



Instituto Politécnico de Castelo Branco  
Escola Superior de Tecnologia

***DIMENSIONAMENTO DE LIGAÇÕES EM  
ESTRUTURAS METÁLICAS DE ACORDO COM O  
EUROCÓDIGO 3***

**Lição para prestação de provas públicas de avaliação da  
competência pedagógica e técnico-científica  
(n.º 9, n.º 10 e n.º 11 do artigo 6.º da Lei n.º 7/2010, de 13 de maio)**

**Luís Miguel Marinho Barbosa de Magalhães**

**Dezembro de 2018**

## **PARTE I**

### **COMPONENTE PEDAGÓGICA**

#### **Índice I**

Índice I	2
Índice de quadros I	2
I.1 - Fundamentação e contexto	3
I.2 - Objetivos	5
I.3 - Metodologias pedagógicas	5
I.4 - Recursos didáticos	6
I.5 - Planificação	7
I.6 - Avaliação	8
Anexo I.1 - Ficha da Unidade Curricular	9

#### **Índice de quadros I**

Quadro I.1 - Enquadramento geral da lição	4
Quadro I.2 - Plano de desenvolvimento da lição	7

## **I.1 - Fundamentação e contexto**

A construção metálica e mista tem verificado nos últimos anos um desenvolvimento acentuado, principalmente na sua aplicação e implementação, que ultrapassou para além da tradicional construção de estruturas de naves industriais, para estruturas mais diversificadas em termos de arquitetura e utilização. Este desenvolvimento, fruto do aumento da competitividade em relação a outros tipos estruturais proporcionado por razões de sustentabilidade, implicitamente, originou um implemento na criação e atualização de códigos e regras para o seu dimensionamento, em que se destaca o Eurocódigo 3.

Noutro enquadramento, as estruturas metálicas, devido às propriedades físicas do aço, permitem realizar estruturas mais esbeltas e com um grau de ductilidade elevado, que face a ações dinâmicas apresentam um comportamento eficaz. A análise global de estruturas requer o conhecimento das propriedades dos elementos constituintes, pois a verificação de segurança de estruturas porticadas é feita através da verificação da resistência dos elementos estruturais, vigas e colunas (pilares), incluindo as suas ligações.

As características das ligações entre os elementos metálicos assumem uma função muito importante no comportamento global da estrutura, pois com o conceito de ligação semi-rígida é considerada a interação entre os elementos ligados, assim como devido à sua capacidade de rotação plástica, permitem a dissipação das ações dinâmicas. O Eurocódigo 3 indica modelos numéricos para a determinação das características de comportamento das ligações metálicas, nomeadamente a rigidez e a resistência, a partir da determinação do comportamento individual de cada componente da ligação, denominado "*método dos componentes*", assim como, estabelece valores limite destes parâmetros que permitem a sua classificação.

Perante a crescente aplicação das estruturas metálicas na construção, e à evolução dos métodos usados no seu dimensionamento, é fundamental que os destinatários desta lição, adquiram os conhecimentos fundamentais relativos ao dimensionamento de estruturas metálicas, em particular, os que permitam na prática profissional aplicar às situações correntes, os métodos de dimensionamento de ligações de elementos metálicos. A aplicação destes métodos é relevante em casos concretos de estruturas de Engenharia Civil, quer seja num projeto de construção, quer seja num projeto de reforço, remodelação ou de reabilitação.

Na lição são apresentadas as disposições regulamentares, relativas ao Eurocódigo 3, e alguns conceitos teóricos fundamentais para o dimensionamento e classificação de ligações viga-coluna tradicionalmente mais executadas, nomeadamente as soldadas e as aparafusadas com chapa de extremidade na viga.

A aplicação das disposições regulamentares é executada como conclusão, com a resolução de exemplos de dimensionamento, de ligação soldada, de ligação aparafusada com chapa de extremidade rasa e de ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida.

A lição apresentada, está integrada nos conteúdos programáticos da Unidade Curricular de “*Reabilitação e Reforço de Estruturas Metálicas e Betão Estrutural*” do 1º semestre e 2º ano curricular do “*Mestrado em Construção Sustentável*” do Instituto Politécnico de Castelo Branco, ministrado na Escola Superior de Tecnologia de Castelo Branco e na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Zambeze, Moçambique. É uma Unidade Curricular semestral, com conteúdos teórico-práticos, e com carga horária total de 95 horas, sendo 60 horas de contato. No anexo I.1 é apresentada a Ficha da Unidade Curricular.

Dentro dos currículos dos cursos de Engenharia Civil, a UC enquadra-se na área das estruturas, sendo que, nos atuais currículos dos cursos de licenciatura pós-Bolonha de algumas das Instituições de Ensino Superior, os conteúdos programáticos relativos às Estruturas Metálicas e Mistas não formam uma unidade curricular independente, gerando uma lacuna na formação dos licenciados.

Neste contexto, torna-se justificada a inclusão dos conteúdos e da temática desta lição em unidades curriculares de cursos pós-licenciatura, como complemento à formação.

No quadro seguinte, é apresentado o enquadramento geral da lição dentro da UC.

*Quadro I.1 - Enquadramento geral da lição*

Unidade Curricular	Reabilitação e Reforço de Estruturas Metálicas e Betão Estrutural
Conteúdo programático	Análise e dimensionamento de ligações metálicas
Identificação	Dimensionamento de ligações em Estruturas Metálicas de acordo com o Eurocódigo 3
Duração	60 minutos
Destinatários	Alunos do Mestrado em Construção Sustentável
Requisitos	Conhecimentos em mecânica estrutural e resistência dos materiais.

## **I.2 - Objetivos**

### Objetivos Gerais:

No final da lição o aluno deverá ter conhecimentos para:

- Reconhecer a importância das estruturas metálicas no contexto da construção e reabilitação de edifícios, sobretudo no da sustentabilidade;
- Analisar uma estrutura metálica, e compreender o modo de interação das ligações com os outros elementos estruturais;
- Escolher a configuração das ligações a utilizar consoante o tipo de análise;
- Aplicar os métodos de cálculo e de dimensionamento de ligações apresentados, estabelecidos no Eurocódigo 3.

### Objetivos Específicos:

Em termos de competências específicas a adquirir, o aluno no final da lição deverá estar habilitado para:

- Dimensionar ligações metálicas viga-coluna soldadas e aparafusadas com chapa de extremidade na viga;
- Determinar o comportamento de ligações em termos de momento resistente e rigidez rotacional;
- Classificar as ligações.

## **I.3 - Metodologias pedagógicas**

Ao nível das metodologias pedagógicas prosseguidas, os conteúdos são introduzidos através de explanação teórico-prática, com base nos métodos expositivo e interrogativo, durante o qual o docente solicitará aos alunos considerações sobre os temas e conceitos expostos, de forma a motivar os alunos para a aprendizagem de novos conteúdos, articulados com os já adquiridos. O desenvolvimento do método expositivo requer ter em atenção os objetivos da lição, considerando os destinatários, os seus conhecimentos, a sua motivação e as suas capacidades.

Sendo a Engenharia Civil, uma área do conhecimento com muita aplicação prática, é necessário motivar os alunos para a aplicação dos conceitos teórico-práticos ministrados, neste caso específico, aplicando-os a problemas concretos dos atos de Engenharia.

Seguindo as mesmas metodologias, são apresentados exemplos de dimensionamento, que servem como base de modelo de cálculo, para a execução prática dos

conhecimentos de forma autónoma pelos alunos. Neste contexto prático, será adotada uma metodologia pedagógica de aprendizagem de forma ativa, em que o aluno, sob orientação do docente, através da resolução de exemplos práticos, consolida os seus conhecimentos. Esta metodologia de aprendizagem configura-se na prática na execução de trabalhos práticos, fora das horas de contacto, previstos na avaliação da UC, em que a utilização de software de apoio à análise estrutural deve servir de incremento da motivação.

Para além das metodologias referidas para a exposição dos conteúdos programáticos e para a sua aplicação, é também importante referir o método de aprendizagem baseado na partilha de conhecimento, método participativo, em que todos os envolvidos na lição podem participar de forma produtiva, contribuindo com os seus conhecimentos e experiências, para a qualidade técnico-científica da lição.

Será importante referir, que a lição é lecionada numa conjuntura diferente daquela para a qual estas metodologias são aplicadas, visto que o candidato não se encontra perante uma plateia de alunos, mas perante um Júri. Por esta razão, as estratégias metodológicas descritas poderão não ser aplicadas na íntegra.

Na exposição dos conteúdos será utilizada uma linguagem com aplicação de termos técnicos associados às engenharias em geral, e especificamente às estruturas metálicas, consistindo como preocupação por parte do docente, a compreensão e familiarização desta linguagem por parte dos alunos.

#### **I.4 - Recursos didáticos**

A nossa percepção resulta de um procedimento seletivo que nos leva a separar a informação que recebemos num dado momento vinda do meio onde nos inserimos, da qual selecionamos aquela que nos é essencial e que damos mais atenção. Toda a informação é recebida através dos sentidos, na forma de estímulos, provocando impulsos que se transmitem pelo sistema nervoso. Por esta razão a percepção é diferente de indivíduo para indivíduo, devido a fatores fisiológicos e psicológicos, tornando importante a escolha dos recursos didáticos adequados.

Os recursos didáticos, ou auxiliares pedagógicos, são o conjunto de dispositivos e documentos que facilitam a aprendizagem através da estimulação dos sentidos, servindo de meio de transmissão do conhecimento adquirido por um indivíduo para os outros (professor - aluno). A sua escolha é condicionada principalmente pelos conteúdos, pelos objetivos e pelas características dos destinatários.

Para aplicação do método expositivo são utilizados como recursos um computador, um projetor e uma tela de projeção. Eventualmente o docente poderá recorrer a um quadro, marcadores e apagador. O software utilizado é o Microsoft PowerPoint que transmitirá os conteúdos da lição através de imagens ou slides. A utilização de meios audiovisuais como recurso didático é bastante vantajoso, na medida em que aumenta a eficácia da lição, aumenta o interesse e a atenção dos alunos, e facilita o entendimento e a assimilação dos conteúdos.

Os exemplos de dimensionamento são apresentados utilizando os recursos anteriormente identificados, o software Microsoft Excel, em que são apresentadas as folhas de cálculo, e o programa de cálculo de esforços Ftool (A Graphical-Interactive Program for Teaching Structural Behavior).

Todos os ficheiros utilizados como recursos na forma de documento, assim como o ficheiro executável para o download gratuito do programa Ftool, são disponibilizados na plataforma Moodle do IPCB, para acesso dos alunos.

### **I.5 - Planificação**

O desenvolvimento da lição é apresentado na forma de um plano no quadro I.2, materializando a planificação da aula de acordo com a sequência de lecionação dos conteúdos.

*Quadro I.2 - Plano de desenvolvimento da lição*

Parte	Conteúdos	Tempo [minutos]
Parte I	Apresentação - Fundamentação - Objetivos - Metodologias pedagógicas - Recursos didáticos	10
Parte II	Caracterização de ligações de estruturas metálicas Classificação	10
	Método dos componentes	20
	Exemplos de dimensionamento	15
Parte Final	Síntese final Exposição de questões	5

## **I.6 - Avaliação**

No caso desta lição, englobada no programa de uma unidade curricular, a avaliação tem como principal função a indicação de resultados, ou seja, de classificar os alunos, designação distinta de avaliar, em que é transportada para uma escala as informações obtidas pela avaliação.

No entanto é necessário aplicar não só o método de avaliação sumativa, mas também outros métodos, tendo em conta que a avaliação deve ser um processo contínuo. Neste propósito, deve ser avaliada a aprendizagem do aluno de forma contínua que permita ao docente avaliar a sua intervenção e moldar a estratégia de aprendizagem consoante a resposta verificada nos alunos, e assim diagnosticar as suas necessidades. A avaliação formativa, implementada com questões colocadas aos alunos no decorrer da lição, permite avaliar se o processo de aprendizagem está a ser eficaz, ou seja, se os alunos compreendem os conteúdos expostos e se estão a gerar conhecimento.

A avaliação sumativa prevista durante o decorrer do semestre é constituída por um trabalho prático, realizado em grupo, para o aluno se familiarizar com o trabalho em equipe, no qual os alunos aplicam os conteúdos teórico-práticos constantes na lição apresentada. O trabalho prático será alvo de uma apresentação e da sua discussão, que permitem ao docente avaliar se os objetivos da lição foram atingidos.

Como forma de complementar os conhecimentos e preparar os alunos para os momentos de avaliação, é recomendada a leitura nas horas de estudo fora das de contacto da seguinte bibliografia:

- *Manual de Ligações Metálicas*. Editores, L. Simões da Silva, A. Santiago. Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista - cmm, Coimbra, novembro de 2003. ISBN 972-98376-4-3.
- *European Recommendations for the Design of Simple Joints in Steel Structures*. J.P. Jaspart, J.F. Demonceau, S. Renkin, M.L. Guillaume. European Convention for Constructional Steelwork - ECCS. ISBN 92-9147-000-95.

## **Anexo I.1**



Instituto Politécnico  
de Castelo Branco

# **FICHA DA UNIDADE CURRICULAR**

### **Curso**

Mestrado em Construção Sustentável  
6990

### **Course**

Master in Sustainable Construction  
6990

### **Unidade Curricular**

Reabilitação e Reforço de Estruturas Metálicas e Betão Estrutural

### **Curricular Unit**

Rehabilitation and strengthening of steel and concrete structures

<b>Ano / Year</b>	<b>Semestre</b>	<b>Horas Contacto / Contact Hours</b>	<b>Horas Totais / Total Hours</b>	<b>ECTS</b>
2	S1	TP:60	95:00	3.5

### **Professor Responsável / Coordinating Teacher**

Luís Miguel Marinho Barbosa De Magalhães

### **Corpo Docente / Teaching Staff**

Luís Miguel Marinho Barbosa De Magalhães

### **Objetivos de Aprendizagem**

A unidade curricular de Reabilitação e Reforço de Estruturas Metálicas e de Betão Estrutural tem como objectivo a formação dos alunos no domínio da intervenção em obras existentes relativamente ao reforço e reparação. Nesta unidade curricular pretende-se que o aluno seja capaz de intervir em estruturas de betão estrutural e em estruturas metálicas de forma crítica, identificando as técnicas mais adequadas para a intervenção necessária e seja capaz de as detalhar em Projecto.

### **Learning Objectives**

The curricular unit of Rehabilitation and Reinforcement of Steel Structures and Structural Concrete aims the training students in the field of intervention in existing works towards strengthening and repair. This curricular unit intended that the student is able to work in concrete and steel structures critically, identifying the most appropriate techniques for the necessary rehabilitation and be able to detailing the Project.



Instituto Politécnico  
de Castelo Branco

### Conteúdos Programáticos

O programa está estruturado em 2 módulos. 1º módulo: Reabilitação e Reforço de Estruturas Metálicas onde são abordadas as metodologias de intervenção relativas ao reforço e reparação para cada tipo de estrutura. Este módulo inicia com a formação prévia em Eurocódigo 3, nomeadamente: A Classificação de Estruturas; Dimensionamento de elementos estruturais; Encurvadura; Análise e dimensionamento de ligações metálicas; Ligações aparafusadas; Ligações por soldadura; Elementos de contraventamento e seu dimensionamento. 2º módulo: Reforço de Estruturas de Betão Estrutural em que se apresentam as diferentes técnicas de reforço, a metodologia de dimensionamento e o seu domínio de aplicação. Os materiais compósitos e suas aplicações no reforço de estruturas.

### Syllabus

The program is structured in two modules: Module 1: Rehabilitation and Strengthening of steel structures that cover the methods of intervention related to strengthening and repair for each type of structure, including in the Eurocode 3, namely: Classification of the Structures; Design of structural elements; Buckling. Analysis; Design of steel connections: bolted connections; welding connections; Bracing elements and their design. Module 2: Rehabilitation and strengthening of Structural Concrete in order to introduce different techniques for enhancing the design methodology and its application domain. Composite materials and their applications in building structures.

### Demonstração da coerência dos conteúdos programáticos com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular

Os conteúdos programáticos permitem que os estudantes desenvolvam competências no âmbito do cálculo e da implementação do reforço em estruturas metálicas e de betão estrutural. Atendendo a que os alunos não possuem conhecimentos no dimensionamento de estruturas metálicas, a disciplina inicia-se com a introdução dos conceitos fundamentais nesta matéria. O cálculo e a implementação do reforço estrutural é uma matéria muito vasta, neste sentido são apresentadas as principais técnicas de reforço. A realização de um trabalho prático permite a simulação de uma situação real a dimensionar. A definição dos objetivos dos trabalhos é coerente com o desenvolvimento das competências pois permite que os estudantes desenvolvam uma metodologia onde apliquem os diversos conceitos que são abordados ao longo do semestre. Neste trabalho, os alunos têm de propor soluções, que apresentem um desempenho adequado.

### Demonstration of the coherence between the syllabus and the objectives of the course unit

The syllabus allows students to develop skills in the calculation and implementation of the reinforcement in steel structures and structural concrete. Since students do not have knowledge in the design of steel structures, this curricular unit begins with the introduction of fundamental concepts in this subject. The calculation and implementation of structural reinforcement is a very complex issue, so the main reinforcement techniques are explained. The realization of a practical work enables the simulation of a real design situation. The definition of the objectives of the work is consistent with the development of skills because it allows the students develop a methodology where can apply the various concepts that are covered throughout the semester. In this work, students have to propose solutions, with adequate performance to the purpose.



Instituto Politécnico  
de Castelo Branco

### **Metodologias de Ensino (avaliação incluída)**

Nas aulas é efectuada uma explanação dos conceitos fundamentais seguindo-se a aplicação destes a problemas resolvidos por métodos analíticos, aproximados ou recorrendo a software. Ao longo do semestre serão efectuadas palestras versando a matéria da disciplina, nomeadamente nas metodologias de intervenção relativas ao reforço e reparação para cada tipo de estrutura, técnicos de empresas com experiência reconhecida nestas matérias são convidados. Pretende-se motivar os estudantes a participarem, emitindo opinião e apresentarem as suas dúvidas. Nesta u.c. procura-se estimular no aluno a capacidade de aprendizagem e de trabalhar em grupo, através da elaboração de um trabalho. A plataforma de e-learning é utilizada para a disponibilização do material de apoio e para a divulgação das actividades relacionadas com a u.c.. A avaliação é contínua e pretende avaliar as diversas etapas de aprendizagem dos estudantes. Neste sentido o trabalho prático desenvolve-se ao longo do semestre.

### **Teaching Methodologies**

The typology of this curricular unit is theoretical/practical, so is made an explanation of key concepts followed by the application of these with simple problems solved by analytical, or numerical methods. When necessary a software is used. Throughout the semester same expertise will due lectures dealing with intervention methodologies for the strengthening and repair for each type of structure. During classes is intended to motivate students to participate, giving opinions and submit their questions. This course seeks to stimulate the student's ability to learn and work together, through the elaboration of a job. The e-learning platform is used for the provision of material support and information about activities related to the curricular unit.

### **Demonstração da coerência das metodologias de ensino com os objetivos de aprendizagem da unidade curricular**

As metodologias utilizadas baseiam-se em dar aos alunos os fundamentos teóricos para a verificação da segurança das estruturas metálicas, mistas e de betão. Após a explicitação dos conceitos são resolvidos nas aulas exemplos de aplicação. A resolução de um trabalho é fundamental para os alunos demonstrarem o conhecimento das matérias dadas, desenvolverem a capacidade de análise estrutural, de interpretação dos resultados e de trabalhar em grupo. A avaliação é definida em função das competências adquiridas e visam medir a capacidade que o estudante tem em desenvolver, escrever e implementar uma solução e ainda de demonstrar que compreendeu os objectivos propostos para o trabalho.

