

APLICAÇÃO INFORMÁTICA VERSUS MATERIAIS MANIPULÁVEIS NA PROMOÇÃO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO AO NÍVEL DO 1º CICLO DO ENSINO BÁSICO

[ID 236]

Nuno Santos

Paulo Afonso

Henrique Gil

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco; Centro de Administração e Políticas Públicas da Universidade de Lisboa
nunomiguelsantos88@gmail.com; paulo.afonso@ipcb.pt; h Teixeiragil@ipcb.pt

Resumo

Este artigo resulta de uma investigação elaborada no âmbito das Prática Supervisionadas (PES) em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico. Este estudo foi realizado durante a Prática Supervisionada no Ensino do 1º Ciclo com alunos de uma turma do 3º ano de escolaridade do Ensino Básico. Tivemos como objetivos analisar se a tecnologia digital melhora o número de casos de sucesso e as tomadas de decisão na resolução de tarefas matemáticas envolvendo padrões de repetição, comparativamente com tarefas resolvidas com recurso aos blocos padrão. Neste sentido, esta investigação, de natureza comparativa, assentou numa abordagem mista (quantitativa e qualitativa) de tratamento dos dados. Nesta perspetiva, sobressai o paradigma naturalista, não descurando, contudo, a perspetiva positivista. Estruturámos a nossa intervenção em 3 etapas. Na 1ª Etapa todos os alunos da turma resolveram 4 tarefas, com padrões de repetição numa ficha de trabalho (Padrões de repetição: ABAB, ABCABC, ABBABB e ABCCABBCC). As questões foram corrigidas através de uma adaptação da escala holística focada de Charles, Lester & O'Daffer (1987), em que classificámos cada resposta entre 0 a 2 pontos. Partindo das classificações obtidas pelos alunos, a turma foi dividida em 2 grupos homogéneos. Na 2ª Etapa da investigação, os alunos do grupo A (11 alunos) resolveram as mesmas tarefas através de uma aplicação informática, enquanto que os alunos do grupo B (12 alunos) resolveram as tarefas através do material manipulável (blocos padrão). Para a correção das tarefas do grupo A, foram analisados os 'printscreens' aos ecrãs dos computadores. Por sua vez, as respostas dos alunos do grupo B foram analisadas através das fichas de trabalho, mas também através de fotografias às composições realizadas. Na 3ª Etapa foram propostas as mesmas tarefas, em que todos os alunos resolveram as questões somente através da ficha de trabalho. A análise dos dados permitiu verificar que não havia diferenças estatisticamente significativas entre os resultados dos alunos que trabalharam com a aplicação informática e os alunos que trabalharam com os materiais manipuláveis. Apurámos ainda que ambos os grupos da 1ª para a 3ª Etapa melhoraram de forma significativa o número de respostas assertivas, bem como o nível de tomada de decisão, não podendo desta forma concluir que o trabalho com a aplicação informática é melhor que o trabalho com os materiais manipuláveis.

Palavras-chave: Pensamento algébrico, Matemática, TIC, Material Manipulável, Blocos padrão.

Résumé

Cet article est le résultat d'une enquête menée dans le cadre de pratique supervisée (PES) dans l'éducation préscolaire et l'enseignement du premier cycle de l'enseignement fondamental. Cette étude a été réalisée au cours de la pratique supervisée en enseignement de 1er cycle, avec d'une classe de troisième année de scolarité élémentaire. Nous examinons si les objectifs d'amélioration de la technologie numérique, le nombre de cas de succès et le processus décisionnel dans la résolution des tâches mathématiques impliquant des motifs de répétition, par rapport aux tâches résolus avec l'utilisation de *blocs de motifs*. En ce sens, cette recherche, comparative dans la nature, est basée sur une approche mixte (quantitatif et qualitatif) de l'informatique. Dans cette perspective, se distingue dans le cadre de cette enquête le paradigme, sans négliger pour autant, toutefois, la perspective positiviste. On construit notre intervention en 3 étapes. Dans un premier temps, toute la classe a décidé 4 tâches, répétant des modèles dans une feuille de calcul (répéter les motifs: ABAB, ABCABC, ABBABB et ABCCABBCC). Les problèmes ont été corrigés grâce à une adaptation de l'échelle globale centrée de Charles, Lester & O'Daffer (1987), dans lequel chaque réponse, nous avons classé entre 0 à 2 points. Depuis les notes obtenues par les élèves, la classe était divisée en 2 groupes homogènes. Dans la deuxième étape de la recherche, les étudiants du groupe A (11 élèves) a décidé les

mêmes tâches à travers une application informatique, tandis que le groupe B étudiants (12) résolu les tâches par le biais du matériel manipulable (blocs standard). Pour la correction des tâches du groupe, ont été analysées les « screenshots » aux écrans d'ordinateur. À leur tour, les réponses des élèves du groupe B ont été analysés à travers les feuilles de calcul, mais aussi à travers des images aux compositions effectuées. Dans la troisième étape les mêmes tâches ont été proposés, dans lequel tous les élèves a résolu les problèmes que par le biais de la fiche de travail. L'analyse des données a montré qu'il n'y a aucune différence statistiquement significative entre les résultats des élèves qui ont travaillé avec le logiciel d'application et les étudiants qui ont travaillé avec matériaux manipulables. Nous avons constaté que bien que les deux groupes de la 1re à la 3e étape améliorée de façon significative le nombre de réponses affirmées, ainsi que le niveau de prise de décision et ne peuvent donc conclure que le travail avec le logiciel d'application est mieux que de travailler avec des matières manipulables.

