4-2), a elongação relativa foi de 0.4%, mantendo-se dentro do limite preestabelecido.

A Figura 4-6 mostra a evolução da largura de banda a 1, 3 e 10 dB, durante o processo de tensão da rede de Bragg.

Concretamente, a largura de banda a 1 dB exibe uma variação dentro da gama  $\pm 0.01$  nm, para a largura de banda 3 dB existe um aumento de 0.01 nm e na largura de banda a 10 dB ocorre um aumento de 0.05 nm. As alterações na reflectividade máxima são inferiores a 1.1 dB.

A relação entre a variação do comprimento de onda central e a elongação relativa está representada na Figura 4-7.

O desvio do comprimento de onda central cresce linearmente em função da elongação relativa, a um ritmo de  $0.85 \text{ pm}/\mu\epsilon$  e com um coeficiente de correlação de 0.9951. O valor esperado para o ritmo de crescimento, recorrendo à expressão (4-2), seria  $1.2 \text{ pm}/\mu\epsilon$ .

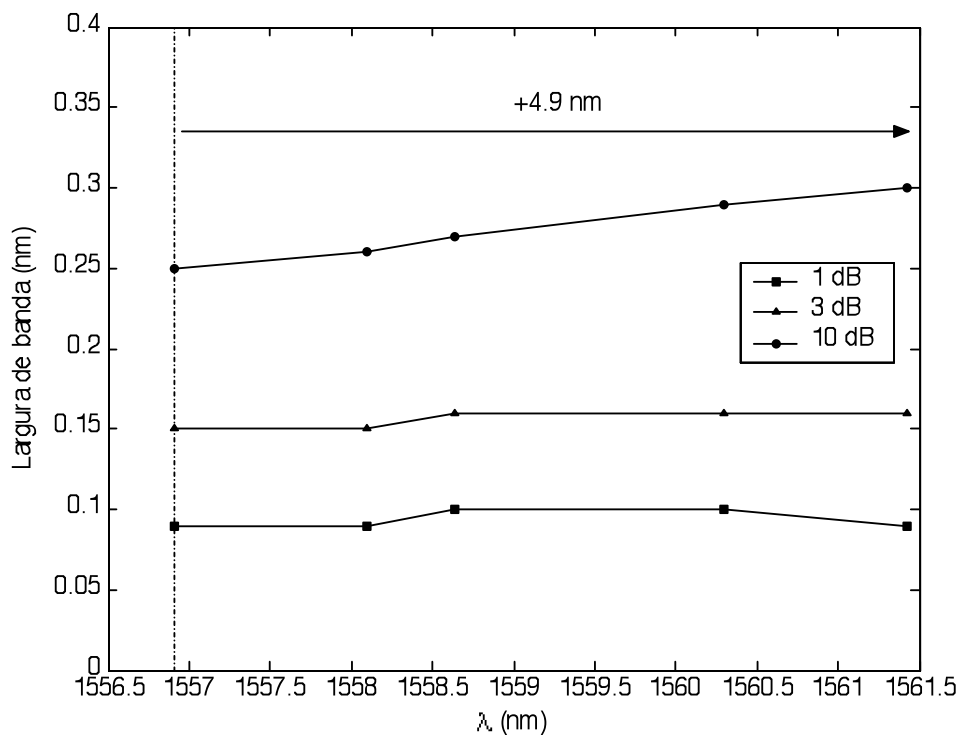


Figura 4-6 - Evolução da largura de banda em toda a gama de sintonia

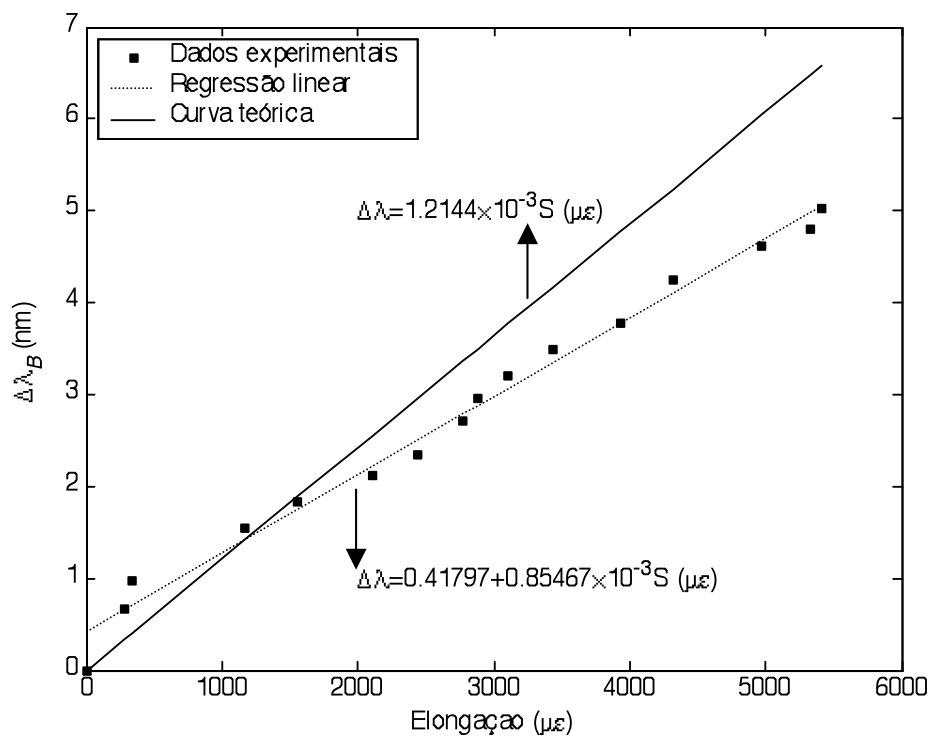


Figura 4-7 - Variação do comprimento de onda de Bragg em função da elongação relativa ( $S = 10^{-6} \epsilon_r$ ).

Para verificar se esta discrepância é causada pelas imperfeições do sistema motorizado, calcula-se a influência dos erros de posicionamento sobre a sintonia do comprimento de onda central:

$$|d(\Delta\lambda_B)| \leq \left| \frac{\partial(\Delta\lambda_B)}{\partial(\Delta z)} \right| |d(\Delta z)| = \frac{0.78\lambda_B}{L} |d(\Delta z)| \quad (4-9)$$

onde  $|d(\Delta z)|$  é a precisão do sistema de sintonia (15  $\mu$ m),  $L$  é o comprimento da fibra (18 cm) e  $\lambda_B$  é o comprimento de onda de Bragg da rede em repouso (1556.94 nm). Com estes valores, a variação do valor da sintonia  $|d(\Delta\lambda_B)|$  é sempre inferior ou igual a 101 pm. Se no conjunto de medidas realizadas para o comprimento de onda central for incluído o erro  $|d(\Delta\lambda_B)|$ , o ritmo de crescimento resultante fica no intervalo [0.84228, 0.85467] pm/ $\mu$ m. Portanto, as imperfeições no sistema motorizado não são a principal causa na diferença de valores encontrados.

Um segundo teste de sintonia teve como princípio de funcionamento o esquema descrito na secção 4.2.2. Numa primeira fase, a fibra não é embebida num material elástico, mas sim fixada directamente na superfície de uma lâmina flexível. A lâmina utilizada tem 15.2 cm de comprimento, 2 cm de largura e 1.5 mm de espessura, e é formada por acrílico. Para que a rede não sofra desvios transversais, é criado um sulco ao longo da lâmina, com 9 mm de profundidade, de modo a alojar a fibra. Isto significa que  $d = 6$  mm (ver a equação (4-6)). O conjunto é então colado para aumentar a sua resistência e fixar adequadamente a rede de Bragg no interior do sulco. Finalmente, o suporte é colocado entre os batentes do sistema de sintonia para dar início aos testes.

Foi dito anteriormente que a fibra poder ser alongada até 1%, sem sofrer danos irreversíveis. Em modo de compressão, esse valor pode atingir 23% [6], o que permite gamas de sintonia muito maiores do que em alongação. Substituindo (4-6) em (4-5), a equação resultante permite calcular a priori o deslocamento máximo permitido sem danificar a fibra. Utilizando valores mais conservadores de 0.5% para compressão e de 11% para a alongação relativa, os limites calculados são respectivamente 9.96 mm e 14.13 cm.

A rede de Bragg utilizada tem 2 cm de comprimento, largura de banda 3 dB igual a 0.48 nm e comprimento de onda central 1550.4 nm. No decorrer dos testes, a amplitude do espectro de reflexão foi gravada por um analisador espectral óptico, em vários pontos de sintonia.

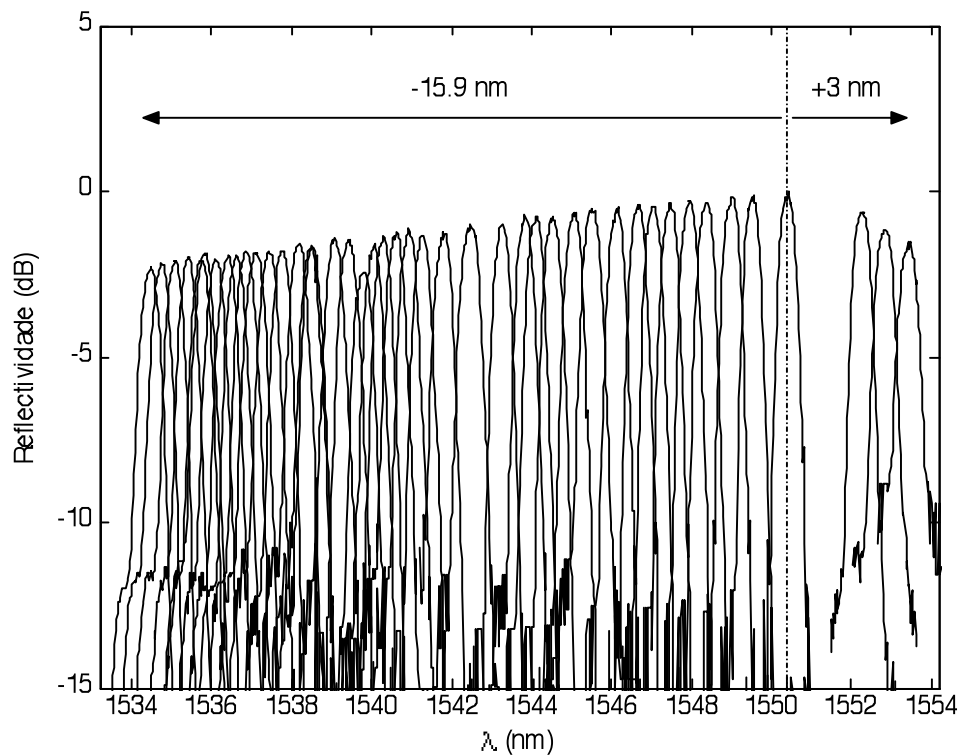


Figura 4-8 - Sintonia do comprimento de onda central da rede de Bragg em 18.9 nm.

A Figura 4-8 mostra que a variação conseguida no comprimento de onda central, utilizando forças de compressão e esticamento, atinge praticamente 19 nm. É visível na figura que existe um hiato existente na fase inicial do processo de sintonia por esticamento. Esta falha ocorreu simplesmente porque o processo de medida espectral foi iniciado com a rede de Bragg já sob o efeito de uma mecânica tensão suficientemente forte para que o comprimento de onda central tenha sido desviado do seu valor inicial de 1550.4 nm.

É possível obter melhores resultados, principalmente em modo de compressão, já que a plataforma móvel se deslocou apenas 6.8 cm para obter uma variação de -15.9 nm. No entanto, as características mecânicas da lâmina de acrílico não permitiram comprimir a fibra para além disso. Por outro lado, a variação espectral de 3 nm no modo de tensão foi conseguida movendo o sistema 4.3 mm, e poderia teoricamente chegar a 4.2 nm com um deslocamento igual a 9.96 mm.

A Figura 4-9 mostra a relação entre a gama de sintonia  $\Delta\lambda$  e o comprimento normalizado  $\Delta z/L$ .

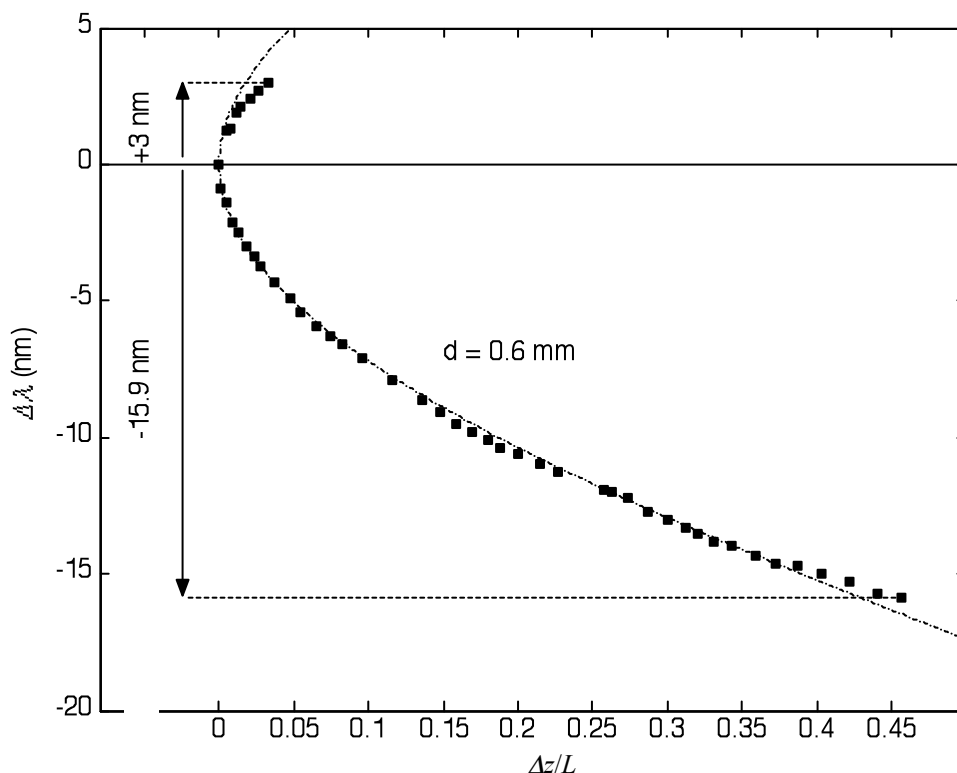


Figura 4-9 - Variação do comprimento de onda em função do deslocamento horizontal normalizado. (linha a tracejado: valor teórico, pontos: valores medidos)

Os resultados mostram uma boa concordância entre a curva teórica, calculada pela equação (4-7), e a maioria das medidas realizadas.