### **Demonstration of the coherence between the teaching methodologies and the objectives of the course unit**

The methodologies used pretend to give to the students the theoretical basis for the design of steel, composite and concrete structures. After the explanation of the concepts are addressed in class examples. The resolution of a job is essential for students to demonstrate knowledge of the matters in hand, the ability to develop structural analysis, interpretation of results and work together. The rating is defined in terms of acquired skills and aim to measure the ability of the student has to develop, write and implement a solution and also to demonstrate that you understand the objectives proposed for the job.



Instituto Politécnico  
de Castelo Branco

### **Bibliografia / Bibliography**

\*Guide de la réhabilitation avec l'acier à l'usage des architectes et des ingénieurs, Pierre Engel , ConstruirAcier , ArcelorMittal , 2011.

\*Reabilitação estrutural de edifícios antigos, Vitor Coias, Gecorpa. ISBN: 9789728479409.

\*Reabilitação de edifícios antigos - Patologias e Tecnologias de Intervenção (2ª edição), João Appleton , Orion, 2011. ISBN: 9789728620035

\*Reabilitação de edifícios "Gaioleiros", João Appleton , Orion, 2005. ISBN: 9789728620059

\*Manual de apoio ao projecto de reabilitação de edifícios antigos, Vasco Peixoto de Freitas, Ordem dos Engenheiros.

\*CEB. Durable Concrete Structures. Bul.183, Thomas Telford. 1992.

\*NP EN 1992-1-1. Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, IPQ. 2010.

\* NP EN 1993-1-1. Eurocódigo 3: Projecto de estruturas de aço. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. IPQ. 2010

\*NP EN 1998-1. Eurocódigo 8: Projecto de estruturas para a resistência aos sismos. Regras gerais, IPQ. 2010

## **PARTE II**

### **COMPONENTE TÉCNICO-CIENTÍFICA**



Instituto Politécnico de Castelo Branco  
Escola Superior de Tecnologia



DIMENSIONAMENTO DE LIGAÇÕES EM  
ESTRUTURAS METÁLICAS DE ACORDO  
COM O EUROCÓDIGO 3

ESTRUTURAS METÁLICAS E MISTAS

LUÍS BARBOSA DE MAGALHÃES

2018

## **Índice II**

Índice II	15
Índice de figuras II	16
Índice de quadros II	17
Resumo	18
Abstract	19
II.1 - Introdução	20
II.2 - Dimensionamento	22
II.3 - Classificação das ligações	24
II.3.1 - Classificação pela rigidez rotacional	25
II.3.2 - Classificação pelo momento resistente	27
II.4 - Componentes básicos	30
II.4.1 - Peça em T equivalente	31
II.4.2 - Caracterização dos componentes	34
II.4.2.1 - Painel de alma de coluna solicitado ao corte	34
II.4.2.2 - Alma de coluna em compressão transversal	37
II.4.2.3 - Alma de coluna em tração transversal	40
II.4.2.4 - Banzo de coluna em flexão	42
II.4.2.5 - Chapa de extremidade em flexão	47
II.4.2.6 - Banzo e alma de viga ou de coluna em compressão	48
II.4.2.7 - Alma da viga à tração	49
II.4.2.8 - Parafusos à tração	49
II.4.3 - Momento fletor resistente	50
II.4.4 - Rigidez de rotação	51
II.4.5 - Capacidade de rotação	53
II.5 - Exemplos de dimensionamento	54
Referências	55
Anexo II.1 - Ligação soldada	56
Anexo II.2 - Ligação com chapa de extremidade rasa	60
Anexo II.3 - Ligação com chapa de extremidade estendida	66

## **Índice de figuras II**

Figura 1 - Diagramas momento-rotação para diferentes ligações	20
Figura 2 - Comportamento de ligações de acordo com a rigidez	21
Figura 3 - Curvas momento-rotação das ligações	21
Figura 4 - Diagrama momento-rotação de uma ligação viga-coluna	22
Figura 5 - Forças que atuam na ligação	23
Figura 6a - Possíveis idealizações das curvas momento-rotação	23
Figura 6b - Possíveis idealizações das curvas momento-rotação com deslizamentos	24
Figura 7 - Classificação de ligações pela rigidez rotacional	26
Figura 8 - Exemplos de classificação pela rigidez rotacional	27
Figura 9 - Classificação de ligações pelo momento resistente	28
Figura 10 - Curvas momento-rotação de ligações viga-coluna	28
Figura 11 - Zonas críticas a considerar num nó de uma ligação	30
Figura 12a - Rotura por plastificação total do banzo	31
Figura 12b - Rotura dos parafusos com plastificação do banzo	32
Figura 12c - Rotura dos parafusos	32
Figura 13 - Dimensões $e$ , $e_{\min}$ , $r_c$ e $m$	33
Figura 14 - Forças atuantes nos componentes básicos	34
Figura 15 - Chapas de alma adicionais	35
Figura 16 - Exemplos de reforço da alma com chapas transversais	36
Figura 17 - Braço das forças $z$ para os três tipos de ligação viga-coluna	37
Figura 18a - Padrões de rotura para linhas isoladas	43
Figura 18b - Padrões de rotura para linhas como parte de um grupo	44
Figura 19 - Valores de $\alpha$	45
Figura 20 - Dimensão $m_2$	45
Figura 21 - Contrachapas de reforço dos banzos da coluna	46
Figura 22 - Dimensões $p$ , $m_x$ , $w$ , $e_x$ e $b_p$	47
Figura 23 - Dimensão $L_b$	50
Figura 24 - Método simplificado para determinação do momento resistente em ligações com duas linhas de parafusos tracionadas	51

**Índice de quadros II**

Quadro II.1 - Tipos de modelação de ligações	25
Quadro II.2 - Valores limites de rigidez para a classificação de ligações	26
Quadro II.3 - Resultados comparativos dos exemplos de dimensionamento	54

## **Resumo**

A construção metálica e mista tem verificado nos últimos anos um desenvolvimento acentuado, principalmente na sua aplicação e implementação, que ultrapassou para além da tradicional construção de estruturas de naves industriais, para estruturas mais diversificadas em termos de arquitetura e utilização. Este desenvolvimento, fruto do aumento da competitividade em relação a outros tipos de estruturas, implicitamente, originou um implemento na criação e atualização de códigos e regras para o seu dimensionamento, em que se destaca o Eurocódigo 3.

Por outro lado, as estruturas metálicas, devido às propriedades físicas do aço, permitem realizar estruturas mais esbeltas e com um grau de ductilidade elevado, que face a ações dinâmicas apresentam um comportamento eficaz.

As ligações entre os elementos metálicos assumem uma função muito importante no comportamento global da estrutura, pois com o conceito de ligação semi-rígida é considerada a interação entre os elementos ligados, assim como devido à sua capacidade de rotação plástica, permitem a dissipação das ações dinâmicas.

Neste artigo são apresentadas as disposições regulamentares, relativas ao Eurocódigo 3, e alguns conceitos teóricos fundamentais para o dimensionamento e classificação de ligações viga-coluna tradicionalmente mais executadas, nomeadamente as soldadas e as aparafusadas com chapa (placa) de extremidade na viga.

A aplicação das disposições regulamentares é executada como conclusão, com a resolução de exemplos de dimensionamento, de ligação soldada, de ligação aparafusada com chapa de extremidade rasa e de ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida.

## **Abstract**

The steel and composite construction has been in recent years a great development, especially in your application and implementation, that exceeded beyond the traditional construction of industrial structures, for structures more diversified in terms of architecture and usage. This development, as a result of increased competitiveness in relation to other types of structures, implicitly, originated an implement in the creation and updating of codes and rules for their design, in which stands out the Eurocode 3.

On the other hand, the steel structures, due to the physical properties of the steel, allow perform slender structures, and with high ductility, that in present of dynamic actions have an efficient behavior.

The joints between the metallic elements have a very important function in the global behavior of the structure, as with the concept of semi-rigid joint, is considered the interaction between elements connected, as well as due to your plastic rotation capacity, allow to dissipate some of the dynamic actions.

In this article are presented the provisions of the standards, related to Eurocode 3, and some theoretical fundamental concepts to the design and classification of beam-to-column connections usually more performed, in precise, the welded and the bolted with beam end plate connections.

The application of the regulations is performed as conclusion, with the resolution of design examples, of welded joint, of bolted joint with beam end plate and of bolted joint with extended beam end plate.

## II.1 - Introdução

A caracterização das ligações, também denominadas de juntas, dos elementos de pórticos de estruturas metálicas, tem sido sempre objeto de várias investigações, que, por via experimental, analítica ou numérica, têm procurado determinar o comportamento real das ligações, no intuito de conseguir reproduzir com mais exatidão o comportamento global das estruturas.

O comportamento das ligações, que na generalidade dos estudos simplificados de pórticos metálicos ou é considerado como infinitamente rígido ou como articulado (rotulado), é bastante mais complexo, podendo caracterizar-se por diagramas momento-rotação não-lineares, que, como mostram as figuras. 1a, 1b e 1c, podem apresentar diferentes configurações consoante o tipo e a geometria das ligações.

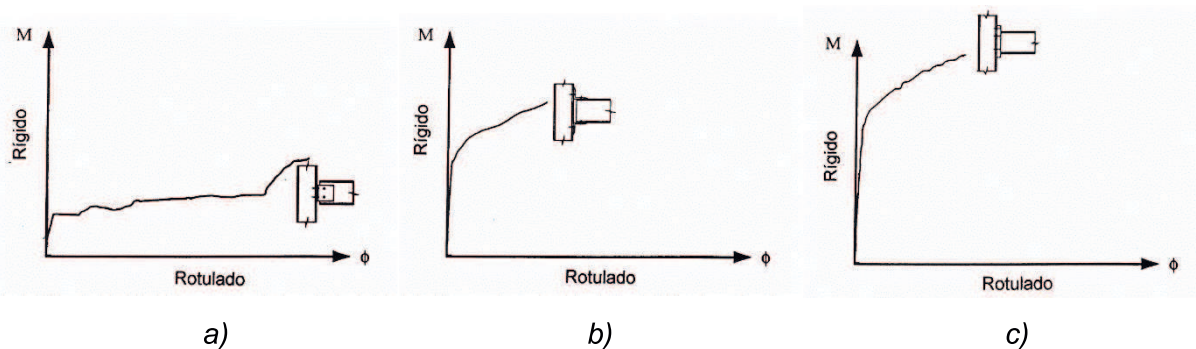


Figura 1 - Diagramas momento-rotação para diferentes ligações (adaptado de [1])

- a) Ligação viga-coluna com cantoneiras de alma
- b) Ligação viga-coluna com cantoneiras de banzo
- c) Ligação viga-coluna com chapa de extremidade estendida

Como mostra a figura 1, as duas situações extremas do comportamento da ligação, rígido ou articulado, não são verificadas dando origem à denominação de ligação “semi-rígida”, com características de comportamento que permitem dimensionar estruturas mais económicas e com elevado nível de segurança. A ligação com cantoneiras de banzo e a ligação com chapa de extremidade estendida têm um comportamento inicial que se aproxima do rígido, enquanto a ligação com cantoneiras de alma tem um comportamento que se assemelha a uma situação articulada. As figuras 2 e 3 mostram, respetivamente, os diferentes comportamentos das ligações na estrutura e os diagramas momento-rotação para os tipos de ligação referidos, para uma análise global elástica.

Devido a vários fatores, como a sua complexidade geométrica associada a imperfeições, tensões residuais, contacto e escorregamento e a singularidade da produção de cada ligação, torna a determinação do seu comportamento mais complexo do que a dos outros elementos estruturais.

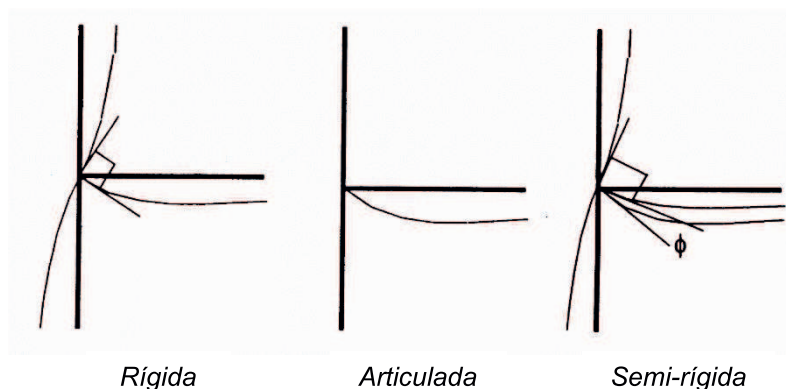


Figura 2 - Comportamento de ligações de acordo com a rigidez (adaptado de [2])

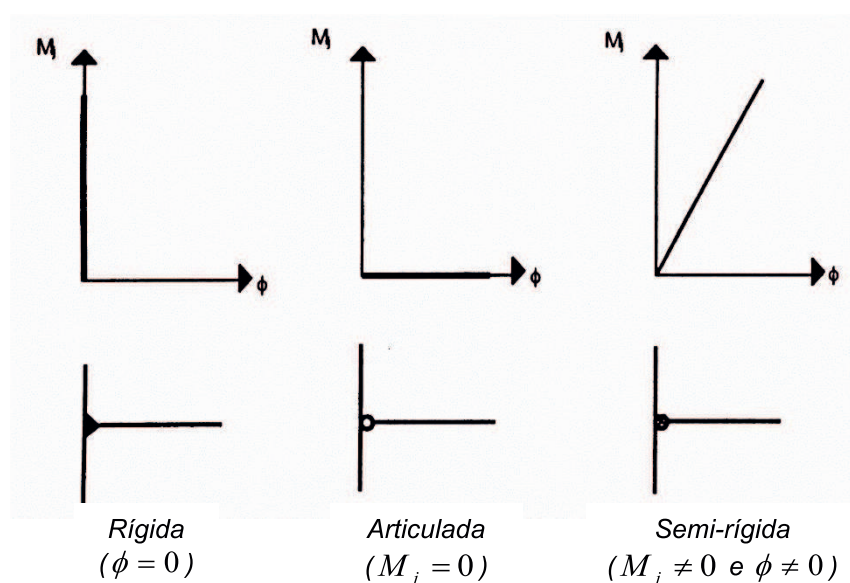


Figura 3 - Curvas momento-rotação das ligações (adaptado de [2])

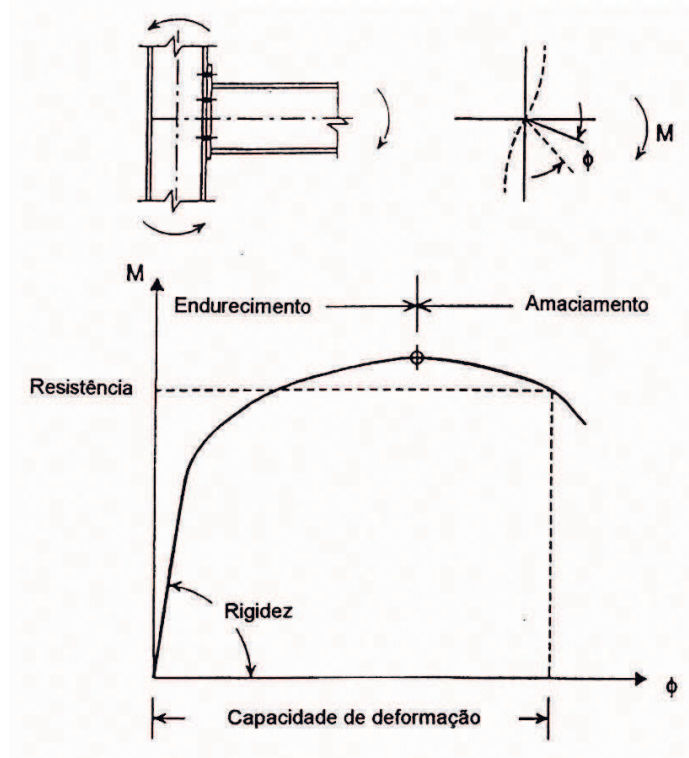
A caracterização do comportamento não-linear das ligações é um passo importante no dimensionamento, consistindo em determinar a sua resposta rotacional, avaliada através dos parâmetros fundamentais indicados na parte 1-8 do Eurocódigo 3 (EC3-1-8) [3], nomeadamente, a “resistência”, a “rigidez” e a “ductilidade” ou “capacidade de deformação”.

Na figura 4 apresenta-se um diagrama momento-rotação referente a uma ligação viga-coluna com chapa de extremidade estendida, dimensionada para transferir os momentos da viga para a coluna, em que são definidos estes parâmetros ou propriedades.

Existem variadas formas ou métodos para avaliar estes parâmetros, sendo os mais usuais os métodos com recurso a análise experimental, análise numérica ou analítica.

Os métodos analíticos são na prática a melhor opção para o dimensionamento, sendo desenvolvidos no intuito de diagnosticar a resposta da ligação através do conhecimento das propriedades geométricas e mecânicas dos componentes da ligação (parafusos, cordões de soldadura, chapas de extremidade, enrijecedores, etc.). Cada componente

tem características distintas tornando por isso o cálculo do comportamento global da ligação complexo, aliado ao facto de por vezes a geometria da ligação também ser complexa e se considerarem outros fenómenos como por exemplo a não-linearidade geométrica e a do material.



*Figura 4 - Diagrama momento-rotação de uma ligação viga-coluna (adaptado de [4])*

O método analítico proposto no EC3-1-8, anteriormente no anexo J da parte 1-1 [5], denominado “método dos componentes”, é apresentado com detalhe no capítulo 4, podendo ser aplicado com bastante simplicidade a qualquer ligação, qualquer que seja a sua configuração geométrica, o tipo de esforços a que é submetida (axiais e/ou momentos fletores), o tipo de aço e a secção transversal dos elementos.

## **II.2 - Dimensionamento**

Para determinar as forças que atuam nas ligações dos pórticos,  $N$ ,  $V$  e  $M$  (ver figura 5), pode recorrer-se a uma análise estática, considerando as forças de dimensionamento verticais e horizontais que nele atuam e uma modelação adequada. Nesta modelação torna-se bastante importante definir a rigidez da ligação, que pode assumir valor nulo (ligação articulada), valor infinito (ligação rígida), ou uma situação intermédia.

Assumindo uma estrutura em pórtico com nós rígidos iremos obter, na sua análise, menores deformações do que se considerarmos a mesma estrutura com ligações articuladas.

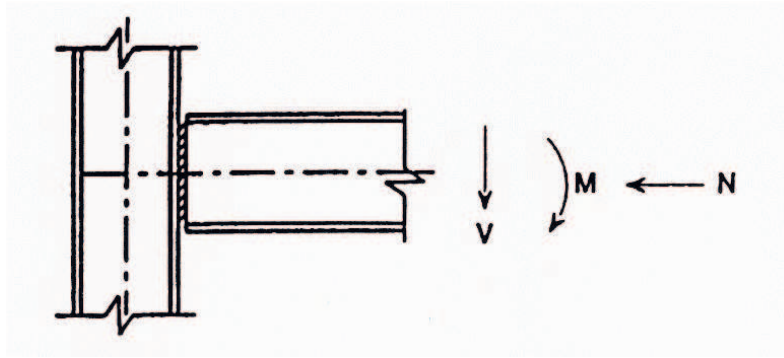


Figura 5 - Forças que atuam na ligação

A rigidez da ligação influencia o valor dos esforços para os quais deve ser dimensionada, afetando também a flexão das vigas, especialmente em pórticos não contraventados, em que a rigidez tem maior efeito na deformação da estrutura considerada como um todo, bem como na sua estabilidade.

Se, na análise estática de uma estrutura, considerarmos as ligações com uma rigidez bastante elevada, conseqüentemente a forma das ligações deve ser de modo a que a sua deformação tenha pouca influência na distribuição de cargas e na deformação global da estrutura. Por outro lado, se assumirmos na análise ligações com baixa rigidez, estas devem ter a capacidade de rotação necessária para absorver as rotações sem causar grandes momentos fletores que possam provocar a cedência da ligação ou dos membros ligados.

A ductilidade das ligações numa estrutura metálica, é um parâmetro bastante importante, pois é um indicador da capacidade que as ligações têm em sofrer deformações plásticas, essenciais para a dissipação das ações dinâmicas imputadas à estrutura.

Conforme já referido relativamente à figura 1, o comportamento de ligações metálicas pode ser caracterizado por curvas momento-rotação não-lineares, que não são de boa utilização prática no dimensionamento, sendo, portanto, necessário aproximar essas curvas não-lineares por aproximações bilineares ou trilineares, apresentadas na figura 6a, os quais podem também incluir deslizamentos iniciais, conforme as da figura 6b.

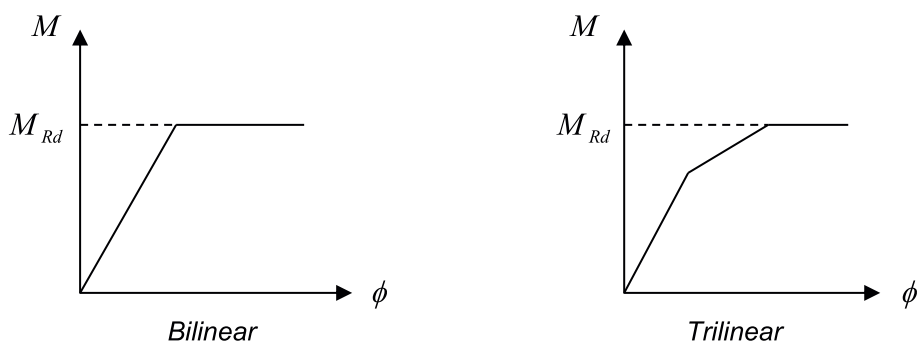


Figura 6a - Possíveis idealizações das curvas momento-rotação

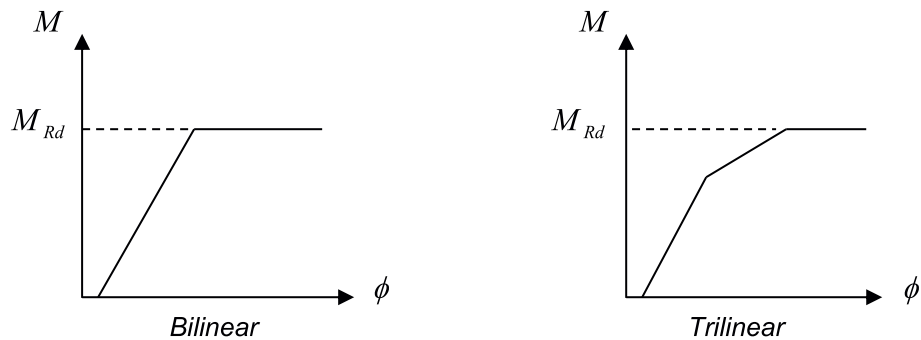


Figura 6b - Possíveis idealizações das curvas momento-rotação com deslizamentos

A aproximação mais utilizada para caracterizar a ligação é a bilinear, pois não altera significativamente o rigor do cálculo, permitindo assim analisar globalmente a estrutura de forma homogênea, isto é, considerando a ligação com comportamento elásto-plástico idêntico ao dos outros elementos metálicos que a compõem (vigas e colunas).

### II.3 - Classificação das ligações

Existem diversas formas, com diferentes sistemas e tecnologias, para realizar ligações viga-coluna em estruturas metálicas. Em resultado desta diversificação, quando se comparam curvas momento-rotação, podem observar-se diferentes comportamentos não-lineares, que podem ir desde o quase rígido até ao flexível, havendo, por esta razão, a necessidade de classificar as ligações.

Por outro lado, as ligações necessitam de ser modeladas tendo em conta a análise global da estrutura e por isso podem considerar-se três diferentes tipos de modelação das ligações:

- Articulada, na qual é assumido que a ligação não transmite momentos fletores;
- Contínua, na qual é assumido que o comportamento da ligação não tem efeito na análise;
- Semicontínua, na qual o comportamento da ligação necessita ser considerado na análise estrutural.

Os parâmetros a considerar em cada um destes tipos de modelações dependem do tipo de análise aplicada à estrutura. Para uma análise elástica de pórticos, é suficiente considerar na modelação a rigidez inicial, para a determinação dos estados limites de serviço, e a rigidez secante, para a determinação dos estados limites últimos, enquanto que se for utilizada uma análise rígido-plástica os parâmetros a utilizar são a resistência e a capacidade de rotação das ligações. Nos outros tipos de análise devem ser consideradas na modelação a resistência e a rigidez.

No quadro II.1 são definidos os tipos de modelação em função de dois parâmetros característicos das ligações, a resistência e a rigidez.

Para a modelação podem distinguir-se as seguintes análises:

- Análise elástica, considerando a relação momento-rotação linear;
- Análise rígido-plástica, tendo em conta o momento resistente da ligação, quando esta tem capacidade de rotação suficiente;
- Análise elásto-plástica, baseada em curvas momento-rotação não-lineares.

*Quadro II.1 - Tipos de modelação de ligações*

Método de Análise Global	Classificação da Ligação (Junta)		
Elástica	Nominalmente Articulada	Rígida	Semi-rígida
Rígido-plástica	Nominalmente Articulada	Resistência Total	Resistência Parcial
Elasto-plástica	Nominalmente Articulada	Rígida e Resistência Total	Semi-rígida e Resistência Parcial Semi-rígida e Resistência Total Rígida e Resistência Parcial
Tipo de Modelação	Articulada	Contínua	Semicontínua

O tipo de modelação que deve ser adotado depende do tipo de análise global de pórtico e da classe da ligação, em termos de rigidez e resistência. Nesta intenção, o EC3-1-8 classifica as ligações considerando estes dois últimos parâmetros.

### **II.3.1 - Classificação pela rigidez rotacional**

A classificação proposta pelo EC3-1-8 é estabelecida distinguindo os pórticos contraventados e os não-contraventados. Um pórtico é contraventado se o sistema de contraventamento reduz em pelo menos 80% o deslocamento horizontal. Pela sua rigidez, uma ligação viga-coluna pode ser classificada em três categorias:

- Rígida;
- Semi-rígida;
- Nominalmente articulada.

Esta classificação é efetuada com base em valores limites de rigidez, estabelecidos para esse efeito em relação à rigidez de flexão da viga ligada ( $K_b = EI_b / L_b$ ). Estes valores limites de rigidez são indicados no quadro II.2.

Quadro II.2 - Valores limites de rigidez para a classificação de ligações

Classificação	Pórticos Contraventados	Pórticos Não-Contraventados
Nominalmente Articulada	$S_{j,ini} \leq 0,5EI_b / L_b$	$S_{j,ini} \leq 0,5EI_b / L_b$
Semi-rígida	$0,5EI_b / L_b < S_{j,ini} < 8EI_b / L_b$	$0,5EI_b / L_b < S_{j,ini} < 25EI_b / L_b$
Rígida	$S_{j,ini} \geq 8EI_b / L_b$	$S_{j,ini} \geq 25EI_b / L_b$

Em pórticos não-contraventados, para a ligação ser classificada como rígida, para além da condição do quadro II.2 deve também garantir-se que:  $(I_b / L_b) / (I_c / L_c) \geq 0,1$ . Quando esta condição não é verificada a ligação é classificada como semi-rígida.

Os limites de rigidez indicados no quadro II.2 são ilustrados na figura 7, para pórticos contraventados e não-contraventados, com base em diagramas momento-rotação.

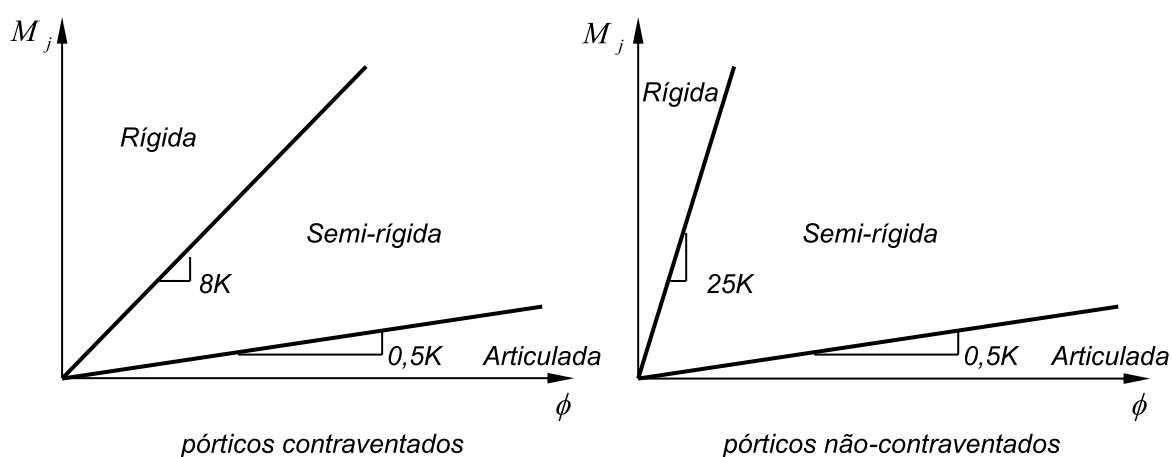


Figura 7 - Classificação de ligações pela rigidez rotacional

Uma ligação rígida pode ser considerada como uma ligação que transmite todas as reações de um elemento para o outro elemento, sendo as suas deformações bastante pequenas, não tendo por isso influência na distribuição de momentos da estrutura.

As ligações semi-rígidas são ligações que são dimensionadas para garantir um certo grau de interação entre os elementos ligados, baseada nas características momento-rotação.

As ligações articuladas garantem apenas a transferência de esforços transversos e eventualmente esforços axiais da viga para a coluna. Estas ligações devem ser capazes de rodar sem desenvolverem momentos fletores significativos, que possam eventualmente afetar a estabilidade da coluna.

As ligações rígidas e semi-rígidas podem considerar-se como tradicionais, pois a sua aplicação é bastante corrente, enquanto que as ligações articuladas são usadas quando a rigidez lateral da estrutura esteja garantida por sistemas de contraventamento eficazes.

A figura 8 compara de forma qualitativa a rigidez rotacional de ligações correntemente utilizadas em pórticos metálicos através de diagramas momento-rotação.

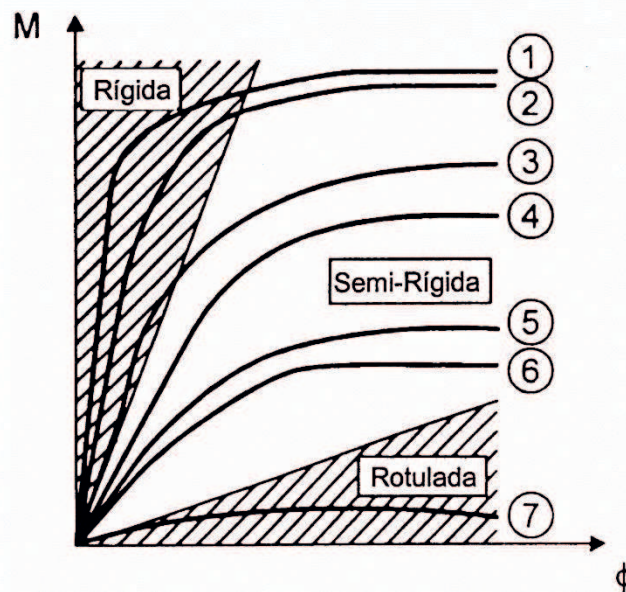


Figura 8 - Exemplos de classificação pela rigidez rotacional (adaptado de [4])

- 1 - Ligação integralmente soldada; 2 - Ligação com chapa de extremidade estendida;  
 3 - Ligação de banzos inferiores e superiores; 4 - Ligação com chapa de extremidade rasa;  
 5 - Ligação com cantoneiras de banzo e ângulos de alma;  
 6 - Ligação com cantoneiras de banzo; 7 - Ligação de duplo ângulo de alma

### II.3.2 - Classificação pelo momento resistente

Quando se pretende utilizar uma análise plástica, de acordo com o EC3-1-8, as ligações viga-coluna podem ser classificadas segundo o momento resistente em três categorias:

- Resistência total;
- Resistência parcial;
- Nominalmente articuladas.

A classificação das ligações em relação ao momento resistente é mostrada na figura 9. Esta classificação consiste em comparar o momento resistente da ligação,  $M_{j,Rd}$ , com o valor do momento plástico resistente de dimensionamento da viga,  $M_{b,pl,Rd}$ , e da coluna,  $M_{c,pl,Rd}$ .

Na figura 9 o momento resistente  $M_{pl,Rd}$  é dado por:

- menor de:  $\begin{cases} M_{b,pl,Rd} \\ M_{c,pl,Rd} \end{cases}$ , para ligações no topo da coluna;

- menor de:  $\begin{cases} M_{b,pl,Rd} \\ 2 \cdot M_{c,pl,Rd} \end{cases}$ , para ligações intermédias na coluna.

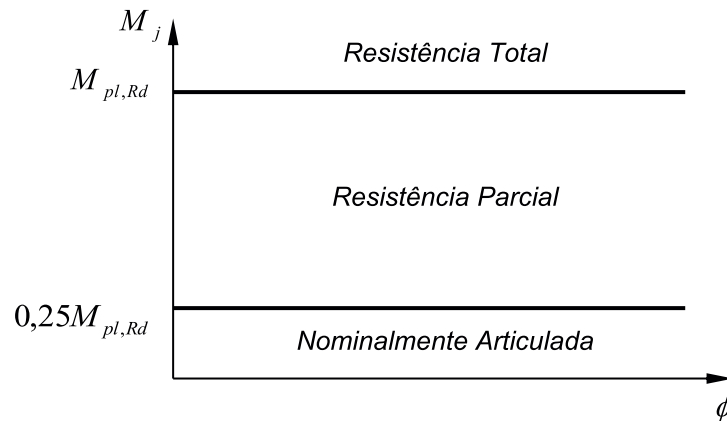


Figura 9 - Classificação de ligações pelo momento resistente

Uma ligação viga-coluna é considerada de resistência total se a sua resistência de dimensionamento é pelo menos igual à menor das resistências dos membros conectados (ver caso A na figura 10). Neste caso será formada uma rótula plástica num dos membros adjacentes e não na ligação. Se a capacidade de rotação é limitada (caso B), é necessário que a ligação tenha uma “reserva extra” de resistência, em relação aos membros que liga, para ter em conta os possíveis efeitos de sobre resistência (overstrength) que possam ocorrer nesses membros.

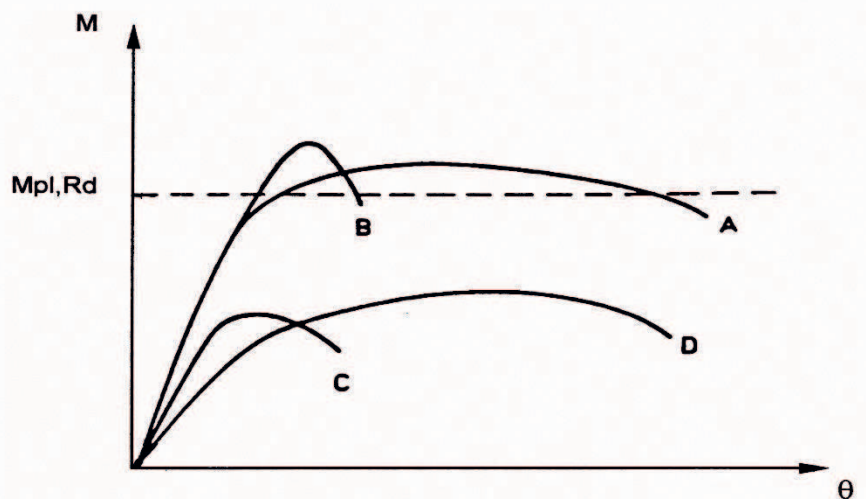


Figura 10 - Curvas momento-rotação de ligações viga-coluna (adaptado de [6])

De acordo com o estado de regulamentação no campo das estruturas resistentes a ações dinâmicas, apenas é permitida a utilização de ligações de resistência total, sugerindo a ECCS [6], para as ligações soldadas ou aparafusadas, a utilização de ligações com resistências superiores a  $1,2 \cdot M_{pl,Rd}$ . A utilização de ligações com esta resistência dispensa a necessidade da verificação da capacidade de rotação.

As ligações denominam-se de resistência parcial, quando a sua resistência de cálculo é menor do que a resistência dos elementos ligados (ver caso C na figura 10). Neste caso, é formada na ligação uma rótula plástica, sendo requerida uma certa capacidade de rotação na ligação (caso D). Isto significa que o caso C é inadequado, porque a capacidade de rotação é excedida ainda durante a atuação das cargas de dimensionamento.

## II.4 - Componentes básicos

As ligações devem ser modeladas como um conjunto de componentes básicos, de forma a aplicar os métodos de cálculo para a determinação das propriedades estruturais, ou seja, do comportamento global da ligação, em termos de resistência e rigidez.

Os métodos de cálculo apresentados, na forma das equações que permitem determinar a resistência e a rigidez dos componentes básicos, são designados na sua generalidade por método dos componentes, definido no EC3-1-8.

O dimensionamento de ligações é efetuado tendo em conta uma distribuição de forças que garanta as condições de equilíbrio. Em cada nó é possível distinguir a linha de atuação dessas forças, que em zonas distintas do nó ou são de tração, compressão ou corte, como ilustra a figura 11 para uma ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida, em que podem ser identificadas as três zonas críticas da ligação onde se agrupam os componentes básicos:

- Zona de tração;
- Zona de corte;
- Zona de compressão.

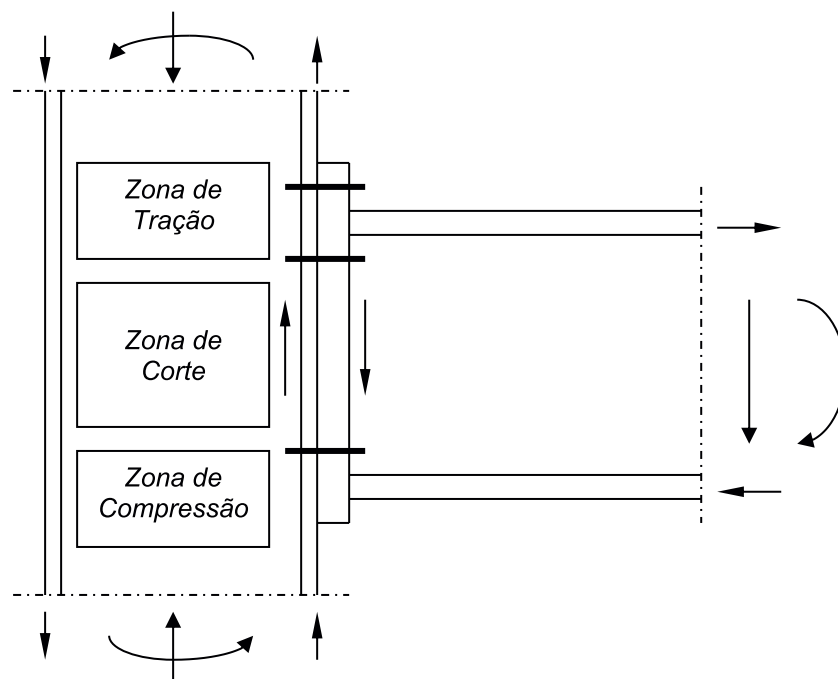


Figura 11 - Zonas críticas a considerar num nó de uma ligação

Desta forma é possível para cada nó delimitar zonas consoante o tipo de força atuante, e assim, definir componentes básicos da ligação com a sua própria rigidez e resistência, quer em tração, em compressão ou em corte.