As principais diferenças situam-se nas extremidades do gráfico, que correspondem às situações de maior esforço mecânico. Estão de alguma forma correlacionadas com a diminuição progressiva da amplitude máxima de reflectividade, visível na Figura 4-8. Estas alterações podem ser causadas por problemas não detectados no sistema de sintonia. Em particular, a cola usada pode perder as suas qualidades de fixação quando sujeita a grandes deformações, resultando no aparecimento de curvaturas na fibra [5].

A evolução da largura de banda em 1,3 e 10 dB é representada na Figura 4-10. Partindo da posição inicial, os esforços mecânicos axiais aplicados sobre a rede não provocam grandes alterações na largura a 3 dB, que oscilam entre -0.1 e 0.04 nm. A largura de banda a 1 dB também se mantém praticamente constante, com desvio máximo de 12.5% relativamente ao valor inicial. No entanto, a largura de banda a 10 dB sofre um aumento gradual que atinge 0.4 nm na compressão e 0.56 nm em estiramento, além de mostrar um comportamento oscilatório.

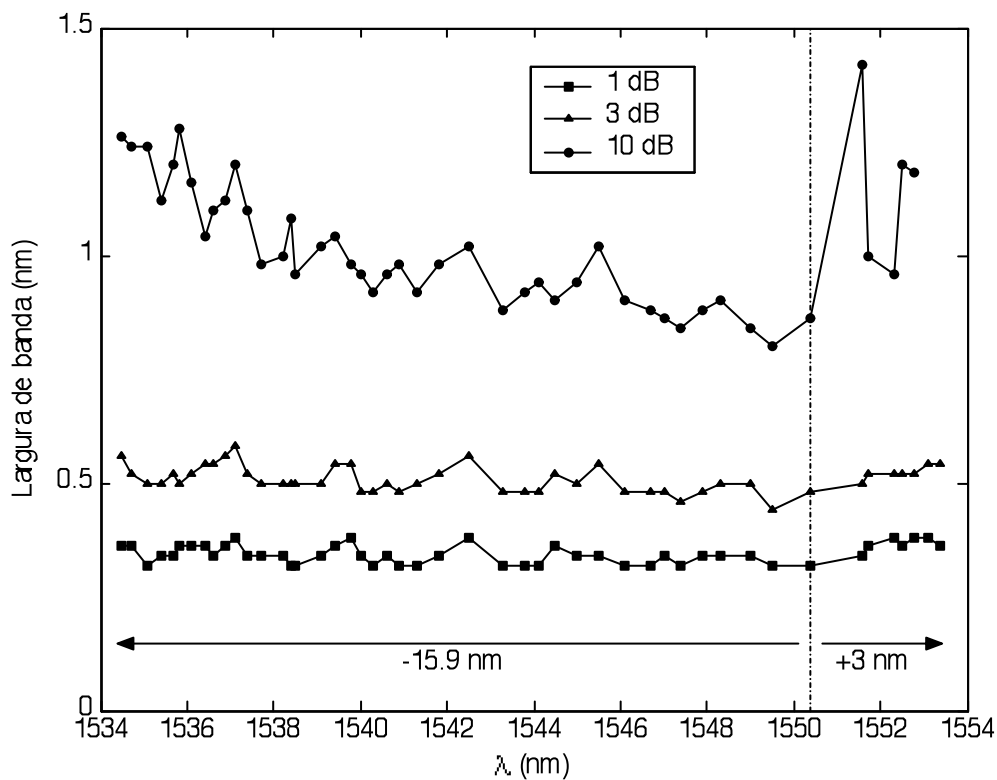


Figura 4-10 - Evolução da largura de banda em toda a gama de sintonia

O aumento da largura de banda a 10 dB é bem visível na Figura 4-11, onde se verifica que o espectro de reflexão não é simétrico, principalmente quando a FBG é sujeita a fortes compressões. Nestas condições, a pressão exercida ao longo da rede não é uniforme, o que provoca uma variação no período  $\Lambda$  e conseqüentemente um espectro com *chirp*. Como consequência, o acoplamento entre os modos de propagação no seio da FBG deixa de estar sintonizado apenas para um comprimento de onda, diminuindo por isso a amplitude de reflectividade máxima e aumentando a largura na base do espectro de reflexão.

Por outro lado, a oscilação verificada deve-se em boa parte por causa do patamar de ruído estar muito próximo de 10 dB, provocando variações bruscas e profundas no valor da reflectividade.

Segundo a equação (4-6), a tensão exercida sobre uma rede de Bragg, fixada a uma distância  $d$  da lâmina flexível, permite aumentar a gama de sintonia sem alterar o comprimento  $L$ . Teoricamente, é possível mover o espectro de reflexão em 50 nm, mesmo para pequenos desvios  $\Delta z$  [7].

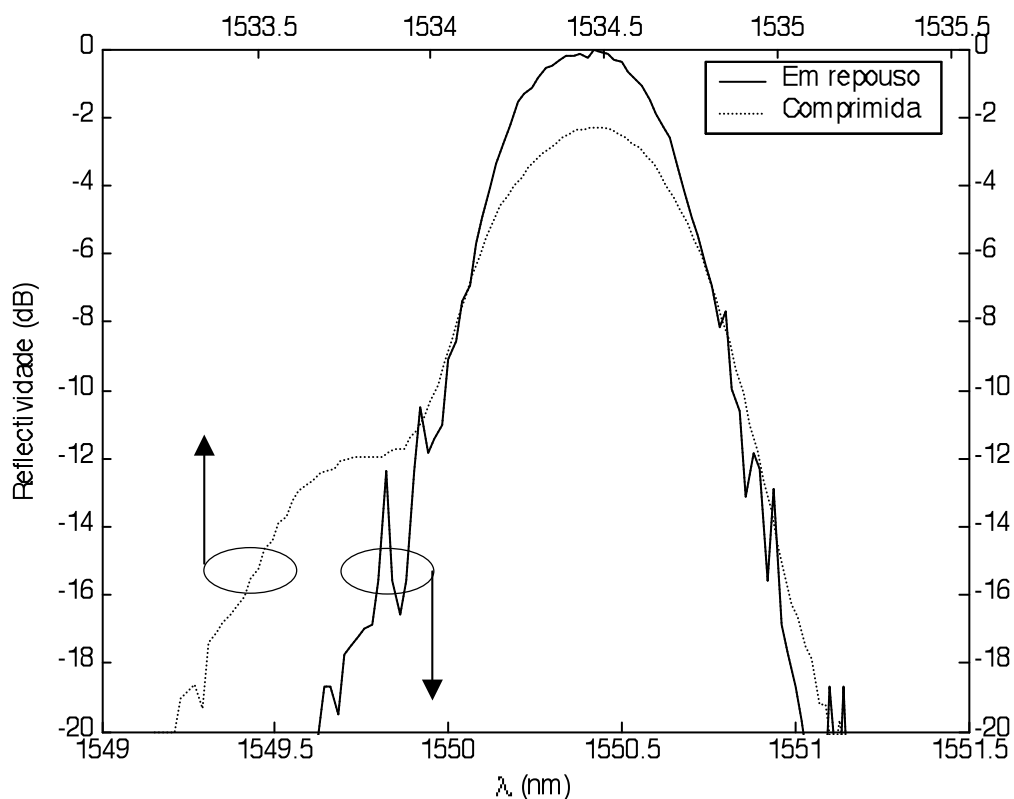


Figura 4-11 - Resposta espectral de uma rede de Bragg em repouso (linha a cheio) e sob compressão (linha tracejada).

Outro teste de sintonia foi realizado com uma rede de Bragg com um pico de reflectividade em 1546.3 nm, largura espectral a 3 dB igual a 0.46 nm e comprimento 1.5 cm. Foi inserida em silicone a 6 mm da superfície de uma base flexível em acrílico com 16 cm de comprimento.

A Figura 4-12 apresenta a relação entre a gama de sintonia e a distância percorrida normalizada. Os pontos de sintonia medidos não seguem a curva teórica para  $d = 6$  mm. A causa principal para esse desvio centra-se nas propriedades elásticas do silicone. A curvatura da base de acrílico não é acompanhada pela superfície de silicone onde a rede de Bragg está inserida. Desse modo, a sintonia obtida é muito menor de que a esperada.

Este problema é acompanhado de uma diminuição progressiva da amplitude de máxima reflectividade e no alargamento do espectro de reflexão, visíveis na Figura 4-13. A reflectividade da FBG decresce 3 dB ao longo de aproximadamente 8 nm de sintonia. As larguras espectrais a 1, 3 e 10 dB aumentam respectivamente 0.07, 0.29 e 1.33 nm.

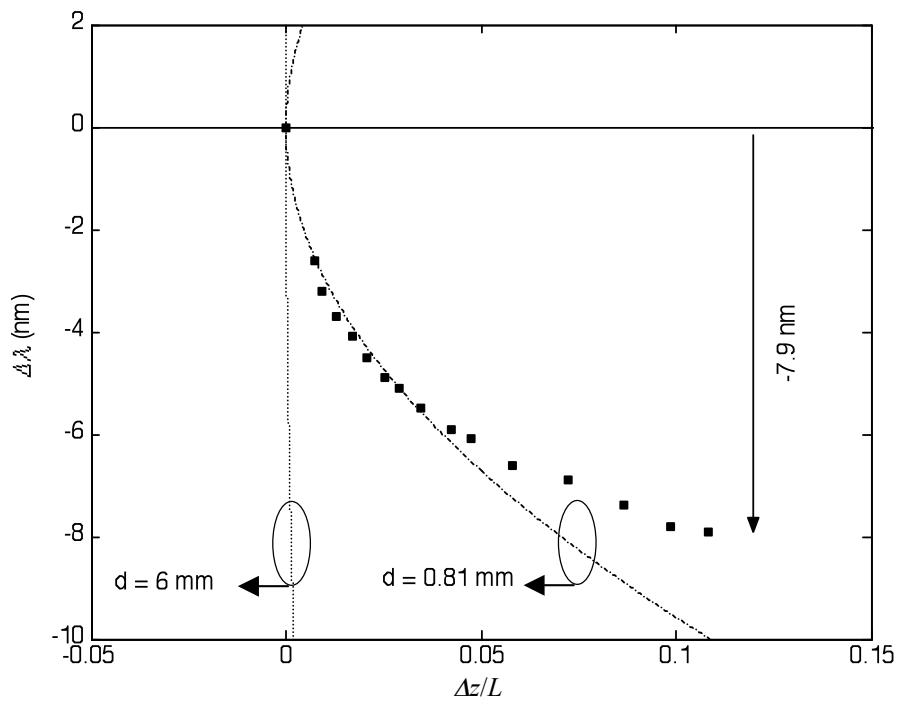


Figura 4-12 - Variação do comprimento de onda em função do deslocamento horizontal normalizado. (linha a tracejado: valores teóricos, pontos: valores medidos)

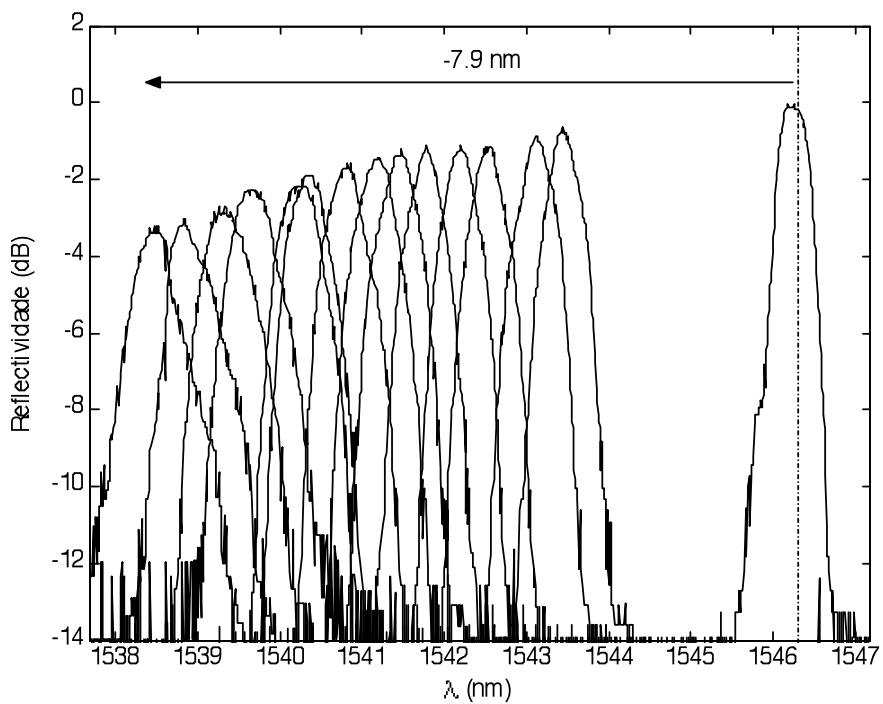


Figura 4-13 - Sintonia da rede de Bragg em 7.9 nm.