A aplicação do método pressupõe os seguintes passos [2]:

- 1º - Identificação dos componentes ativos no nó considerado;
- 2º - Determinar para cada componente básico a sua resistência e o coeficiente de rigidez.
- 3º - Assemblagem de todos os componentes constituintes do nó e avaliação da sua resistência e rigidez globais (características específicas - rigidez inicial, resistência de cálculo, etc. - ou a curva de deformabilidade no conjunto).

O procedimento da assemblagem consiste em determinar as propriedades mecânicas (curva momento-rotação de dimensionamento) do nó considerado como um todo, a partir das propriedades (resistência, rigidez e ductilidade) individuais dos componentes constituintes desse nó. Este procedimento requer estabelecer preliminarmente uma distribuição de forças atuantes no nó (forças internas de cada um dos componentes) que verifique o equilíbrio.

#### II.4.1 - Peça em T equivalente

Nas ligações aparafusadas, é adotado um modelo formado por uma peça em T equivalente, tracionada para obter os valores de cálculo da resistência dos componentes básicos associados a estas ligações.

Os três modos de rotura do banzo da peça em T equivalente possíveis devem assumir-se serem similares aos que são esperados ocorrer na componente básica que representam. As figuras 12a, 12b e 12c, apresentam os três modos de rotura da peça do T equivalente.

- Modo 1 - Plastificação total do banzo;

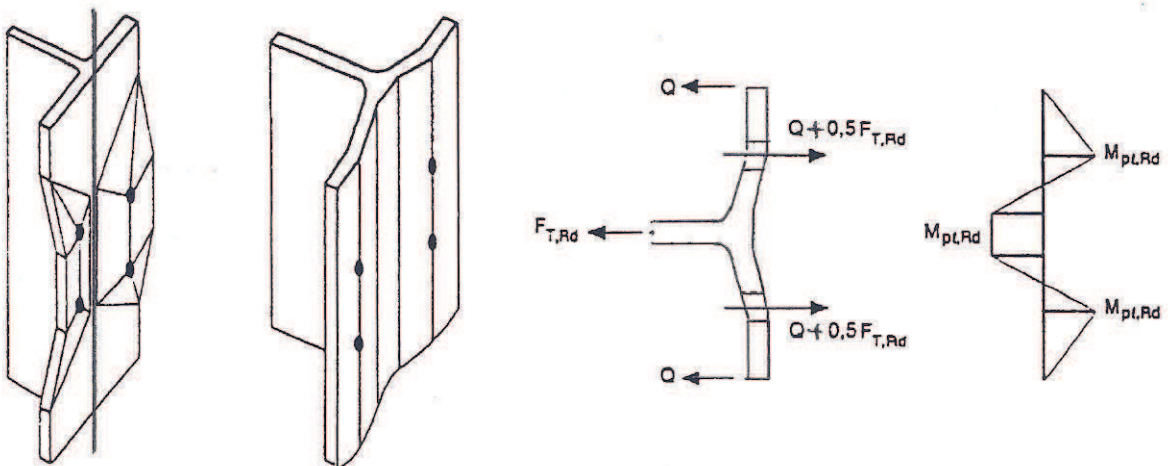


Figura 12a - Rotura por plastificação total do banzo [5]

- Modo 2 - Rotura dos parafusos com plastificação do banzo;

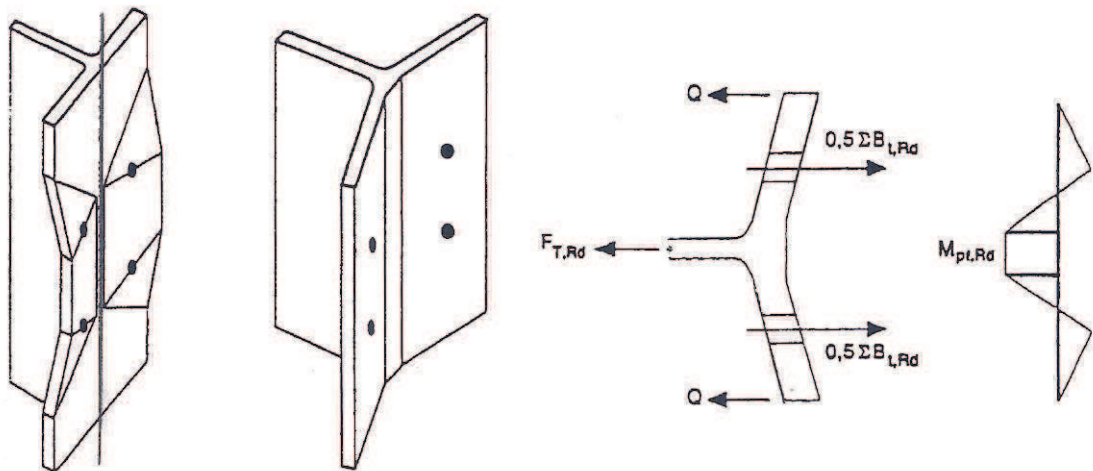


Figura 12b - Rotura dos parafusos com plastificação do banzo [5]

- Modo 3 - Rotura dos parafusos.

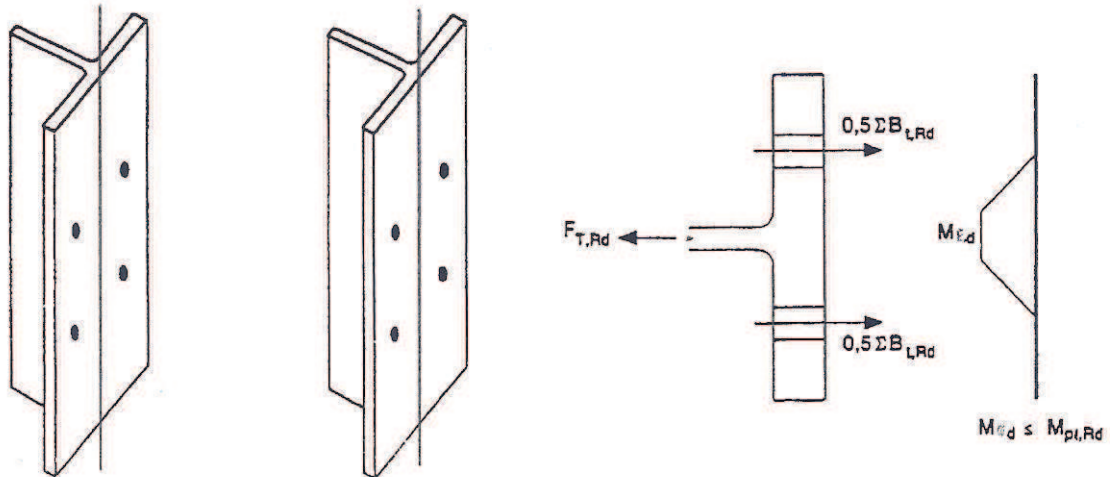


Figura 12c - Rotura dos parafusos [5]

Para cada um destes três modos a força de tração resistente  $F_{T,Rd}$  é dada pelas equações (1), (3) e (6) (método 1 [3]):

$$\text{Modo 1} - F_{T,1,Rd} = \frac{4 \cdot M_{pl,1,Rd}}{m} \quad (1)$$

$$- M_{pl,1,Rd} = 0,25 \cdot \Sigma l_{eff,1} \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad (2)$$

$\Sigma l_{eff,1}$  é o comprimento efetivo total do T para o modo 1;

$t_f$  é a espessura do banzo do T;

$f_y$  é a tensão de cedência do banzo do T;

$\gamma_{M0}$  é o coeficiente parcial de segurança da resistência das secções transversais, definido na parte 1.1 do Eurocódigo 3 (EC3-1-1) [7],

$$(\gamma_{M0} = 1,0);$$

-  $m$  é a distância entre o eixo do parafuso e a face da solda que une a alma com o banzo para secções soldadas e a distância à face da curva de ligação entre a alma e o banzo para secções laminadas (ver figura 13).

$$\text{Modo 2} - F_{T,2,Rd} = \frac{2.M_{pl,2,Rd} + n.\Sigma F_{t,Rd}}{m + n} \quad (3)$$

$$- M_{pl,2,Rd} = 0,25.\Sigma l_{eff,2}.t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} \quad (4)$$

$\Sigma l_{eff,2}$  é o comprimento efetivo total do T para o modo 2;

-  $n$  é a distância efetiva entre o parafuso e a extremidade livre. Em geral  $n = e_{min}$  (ver figura 13), mas não deve ser superior a  $1,25.m$ ;

-  $\Sigma F_{t,Rd}$  é o valor total de  $F_{t,Rd}$  para todos os parafusos do T, em que,  $F_{t,Rd}$  é a resistência à tração de um parafuso dada por:

$$F_{t,Rd} = \frac{k_2 \cdot f_{ub} \cdot A_s}{\gamma_{M2}} \quad (5)$$

$f_{ub}$  é a tensão de rotura à tração do parafuso;

$A_s$  é a área do núcleo do parafuso;

$\gamma_{M2}$  é o coeficiente parcial de segurança ( $\gamma_{M2} = 1,25$ );

$k_2 =$ :

0,63 para parafusos com cabeça de embeber;

0,9 nos restantes casos.

$$\text{Modo 3} - F_{T,3,Rd} = \Sigma F_{t,Rd} \quad (6)$$

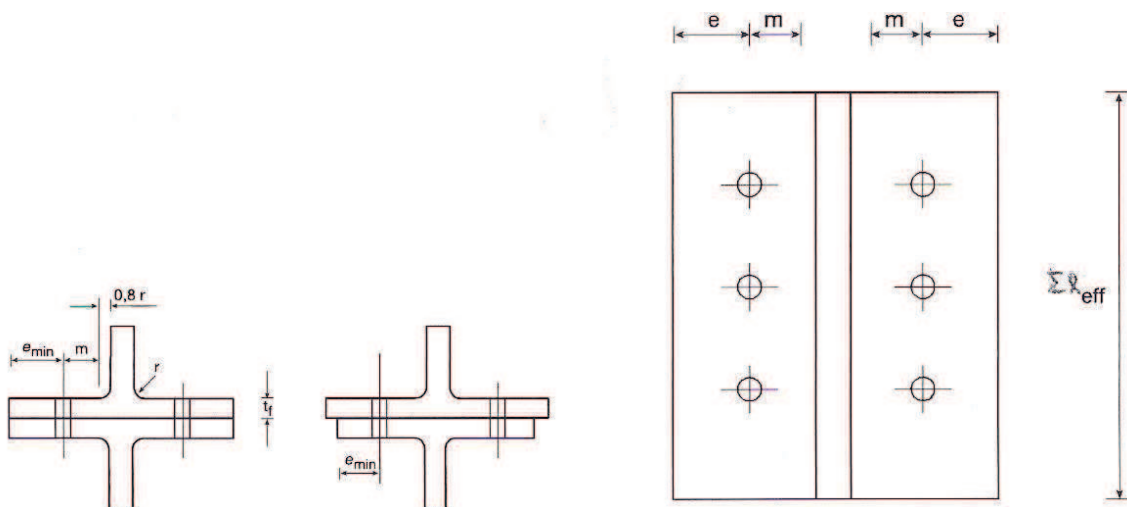


Figura 13 - Dimensões  $e$ ,  $e_{min}$ ,  $r_c$  e  $m$  [3]

## II.4.2 - Caracterização dos componentes

Para determinar as características do comportamento de ligações viga-coluna soldadas e aparafusadas com chapa de extremidade, rasa e estendida, os componentes básicos necessários para a caracterização do comportamento bilinear deste tipo de ligações são os seguintes:

- i) Painel de alma de coluna solicitado ao corte;
- ii) Alma de coluna em compressão transversal;
- iii) Alma de coluna em tração transversal;
- iv) Banzo de coluna em flexão;
- v) Chapa de extremidade em flexão;
- vi) Banzo e alma de viga ou de coluna em compressão;
- vii) Alma da viga à tração;
- viii) Parafusos à tração.

A figura 14 apresenta as forças atuantes nos elementos para os componentes básicos enumerados, de i) a iv) em cima, e de v) e viii) em baixo, da esquerda para a direita.

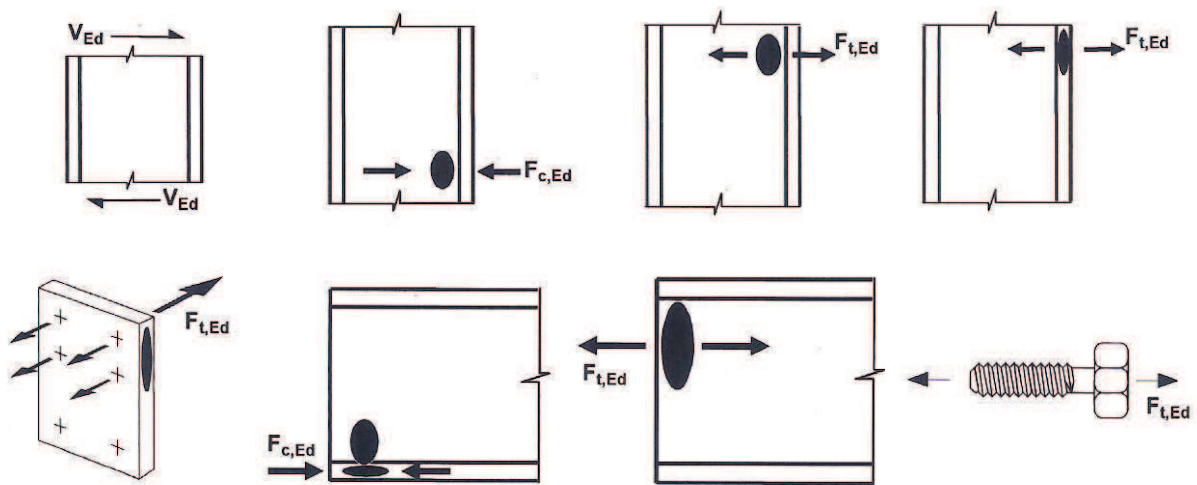


Figura 14 - Forças atuantes nos componentes básicos [3]

### II.4.2.1 - Painel de alma de coluna solicitado ao corte

Para uma ligação viga-coluna simples ou para uma ligação viga-coluna dupla, em que as alturas das vigas de ambos os lados são iguais e a esbelteza da alma da coluna satisfaz a condição  $d/t_w \leq 69.\varepsilon$ , a resistência ao corte da ligação  $V_{wp,Rd}$  é dada pela seguinte equação:

$$V_{wp,Rd} = F_{Rd,1} = \frac{0,9 \cdot f_{y,wc} \cdot A_{vc}}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad (7)$$

na qual:

-  $A_{vc}$  é a área de corte da secção da coluna.

Quando o painel de alma da coluna é reforçado com uma ou duas (nos dois lados da alma) chapas de alma adicionais, conforme ilustrado na figura 15, a área de corte da secção da coluna,  $A_{vc}$ , deve ser aumentada de  $b_s \cdot t_{wc}$ , em que  $b_s$  representa a largura da chapa ou de uma das chapas adicionais (no caso de duas);

-  $f_{y,wc}$  é a tensão de cedência da alma da coluna;

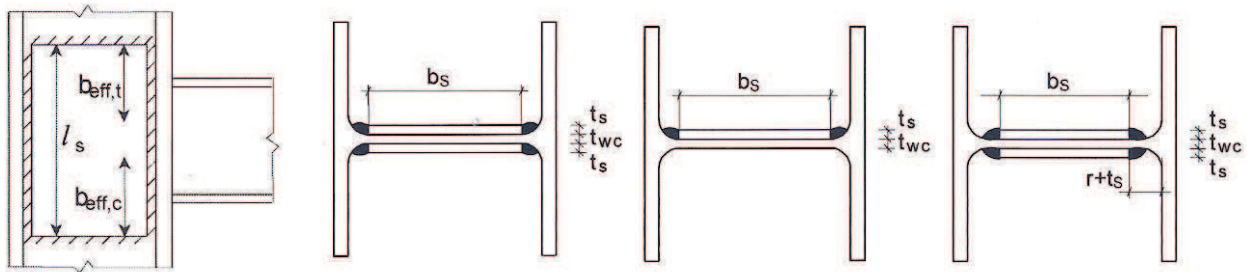


Figura 15 - Chapas de alma adicionais [3]

Quando a alma da coluna é reforçada com chapas colocadas transversalmente, também identificadas como enrijecedores, na zona de compressão e/ou na zona de tração, ver figura 16, a resistência plástica ao corte da alma da coluna da eq. (7),  $V_{wp,Rd}$ , deve ser acrescida de  $V_{wp,add,Rd}$ , dada por:

$$V_{wp,add,Rd} = \text{menor de} \begin{cases} \frac{4 \cdot M_{pl,fc,Rd}}{d_s} \\ \frac{2 \cdot M_{pl,fc,Rd} + 2 \cdot M_{pl,st,Rd}}{d_s} \end{cases} \quad (8)$$

em que:

- $d_s$  é a distância entre os centros dos enrijecedores (compressão e tração);
- $M_{pl,fc,Rd}$  é o momento plástico resistente do banzo da coluna;
- $M_{pl,st,Rd}$  é o momento plástico resistente do enrijecedor.

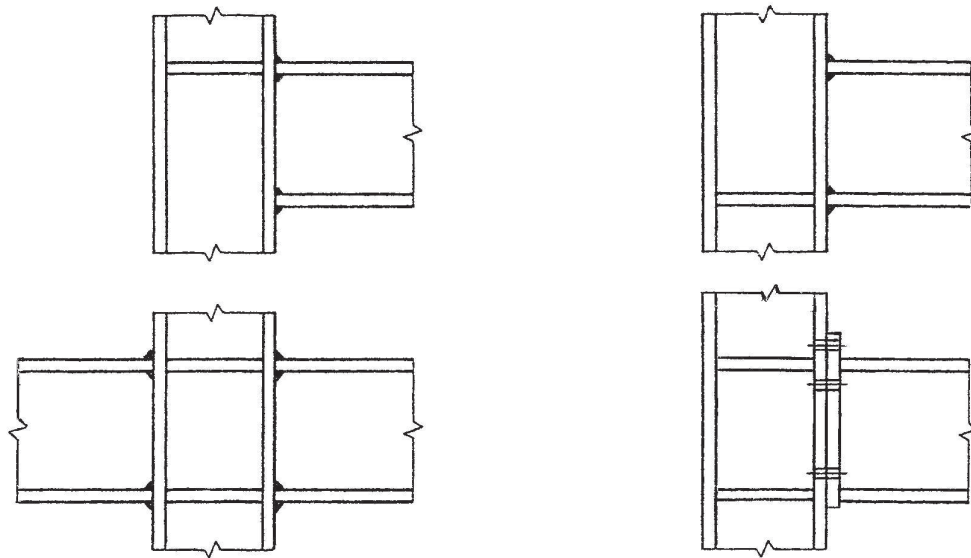


Figura 16 - Exemplos de reforço da alma com chapas transversais

Para o painel de alma da coluna solicitado ao corte, sem chapas de reforço de alma adicionais ou transversais, o coeficiente de rigidez  $k_1$ , numa ligação viga-coluna simples ou numa ligação viga-coluna dupla em que as alturas das vigas de ambos os lados são iguais, pode ser obtido por:

$$k_1 = \frac{0,38 \cdot A_{vc}}{\beta \cdot z} \quad (9)$$

em que:

- $z$  é o braço das forças que depende do tipo de ligação:
  - *Ligação soldada*: distância entre as linhas médias das espessuras dos dois banzos, comprimido e tracionado, da viga;
  - *Ligação aparafusada com chapa de extremidade rasa*: distância entre o centro da linha (fiada) de parafusos tracionados, ou distância entre o ponto médio das linhas de parafusos tracionados (caso de duas linhas com parafusos em tração), e a linha média da espessura do banzo comprimido da viga, também designado por centro de compressão;
  - *Ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida*: distância entre o ponto médio das duas primeiras linhas de parafusos tracionados e a linha média da espessura do banzo comprimido da viga.