## 4.5.2 Sintonia por temperatura

Para verificar a dependência do comprimento de onda central de reflexão da rede Bragg com a temperatura, foi medido o espectro de reflectividade de uma rede centrada inicialmente em 1548.11 nm, à temperatura de 14.3 °C. O método de sintonia baseia-se no procedimento descrito na secção 4.2.3. Na Figura 4-14 encontram-se os resultados de sintonia conseguidos à custa da variação de temperatura na rede de Bragg.

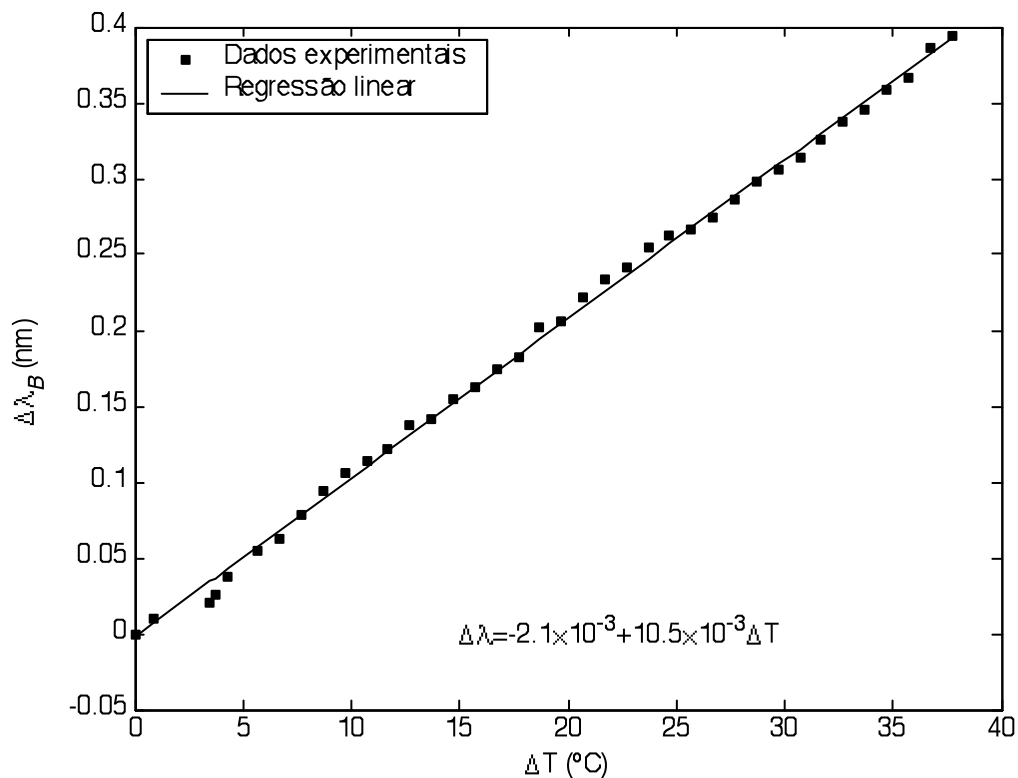


Figura 4-14 - Variação do comprimento de onda de Bragg em função da temperatura da FBG (linha a tracejado: valor teórico, pontos: valores medidos).

## 4.6 Conclusão

Neste capítulo, foram apresentados dois processos de sintonia para redes de Bragg: Por tensão mecânica sobre a rede, ou por variação da sua temperatura.

Verificou-se no primeiro método que a fibra óptica é mais resistente à compressão do que à extensão. A gama de sintonia da rede de Bragg reflecte esse comportamento, e por isso a rede de Bragg deve ser produzida com um comprimento de onda central inicial próximo do limite superior de sintonia.

No método de compressão por arqueamento, o material que serve de suporte à rede de Bragg deve ser suficientemente elástico para permitir a seu encurvamento, mas deve ter a rigidez necessária para acompanhar a curvatura da base de acrílico. Portanto, o silicone não é uma opção adequada para este processo de sintonia.

O processo de sintonia por temperatura, além da fraca gama de sintonia alcançada (0.4 nm) comparativamente aos processos de sintonia mecânica (19 nm), necessita de uma fonte de corrente permanentemente ligada, para que as células de Peltier possam manter a temperatura da rede de Bragg constante. O sistema de sintonia mecânica desenvolvido, além de dispensar o uso de fontes de correntes dispendiosas, permite manter a sintonia desejada mesmo com o sistema posteriormente desligado. Esta é uma vantagem adicional, que reduz parcialmente o consumo de energia eléctrica.

## Referências

- [1] Hunter, D. B. & Minasian, R. A. (1999). Programmable high-speed optical code recognition using fibre Bragg grating arrays, *Electron. Lett.*, **35**, 412-414.
- [2] Othonos, A. & Kalli, K. (1999). *Fiber Bragg gratings: fundamentals and applications in telecommunications and sensing*. Norwood, MA: Artech House.
- [3] Mokhtar, M. R., Ibsen, M., Teh, P. C. & Richardson, D. J. (2002). Simple Dynamically reconfigurable OCDMA encoder/decoder based on a uniform fiber Bragg grating. *Proc. Of the Conference on Optical Fiber Communication - OFC 2002*, Anaheim, CA, USA, March 2002, ThGG54.
- [4] Ibsen, M., Set, S. Y., Goh, G. S. & Kikuchi, K. (2002). Broad-band continuously tunable all-fiber DFB lasers. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **14**, 21-23.
- [5] Iocco, A., Limberger, H. G., Salathé, R. P., Everall, L. A., Chisholm, K. E., Williams, A. R. et al. (1999). Bragg grating fast tunable filter for wavelength division multiplexing. *IEEE J. Light. Tech.*, **17**, 1217-1221.
- [6] Goh, C. S., Mokhtar, M. R., Butler, S. A., Set, S. Y., Kikuchi, K. & Ibsen, M. (2002). Wavelength tuning of fiber Bragg gratings over 90 nm using a simple tuning package. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **15**, 557-559.
- [7] Mokhtar, M. R., Goh, C. S., Butler, S. A., Set, S. Y., Kikuchi, K., Richardson, D. J. (2003). Fibre Bragg grating compression-tuned over 110 nm. *Electron. Lett.*, **39**, 509-511.
- [8] Set, S. Y., Dabarsyah, B., Goh, C. S., Katoh K., Takushima, Y., Kikuchi, K. et al. (2001). A widely tunable fiber Bragg grating with a wavelength tunability over 40 nm. *Proc. Of the Conference on Optical Fiber Communication - OFC 2001*, Anaheim, CA, USA, March 2001, MC4-1.
- [9] Ibsen, M., Set, S. Y., Goh, C. S. & Kikuchi, K. (2002). Broad-band continuously tunable all-fiber DFB lasers. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **14**, 21-23.
- [10] Ohm, M. M., Alavie, A. T., Maaskant, R., Xu, M. G., Bilodeau, F & Hill, K. O. (1996). Dispersion variable fibre Bragg grating using a piezoelectric stack. *Electron. Lett.*, **32**, 2000-2001.
- [11] Dabarsyah, B., Goh, C. S., Khijwania, S. Y., Set, S. Y., Katoh K., Kikuchi, K. (2003). Adjustable dispersion-compensation devices with wavelength tunability based on enhanced thermal chirping of fiber Bragg gratings. *IEEE Photon. Tech. Lett.*, **15**, 416-418.
- [12] André, P. S. B., *Componentes optoelectrónicos para redes fotónicas de alto débito*. Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal (2002).
- [13] Nogueira, R., Abe, I., Kalinowsky, H., Pinto, J. L. & Rocha, J. F. (2002). Sistema Interferométrico Automatizado para Gravação de Redes de Bragg em Fibra Óptica. *13ª Conferência Internacional de Física - Física 2002*, Évora, Portugal, Setembro 2002, PO\_32.

## Capítulo 5

# Considerações finais

### 5.1 Principais Conclusões

Nesta tese procedeu-se à modelação, simulação e implementação física de redes de Bragg em fibra óptica, e à sua posterior utilização num sistema de sintonia motorizado.

No capítulo 2 começou-se por apresentar os princípios físicos da difracção e o seu uso em redes gravadas na fibra óptica. Foi levada a cabo uma revisão da teoria dos modos acoplados, que serviu de base ao modelo utilizado para redes de Bragg.

O capítulo 3 serviu para estudar e posteriormente simular vários métodos numéricos com vista à obtenção do espectro da FBG.

No caso de redes uniformes, os métodos foram comparados com a solução fornecida pela teoria dos modos acoplados, através do cálculo do coeficiente de correlação máxima. O método de Rouard é de todos o mais preciso, mas é muito lento. Dos métodos de integração numérica, o método de Runge-Kutta 4 é aquele que demonstrou mais precisão, mesmo com um número reduzido de iterações, o que compensa o número elevado de equações a calcular por cada iteração. O método da matriz de transferência fornece resultados concordantes com o método de Rouard. O método de Fourier é rápido, mas inadequado para redes com acoplamento forte, isto é, com comprimento ou amplitude de modulação elevados.

Para redes apodizadas, utilizando o método de Rouard como referência, os resultados obtidos pelos outros métodos mostram um comportamento semelhante aos obtidos para redes uniformes.

No capítulo 4 abordou-se a sintonia das redes de Bragg. Foram considerados dois tipos de sintonia: por variação da tensão mecânica e por variação da temperatura aplicada à FBG.

Utilizaram-se no primeiro método três FBGs distintas, e que foram sujeitas a esforços mecânicos. Verifica-se que a fibra óptica é mais resistente à compressão do que à extensão. A gama de sintonia da rede de Bragg reflecte esse comportamento, e por isso a rede de Bragg deve ser produzida com um comprimento de onda central inicial próximo do limite superior de sintonia.

No método de compressão por curvatura, o material que serve de suporte à rede de Bragg deve ser suficientemente elástico para permitir a seu encurvamento, mas deve ter a rigidez necessária para acompanhar a curvatura do suporte utilizado.

## 5.2 Sugestões para trabalho futuro

Na sequência dos trabalhos realizados no decorrer desta tese, restam alguns tópicos que são passíveis de um estudo mais aprofundado:

- Simular outros tipos de métodos numéricos, como por exemplo o método das linhas, e comparar o seu desempenho com os métodos mais comuns que aqui foram utilizados.
- Implementar no simulador BGS um algoritmo de caracterização de redes de Bragg, em função das suas características espectrais (*Reverse Engineering*).
- Usar elementos piezoresistivos em substituição do sistema motorizado implementado, de modo a aumentar a precisão global e a rapidez de sintonia.

## Apêndice A

### Módulo de posicionamento

#### A.1 Descrição geral

Foi projectado e construído um sistema de controlo para um actuador linear motorizado. O módulo realizado compõe-se de uma parte electromecânica onde a fibra óptica é colocada para ser comprimida ou esticada, e uma parte electrónica destinada a comandar o motor da primeira. A função de controlo é executada por um programa de computador. Pretende-se neste apêndice descrever os elementos físicos e lógicos responsáveis pela função de controlo.

Por uma questão de autonomia, o módulo electrónico é alimentado directamente a partir da rede eléctrica sem necessidade de qualquer outra fonte de alimentação exterior. O utilizador pode, por intermédio de um painel de comando, verificar o estado do sistema por meio de dois LEDs (alimentação e motor). O único interruptor presente serve para ligar ou desligar o módulo. Deste modo, facilita-se a utilização e minimizam-se as necessidades de consulta de documentação e os erros de manuseamento.