Na figura 17 é definida a dimensão  $z$  para os três tipos de ligação viga-coluna abordados.

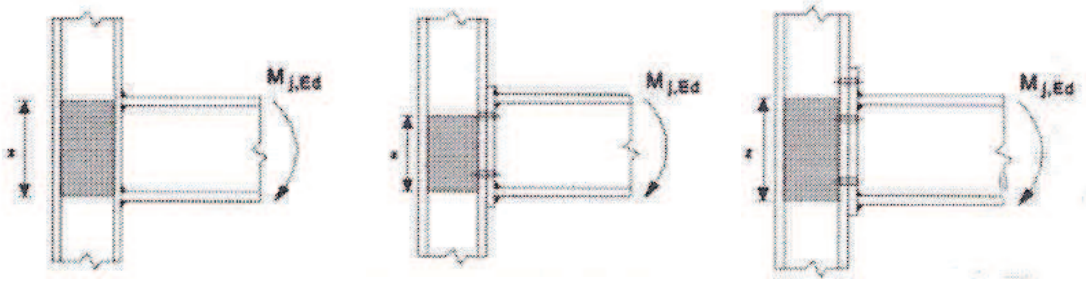


Figura 17 - Braço das forças  $z$  para os três tipos de ligação viga-coluna [3]

-  $\beta$  é um parâmetro de transformação que depende da configuração da ligação (simples ou dupla), tomando, de forma aproximada um dos seguintes valores (quadro 5.4 da parte 1.8 do EC3):

- 0, quando há equilíbrio de momentos em ligações duplas (momento à esquerda = momento à direita);
- 1, para ligações simples e quando os momentos em ligações duplas são do mesmo sinal;
- 2, quando os momentos em ligações duplas são de sinal contrário ou a sua soma se anula.

Quando são usadas chapas de alma adicionais, o coeficiente  $k_1$  deve ser calculado com base na área de corte,  $A_{wc}$ , aumentada com a presença dessas chapas, de modo semelhante ao referido para  $V_{wp,Rd}$ .

Se a alma da coluna estiver reforçada com chapas transversais, o coeficiente de rigidez  $k_1$  deve ser considerado infinito. Nestas condições, este componente não é utilizado no cálculo da rigidez rotacional da ligação.

#### II.4.2.2 - Alma de coluna em compressão transversal

Para uma alma de coluna não reforçada a resistência à compressão transversal,  $F_{c,wc,Rd}$ , é determinada por:

$$F_{c,wc,Rd} = F_{Rd,2} = \frac{\omega \cdot k_{wc} \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (10)$$

em que:

- $\omega$  é o fator de redução para ter em conta os possíveis efeitos de corte na chapa da alma da coluna:

$$\omega = \begin{cases} 1 & 0 \leq \beta \leq 0,5 \\ \omega_1 + 2 \cdot (1 - \beta) \cdot (1 - \omega_1) & 0,5 < \beta < 1 \\ \omega_1 & \beta = 1 \\ \omega_1 + (\beta - 1) \cdot (\omega_2 - \omega_1) & 1 < \beta < 2 \\ \omega_2 & \beta = 2 \end{cases} \quad \text{para} \quad (11)$$

com:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,3 \cdot (b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2}} \quad (12)$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + 5,2 \cdot (b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} / A_{vc})^2}} \quad (13)$$

-  $t_{wc}$  é a espessura da alma da coluna;

-  $k_{wc}$  é um fator de redução, que só é aplicado se a máxima tensão longitudinal de compressão na coluna  $\sigma_{com,Ed}$  (devida ao esforço axial e aos momentos fletores) excede  $0,7 \cdot f_{y,wc}$ , dado pela equação:

$$k_{wc} = 1,7 - \sigma_{com,Ed} / f_{y,wc} \quad (14)$$

Na generalidade dos casos  $\sigma_{com,Ed} \leq 0,7 \cdot f_{y,wc}$  e, portanto, o valor de  $F_{c,wc,Rd}$  não sofre qualquer redução, ou seja  $k_{wc} = 1,0$ . Este fator pode, portanto, ser omitido nos cálculos preliminares em que ainda é desconhecido o valor da tensão longitudinal;

-  $b_{eff,c,wc}$  é a largura efetiva da alma da coluna em compressão que depende da tipologia da ligação, podendo determinar-se pelas equações (15) e (16).

Ligação soldada:

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2} \cdot a_b + 5 \cdot (t_{fc} + s) \quad (15)$$

Ligação aparafusada com chapa de extremidade:

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2\sqrt{2} \cdot a_p + 5 \cdot (t_{fc} + s) + s_p \quad (16)$$

Nas equações anteriores:

-  $s$  :

para colunas de secção em I ou H laminada  $s = r_c$ ;

para colunas de secção em I ou H soldada  $s = \sqrt{2} \cdot a_c$ ;

- $s_p$  é o comprimento obtido por dispersão de 45° através da chapa de extremidade;
- $a$  representa a espessura efetiva da solda:
  - $a_b$  - espessura efetiva da solda da ligação viga-coluna;
  - $a_p$  - espessura efetiva da solda da ligação da chapa de extremidade à viga;
  - $a_c$  - espessura efetiva da solda da ligação banzo-alma nas colunas de secção soldada;
- $t_{fb}$  é a espessura do banzo da viga;
- $t_{fc}$  é a espessura do banzo da coluna.

Por outro lado, deve respeitar-se a seguinte condição:

$$F_{c,wc,Rd} \leq \frac{\omega \cdot k_{wc} \cdot \rho \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc}}{\gamma_{M1}} \quad (17)$$

em que:

- $\rho$  é o fator de redução devido à encurvadura da alma, dado por:

$$\rho = 1,0 \text{ se } \bar{\lambda}_p \leq 0,72 \quad (18)$$

$$\rho = (\bar{\lambda}_p - 0,2) / \bar{\lambda}_p^2 \text{ se } \bar{\lambda}_p > 0,72 \quad (19)$$

o parâmetro  $\bar{\lambda}_p$  é a esbelteza adimensional da alma, dada pela seguinte equação:

$$\bar{\lambda}_p = 0,932 \sqrt{\frac{b_{eff,c,wc} \cdot d_{wc} \cdot f_{y,wc}}{E \cdot t_{wc}^2}} \quad (20)$$

Nesta equação  $d_{wc}$  é igual a:

para colunas de secção em “I” ou “H” laminada

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c);$$

para colunas de secção em “I” ou “H” soldada

$$d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + \sqrt{2} \cdot a_c).$$

- $\gamma_{M1}$  é o coeficiente parcial de segurança, igual a 1,0 [7].

Quando a alma da coluna é reforçada com uma chapa de alma adicional (ver figura 15), num só lado da alma, a sua espessura efetiva,  $t_{w,eff}$ , deve ser estimada igual a  $1,5 \cdot t_{wc}$ .

Quando a alma da coluna é reforçada com duas chapas de alma adicionais, uma em cada lado, a espessura efetiva da alma deve ser considerada  $2.t_{wc}$ .

Podem igualmente ser usados para aumentar a resistência da alma da coluna, não só à compressão como também à tração, chapas transversais isoladamente, ou conjugadas com chapas diagonais, como indicado na figura 16. Estas chapas devem ser dimensionadas para resistirem às forças aplicadas. Considera-se satisfeito este requisito se se verificarem as seguintes condições:

- A classe de aço das chapas transversais não ser menor que a classe dos banzos das vigas;
- As espessuras das chapas não serem menores que a espessura dos banzos das vigas;
- A saliência ou largura das chapas enrijecedoras não ser menor que metade da diferença entre a largura do banzo da viga,  $b_b$ , e a espessura da alma da coluna,  $t_{wc}$ , isto é,  $(b_b - t_{wc})/2$ .

No caso de não serem aplicados reforços, o coeficiente de rigidez  $k_2$  desta componente pode ser determinado pela seguinte equação:

$$k_2 = \frac{0,7.b_{eff,c,wc}.t_{wc}}{d_c} \quad (21)$$

na qual  $d_c$  representa a altura efetiva da coluna.

Se a alma da coluna estiver reforçada, tanto para compressão como para corte, com chapas transversais, o coeficiente de rigidez  $k_2$  deve ser considerado infinito. Nestas condições, este componente não é utilizado no cálculo da rigidez rotacional da ligação.

Quando são usadas chapas de alma adicionais, o coeficiente  $k_2$  deve ser calculado com base na espessura efetiva da alma,  $t_{w,eff}$ .

#### **II.4.2.3 - Alma de coluna em tração transversal**

A resistência da alma da coluna sujeita a tração transversal,  $F_{t,wc,Rd}$ , é determinada de forma semelhante à resistência da coluna sujeita a compressão. Para almas não reforçadas a resistência é dada pela equação:

$$F_{t,wc,Rd} = F_{Rd,3} = \frac{\omega.b_{eff,t,wc}.t_{wc}.f_{y,wc}}{\gamma_{M0}} \quad (22)$$

Para ligações soldadas, a largura efetiva da alma da coluna em tração,  $b_{eff,t,wc}$ , é igual a  $b_{eff,c,wc}$ , definida pela eq. (15).

Para ligações aparafusadas, a largura efetiva da alma da coluna em tração,  $b_{eff,t,wc}$ , deve ser tomada como igual à largura efetiva da peça em T equivalente que representa o banzo da coluna.

O fator de redução  $\omega$  é obtido das eqs. (11) a (13) usando a largura efetiva  $b_{eff,t,wc}$  apropriada.

No caso de a coluna ser reforçada com chapas de alma adicionais, a tensão resistente depende da espessura da soldadura longitudinal que une essas chapas à alma. Nesta situação a espessura efetiva da alma,  $t_{w,eff}$ , deve tomar os seguintes valores:

- Quando os cordões de soldadura longitudinal são de penetração total (ver figura 15 no centro) com espessura igual ou superior à espessura da chapa de reforço ( $a \geq t_s$ ),  $t_{w,eff}$  deve assumir os valores referidos para a componente “alma da coluna em compressão”;
- Quando os cordões de soldadura longitudinal são de ângulo (ver figura 15 na direita), com espessura de ângulo a 45° superior à espessura da chapa de reforço ( $a \geq t_s / \sqrt{2}$ ), para uma ou duas chapas em ambos os lados da alma,  $t_{w,eff} = 1,4.t_{wc}$

De notar que a colocação de chapas de reforço na alma, aumentam a área de corte da secção,  $A_{vc}$ , conforme referido no ponto II.4.2.1, aumento este que deve ser considerado no cálculo do fator de redução  $\omega$ .

Podem também ser adicionadas chapas colocadas transversalmente de forma a aumentar a resistência à tração da alma da coluna.

O coeficiente de rigidez para a alma da coluna em tração  $k_3$ , numa ligação aparafusada, com ou sem chapas de reforço, com apenas uma linha de parafusos em tração ou numa ligação soldada sem reforços, é obtido através da seguinte equação:

$$k_3 = \frac{0,7.b_{eff,t,wc}.t_{wc}}{d_c} \quad (23)$$

em que:

- $b_{eff,t,wc}$ , como definido para a eq. (22), é a largura efetiva da alma da coluna em tração. Para uma ligação com uma linha de parafusos em tração,  $b_{eff,t,wc}$  deve ser tomado igual ao menor dos comprimentos efetivos,  $l_{eff}$ , (individualmente ou como

parte de um grupo de linhas de parafusos) para essa linha, obtidos pelas eqs. (27a) a (30b) para um banzo de coluna não reforçado, ou pelas eqs. (31a) e (32b) para um banzo de coluna reforçado com chapas transversais.

Se, numa ligação soldada, a alma da coluna estiver reforçada para a tração com chapas transversais, o coeficiente de rigidez  $k_3$  deve ser tomado como infinito. Nestas condições, este componente não é considerado no cálculo da rigidez rotacional da ligação.

Quando são usadas chapas de alma adicionais, o cálculo do coeficiente de rigidez  $k_3$  deve, à semelhança do cálculo do coeficiente  $k_2$ , basear-se na espessura efetiva da alma,  $t_{w,eff}$ .

#### **II.4.2.4 - Banzo de coluna em flexão**

Para uma ligação soldada não reforçada a resistência do banzo da coluna em flexão transversal,  $F_{fc,Rd}$ , quer na zona de compressão quer na zona de tração, pode ser obtida pela seguinte equação:

$$F_{fc,Rd} = F_{Rd,A} = b_{eff,b,fc} \cdot t_{fb} \cdot f_{y,fb} / \gamma_{M0} \quad (24)$$

em que:

$$b_{eff,b,fc} = t_{wc} + 2 \cdot s + 7 \cdot k \cdot t_{fc} \quad (25)$$

$$k = (t_{fc} / t_{fb}) \cdot (f_{y,fc} / f_{y,fb}), \text{ mas } k \leq 1 \quad (26)$$

Se  $b_{eff,b,fc} < (f_{y,fb} / f_{u,fb}) b_{fb}$ , em que  $f_{u,fb}$  é a tensão resistente última do banzo da viga, a ligação tem de ser reforçada.

Numa ligação aparafusada sem reforços de banzo, a resistência e o modo de rotura do banzo da coluna em flexão, em simultâneo com os parafusos tracionados que lhe estão associados, devem ser determinados de forma similar à peça em T equivalente do banzo. A determinação deve considerar cada uma das linhas de parafusos em tração consideradas isoladamente e como parte de um grupo de linhas.

O comprimento efetivo da peça em T equivalente do banzo,  $l_{eff}$ , deve ser determinado pelas equações seguintes, considerando que as linhas de parafusos em tração são de extremidade. De referir que esta situação de extremidade só aplica no caso de termos no máximo duas linhas de parafusos em tração:

- Linha de parafusos considerada isoladamente:

Com troços circulares:  $l_{eff,cp} = 2.\pi.m$ , mas  $l_{eff,cp} \leq \pi.m + 2.e_1$  (27a) (27b)

Sem troços circulares:  $l_{eff,nc} = 4.m + 1,25.e$ , mas  $l_{eff,nc} \leq 2.m + 0,625.e + e_1$  (28a) (28b)

As eqs. (27b) e (28b) apenas se aplicam no caso de ligações no topo das colunas.

Modo 1:  $l_{eff,1} = l_{eff,nc}$  mas  $l_{eff,1} \leq l_{eff,cp}$

Modo 2:  $l_{eff,2} = l_{eff,nc}$

- Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

Com troços circulares:  $l_{eff,cp} = \pi.m + p$ , mas  $l_{eff,cp} \leq 2.e_1 + p$  (29a) (29b)

Sem troços circulares:  $l_{eff,nc} = 2.m + 0,625.e + 0,5.p$ , mas  $l_{eff,nc} \leq e_1 + 0,5.p$  (30a) (30b)

As eqs (29b) e (30b) apenas se aplicam no caso de ligações no topo das colunas.

Modo 1:  $\Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,nc}$  mas  $\Sigma l_{eff,1} \leq \Sigma l_{eff,cp}$

Modo 2:  $\Sigma l_{eff,2} = \Sigma l_{eff,nc}$

As dimensões  $e$  e  $m$  são determinadas segundo a figura 13.

A dimensão  $p$  é a distância entre as linhas de parafusos em tração consideradas como um grupo.

A definição de troços circulares está associada ao padrão de rotura que pode ocorrer, conforme apresenta a figura 18a, para linhas isoladas, e a figura 18b, para linhas como parte de um grupo, na qual se indicam as dimensões dos parâmetros das equações. Os índices dos comprimentos efetivos,  $_{cp}$  e  $_{nc}$ , estão associados com o padrão de rotura com troços circulares (circular patterns) e sem troços circulares (non-circular patterns).

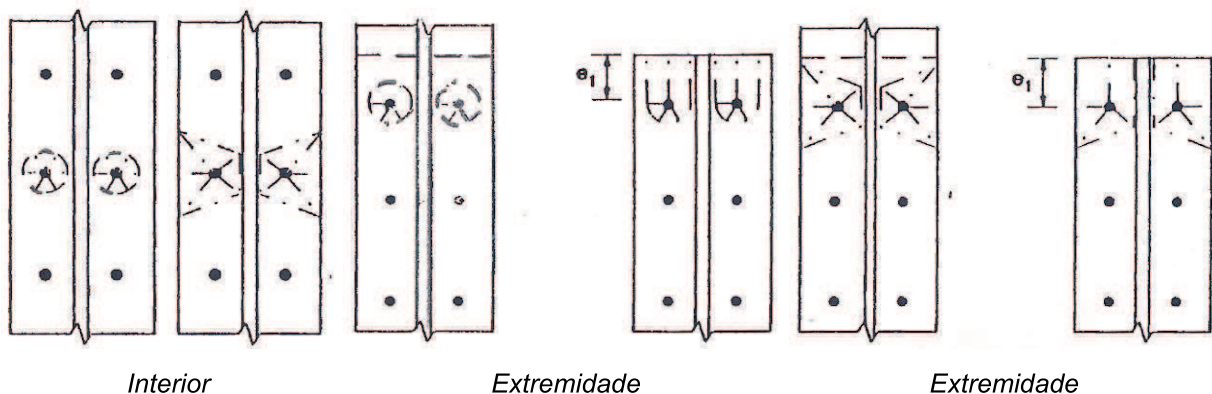


Figura 18a - Padrões de rotura para linhas isoladas [5]

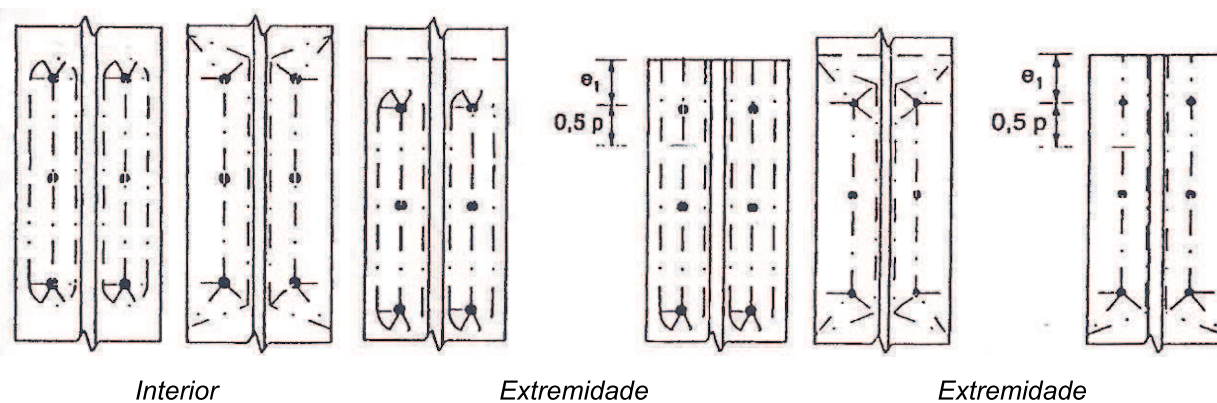


Figura 18b - Padrões de rotura para linhas como parte de um grupo [5]

Se a alma da coluna for reforçada com chapas transversais ao nível do banzo da viga na zona de tração (ver figura 16), as linhas ou os grupos de linhas de parafusos situadas nos dois lados dessas chapas devem ser verificadas como dois T equivalentes isolados. Nestas circunstâncias, a determinação do comprimento efetivo do T equivalente do banzo,  $l_{eff}$ , deve ser efetuada com base nas equações (31a), (31b), (32a) e (32b) em substituição das eqs. (27a), (27b), (28a) e (28b), considerando que qualquer uma das linhas de parafusos em tração é adjacente às chapas transversais:

- Linha de parafusos considerada isoladamente:

$$\text{Com troços circulares: } l_{eff,cp} = 2.\pi.m, \text{ mas } l_{eff,cp} \leq \pi.m + 2.e_1 \quad (31a) \quad (31b)$$

$$\text{Sem troços circulares: } l_{eff,nc} = \alpha.m, \quad l_{eff,nc} = e_1 + \alpha.m - (2.m + 0,625.e) \quad (32a) \quad (32b)$$

A condição da eq. (31b) apenas se aplica em situações de ligações no topo das colunas.

A eq. (32b) aplica-se no caso de ligações no topo das colunas, e a eq. (32a) nos outros casos.

Nas eqs. (32a) e (32b) o valor de  $\alpha$  é obtido do ábaco apresentado na figura 19. Os valores de entrada no ábaco da figura 19,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , são obtidos das seguintes equações:

$$\lambda_1 = \frac{m}{m + e} \quad (33)$$

$$\lambda_2 = \frac{m_2}{m + e} \quad (34)$$

A dimensão  $m_2$  é definida na figura 20, assim como, para servir de referência, as dimensões  $e$  e  $m$ .

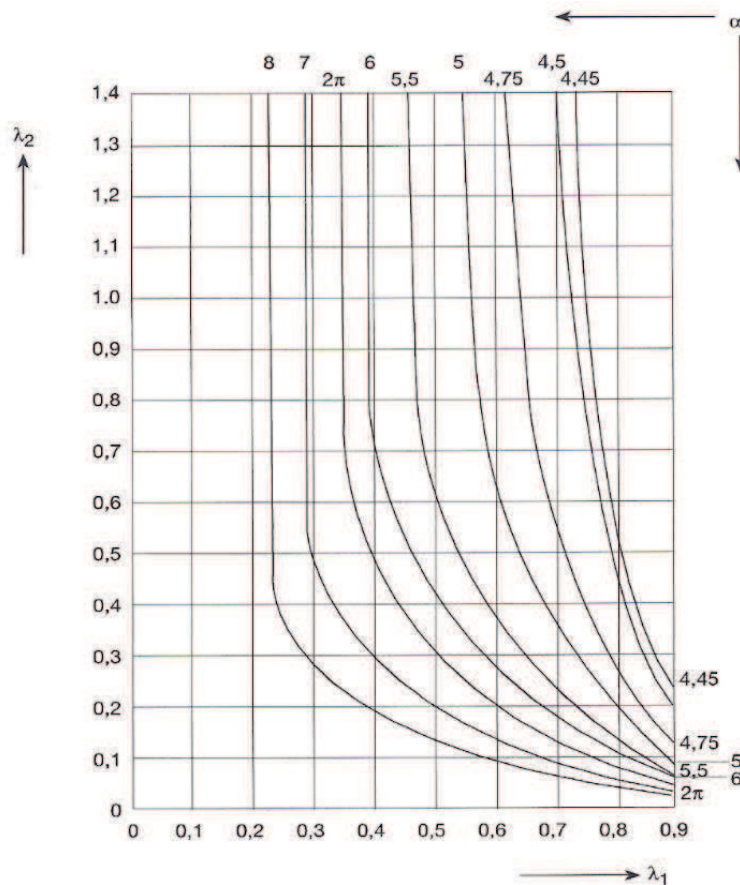


Figura 19 - Valores de  $\alpha$  [3]

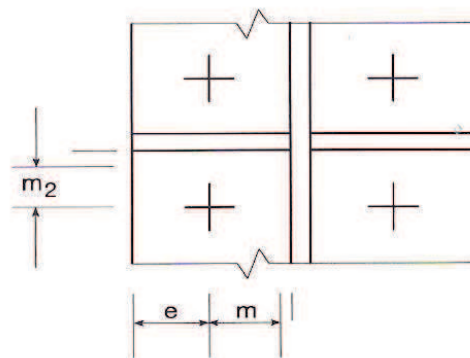


Figura 20 - Dimensão  $m_2$  [3]

Quando existem apenas duas linhas de parafusos em tração, uma em cada lado da chapa enrijecedora, não é relevante considerar essas linhas como linhas de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas, porque estas linhas pertencem a dois T equivalentes diferentes, e sendo únicas nesses T equivalentes, apenas se consideram isoladamente.

Os banzos das colunas quando sujeitos a flexão podem ser reforçados com chapas posteriores, designadas de contrachapas, tal como representado na figura 21, de modo a aumentar a sua resistência à flexão.

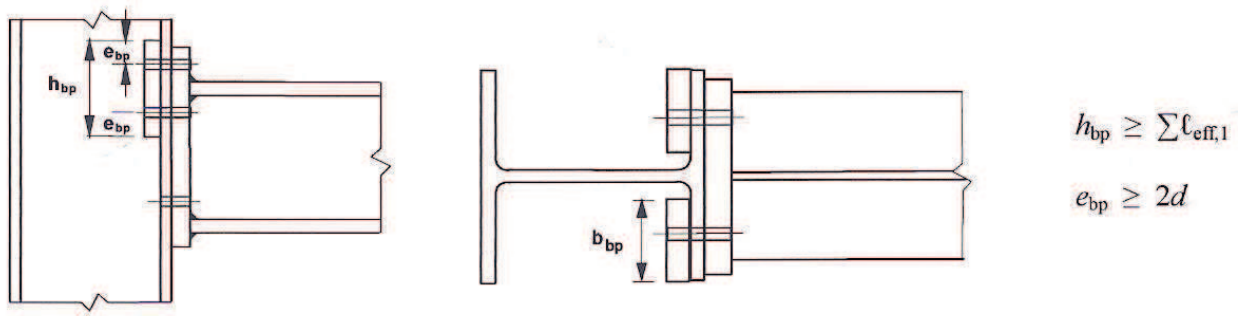


Figura 21 - Contrachapas de reforço dos banzos da coluna [3]

Estas contrachapas devem ser estendidas, em largura, pelo menos desde o bordo do banzo da coluna até  $3mm$  do início da curva de união entre o banzo e a alma. O seu comprimento não deve ser menor que o comprimento efetivo total da linha ou grupo de linhas de parafusos que abrange e deve estender-se para além das linhas de parafusos de extremidade de duas vezes o diâmetro nominal dos parafusos.

Considerando a utilização de contrachapas, para o Modo 1 de rotura da peça do T equivalente, a força de tração resistente,  $F_{T,1,Rd}$ , é dada pela equação (35), em substituição da eq. (1):

$$\text{Modo 1 - } F_{T,1,Rd} = \frac{4.M_{pl,1,Rd} + 2.M_{bp,Rd}}{m} \quad (35)$$

-  $M_{bp,Rd}$  é o momento resistente das contrachapas:

$$= 0,25.\Sigma l_{eff,1}.t_{bp}^2 .f_{y,bp} / \gamma_{M0} \quad (36)$$

$t_{bp}$  é a espessura das contrachapas;

$f_{y,bp}$  é a tensão de cedência das contrachapas.

O coeficiente de rigidez deste componente,  $k_4$ , para uma linha de parafusos na zona de tração, deve ser obtido por:

$$k_4 = \frac{0,9.l_{eff}.t_{fc}^3}{m^3} \quad (37)$$

-  $l_{eff}$  é o menor dos comprimentos efetivos (isoladamente ou como parte de um grupo de linhas de parafusos) para essa linha, obtidos pelas eqs. (27a) a (30b) para um banzo de coluna não reforçado com chapas transversais, ou pelas eqs. (31a) e (32b) para um banzo de coluna reforçado com chapas transversais, apresentadas na figura 16.

### II.4.2.5 - Chapa de extremidade em flexão

A resistência e o modo de rotura da chapa de extremidade sujeita a flexão, em simultâneo com os parafusos tracionados que lhe estão associados, devem ser determinados pelo T equivalente, considerando cada uma das linhas de parafusos em tração consideradas isoladamente e como fazendo parte de um grupo de linhas.

No caso de ligações com a chapa de extremidade estendida, a linhas de parafusos da parte saliente deve ser tratada como um T equivalente isoladamente. De forma semelhante, no caso de existirem chapas transversais de reforço conectadas à chapa de extremidade, as linhas ou os grupos de linhas de cada lado dessas chapas devem ser consideradas como T equivalentes isoladamente.

O comprimento efetivo do T equivalente,  $l_{eff}$ , para a linha de parafusos situada na parte estendida da chapa, deve ser determinado de acordo com as equações seguintes:

- Linha de parafusos considerada isoladamente:

$$\text{Com troços circulares: } l_{eff,cp} = \text{menor de } \begin{cases} 2.\pi.m_x \\ \pi.m_x + w \\ \pi.m_x + 2.e \end{cases} \quad (38)$$

$$\text{Sem troços circulares: } l_{eff,nc} = \text{menor de } \begin{cases} 4.m_x + 1,25.e_x \\ e + 2.m_x + 0,625.e_x \\ 0,5.b_p \\ 0,5.w + 2.m_x + 0,625.e_x \end{cases} \quad (39)$$

Modo 1:  $l_{eff,1} = l_{eff,nc}$  mas  $l_{eff,1} \leq l_{eff,cp}$

Modo 2:  $l_{eff,2} = l_{eff,nc}$

As dimensões  $p$ ,  $m_x$ ,  $w$ ,  $e_x$  e  $b_p$  estão representadas na figura 22, sendo  $b_p$  a largura da chapa de extremidade.

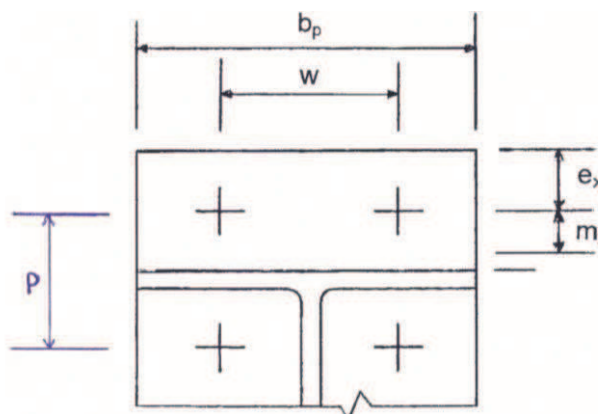


Figura 22 - Dimensões  $p$ ,  $m_x$ ,  $w$ ,  $e_x$  e  $b_p$

O comprimento efetivo do T equivalente do banzo,  $l_{eff}$ , para a primeira linha de parafusos situada sob o banzo tracionado da viga, deve ser determinado de acordo com as equações (40) a (43):

- Linha de parafusos considerada isoladamente:

$$\text{Com troços circulares: } l_{eff,cp} = 2.\pi.m \quad (40)$$

$$\text{Sem troços circulares: } l_{eff,nc} = \alpha.m \quad (41)$$

$$\text{Modo 1: } l_{eff,1} = l_{eff,nc} \text{ mas } l_{eff,1} \leq l_{eff,cp}$$

$$\text{Modo 2: } l_{eff,2} = l_{eff,nc}$$

- Linha de parafusos considerada como parte de um grupo de linhas:

$$\text{Com troços circulares: } l_{eff,cp} = \pi.m + p \quad (42)$$

$$\text{Sem troços circulares: } l_{eff,nc} = 0,5.p + \alpha.m - (2.m + 0,625.e) \quad (43)$$

$$\text{Modo 1: } \Sigma l_{eff,1} = \Sigma l_{eff,nc} \text{ mas } \Sigma l_{eff,1} \leq \Sigma l_{eff,cp}$$

$$\text{Modo 2: } \Sigma l_{eff,2} = \Sigma l_{eff,nc}$$

O coeficiente de rigidez para a chapa de extremidade em flexão,  $k_5$ , para uma linha de parafusos em tração, pode ser obtido pela equação:

$$k_5 = \frac{0,9.l_{eff}.t_p^3}{m^3} \quad (44)$$

-  $l_{eff}$  é o menor dos comprimentos efetivos (isoladamente ou como fazendo parte de um grupo de linhas de parafusos) para essa linha, obtidos pelas eqs. (38) a (43).

- A dimensão  $m$  é definida na figura 13, mas, para uma linha de parafusos localizada na parte saliente da chapa de extremidade,  $m = m_x$ , onde  $m_x$  é definido na figura 22.

#### II.4.2.6 - Banzo e alma de viga ou de coluna em compressão

A resistência à compressão do banzo da viga e da zona comprimida da alma que lhe é adjacente,  $F_{c,fb,Rd}$ , assumindo que atua ao nível do centro de compressão, é dada, com suficiente exatidão, por:

$$F_{c,fb,Rd} = F_{Rd,7} = \frac{M_{c,Rd}}{h_b - t_{fb}} \quad (45)$$

Na eq. (45)  $M_{c,Rd}$  é o momento resistente da secção da viga, reduzido se necessário, pela presença do esforço transversal, definido no ponto 6.2 do EC3-1-1. Para valores pequenos de esforço transversal, em que  $V_{sd} \leq 0,5V_{pl,Rd}$ , esta redução pode ser desprezada, sendo compensada pelo endurecimento do aço. A determinação do momento resistente numa secção,  $M_{c,Rd}$ , depende também da classe de comportamento da secção transversal [7].

Para os tipos de ligações abordadas, soldadas e aparafusadas com chapa de extremidade, o centro de compressão da ligação assume-se estar ao nível da linha média da espessura do banzo comprimido da viga (ver figura 17).

O coeficiente de rigidez  $k_7$  é infinito. Este componente não necessita ser considerado no cálculo da rigidez rotacional da ligação.

#### **II.4.2.7 - Alma da viga à tração**

Nas ligações aparafusadas com chapa de extremidade, a resistência à tração da alma da viga,  $F_{t,wb,Rd}$ , pode ser obtida pela equação:

$$F_{t,wb,Rd} = F_{Rd,8} = b_{eff,t,wb} \cdot t_{wb} \cdot f_{y,wb} / \gamma_{M0} \quad (46)$$

A largura efetiva da alma da viga em tração,  $b_{eff,t,wb}$ , deve ser considerada igual ao comprimento efetivo do T equivalente que representa a chapa de extremidade em flexão. Para a alma da viga em tração, à semelhança do componente anterior, o coeficiente de rigidez  $k_8$  também é infinito e, portanto, também não necessita ser considerado no cálculo da rigidez rotacional da ligação.

#### **II.4.2.8 - Parafusos à tração**

O valor de cálculo da resistência à tração do conjunto chapa-parafuso deve ser considerado como o menor dos seguintes valores de cálculo:

- Resistência à tração do parafuso,  $F_{t,Rd}$ , obtida pela eq. (5);
- Resistência ao punçoamento da cabeça do parafuso e da porca,  $B_{p,Rd}$ .

A resistência ao punçoamento do conjunto chapa-parafuso é obtida a partir de:

$$B_{p,Rd} = \frac{0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot f_u}{\gamma_{M2}} \quad (47)$$

em que:

- $t_p$  é espessura da chapa sob a cabeça do parafuso ou sob a porca;
- $d_m$  é o diâmetro médio (entre círculos inscritos e circunscritos) da cabeça do parafuso e da porca, conforme a que for menor.

O coeficiente de rigidez a considerar para os parafusos sujeitos a tração,  $k_{10}$ , é dado pela seguinte equação:

$$k_{10} = \frac{1,6 \cdot A_s}{L_b} \quad (48)$$

- $L_b$  é o comprimento de alongamento do parafuso, igual à espessura total do material, incluindo as anilhas, que aperta, mais metade da soma da altura da cabeça do parafuso e da altura da porca. Esta dimensão é definida na figura 23.

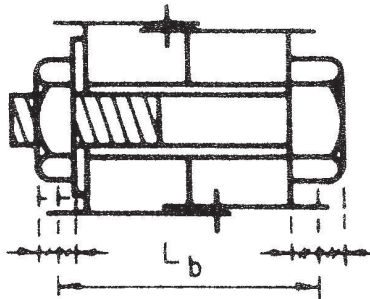


Figura 23 - Dimensão  $L_b$

### II.4.3 - Momento fletor resistente

A resistência de uma ligação,  $M_{j,Rd}$ , para ligações soldadas e para ligações aparafusadas com chapa de extremidade com uma linha de parafusos em tração, pode ser avaliada pela seguinte equação:

$$M_{j,Rd} = F_{Rd} \cdot z \quad (49)$$

em que:

- $F_{Rd}$  é o mínimo dos valores de  $F_{Rd,i}$  entre todos os componentes envolvidos na ligação;
- $z$  é o braço das forças, definido na figura 17.

De modo simplificado, o momento resistente de uma ligação com chapa de extremidade saliente com duas linhas de parafusos em tração pode ser determinado de forma

aproximada pela eq. (49), conforme indicado na figura 24, desde que a resistência total,  $F_{Rd}$ , não exceda  $3,8.F_{t,Rd}$  obtido pela eq. (5).



Figura 24 - Método simplificado para determinação do momento resistente em ligações com duas linhas de parafusos tracionadas [3]

Neste caso, a totalidade da zona tracionada da chapa de extremidade deve ser tratada como um componente básico único. Se as duas linhas de parafusos tracionados estiverem equidistantes em relação ao banzo da viga, esta parte da chapa de extremidade deve ser tratada como um T, de forma a determinar a força na linha de parafusos externa aos banzos da viga,  $F_{1,Rd}$ . O valor da força na linha de parafusos interna aos banzos da viga,  $F_{2,Rd}$ , assume-se ser igual a  $F_{1,Rd}$  e, portanto,  $F_{Rd}$  deve ser igual a  $2.F_{1,Rd}$ .

As metodologias para determinação do momento resistente anteriormente descritas, só são aplicáveis, se a força axial,  $N_{Ed}$ , no membro a ligar não exceder 5% da resistência plástica em compressão da sua secção transversal,  $N_{pl,Rd}$ .

#### II.4.4 - Rigidez de rotação

A rigidez de rotação duma ligação é determinada através das flexibilidades dos seus componentes básicos, cada um representado pelo coeficiente de rigidez elástico,  $k_i$ , anteriormente definidos.

Desde que o esforço axial de cálculo,  $N_{Ed}$ , no membro a ligar não exceda 5% da resistência plástica em compressão da sua secção transversal,  $N_{pl,Rd}$ , a rigidez rotacional da ligação,  $S_j$ , para um momento de cálculo,  $M_{j,Ed}$ , menor que o momento resistente da ligação,  $M_{j,Rd}$ , pode ser obtido com suficiente exatidão por:

$$S_j = \frac{E.z^2}{\mu \cdot \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad (50)$$

Nesta equação  $\mu$  é a relação de rigidezes  $S_{j,ini} / S_j$ , em que,  $S_{j,ini}$  é a rigidez rotacional inicial da ligação, obtida da eq. (50) com  $\mu = 1$ .