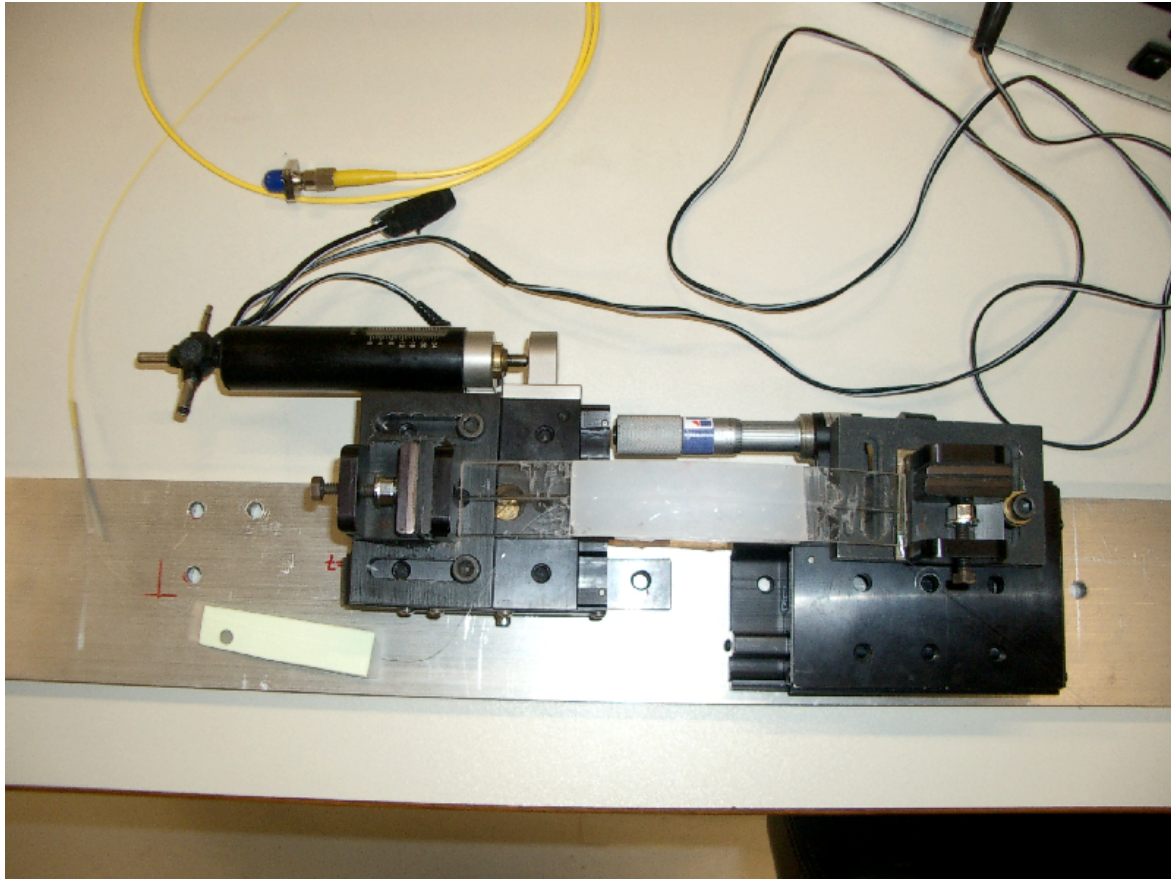
O controlo do sistema é totalmente realizado por um programa instalado numa unidade externa, por exemplo um PC. É através de uma ligação IEEE 1284-1994 (porta paralela), fixa na parte traseira da caixa, que se realiza a transmissão dos comandos.

#### A.2 Implementação

Na descrição da montagem física serão contempladas duas partes distintas. Na primeira, em que se foca a parte electromecânica, será descrita a construção de uma plataforma móvel experimental. Na parte relativa à electrónica, serão referidos os vários circuitos electrónicos responsáveis pelas funções de comando e comunicação com um PC.

### A.2.1 Electromecânica

Na Figura A-1 encontra-se uma fotografia da montagem electromecânica do sistema de sintonia. É constituída por uma base em alumínio, onde são fixadas duas plataformas de translação linear da marca *Newport*. A primeira plataforma é actuada por um motor DC (*Newport* modelo 860), que permite deslocamentos lineares até 25 mm. A outra plataforma é acoplada a uma cabeça micrométrica com deslocamento máximo de uma polegada.



*Figura A-1 - Vista de topo da componente electromecânica do sistema de sintonia. É visível, entre as duas plataformas móveis, uma base em acrílico sob o efeito de uma força de compressão.*

Um sistema com estas características permite acomodar-se ao método de sintonia desejado. A distância entre as plataformas é ajustada ao comprimento inicial da fibra pela cabeça micrométrica. No caso de sintonia por tensão sobre a fibra (ver secção 4.2.1), estão colocadas duas pequenas prensas de fixação em cada plataforma. Se a sintonia utiliza uma lâmina flexível (ver secção 4.2.2), as prensas servem de batentes para fixá-la, como se pode ver na figura anterior.

As características eléctricas do motor foram medidas ligando-o a um controlador de velocidade manual (*Newport* modelo 861), que acompanha o motor. As medidas de tensão e

corrente estão descritas na Tabela A-1. Verifica-se que é necessário uma fonte de tensão variável, para permitir alterações na velocidade, e com características polares, para inverter o sentido de rotação.

	Sentido positivo		Sentido negativo	
	Velocidade mínima	Velocidade máxima	Velocidade mínima	Velocidade máxima
Tensão (V)	1.26	8.8	-1.26	-8.8
Corrente (mA)	8	12	-6.5	-12

Tabela A-1 - Quadro das tensões e correntes medidas aos terminais do motor.

### A.2.2 Electrónica

Os principais aspectos funcionais da electrónica estão sintetizados no diagrama da Figura A-2. Definem-se assim três grandes funções: a alimentação do conjunto, a conversão digital – analógica e o interruptor analógico do motor.

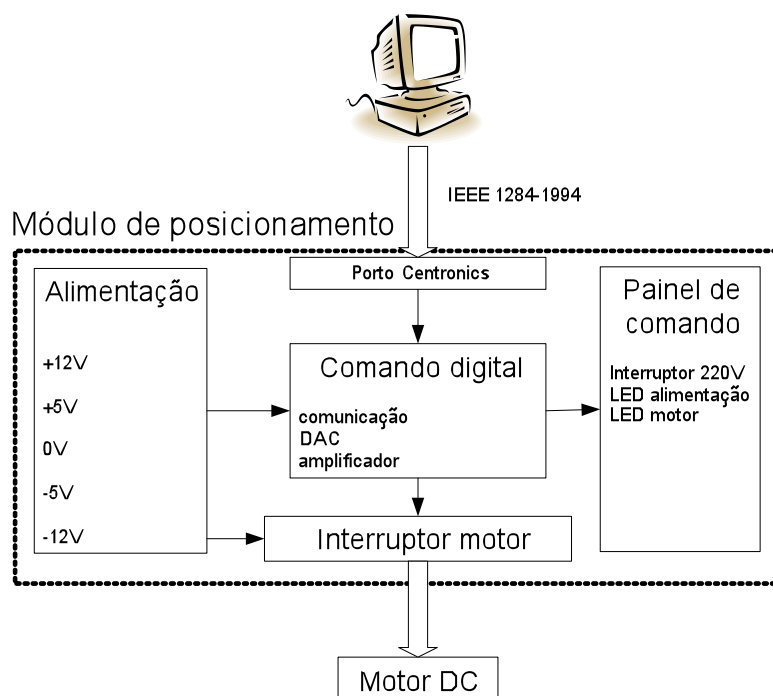


Figura A-2 - Diagrama de blocos da parte electrónica do sistema de posicionamento e respectivas interfaces.

#### A.2.2.1 Alimentação

A alimentação faz-se directamente da rede eléctrica (220 V / 50 Hz). Inclui-se um interruptor e um fusível de protecção. A entrada é transformada e rectificada, ficando disponíveis cinco saídas para cada uma dos valores: +12 V, +5 V, -5 V, -12 V e 0 V (massa).

#### A.2.2.2 Conversão digital – analógica

Esta unidade dispõe de um DAC com resolução na entrada de 12 bits, que fornece na saída uma tensão contínua proporcional ao número binário da entrada. É utilizado neste projecto para regular a velocidade do motor DC.

IEEE 1284-1994				DAC	
Pino da tomada Centronics	Registo	Bit de registo	Lógica invertida	Função	Pino
2-9	Dados	0-7	Não	Dados	24,1-7
1	Controlo	0	Sim	$\overline{\text{CS}}$	11
14	Controlo	1	Sim	A0/A1	8 e 9
31	Controlo	2	Não	$\overline{\text{WR}}$	10

Tabela A-2 - Quadro de correspondências físicas e lógicas entre o porto Centronics e o conversor de sinais digitais em sinais analógicos (DAC).

O comando do DAC é realizado por uma ligação à porta paralela de um PC. O registo de dados (0x378) é utilizado para transmitir o valor binário correspondente a uma tensão à saída do DAC, e os 3 primeiros bits do registo de controlo (0x37A) actuam sobre as linhas de controlo do conversor digital – analógico. A descrição das ligações encontra-se na Tabela A-2.

Entrada (Código binário)	Saída (V)
1111 1111 1111	2.047
1000 0000 0001	1.000
1000 0000 0000	0.000
0111 1111 1111	-1.000
0000 0000 0000	-2.048

Tabela A-3 - Código bipolar e respectiva tensão.

No modo bipolar, a tensão de saída do DAC [1] varia entre -2.048 V e +2.047 V. correspondência entre o código de entrada e a saída vem descrita na Tabela A-3. Esse intervalo de tensões é inferior ao descrito na Tabela A-1. É portanto necessário incluir um andar de ganho igual a  $8.8/2.048 \approx 4.3$ . utiliza-se uma configuração inversora com um amplificador operacional [2]. A inversão da polaridade provocada pelo andar de ganho é compensada pelo programa de controlo descrito na secção A.4. Finalmente, a corrente de saída máxima do amplificador (25 mA) permite um fornecimento de energia adequado para o motor.

A.2.2.3 Interruptor analógico

O interruptor é o responsável directo pelo corte ou fornecimento de energia para o motor. O seu estado é controlado por uma entrada digital. Em concreto, utiliza-se para o efeito o 4º bit do registo de controlo da porta paralela.

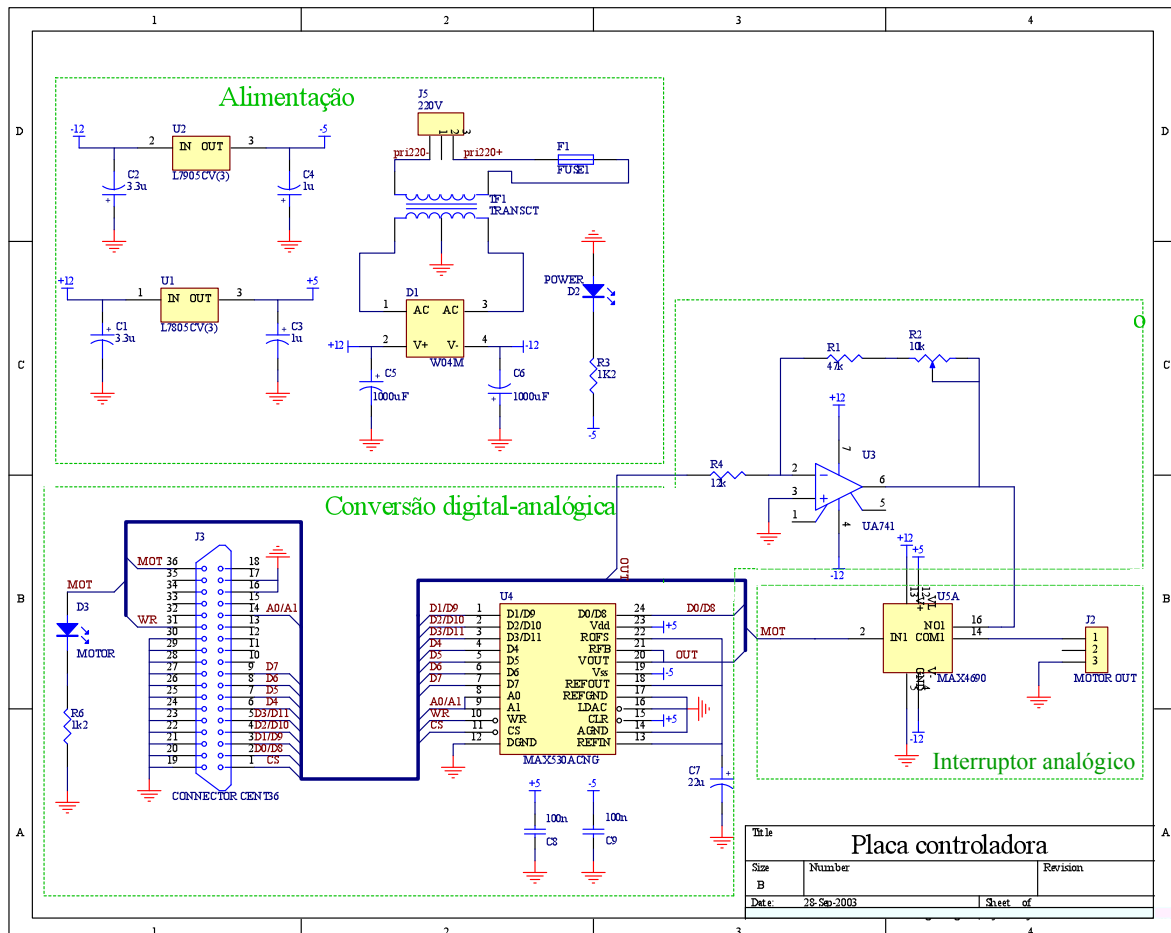


Figura A-3 - Esquema eléctrico do sistema electrónico de posicionamento. As três grandes partes estão graficamente evidenciadas.

É fundamental que atraso temporal entre um comando vindo do PC e a resposta do motor seja a menor possível. Além disso, a resistência do interruptor no estado ligado deve ser muito pequena, para evitar discrepâncias entre os valores desejados e reais de tensão no motor.

A opção recaiu sobre o circuito integrado com tecnologia CMOS [3]. Trata-se de um interruptor analógico cuja resistência quando fechado é inferior a 1.25 Ω. O tempo de resposta na abertura ou fecho do interruptor é aproximadamente 100 ns, o que faz deste circuito integrado uma alternativa ao uso de relés electromecânicos.

Para que o utilizador seja informado do período de tempo em que o motor está ligado, é adicionado um LED ao terminal de controlo do interruptor analógico, que se ilumina quando o interruptor fecha.

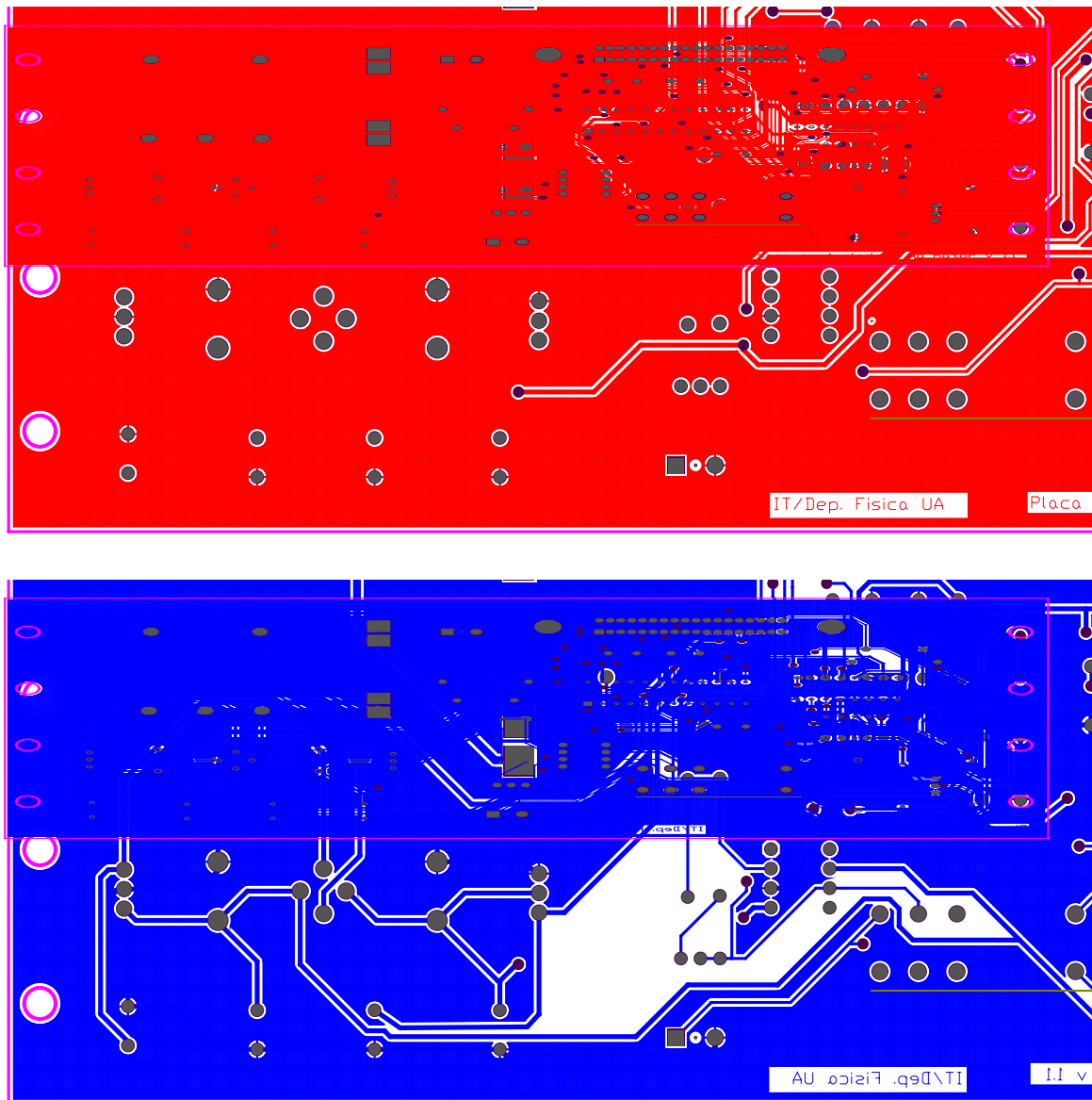


Figura A-4 - Placa de circuito impresso: face inferior a vermelho e face superior (componentes) a azul.

#### A.2.2.4 Esquema e placa de circuito impresso

A placa de circuito impresso foi desenhada utilizando o programa de desenvolvimento integrado *PROTEL 99 SE*. O processo inicia-se pelo desenho do circuito eléctrico numa folha de esquemas, como é mostrado na Figura A-3.

A conversão do esquema para uma placa de circuito impresso resulta inicialmente num conjunto de componentes ligados entre eles por conexões eléctricas. As pistas físicas são depois desenhadas em conformidade com as ligações eléctricas.

A placa de circuito impresso resultante tem duas faces, representadas na Figura A-4, onde é incluído um plano de massa para uniformizar o sinal de massa (0 V) em toda a superfície.

### A.3 Apresentação visual

A Figura A-5 mostra a placa de circuito impresso com todos os componentes soldados. Encontra-se acondicionada numa caixa metálica, destinada a garantir a protecção mecânica e ao mesmo tempo minimiza as interferências eléctricas exteriores.

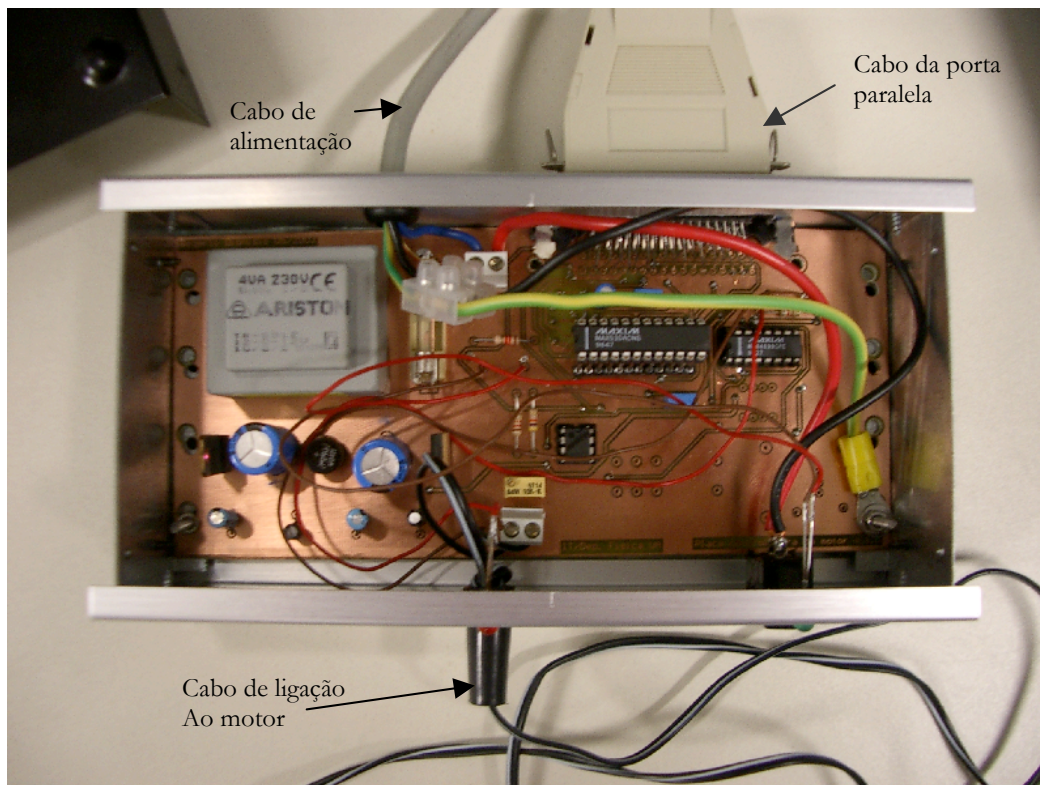
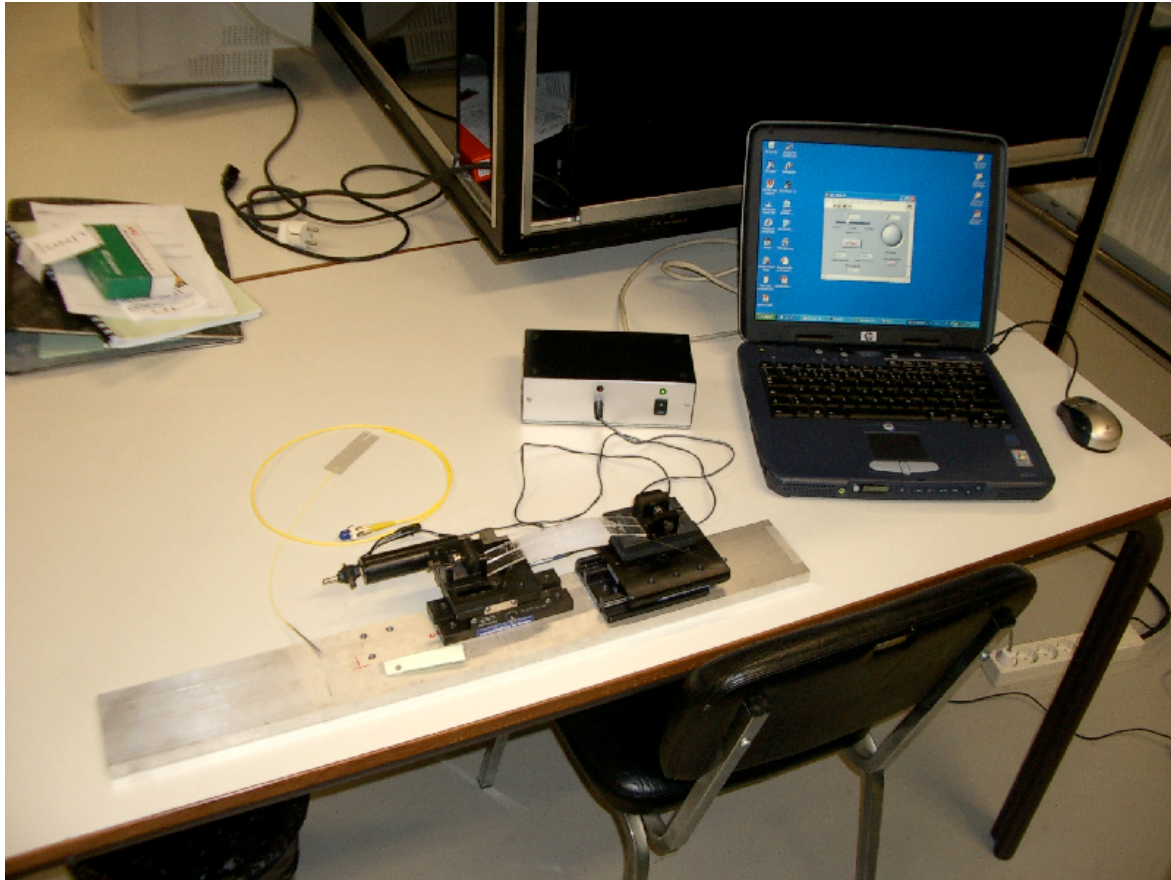


Figura A-5 - Fotografia do hardware produzido.

É visível, no topo da fotografia, o painel posterior da caixa onde se encontra o cabo de ligação à rede eléctrica e uma ficha *Centronics* conectada por um cabo à porta paralela de um computador. O cabo de saída para o motor, visível na parte inferior da fotografia, é terminado por uma ficha *mini-jack* fêmea.

O protótipo do sistema de sintonia é mostrado na Figura A-6. É visível o painel frontal da caixa de controlo electrónico, onde o cabo de alimentação do motor partilha o espaço com

um interruptor e dois LEDs indicadores. a fibra onde se encontra a rede Bragg é terminada por um conector FC.



*Figura A-6 - Vista geral do sistema de sintonia computadorizado.*

#### **A.4 Programa de controlo**

A aplicação de controlo para o sistema de sintonia foi programada em *LabVIEW* [4]. É um ambiente de programação integrado, onde a escrita de código é substituída por um conjunto de símbolos gráficos, que se interligam entre si segundo um determinado fluxo. Uma das características mais atraentes desta ferramenta recai na facilidade e rapidez na criação de interfaces gráficas. Estas devem permitir uma utilização intuitiva do programa a quem queira utiliza-lo.

Em concreto, o programa deve permitir escolher a velocidade do motor e a distância linear a percorrer. O utilizador deve poder iniciar o programa quando o desejar, e deve ser permitido parar o sistema em caso de emergência. A sequência lógica da aplicação vem descrita no diagrama de fluxo da Figura A-7.