O coeficiente  $\mu$  pode ser obtido da seguinte forma:

$$- \mu = 1 \text{ se } M_{j,Ed} \leq \frac{2}{3} M_{j,Rd} \quad (51a)$$

$$- \mu = (1,5 \cdot M_{j,Ed} / M_{j,Rd})^\Psi \text{ se } \frac{2}{3} M_{j,Rd} < M_{j,Ed} \leq M_{j,Rd} \quad (51b)$$

Para ligações soldadas e ligações aparafusadas com chapa de extremidade o coeficiente  $\Psi$  é igual a 2,7.

Os coeficientes de rigidez elástica dos componentes a considerar no cálculo da rigidez rotacional da ligação são, para os três tipos de ligações simples (com viga de um só lado) apresentados, os seguintes:

- Ligação soldada:  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$ ;
- Ligação com uma linha de parafusos em tração:  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  e  $k_{10}$ ;
- Ligação com mais de uma linha de parafusos em tração:  $k_1$ ,  $k_2$ , e  $k_{eq}$ .

$k_{eq}$  é o coeficiente de rigidez equivalente, aplicável a ligações com chapa de extremidade com mais de uma linha de parafusos tracionados, que representa os componentes básicos relativos a todas as linhas de parafusos da zona tracionada, determinado segundo o ponto 6.3.3 do EC3-1-8.

Por outro lado, nos casos de ligações com chapa de extremidade estendida em que só existam duas linhas em tração, uma na zona estendida da chapa e outra entre os banzos da viga, por simplificação, podem ser usados valores modificados dos coeficientes  $k_i$  da zona de tração ( $k_3$ ,  $k_4$ ,  $k_5$  e  $k_{10}$ ), que representem a contribuição combinada de ambas as linhas de parafusos. Estes valores modificados podem ser considerados como o dobro do valor correspondente para a linha situada na parte estendida da chapa de extremidade.

Quando é usada esta simplificação, o braço  $z$  deve ser tomado igual à distância entre o centro de compressão e o ponto médio entre as duas linhas de parafusos em tração, conforme apresentado na figura 17.

De salientar que esta simplificação conduz a valores da rigidez de rotação insignificamente mais baixos.

## II.4.5 - Capacidade de rotação

De forma a que seja possível utilizar-se uma análise global plástica, as ligações devem ter capacidade de rotação suficiente que permita a formação dos mecanismos de colapso.

Numa ligação viga-coluna em que o momento resistente,  $M_{j,Rd}$ , é condicionado pela resistência do painel de alma de coluna solicitado ao corte, pode considerar-se que a capacidade de rotação é adequada a uma análise global plástica se  $d_{wc} / t_w \leq 69 \cdot \varepsilon$ .

No caso de ligações com chapa de extremidade aparafusada, a capacidade de rotação é suficiente se as duas seguintes condições forem satisfeitas:

- O momento resistente da ligação é condicionado pela resistência do banzo da coluna ou da chapa de extremidade em flexão;
- A espessura  $t$  do banzo da coluna ou da chapa de extremidade não é superior a  $0,36 \cdot d \cdot \sqrt{f_{ub} / f_y}$ .

No caso do momento resistente da ligação ser condicionado pela resistência dos parafusos em corte, deve admitir-se não ter capacidade de rotação suficiente para uma análise global plástica.

Numa ligação viga-coluna soldada, quando a alma da coluna está reforçada para compressão, mas não reforçada para tração, e o momento resistente não é condicionado pela resistência do painel de alma de coluna solicitado ao corte, pode assumir-se que a sua capacidade de rotação,  $\phi_{Cd}$ , não é inferior ao valor obtido da seguinte equação:

$$\phi_{Cd} = 0,025 \frac{h_c}{h_b} \quad (52)$$

em que:

- $h_c$  altura da secção da coluna;
- $h_b$  altura da secção da viga.

Em ligações viga-coluna soldadas sem reforços, deve assumir-se terem uma capacidade de rotação,  $\phi_{Cd}$ , de pelo menos 0,015 radianos.

Nos tipos de ligações com comportamento distinto dos anteriormente identificados, a capacidade de rotação destas ligações deve ser avaliada com base em análise experimental.

## **II.5 - Exemplos de dimensionamento**

Nos anexos II.1, II.2 e II.3 são apresentados exemplos de dimensionamento, respetivamente, para ligação soldada, ligação aparafusada com chapa de extremidade rasa e ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida, entre uma coluna HEB180 e uma viga IPE240.

No quadro II.3 são apresentados os resultados obtidos em termos de momento fletor resistente e rigidez rotacional.

*Quadro II.3 - Resultados comparativos dos exemplos de dimensionamento*

Tipo de Ligação	Mj,Rd [KNm]	Sj,ini
Ligação soldada	66,6	20530,5
Ligação aparafusada com chapa de extremidade rasa	54,1	10275,0
Ligação aparafusada com chapa de extremidade estendida	66,6	17464,6

Estes exemplos são executados em folha de cálculo Excel do Microsoft Office.

## **Referências**

- [1] Neves, L.F.C., “*Nós Semi-Rígidos em Estruturas Metálicas: Avaliação da Rigidez em Configurações de Eixo Fraco*”. Dissertação apresentada para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, 1996.
- [2] Jaspart, J-P., “*Integration of the Joint Actual Behaviour Into the Frame Analysis and Design Process*”. “*Semi-Rigid Connections in Structural Steelwork*”, CISM - International Centre for Mechanical Sciences - Courses and Lectures n.º 419, Part II. Edited by: Ivany, M., Baniotopoulos, C. C., Springer Wien New York, 2000, pp. 103-166.
- [3] Norma Portuguesa, NP EN 1993-1-8, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1-8: Projecto de ligações, Instituto Português da Qualidade - ISQ, 2010.
- [4] Ivany, M., “*Semi-Rigid Connections in Steel Frames*”. “*Semi-Rigid Connections in Structural Steelwork*”, CISM - International Centre for Mechanical Sciences - Courses and Lectures n.º 419, Part I. Edited by: Ivany, M., Baniotopoulos, C. C., Springer Wien New York, 2000, pp. 1-102.
- [5] ENV 1993-1-1 1992/A2:1998. Eurocode 3 - “*Design of Steel Structure*”, Part 1.1: “*General Rules and Rules for Buildings - Revised Annex J*”. CEN, European Committee for Standardisation, Document CEN/TC 250/SC 3, Brussels, 1992.
- [6] Mazzolani, F. M., Piluso, V., “*Manual on Design of Steel Structures in Seismic Zones*”. ECCS, European Convention for Constructional Steelwork, n.º 76, Brussels, 1994.
- [7] Norma Portuguesa, NP EN 1993-1-1, Eurocódigo 3 - Projecto de estruturas de aço, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, Instituto Português da Qualidade - ISQ, 2010.

**Anexo II.1**

**LIGAÇÃO SOLDADA**

		<b>Fe 430</b>	$f_y = 275000$	kPa
		$f_y/f_u = 0,64$		
<b>Viga</b>	<b>Coluna</b>			
<b>IPE 240</b>	<b>HEB 180</b>			
$h_b = 0,24$	$A_c = 0,006525$		$\beta = 1,0$	
m				
$t_{fb} = 0,0098$	$h_c = 0,18$		$\gamma_{M0} = 1,0$	
m				
$b_{fb} = 0,12$	$b_c = 0,18$		$\gamma_{M1} = 1,0$	
m				
$t_{wb} = 0,0062$	$d_c = 0,122$		$a_b = 0,005$	m
m				
$d_b = 0,1904$	$t_{wc} = 0,0085$			
m				
$r_b = 0,015$	$t_{fc} = 0,014$			
m				
$W_{el} = 0,0003243$	$r_c = 0,015$			
m <sup>3</sup>				
$W_{pl} = 0,0003666$				
m <sup>3</sup>				
Classe: 1				

**1 - Painel de Alma de Coluna solicitado ao Corte**

$$A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc} = 0,002024 \quad m^2$$

$$z = h_b - t_{fb} = 0,2302 \quad m$$

$K1 = 0,38 \cdot A_{vc} / \beta \cdot z = 3,341$	mm
$= 701630$	KN/m

$V_{wp,Rd} = 0,9 \cdot f_y \cdot w_c \cdot A_{vc} / 3^{0,5} \cdot \gamma_{M0} = 289,2$	KN
--	----

**2 - Alma de Coluna em Compressão Transversal**

$$b_{eff,c,w_c} = t_{fb} + 2 \cdot 2^{0,5} \cdot a_b + 5 \cdot (t_{fc} + r_c) = 0,1689 \quad m$$

$K2 = 0,7 \cdot \text{beff},c,wc.twc / dc = 8,239$	mm
$= 1730272$	KN/m

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},c,wc.twc / Avc)^2)^{0,5} = 0,7775$$

$$\sigma_{com,Ed} \leq 0,7 \cdot f_{y,wc} \Rightarrow k_{wc} = 1,0$$

$F_{c,wc,Rd} = \omega \cdot k_{wc} \cdot \text{beff},c,wc.twc \cdot f_{y,wc} / \gamma_{M0} = 307,0$	KN
---	----

ATENÇÃO,  $F \leq$  que:  $\omega \cdot k_{wc} \cdot \rho \cdot \text{beff},c,wc.twc \cdot f_{y,wc} / \gamma_{M1}$

$$\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{beff},c,wc.dwc \cdot f_{y,wc} / E \cdot twc^2)^{0,5} = 0,5696$$

$$\text{Se } \lambda_p \leq 0,72: \quad \rho = 1$$

$$\text{Se } \lambda_p > 0,72: \quad \rho = (\lambda_p - 0,2) / \lambda_p^2 = 1,1391$$

$$\text{Então:} \quad \rho = 1,0000$$

$F_{c,wc,Rd}$ menor ou igual que: 307,0	KN
---	----

<b><math>F_{c,wc,Rd} = 307,0</math></b>	<b>KN</b>
---	-----------

### 3 - Alma de Coluna em Tração Transversal

$$\text{beff},t,wc = t_{fb} + 2 \cdot 2^{0,5} \cdot a_b + 5 \cdot (t_{fc} + r_c) = 0,1689 \quad m$$

$K3 = 0,7 \cdot \text{beff},t,wc.twc / dc = 8,239$	mm
$= 1730272$	KN/m

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},t,wc.twc / Avc)^2)^{0,5} = 0,7775$$

$F_{t,wc,Rd} = \omega \cdot \text{beff},t,wc.twc \cdot f_{y,wc} / \gamma_{M0} = 307,0$	KN
--	----

### 4 - Banzo de Coluna em Flexão

<b><math>K4 = \text{Infinito}</math></b>
--

$k =$  menor de:

$$(t_{fc} / t_{fb}) \cdot (f_{y,fc} / f_{y,fb}) = 1,4286$$

$$k \leq 1$$

$$\text{Então } k = 1$$

$$\text{beff},b,fc = twc + 2 \cdot r_c + 7 \cdot k \cdot t_{fc} = 0,1365 \quad m$$

Atenção: Se  $\text{beff},b,fc < (f_{y,fb} / f_{u,fb}) \cdot b_{fb} \Rightarrow$  reforçar a ligação  $(f_{y,fb} / f_{u,fb}) \cdot b_{fb} = 0,077 \quad m$

$b_{eff,b,fc} < (f_{y,fb} / f_{u,fb}) \cdot b_{fb}$  ? Não

Atenção: Se  $b_{eff,b,fc} \leq b_{fb} \Rightarrow$  As soldaduras que ligam os banzos da coluna e da viga devem ser dimensionadas para transmitir a força resistente do banzo da viga,  $b_{fb} \cdot t_{fb} \cdot f_{y,fb} / \gamma_{M0} = 323,4$  KN, assumindo uma distribuição uniforme de tensões.

$b_{eff,b,fc} \leq b_{fb}$  ? Não

$F_{fc,Rd} = b_{eff,b,fc} \cdot t_{fb} \cdot f_{y,fb} / \gamma_{M0} = 367,9$	KN
--	----

**7 - Banzo e Alma de Viga ou de Coluna em Compressão**

$K7 = \text{Infinito}$
------------------------

$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl} \cdot f_y / \gamma_{M0} = 100,8$  KNm

$F_{c,fb,Rd} = M_{c,Rd} / h_b - t_{fb} = 437,9$	KN
---	----

**Assemblagem**

Compressão	Forças Resistentes [KN]	Tracção
F1 = 289,2		
F2 = 307,0		
F4 = 367,9		F3 = 307,0
F7 = 437,9		F4 = 367,9

Compressão	Coefficientes de Rigidez [m]	Tracção
k1 = 0,00334		
k2 = 0,00824		
k4 = Infinito		k3 = 0,00824
k7 = Infinito		k4 = Infinito

**Momento Flector Resistente**

Frd = mínimo Frdi = 289,2 KN

$M_{j,Rd} = Frd \cdot z = 66,6$

KNm

**Rigidez de Rotação**

$S_{j,ini} = E \cdot z^2 / \sum(1/k_i) = 20530,5$

KNm

**Anexo II.2**

**LIGAÇÃO COM CHAPA DE EXTREMIDADE RASA**

			<b>Fe 430</b>	$f_y = 275000$ MPa
<b>Viga</b>	<b>Coluna</b>	<b>Chapa</b>	<b>Parafusos</b>	
<b>IPE 240</b>	<b>HEB 180</b>	<b>260x180x14</b>	<b>M24 8.8</b>	
$h_b = 0,24$ m	$A_c = 0,006525$ m <sup>2</sup>	$b_p = 0,18$ m	$f_{ub} = 800000$ MPa	
$t_{fb} = 0,0098$ m	$h_c = 0,18$ m	$t_p = 0,014$ m	$A_s = 0,000353$ m <sup>2</sup>	
$t_{wb} = 0,0062$ m	$b_c = 0,18$ m	$a_p = 0,005$ m	$h_{hp} = 0,016$ m	
$a_{pb} = 0,005$ m	$d_c = 0,122$ m	$e = 0,040$ m	$h_{por} = 0,02$ m	
$w_{pl} = 0,0003666$ m <sup>3</sup>	$t_{wc} = 0,0085$ m		$\gamma_{M0} = 1,0$	
$\beta = 1$	$t_{fc} = 0,014$ m	$dist(p-f) = 0,035$ m	$\gamma_{M1} = 1,0$	
$\alpha = 6,14$	$r_c = 0,015$ m		$\gamma_{M2} = 1,25$	
			$d_m = 0,039$ m	

**1 - Painel de Alma de Coluna solicitado ao Corte**

$$A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc} = 0,002024 \quad m^2$$

$$z = h_b - 3 \cdot t_{fb} / 2 - dist(p-f) = 0,1903 \quad m$$

$K1 = 0,38 \cdot A_{vc} / \beta \cdot z = 4,042$	mm
<b>= 848740</b>	<b>KN/m</b>

$V_{wp,Rd} = 0,9 \cdot f_y \cdot w_c \cdot A_{vc} / 3 \cdot 0,5 \cdot \gamma_{M0} = 289,2$	<b>KN</b>
--	-----------

**2 - Alma de Coluna em Compressão Transversal**

$$s_p \text{ (dispresão da chapa a } 45^\circ) = 2 \cdot t_p = 0,028 \quad m$$

$$b_{eff,c,wc} = t_{fb} + 2 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot a_p + 5 \cdot (t_{fc} + r_c) + s_p = 0,1969 \quad m$$

$K2 = 0,7 \cdot b_{eff,c,wc} \cdot t_{wc} / d_c = 9,605$	mm
<b>= 2017043</b>	<b>KN/m</b>

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},c,wc.twc / A_{vc})^2)^{0,5} = 0,7275$$

$F_{c,wc,Rd} = \omega \cdot \text{beff},c,wc.twc.fy,wc / \gamma M0 = 334,9$	KN
---	----

ATENÇÃO,  $F \leq$  que:  $\omega \cdot \rho \cdot \text{beff},c,wc.twc.fy,wc / \gamma M1$

$$\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{beff},c,wc.dwc.fy,wc / E.twc)^{0,5} = 0,6150$$

Se  $\lambda_p \leq 0,72$ :  $\rho = 1,0$

Se  $\lambda_p > 0,72$ :  $\rho = (\lambda_p - 0,2) / \lambda_p^2 = 1,0972$

Então:  $\rho = 1,0$

Fc,wc,Rd menor ou igual que: 334,9	KN
------------------------------------	----

<b>Fc,wc,Rd = 334,9</b>	<b>KN</b>
-------------------------	-----------

### 3 - Alma de Coluna em Tração Transversal

T equivalente

$$e_{min} = e = 0,040 \quad m$$

$$m = 0,5 (bc - 2 \cdot e - twc - 2 \cdot 0,8 \cdot rc) = 0,0338 \quad m$$

leff = menor de:

Isolada	Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m = 0,2121$	m
	N-Circ.	$4 \cdot m + 1,25 \cdot e = 0,1850$	m

$$leff,1 = 0,1850 \quad m$$

$$leff,2 = 0,1850 \quad m$$

$K3 = 0,7 \cdot \text{beff},t,wc.twc / dc = 9,023$	mm
<b>= 1894734</b>	<b>KN/m</b>

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},t,wc.twc / A_{vc})^2)^{0,5} = 0,7485$$

$F_{t,wc,Rd} = \omega \cdot \text{beff},t,wc.twc.fy,wc / \gamma M0 = 323,7$	KN
---	----

### 4 - Banzo de Coluna em Flexão

$K4 = 0,9 \cdot leff.tfc^3 / m^3 = 11,884$	mm
<b>= 2495723</b>	<b>KN/m</b>

$$leff,1 = 0,1850 \quad m$$

$$M_{pl1,Rd} = 0,25 \cdot leff,1 \cdot t_f^2 \cdot fy / \gamma M0 = 2,4929 \quad KNm$$

Modo 1

$F_{fc,Rd1} = 4.M_{p1,Rd} / m = 295,5$	KN
--	----

$$l_{eff,2} = 0,1850 \quad m$$

$$M_{p12,Rd} = 0,25.l_{eff,2}.t_f^2.f_y / \gamma_{M0} = 2,4929 \quad KNm$$

$$B_{t,Rd} = 0,9.f_{ub}.A_s / \gamma_{M2} = 203,3 \quad KN$$

n = menor de:

$$e_{min} = 0,04 \quad m$$

$$n_{m\acute{a}x} = 1,25.m = 0,0422 \quad m$$

$$\text{Ent\~{a}o } n = 0,0400 \quad m$$

Modo 2

$F_{fc,Rd2} = 2.M_{p2,Rd} + n.2.B_{t,Rd} / m + n = 288,2$	KN
---	----

Modo 3

$F_{fc,Rd3} = 2.B_{t,Rd} = 406,7$	KN
-----------------------------------	----

<b><math>F_{fc,Rd} = \text{menor de } F_{fc,Rdi} = 288,2</math></b>	<b>KN</b>
---	-----------

### 5 - Chapa de Extremidade em Flexão

T equivalente

$$e_{min} = e - 0,5.(b_c - b_p) = 0,0400 \quad m$$

$$m = 0,5 ( b_p - 2.e_{min} - t_{wb} - 2.0,8.(2^{0,5}).a_{pb} ) = 0,0412 \quad m$$