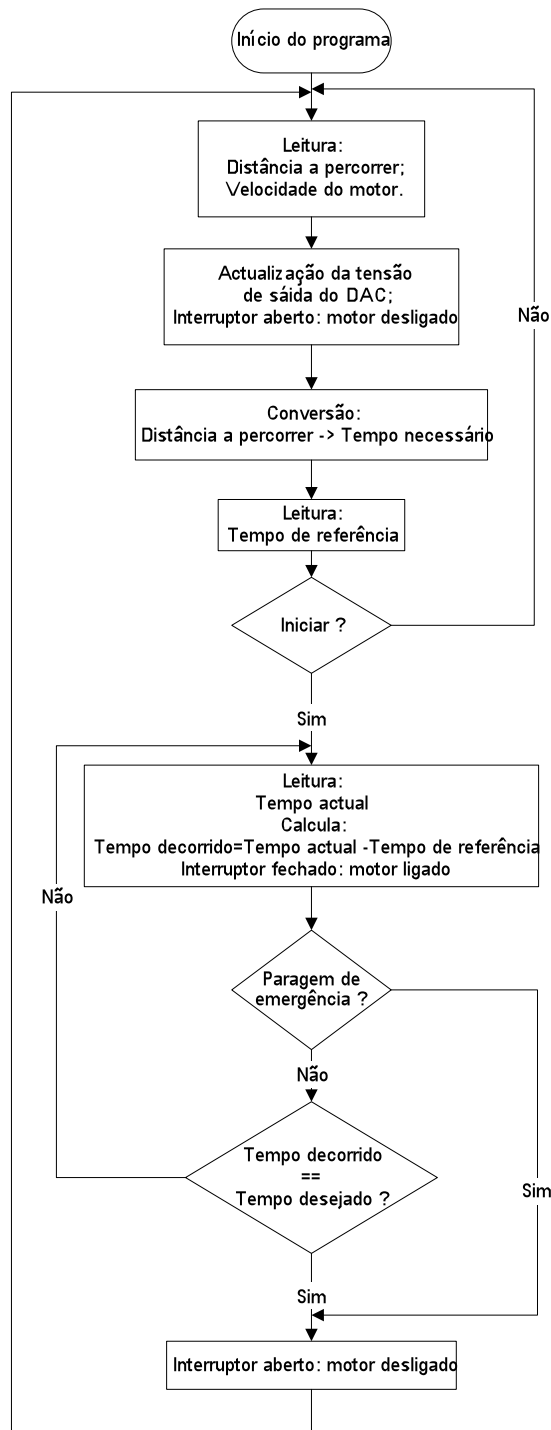


Figura A-7 - Diagrama de fluxo para o programa de controlo.

Dos vários blocos representados o diagrama de fluxo, merecem destaque os seguintes: a actualização da tensão de saída do DAC e a conversão da distância a percorrer numa constante temporal.

#### A.4.1 Actualização da tensão de saída no DAC

A sequência descrita na Tabela A-4 descreve o processo de actualização da tensão de saída do conversor digital – analógico.

Fase	Descrição	IEEE 1284-1994		DAC
		Registo	Código binário a transmitir	Endereço $A0/A1$
1	Inicialização do DAC	Controlo	××××1110	0
			××××1100	1
2	Colocar o valor binário na entrada do DAC	Dados	××××××××	×
3	Activação da escrita no DAC $\overline{CS} = 0$	Controlo	××××1111	0
			××××1101	1
4	Escrita no DAC $\overline{WR} = 0$	controlo	××××1011	0
			××××1101	1
5	$\overline{WR} = 1$	Controlo	××××1111	0
	Actualização da tensão à saída do DAC		××××1101	1
6	Desactivação da escrita no DAC $\overline{CS} = 1$	Controlo	××××1110	0
			××××1100	1

Tabela A-4 - Sequência lógica para actualização da tensão de saída do DAC. O símbolo × significa que esse bit pode ter o valor lógico '1' ou '0'.

O DAC é adequado para ser ligado a sistemas com linha de dados de 8 bits. Sendo o número de bits de resolução igual a doze, o programa de controlo deve primeiro escrever os 8 bits menos significativos, seguido dos 4 bits mais significativos, mediante a configuração de duas linhas de endereço,  $A0$  e  $A1$ .

Por uma questão de simplicidade, as linhas de endereço estão ligadas entre si. Desse modo, um nível lógico '0' permite actualizar os 8 bits menos significativos, ao passo que o nível '1' actua sobre os 4 bits mais significativos.

#### A.4.2 Conversão da distância em tempo

O sistema de sintonia foi projectado de forma a não utilizar qualquer elemento codificador que detecte a posição efectiva da plataforma móvel. Utiliza uma técnica de controlo em malha aberta. Dado um comando de posicionamento ao motor, a posição da plataforma móvel resultante não é medida, mas sim inferida.

O método usado consiste inicialmente em calcular e armazenar numa variável, o tempo necessário para que as variáveis *distância* e *velocidade*, definidas pelo utilizador na interface gráfica da Figura A-10, sejam satisfeitas:

$$\text{tempo necessário} = \text{distância} / \text{velocidade} \quad (A-1)$$

A variável *distância* pode tomar valores entre -10 mm e +10 mm. A velocidade, embora não tenha uma escala numerada na interface gráfica, é internamente associada a uma variável *escala*, que corresponde à posição do botão regulador de velocidade (ver Figura A-10). Relaciona-se com o código binário a transmitir ao DAC por:

$$\text{código binário} = \begin{cases} 2047 + \text{escala}, & \text{distância} \leq 0 \\ 2047 - \text{escala}, & \text{distância} > 0 \end{cases} \quad (A-2)$$

No instante em que é dada ordem para ligar o motor, o programa armazena na variável *referência* o último valor dum contador interno, para servir de referência temporal. O motor é desligado quando o valor do contador for igual a: *referência* + *tempo necessário*.

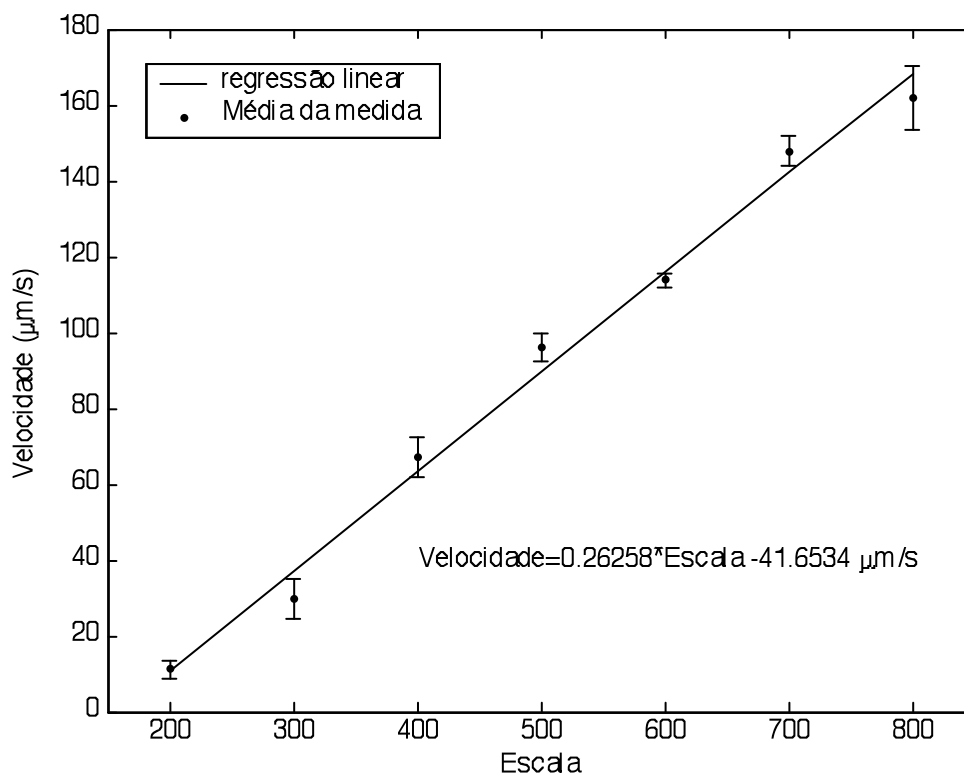


Figura A-8 - Relação entre a variável escala e a velocidade. Cada ponto vem representado com o desvio padrão, resultante do processo de medida.

Este esquema só resulta se for caracterizada a velocidade do motor num regime de carga, e daí poder ser calculada a correspondência entre o código binário à entrada do DAC e a velocidade medida experimentalmente. A Figura A-8 apresenta os resultados obtidos. Cada ponto obtido resulta da média de 4 medidas, alternando sucessivamente o sentido de rotação do motor.

Caracterizado o comportamento do motor, define-se uma recta de ajuste pelo método dos mínimos quadrados, que relaciona a variável *escala* com a velocidade do motor. O tempo é então calculado com base na equação (A-1). O bloco de código que implementa esta relação está representado na Figura A-9.

```
tempo=abs(dist)/  
(0.2626*escala-41.6534);  
tempo=tempo*1000000;
```

Figura A-9 - Conversão da distância em tempo, em função da equação de velocidade

#### A.4.3 Interface gráfica

A interface da Figura A-10 realiza a ligação entre o sistema de sintonia e o elemento humano. A velocidade do motor é ajustada por um cursor rotativo. A distância a percorrer é introduzida numericamente ou seleccionada por um cursor linear.

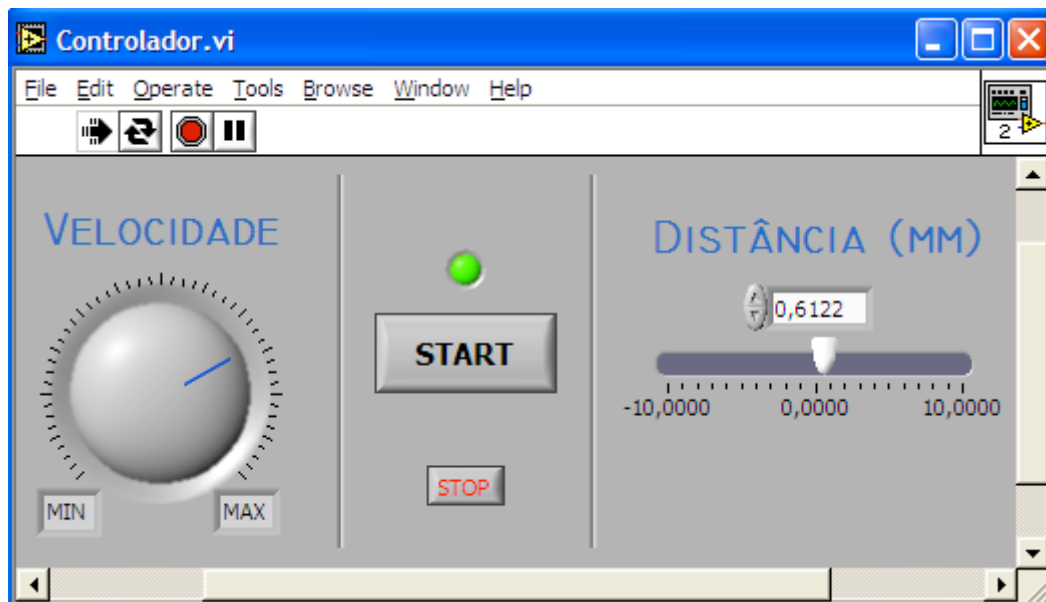


Figura A-10 - Interface gráfica da aplicação de controlo.

O interruptor *START* dá início ao funcionamento do motor. Sempre que necessário, o sistema de sintonia é desligado carregando no botão *STOP*. Finalmente, o utilizador pode obter informação do estado do motor através de um indicador luminoso.

## A.5 Caracterização do módulo

Realizada a montagem do sistema de sintonia nas suas componentes electrónica e electromecânica, efectuou-se um conjunto de medições tendentes à sua caracterização. Todo o processo de caracterização é baseado na norma ISO 230-2 [5].

### A.5.1 Medidas realizadas

Os dados são recolhidos à temperatura ambiente, utilizando um método de translação linear e bidireccional, ilustrado na Figura A-11. A distância pretendida entre cada posição é fixada em  $500 \mu\text{m}$  no programa de controlo, num total de  $3.5 \text{ mm}$  em cada sentido, o que corresponde a 15% do percurso total realizável. A distância percorrida é depois confirmada com a ajuda de um micrómetro com resolução máxima de 0,1 milésima de polegada. A velocidade do motor deve ser relativamente pequena, para minimizar o erro do sistema. Em concreto, se a variável escala for igual a 500, a velocidade usada é aproximadamente igual a  $90 \mu\text{m/s}$ .

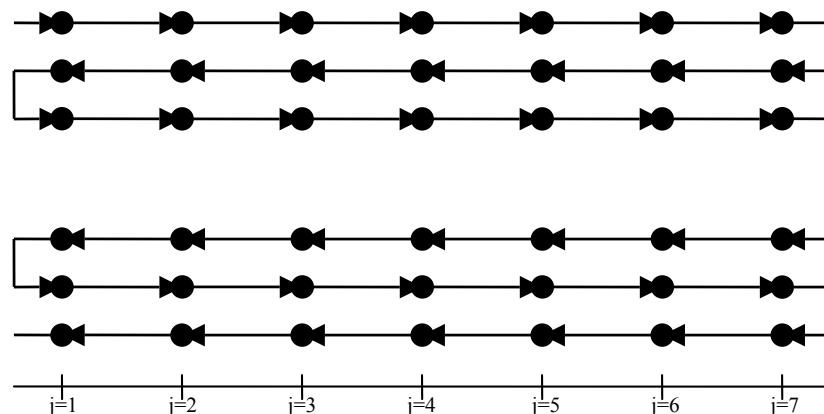


Figura A-11 - No método de recolha linear, as medições iniciam-se movendo a plataforma móvel para a posição  $j = 1$  (a extremidade mais à esquerda) e seguindo em direcção à extremidade oposta ( $j = 7$ ). O sentido de translação é depois invertido, de forma a recolher novos dados, da extremidade direita para a esquerda. O método repete-se até serem recolhidas 5 medidas para cada posição.

A Figura A-12 mostra o conjunto de medidas realizadas. O desvio vertical entre as rectas de melhor ajuste do sentido crescente e decrescente, deve-se à *zona morta* do sistema. É fruto da combinação da histerese do material e do movimento relativo entre os diversos componentes do sistema.

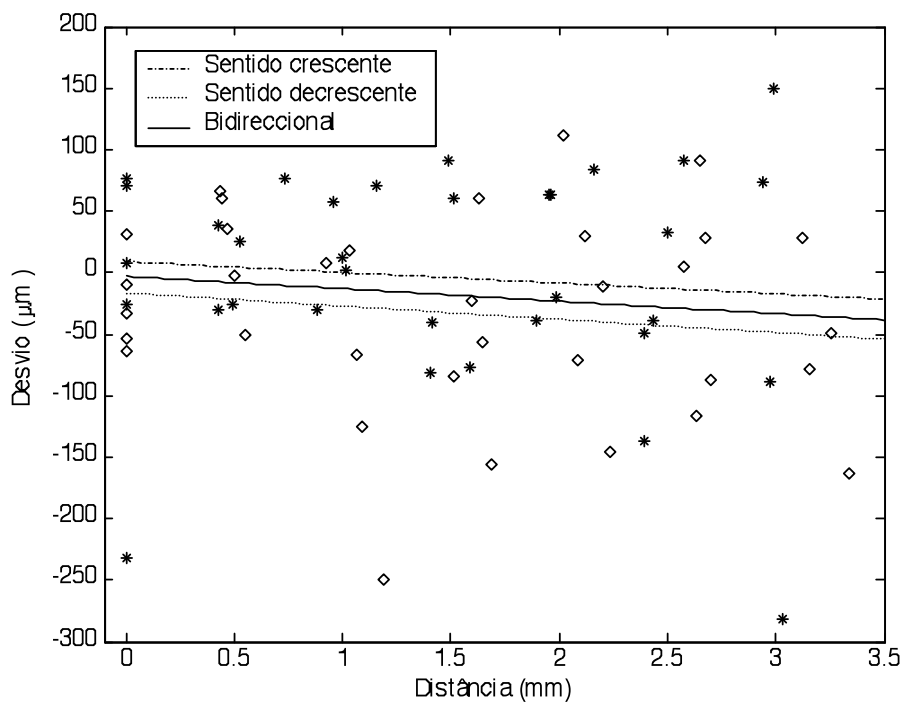


Figura A-12 - Representação gráfica dos desvios medidos em cada posição, nos sentidos crescente (\*) e decrescente (◇). As rectas de melhor ajuste são obtidas pelo método dos mínimos quadrados.

### A.5.2 Repetibilidade e precisão

Uma das características que merece uma análise cuidada é a repetibilidade. É uma medida da capacidade de um sistema atingir uma determinada posição após várias tentativas, seguindo sempre a mesma direcção, ou partindo de direcções contrárias.

A norma ISO 230-2 assume que a repetibilidade é igual a quatro vezes o desvio padrão. Numa distribuição normal, 95% dos dados recolhidos estão dentro do intervalo de incerteza caracterizado pela repetibilidade.

	Sentido crescente (□ m)	Sentido decrescente (□ m)	Bidireccional (□ m)
Média	496.91	535.01	515.96
Variância	5476.511109	7066.719274	6534.370019
Desvio padrão	74.00345336	84.06378099	80.83545026
Erro do sistema	3.09	35.01	15.96
Repetibilidade	296.0138134	336.255124	323.341801

Tabela A-5 - Informação estatística das medidas realizadas com o sistema de posicionamento motorizado.

Por outro lado, a precisão é a diferença entre o deslocamento efectivo e o deslocamento pretendido. É também conhecida como o erro do sistema e pode ser facilmente compensado por software.

Do estudo estatístico levado a cabo resultaram os números da Tabela A-5. Verifica-se uma grande diferença de valores nos resultados da precisão, para o sentido positivo e negativo. O fenómeno de *zona morta* é a principal causa. Os resultados no modo bidireccional são por isso utilizados para caracterizar o sistema: a repetibilidade máxima é 323.3 m e a precisão é aproximadamente 16 m.

## Referências

- [1] *MAX530 +5V, low power, parallel input, voltage output, 12-bit DAC* (1995). Consultado em 30 de Setembro de 2003, em Maxim Integrated Products:  
<http://pdfserv.maxim-ic.com/en/ds/MAX530.pdf>
- [2] *LM741 Operational amplifier* (2000). Consultado em 30 de Setembro de 2003, em National Semiconductor corporation:  
<http://cache.national.com/ds/LM/LM741.pdf>
- [3] *MAX4690 1.25V, dual SPST, CMOS analog switches* (1999). Consultado em 30 de Setembro de 2003, em Maxim Integrated Products:  
<http://pdfserv.maxim-ic.com/en/ds/MAX4680-MAX4700.pdf>
- [4] *LabVIEW 6.1 - User Manual* [Programa de computador] (2000). Austin, Texas: National Instruments (32099C-01)
- [5] Farrar, R., Kongmebhol, B. & Bartholomäus, T. (2003). Specifications don't always tell the whole story. *Laser Focus World*, **38**, pp. 105-109.
- [6] *Tutorials: Opto-Mechanical Components*. Consultado em 5 de Outubro de 2003, em Newport Corporation:  
<http://www.newport.com/Support/Tutorials/OptoMech/>

## Apêndice B

# Simulador de redes de Bragg

### B.1 Motivação

Actualmente, os simuladores de componentes ópticos são ferramentas poderosas e relativamente fáceis de usar. No campo das redes de Bragg, foram desenvolvidas aplicações a nível académico, com ênfase na compensação da dispersão em ligações por fibra óptica [1]. Por outro lado, os pacotes de software comerciais, como por exemplo *IFO Gratings* [2], permitem a definição de um vasto conjunto de características para a simulação de redes de Bragg, com aplicações no campo das telecomunicações (filtros ópticos, compensação da dispersão) ou da instrumentação (Sensores de temperatura, de peso, de compressão, etc.).

De modo a possuir um controlo completo das simulações, decidiu-se desenvolver um simulador próprio, a que se chamou *BGS* [3], que resulta da abreviação de *Bragg Gratings Simulator*. Além de poder servir para desenvolvimento e investigação em futuras aplicações, permitiu testar as potencialidades dos vários métodos numéricos abordados, como ficou demonstrado no capítulo 3. Os trabalhos apresentados nas referências [4] e [5] fornecem exemplos de aplicação deste simulador.

### B.2 Estrutura do BGS

O simulador *BGS* foi programado com recurso ao programa *MATLAB*, numa linguagem de programação baseada em *C*. Para a criação da interface gráfica, fez-se uso da ferramenta de desenvolvimento de aplicações gráficas, pertencente ao conjunto de software especializado que acompanha o *MATLAB*. A tradução do código para linguagem *C* e posterior compilação foi depois realizada seguindo as directivas fornecidas na referência [6], o que permitiu criar uma aplicação gráfica executável e autónoma.

O diagrama de fluxo da Figura B-1 sintetiza toda a sequência de ações associadas ao simulador.

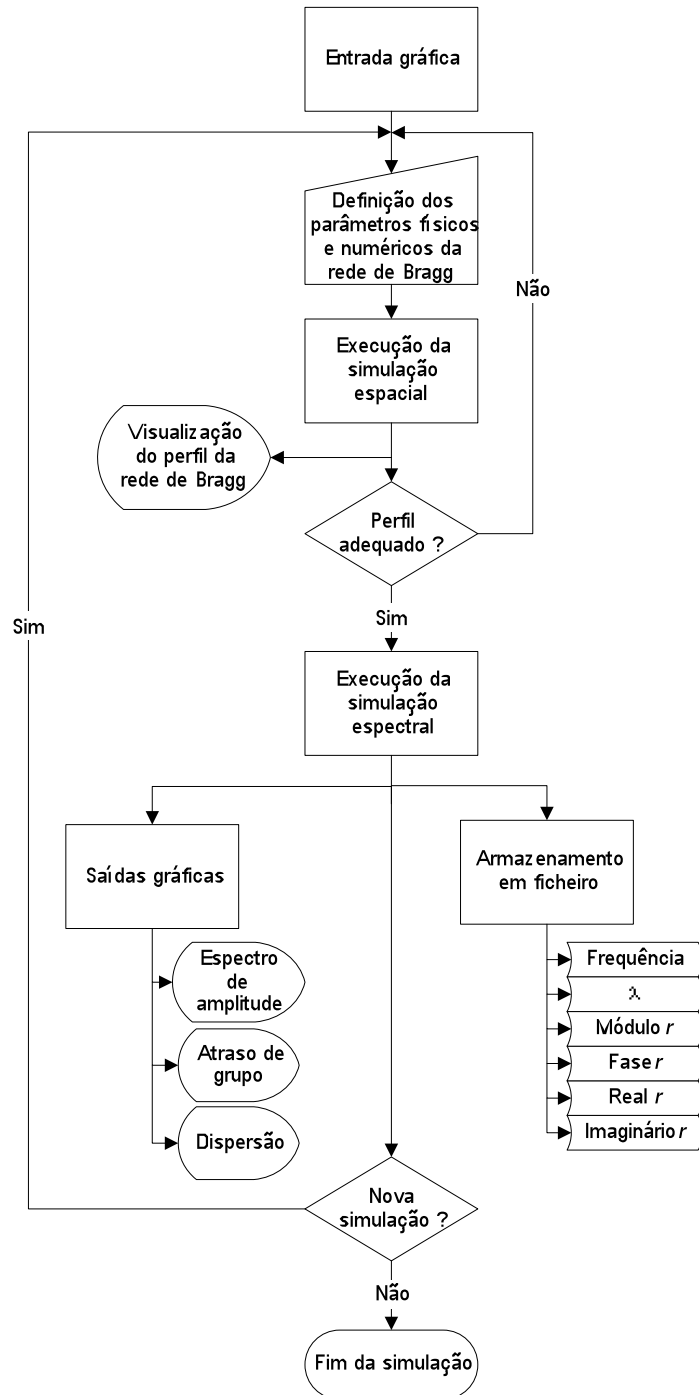


Figura B-1 - Diagrama de fluxo da ferramenta de simulação para redes de Bragg, BGS.

### B.3 Interface com o utilizador

A Figura B-2 ilustra o ambiente gráfico do simulador *BGS*. Na fase de caracterização, o utilizador é solicitado para definir cinco conjuntos distintos de parâmetros. As opções numéricas definem o número de pontos simulados no comprimento e no espectro. As propriedades espectrais caracterizam a largura espectral de simulação e o comprimento de onda de máxima reflectividade,  $\lambda_{\max}$ .

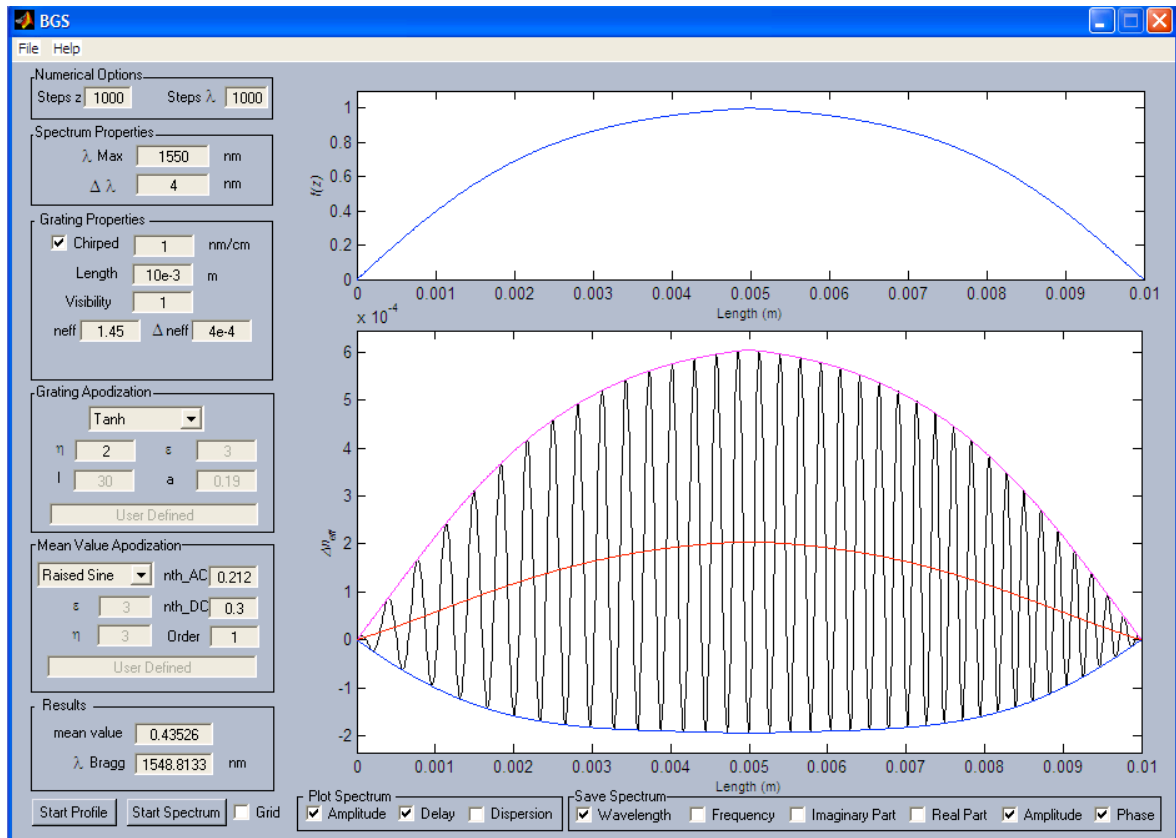


Figura B-2 - Interface gráfica do simulador *BGS*; é de notar que o período representado no gráfico inferior foi aumentado, e não está à escala.