$l_{eff} = \text{menor de:}$

Isolada	Circ.	$2.\pi.m = 0,2591$	m
	N-Circ.	$\alpha.m = 0,2532$	m

$$\text{Ent\~{a}o } l_{eff,1} = 0,2532 \quad m$$

$$\text{Ent\~{a}o } l_{eff,2} = 0,2532 \quad m$$

$K5 = 0,9.l_{eff}.t_p^3 / m^3 = 8,914$	mm
<b><math>= 1872021</math></b>	<b>KN/m</b>

$$M_{p1,Rd} = 0,25.l_{eff,1}.t_p^2.f_y / \gamma_{M0} = 3,4123 \quad KNm$$

Modo 1

$F_{b,p,Rd1} = 4.M_{p1,Rd} / m = 330,9$	KN
---	----

$$M_{p2,Rd} = 0,25.l_{eff,2}.t_p^2.f_y / \gamma_{M0} = 3,4123 \quad KNm$$

n = menor de:

$$e_{min} = 0,0400 \quad m$$

$$n_{\text{máx}} = 1,25 \cdot m_x = 0,0516 \quad \text{m}$$

$$\text{Então } n = 0,04 \quad \text{m}$$

Modo 2

$F_{b,p,Rd2} = 2 \cdot M_{p2,Rd} + n \cdot 2 \cdot B_{t,Rd} / m + n = 284,2$	KN
--	----

Modo 3

$F_{b,p,Rd3} = 2 \cdot B_{t,Rd} = 406,7$	KN
--	----

<b><math>F_{b,p,Rd} = \text{menor de } F_{fc,Rdi} = 284,2</math></b>	<b>KN</b>
--	-----------

### 7 - Banzo e Alma de Viga ou de Coluna em Compressão

$K7 = \text{Infinito}$
------------------------

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M0} = 100,8 \quad \text{KNm}$$

<b><math>F_{c,fb,Rd} = M_{c,Rd} / h_b - t_{fb} = 437,9</math></b>	<b>KN</b>
---	-----------

### 8 - Alma da Viga à Tração

$K8 = \text{Infinito}$
------------------------

$b_{eff,t,wb} = \text{menor de:}$

Isolada	Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m = 0,2591$	m
	N-Circ.	$\alpha \cdot m = 0,2532$	m
		$b_{eff,t,wb} = 0,2532$	m

<b><math>F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb} \cdot t_{wb} \cdot f_y / \gamma_{M0} = 431,8</math></b>	<b>KN</b>
---	-----------

### 10 - Parafusos à Tração

$$L_b = t_p + t_{fc} + (\text{anilhas}) + 0,5 \cdot (h_{por} + h_{hp}) = 0,0460 \quad \text{m}$$

Atenção: 2 Parafusos por linha

$K10 = 1,6 \cdot A_s / L_b = 12,278$	mm
<b><math>= 2578435</math></b>	<b>KN/m</b>

$B_{t,Rd} = \text{menor de:}$

$$F_{t,Rd} = 0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 203,3 \quad \text{KN}$$



**Momento Flector Resistente**

Frd = mínimo Frdi = 284,2 KN

$$M_{j,Rd} = FR_{d,z} = 54,1$$

KNm

**Rigidez de Rotação**

$$S_{j,ini} = E \cdot z^2 / S(1/k_i) = 10275,0$$

KNm

**Anexo II.3**

**LIGAÇÃO DE CHAPA DE EXTREMIDADE ESTENDIDA**

			<b>Fe 430</b>	$f_y = 275000$	MPa
<b>Viga</b>	<b>Coluna</b>	<b>Chapa</b>	<b>Parafusos</b>		
<b>IPE 240</b>	<b>HEB 180</b>	<b>325x180x14</b>	<b>M24 8.8</b>		
$h_b = 0,24$	$A_c = 0,006525$	$b_p = 0,18$	$f_{ub} = 800000$	MPa	
m	m <sup>2</sup>	m	$A_s = 0,000353$	m <sup>2</sup>	
$t_{fb} = 0,0098$	$h_c = 0,18$	$t_p = 0,014$	$h_{hp} = 0,016$	m	
m	m	m	$h_{por} = 0,02$	m	
$t_{wb} = 0,0062$	$b_c = 0,18$	$a_p = 0,005$	$e = 0,04$	m	
m	m	m	$ex = 0,04$	m	
$ap_b = 0,005$	$dc = 0,122$	$p = 0,0798$	$w = 0,1$	m	
m	m	m	$\gamma_{M0} = 1,0$		
$w_{pl} = 0,0003666$	$t_{wc} = 0,0085$	$\beta = 1$	$\gamma_{M1} = 1,0$		
m <sup>3</sup>	m	m	$\gamma_{M2} = 1,25$		
$\alpha = 6,14$	$t_{fc} = 0,014$	$rc = 0,015$	$dm = 0,039$	m	
	m				

**1 - Painel de Alma de Coluna solicitado ao Corte**

$$A_{vc} = A_c - 2 \cdot b_c \cdot t_{fc} + (t_{wc} + 2 \cdot r_c) \cdot t_{fc} = 0,002024 \quad m^2$$

$$z = h_b - t_{fb} = 0,2302 \quad m$$

$K1 = 0,38 \cdot A_{vc} / \beta \cdot z = 3,341$	mm
$= 701630$	KN/m

$V_{wp,Rd} = 0,9 \cdot f_y \cdot w_c \cdot A_{vc} / 3 \cdot 0,5 \cdot \gamma_{M0} = 289,2$	KN
--	----

**2 - Alma de Coluna em Compressão Transversal**

$$s_p \text{ (dispresão da chapa a } 45^\circ) = 2 \cdot t_p = 0,028 \quad m$$

$$b_{eff,c,w_c} = t_{fb} + 2 \cdot 2 \cdot 0,5 \cdot a_p + 5 \cdot (t_{fc} + r_c) + s_p = 0,1969 \quad m$$

$K2 = 0,7 \cdot b_{eff,c,w_c} \cdot t_{wc} / dc = 9,605$	mm
$= 2017043$	KN/m

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},c,wc.twc / A_{vc})^2)^{0,5} = 0,7275$$

$F_{c,wc,Rd} = \omega \cdot \text{beff},c,wc.twc.fy,wc / \gamma_{M0} = 334,9$	KN
---	----

ATENÇÃO,  $F \leq$  que:  $\omega \cdot \rho \cdot \text{beff},c,wc.twc.fy,wc / \gamma_{M1}$

$$\lambda_p = 0,932 \cdot (\text{beff},c,wc.dwc.fy,wc / E.twc)^{0,5} = 0,6150$$

Se  $\lambda_p \leq 0,72$ :  $\rho = 1$

Se  $\lambda_p > 0,72$ :  $\rho = (\lambda_p - 0,2) / \lambda_p^2 = 1,0972$

Então:  $\rho = 1$

Fc,wc,Rd menor ou igual que: 334,9	KN
------------------------------------	----

<b>Fc,wc,Rd = 334,9</b>	<b>KN</b>
-------------------------	-----------

<b>3 - Alma de Coluna em Tração Transversal</b>
---

T equivalente

$$e_{min} = e - 0,5 \cdot (bc - bp) = 0,04 \quad m$$

$$m = 0,5 (bc - 2 \cdot e - twc - 2 \cdot 0,8 \cdot rc) = 0,0338 \quad m$$

Linha Exterior

leff = menor de:

Isolada	Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m = 0,2121$	m
	N-Circ.	$4 \cdot m + 1,25 \cdot e = 0,1850$	m

$$leff,1 = 0,1850 \quad m$$

$$leff,2 = 0,1850 \quad m$$

$$(leff,1 > \rho) ? \text{ Sim}$$

$$(leff,2 > \rho) ? \text{ Sim}$$

Grupo	Circ.	$\pi \cdot m + p = 0,1858$	m
	N-Circ.	$2 \cdot m + 0,625 \cdot e + 0,5 \cdot p = 0,1324$	m

$$leff,1 = 0,1324 \quad m$$

$$leff,2 = 0,1324 \quad m$$

$$\text{Então } \text{beff},t,wc = \Sigma leff = 2 \times (\text{mínimo } leff) = 0,2648 \quad m$$

$K3.E = 0,7 \cdot \text{beff},t,wc.twc / dc = 6,457$	mm
<b>= 1356015</b>	<b>KN/m</b>

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (\text{beff},t,wc.twc / A_{vc})^2)^{0,5} = 0,6193$$

$F_{t,wc,Rd.E} = \omega \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc} / \gamma_{M0} = 383,3$	<b>KN</b>
---	-----------

Linha Interior		leff = menor de:	
Isolada	Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m = 0,2121$	m
	N-Circ.	$4 \cdot m + 1,25 \cdot e = 0,1850$	m
		$leff,1 = 0,1850$	m
		$leff,2 = 0,1850$	m
		( leff,1 > p ) ? Sim	
		( leff,2 > p ) ? Sim	
Grupo	Circ.	$\pi \cdot m + p = 0,1858$	m
	N-Circ.	$2 \cdot m + 0,625 \cdot e + 0,5 \cdot p = 0,1324$	m
		$leff,1 = 0,1324$	m
		$leff,2 = 0,1324$	m
		Então $b_{eff,t,wc} = \Sigma leff = 2 \times (\text{mínimo } leff) = 0,2648$	m

$K_{3.I} = 0,7 \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} / d_c = 6,457$	mm
<b>= 1356015</b>	<b>KN/m</b>

$$\omega = 1 / (1 + 1,3 \cdot (b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} / A_{vc})^{0,5}) = 0,6193$$

$F_{t,wc,Rd.I} = \omega \cdot b_{eff,t,wc} \cdot t_{wc} \cdot f_{y,wc} / \gamma_{M0} = 383,3$	<b>KN</b>
---	-----------

#### 4 - Banzo de Coluna em Flexão

$K_{4.E} = 0,9 \cdot leff \cdot t_{fc}^3 / m^3 = 8,505$	mm
<b>= 1786128</b>	<b>KN/m</b>

$$\Sigma leff,1 = 0,2648 \quad m$$

$$M_{pl1,Rd} = 0,25 \cdot \Sigma leff,1 \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} = 3,5682 \quad KNm$$

Modo 1

$F_{fc,Rd1} = 4 \cdot M_{pl1,Rd} / m = 422,9$	<b>KN</b>
---	-----------

$$\Sigma leff,2 = 0,2648 \quad m$$

$$M_{pl2,Rd} = 0,25 \cdot \Sigma leff,2 \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} = 3,5682 \quad KNm$$

$$B_{t,Rd} = 0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 203,3 \quad KN$$

n = menor de:

$$e_{min} = 0,04 \quad m$$

$$n_{\text{máx}} = 1,25 \cdot m = 0,0422 \quad \text{m}$$

$$\text{Então } n = 0,0400 \quad \text{m}$$

Modo 2

$F_{fc,Rd2} = 2 \cdot M_{p2,Rd} + n \cdot 4 \cdot B_{t,Rd} / m + n = 537,9$	KN
---	----

Modo 3

$F_{fc,Rd3} = 4 \cdot B_{t,Rd} = 813,3$	KN
---	----

<b><math>F_{fc,Rd,E} = \text{menor de } F_{fc,Rd,i} = 422,9</math></b>	<b>KN</b>
--	-----------

$K_{4,I} = 0,9 \cdot l_{\text{eff}} \cdot t_{fc}^3 / m^3 = 8,505$	mm
<b>= 1786128</b>	<b>KN/m</b>

$$\Sigma l_{\text{eff},1} = 0,2648 \quad \text{m}$$

$$M_{pl1,Rd} = 0,25 \cdot \Sigma l_{\text{eff},1} \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} = 3,5682 \quad \text{KNm}$$

Modo 1

$F_{fc,Rd1} = 4 \cdot M_{p1,Rd} / m = 422,9$	KN
--	----

$$\Sigma l_{\text{eff},2} = 0,2648 \quad \text{m}$$

$$M_{pl2,Rd} = 0,25 \cdot \Sigma l_{\text{eff},2} \cdot t_f^2 \cdot f_y / \gamma_{M0} = 3,5682 \quad \text{KNm}$$

$$B_{t,Rd} = 0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 203,3 \quad \text{KN}$$

Modo 2

$F_{fc,Rd2} = 2 \cdot M_{p2,Rd} + n \cdot 4 \cdot B_{t,Rd} / m + n = 537,9$	KN
---	----

Modo 3

$F_{fc,Rd3} = 4 \cdot B_{t,Rd} = 813,3$	KN
---	----

<b><math>F_{fc,Rd,I} = \text{menor de } F_{fc,Rd,i} = 422,9</math></b>	<b>KN</b>
--	-----------

## 5 - Chapa de Extremidade em Flexão

T equivalente

$$e = e_{\text{min}} = 0,0400 \quad \text{m}$$

$$m_x = 0,5 \cdot (p - t_{fb} - 2 \cdot 0,8 \cdot (2^{0,5}) \cdot a_p) = 0,0293 \quad \text{m}$$

Linha Exterior

$l_{\text{eff}} = \text{menor de:}$

Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m_x = 0,1844$	m
Circ.	$\pi \cdot m_x + w = 0,1922$	m
Circ.	$\pi \cdot m_x + 2 \cdot e = 0,1722$	m
Isolada N-Circ.	$4 \cdot m_x + 1,25 \cdot e_x = 0,1674$	m

N-Circ.	$e + 2 \cdot mx + 0,625 \cdot ex = 0,1237$	m
N-Circ.	$0,5 \cdot bp = 0,0900$	m
N-Circ.	$0,5 \cdot w + 2 \cdot mx + 0,625 \cdot ex = 0,1337$	m
	Então $leff,1 = 0,0900$	m
	Então $leff,2 = 0,0900$	m

$K5.E = 0,9 \cdot leff \cdot tp^3 / mx^3 = 8,797$	mm
<b>= 1847432</b>	<b>KN/m</b>

$Mp1,Rd = 0,25 \cdot leff,1 \cdot tp^2 \cdot fy / \gamma M0 = 1,2128$       KNm

Modo 1

$Fb,p,Rd1 = 4 \cdot Mp1,Rd / mx = 165,3$	KN
--	----

$Mp2,Rd = 0,25 \cdot leff,2 \cdot tp^2 \cdot fy / \gamma M0 = 1,2128$       KNm

n = menor de:

$ex = 0,0400$       m

$n \text{ máx} = 1,25 \cdot mx = 0,0367$       m

Então  $n = 0,0367$       m

Modo 2

$Fb,p,Rd2 = 2 \cdot Mp2,Rd + n \cdot 2 \cdot Bt,Rd / mx + n = 262,7$	KN
--	----

Modo 3

$Fb,p,Rd3 = 2 \cdot Bt,Rd = 406,7$	KN
------------------------------------	----

<b><math>Fb,p,Rd,E = \text{menor de } Ffc,Rdi = 165,3</math></b>	<b>KN</b>
--	-----------

$m = 0,5 ( bp - 2 \cdot e - twb - 2 \cdot 0,8 \cdot (2^{0,5}) \cdot apb ) = 0,0412$       m

Linha Interior

leff = menor de:

Isolada

Circ.	$2 \cdot \pi \cdot m = 0,2591$	m
-------	--------------------------------	---

N-Circ.	$\alpha \cdot m = 0,2532$	m
---------	---------------------------	---

Então  $leff,1 = 0,2532$       m

Então  $leff,2 = 0,2532$       m

$K5.I = 0,9 \cdot leff \cdot tp^3 / m^3 = 8,914$	mm
<b>= 1872021</b>	<b>KN/m</b>

$Mp1,Rd = 0,25 \cdot leff,1 \cdot tp^2 \cdot fy / \gamma M0 = 3,4123$       KNm

Modo 1

$Fb,p,Rd1 = 4 \cdot Mp1,Rd / m = 330,9$	KN
---	----

$Mp2,Rd = 0,25 \cdot leff,2 \cdot tp^2 \cdot fy / \gamma M0 = 3,4123$       KNm

n = menor de:

$$e_{min} = 0,04 \quad m$$

$$n_{m\acute{a}x} = 1,25.m_x = 0,0516 \quad m$$

$$\text{Ent\~{a}o } n = 0,04 \quad m$$

Modo 2

$F_{b,p,Rd2} = 2.M_{p2,Rd} + n.2.B_{t,Rd} / m + n = 284,2$	KN
--	----

Modo 3

$F_{b,p,Rd3} = 2.B_{t,Rd} = 406,7$	KN
------------------------------------	----

$F_{b,p,Rd,I} = \text{menor de } F_{fc,Rdi} = 284,2$	KN
--	----

### 7 - Banzo e Alma de Viga ou de Coluna em Compressão

$K7 = \text{Infinito}$
------------------------

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl}.f_y / \gamma_{M0} = 100,8 \quad \text{KNm}$$

$F_{c,fb,Rd} = M_{c,Rd} / h_b - t_{fb} = 437,9$	KN
---	----

### 8 - Alma da Viga à Tração

$K8 = \text{Infinito}$
------------------------

$b_{eff,t,wb} = \text{menor de:}$

Isolada	Circ.	$2.\pi.m = 0,2591$	m
	N-Circ.	$\alpha.m = 0,2532$	m
		$b_{eff,t,wb} = 0,2532$	m

$F_{t,wb,Rd} = b_{eff,t,wb}.t_{wb}.f_y / \gamma_{M0} = 431,8$	KN
---	----

### 10 - Parafusos à Tração

$$L_b = t_p + t_{fc} + (\text{anilhas}) + 0,5.(h_{por} + h_{hp}) = 0,0460 \quad m$$

Atenção: 2 Parafusos por Linha

$K10 = 1,6.A_s / L_b = 12,278$	mm
--------------------------------	----

$= 2578435$	KN/m
-------------	------

Bt,Rd = menor de:

$$F_{t,Rd} = 0,9 \cdot f_{ub} \cdot A_s / \gamma_{M2} = 203,3 \quad \text{KN}$$

$$B_{p,Rd} = 0,6 \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_p \cdot f_u / \gamma_{M2} = 354,0 \quad \text{KN}$$

**Atenção:** 2 Parafusos por Linha

<b>Bt,Rd = 406,7</b>	<b>KN</b>
----------------------	-----------

<b>Assemblagem</b>
--------------------

Compressão	Forças Resistentes [KN]	Tração		
		Interior	Exterior	Equivalente
F1 = <b>289,2</b>				
F2 = <b>334,9</b>				
		F3 = 383,3	F3 = 383,3	F3e = <b>383,3</b>
		F4 = 422,9	F4 = 422,9	F4e = <b>422,9</b>
		F5 = 284,2	F5 = 165,3	F5e = <b>330,6</b>
F7 = <b>437,9</b>		F8 = 431,8	F8 = ?	F8e = <b>431,8</b>
		F10 = 406,7	F10 = 406,7	F10e = <b>813,3</b>

Compressão	Coeficientes de Rigidez [m]	Tração		
		Interior	Exterior	Modificado
k1 = <b>0,003341</b>				
k2 = <b>0,009605</b>				
		k3 = 0,006457	k3 = 0,006457	k3m = <b>0,012914</b>
		k4 = 0,008505	k4 = 0,008505	k4m = <b>0,017011</b>
		k5 = 0,008914	k5 = 0,008797	k5m = <b>0,017595</b>
k7 = Infinito		k8 = Infinito	k8 = Infinito	
		k10 = 0,012278	k10 = 0,012278	k10m = <b>0,024557</b>

**Momento Flector Resistente**

Frd = mínimo Frdi = 289,2 KN

$M_{j,Rd} = FR_{d.z} = 66,6$

KNm

**Rigidez de Rotação**

$S_{j,ini} = E.z^2 / S(1/k_i) = 17464,6$

KNm