Os restantes campos permitem ajustar os parâmetros do perfil. A variação do período da rede de Bragg vem caracterizada pelo termo de fase  $\phi(z)$ , presente na equação (2-18), e depende do coeficiente de aperiodicidade  $d\lambda_B/dz$ . No caso de *chirp* linear [7], tem-se:

$$\phi(z) = -\frac{4\pi n_{eff}}{\lambda_B^2} \frac{d\lambda_B}{dz} z^2 \tag{B-1}$$

Os formatos de apodização disponíveis foram descritos da equação (2-22) a equação (2-26). São utilizados para caracterizar a variação do valor médio ao longo da rede e a amplitude de

modulação, definidos respectivamente em (2-19) e (2-20). O utilizador tem ainda a possibilidade de definir outras funções para o perfil, mediante a escrita de uma expressão.

Os resultados numéricos da caracterização da rede são o valor médio e o comprimento de onda de Bragg. Este último está relacionado com o comprimento de onda de máxima reflectividade [8] pela equação,

$$\lambda_B = \frac{n_{eff}\lambda_{max} + \sqrt{(n_{eff}\lambda_{max})^2 - 4(n_{eff} + \langle n_{th} \rangle \bar{\delta}n_{eff}) \left( n_{eff}L \frac{d\lambda_B}{dz} \lambda_{max} \right)}}{2(n_{eff} + \langle n_{th} \rangle \bar{\delta}n_{eff})} \quad (B-2)$$

Onde  $\langle n_{th}(z) \rangle$  é o valor médio de  $n_{th}(z)$ ,

$$\langle n_{th}(z) \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L n_{th}(z) dz \quad (B-3)$$

É de notar que no caso de uma rede de Bragg sem *chirp* e com valor médio nulo,  $\lambda_B = \lambda_{max}$ .

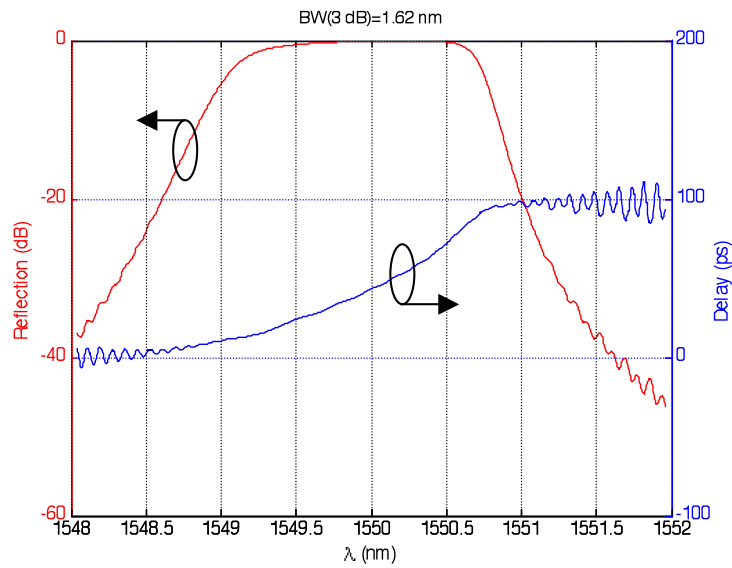
O perfil da rede após a definição de todos os parâmetros é obtido usando o botão *Start Profile*. A Figura B-3 mostra no gráfico superior a função de apodização  $f(z)$ . No outro gráfico, o perfil vem acompanhado das linhas para os limites máximo (magenta) e mínimo (azul), bem como para o valor médio (vermelho).

Depois de seleccionados os parâmetros da rede desejada, o uso do botão *Start Spectrum* permite calcular a resposta espectral. A ferramenta de simulação fornece daí informação gráfica como a representada na Figura B-3. O atraso de grupo reflecte a dependência da fase do espectro de reflexão  $\theta_p(\lambda) = \text{fase}(r(\lambda))$  com o comprimento de onda [7], e define-se por

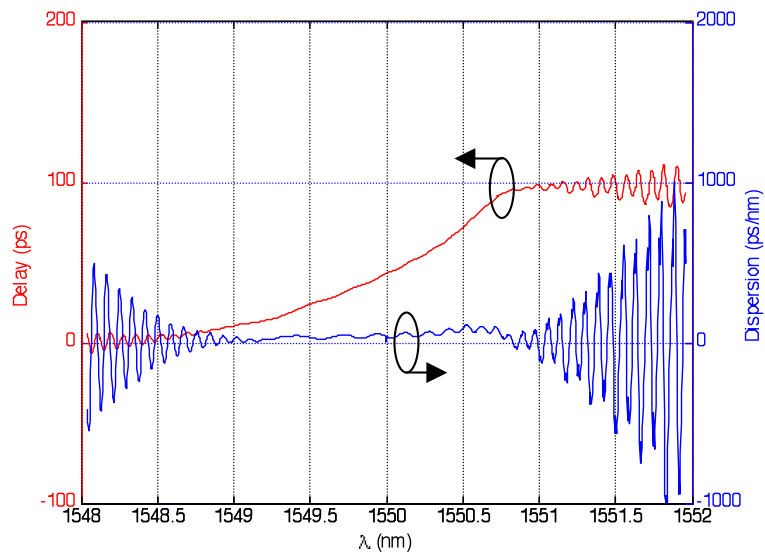
$$\tau_p(\lambda) = \frac{d\theta_p}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{d\theta_p}{d\lambda} \quad (B-4)$$

É uma grandeza temporal, e é usualmente apresentada em pico segundo. A dispersão [7] quantifica a variação do atraso de grupo em função de  $\lambda$ , e é normalmente representada em ps/nm :

$$d_p(\lambda) = \frac{d\tau_p}{d\lambda} = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2\theta_p}{d\omega^2} \quad (B-5)$$



(a)



(b)

Figura B-3 - Espectro de amplitude e atraso de grupo (a) e dispersão e atraso de grupo (b) em função do comprimento de onda, simulados com os parâmetros do exemplo da Figura B-2. A largura de banda a 3 dB do espectro de amplitude é também calculada.

Os valores obtidos são depois armazenados em ficheiro, quer na forma cartesiana ou polar, em conjunto com a gama de frequências ou de comprimentos de onda utilizados na simulação. É assim possível utilizar os resultados em simuladores de sistemas ópticos [9], ou compará-los com outros simuladores para redes de Bragg [2].

## Referências

- [1] Fernández, P. et al (2002). Simulation and design tool for spectral characterization of fiber Bragg gratings. *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Transparent Optical Networks - ICTON 2002*, Warsaw, Poland, April 2002, We.C.7.
- [2] *IFO Gratings 3.0 – Integrated & fiber optical gratings design software* [Programa de computador]. (1999). Ottawa, ON: Optiwave Corporation (12871/250699-ZU)
- [3] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Ferramenta de simulação para análise espectral de redes de Bragg. *Revista do DETUA*, **3**, 796-800.
- [4] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Numerical methods for fiber Bragg gratings. *Proceedings of the 5<sup>th</sup> International Conference on Transparent Optical Networks - ICTON 2003*, Warsaw, Poland, June-July 2003, Th.B.5.
- [5] Dionísio, R. P., Lima, M. J., Rocha, J. R. F., Pinto, J. L. & Teixeira, A. J. (2003). Comparison of fiber Bragg gratings simulation numerical methods. *Proc. Of the 4<sup>th</sup> Conference on Telecommunications - CONFTELE 2003*, Aveiro, Portugal, June 2003, 87-90.
- [6] *MATLAB C/C++ Graphics Library – The language of technical computing – User’s guide Version 2* [Programa de computador]. (2000). Natick, MA: The Mathworks, Inc.
- [7] Erdogan, T. (1997). Fiber grating spectra. *J. Light. Tech.*, **15**, 1277-1294.
- [8] Lima, M. J., *Optimização de sistemas de comunicação baseados na tecnologia WDM*. Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal (2003).
- [9] *PTDS - Photonic Transmission Design Suite* [Programa de computador] (1999). San Francisco: CA: Virtual Photonics Inc.

## GLOSSÁRIO DE ACRÓNIMOS

<b>ASE</b>	Amplified Spontaneous Emission (noise)	Emissão espontânea amplificada (ruído)
<b>CMOS</b>	Complementary Metal Oxide Semiconductor	
<b>CDMA</b>	Code Division Multiple Access	Acesso múltiplo por divisão do código
<b>DAC</b>	Digital to Analog Converter	Conversor de sinal digital para sinal analógico
<b>DSP</b>	Digital Signal Processing	Processamento digital de sinal
<b>EDFA</b>	Erbium Doped Fiber Amplifier	Amplificador óptico de fibra dopada com érbio
<b>FBG</b>	Fiber Bragg Grating	Rede de Bragg gravada em fibra óptica
<b>FWHM</b>	Full Width Half Maximum	Largura a meia altura
<b>LED</b>	Light Emitting Diode	Díodo emissor de luz
<b>MAI</b>	Multiple-Access Interference	Interferência por acesso múltiplo ao meio
<b>OADM</b>	Optical Add-Drop Multiplexer	Nó óptico de extração e inserção de canais
<b>OCDMA</b>	Optical Code Division Multiple Access	Acesso múltiplo por divisão do código no domínio óptico
<b>OOC</b>	Optical Orthogonal code	Código ortogonal óptico
<b>OSA</b>	Optical Spectrum Analyzer	Analisador de espectros ópticos
<b>OXC</b>	Optical Cross-connect	Nó óptico de cruzamento de canais
<b>PC</b>	Personal Computer	Computador pessoal
<b>PVI</b>		Problemas de Valor Inicial
<b>RF</b>	Radio Frequency	Radiofrequência
<b>TDMA</b>	Time Division Multiple Access	Acesso múltiplo por divisão do tempo
<b>WDM</b>	Wavelength Division Multiplexing	Multiplexagem do comprimento de onda
<b>WDMA</b>	Wavelength Division Multiple Access	Acesso múltiplo por divisão do comprimento de onda

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	Ordem de difracção
$a$	Parâmetro variável do perfil Blackman
$\vec{B}$	Densidade de fluxo eléctrico
$d$	Distância entre a fibra e uma lâmina de suporte, no sistema de sintonia
$\vec{D}$	Densidade de fluxo magnético
$\vec{E}$	Campo eléctrico
$E_b$	Amplitude do campo eléctrico contra-propagante
$E_f$	Amplitude do campo eléctrico propagante
$f(z)$	Perfil normalizado da apodização
$g(z)$	Apodização normalizada do valor médio da perturbação
$h$	Passo da simulação
$\vec{H}$	Campo magnético
$\vec{j}$	Densidade de corrente
$k$	Constante de propagação
$k_0$	Constante de propagação no vazio
$l$	Número de lobos secundários do perfil seno cardinal
$L$	Comprimento de rede de Bragg
$M$	Número de secções no método da matriz de transferência
$n$	Índice de refacção
$n_{eff}$	Índice de refacção efectivo do núcleo
$n_{th}(z)$	Variacão do valor médio da perturbação
$n_s$	Ordem do perfil seno
$n_{AC}$	Amplitude do valor médio da perturbação
$n_{DC}$	Contribuição contínua do valor médio da perturbação
$N$	Número de secções de simulação
$r$	Coefficiente de reflexão
$R$	Reflectividade
$T$	Temperatura

$T_k$	Matriz de transferência
$z$	Variável espacial
$\alpha$	
$\alpha_T$	Coefficiente de expansão térmico
$\beta$	Constante de propagação efectiva
$\delta$	Parâmetro de sintonia
$\bar{\delta}_{n_{eff}}$	Profundidade da modulação
$\langle \delta_R \rangle$	Parâmetro de sintonia modificado
$\Delta$	Parâmetro de sintonia normalizado
$\Delta z$	Comprimento da secções no método da matriz de transferência
$\varepsilon$	Permeabilidade ou constante dieléctrica
$\varepsilon_d$	Parâmetro de convergência do método de Heun Predictor corrector
$\varepsilon_G$	Parâmetro variável do perfil gaussiano
$\varepsilon_{k+1}$	Erro de truncatura
$\varepsilon_r$	Permeabilidade relativa
$\varepsilon_{rel}$	Elongação relativa
$\zeta$	Variável da matriz de transferência
$\eta$	Parâmetro variável do perfil tangente hiperbólica
$\kappa$	Amplitude de modulação
$\kappa_{max}$	Amplitude de modulação máxima
$\lambda$	Comprimento de onda
$\lambda_0$	Comprimento de onda no vazio
$\lambda_B$	Comprimento de onda para a condição de Bragg
$\Lambda$	Período da rede de Bragg
$\mu$	Susceptibilidade
$\nu$	Visibilidade da modulação
$\xi$	Variável espacial normalizada
$\xi_T$	Coefficiente termo – óptico
$\rho$	Densidade volumétrica de portadores de carga
$\rho_e$	Coefficiente elásto-óptico efectivo
$\rho_k$	Reflectividade complexa

$\hat{\sigma}$	Varição local do valor médio do índice de refração
$\sigma(z)$	Varição local normalizada do valor médio do índice de refração
$\tau(z)$	Amplitude normalizada de modulação
$\varphi$	Variável da matriz de transferência
$\phi(z)$	Varição do período da rede ( <i>chirp</i> )
$\omega$	Frequência angular

### CONSTANTES FUNDAMENTAIS

Velocidade da luz no vácuo	$c$	299792458	$\text{m s}^{-1}$
Permeabilidade no vácuo	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$	$\text{N A}^{-2}$
Permitividade no vácuo	$\epsilon_0$	$8.8541878 \times 10^{-12}$	$\text{F m}^{-1}$