Mots-clés: Pensée algébrique, Mathématiques, TIC, Matériel Manipulable, Blocs de motifs.

O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS PRIMEIROS ANOS DE ESCOLARIDADE

Para abreviar a temática consideramos relevante abordar a definição de conceito de Pensamento Algébrico. Neste sentido, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2007), assim como Borralho e Barbosa (2009) e Vale & Pimentel (2011) defendem que o pensamento algébrico está relacionado com o pensamento de estruturas, nomeadamente através da compreensão de relações e funções, na simbolização através da representação e análise de estruturas matemáticas recorrendo a símbolos algébricos e também na modelação.

Por sua vez, Blanton & Kaput (2005), Kieran (2007) e Canavaro (2007) associam o pensamento algébrico ao conceito de generalização. Canavaro (2007) salienta que “ (...) o foco do pensamento algébrico está na actividade de generalizar (...)” (p.87).

Nesta perspetiva, importa centrar a nossa atenção no desenvolvimento do pensamento algébrico nos primeiros anos de escolaridade. O NCTM (2007) no seu documento no seu documento para as Orientações curriculares, Princípios e Normas para a Matemática Escolar, bem como Canavaro (2007), defendem a álgebra como sendo um tema transversal. O NCTM (2007) defende 4 eixos centrais que todos os programas da Educação Pré-Escolar ao 12º ano:

- Compreender padrões, relações e funções;
- Representar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos algébricos;
- Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas;
- Analisar a variação em diversos contextos” (p.104).

Este documento de referência indica que o ensino da álgebra é gradual, devendo adequar-se à faixa etária das crianças. Ao conduzirmos esta investigação tivemos em conta a perspetiva de Kaput (1999) que considera que o nosso desafio, enquanto professores, é encontrar formas de tornar a álgebra, e a matemática acessível a todos os alunos. Para tornar a álgebra acessível a todos os alunos, considerámos, também, a posição de Borralho & Barbosa (2009), que salientam que os padrões “podem ser um ótimo veículo para uma abordagem poderosa à Álgebra, sobretudo nos primeiros anos, como suporte do pensamento algébrico” (p.8).

Padrões de crescimento e padrões de repetição

Tal como referimos anteriormente, o trabalho com padrões poderá ser uma forma extraordinária de desenvolver o pensamento algébrico. Neste sentido, destacamos a posição defendida por Alvarenga & Vale (2007) que defendem que a exploração de padrões, para além de captar a atenção dos alunos e o gosto pela descoberta, permite também desenvolver outras competências, nomeadamente a comunicação. Assim, quando procuram descrever um padrão e definir a sua regra geral de formação, os alunos começam a utilizar vocabulário apropriado e também desenvolver argumentação para explicar os seus raciocínios.

Neste estudo, incidimos a nossa atenção em dois tipos de padrões: O padrão de crescimento e o padrão de repetição. Vale & Pimentel (2011), Ponte, Branco & Matos (2009) e Threfall (1999) relacionam o conceito de padrão a repetição. Os autores convergem na definição de padrão de repetição, considerando que há uma unidade que se repete de forma cíclica. Os padrões de repetição poderão ser uma forma de iniciar o trabalho com sequências e regularidades, nos primeiros anos de escolaridade.

Neste sentido, Moyer-Packernham (2005) e Vale (2011) definem padrão de crescimento como uma sequência de formas ou números que se prolonga de forma regular. Num padrão de crescimento cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior. Barbosa (2009) defende a perspectiva de que os alunos demonstram ter mais dificuldades na exploração de padrões crescentes, comparativamente com os padrões de repetição. Warren & Cooper (2006) salientam que os padrões explorados na iniciação à álgebra são essencialmente, padrões de crescimento visual. Também Vale & Pimentel (2011) defendem a importância dos padrões de crescimento na transição da aritmética para a álgebra.

O pensamento algébrico e as TIC

A sociedade está em constante mudança e estas alterações são também fruto do desenvolvimento de tecnologias digitais. A escola, como parte integrante da sociedade, também não é exceção a essas alterações. Consideramos pertinente refletir sobre a integração das novas tecnologias na disciplina de Matemática. Concordando com Silva (2003), que salienta que “(...) a integração da tecnologia na escola e na disciplina de Matemática é um dos maiores desafios da educação actual. (...) a capacidade da escola e da Matemática responderem aos desafios da actualidade e do futuro é medida pela eficácia com que a tecnologia é integrada nos currículos escolares” (p.12).

Recentrando a temática no pensamento algébrico, Stacey & Chick (2004) consideram que os currículos ao nível da álgebra têm que se adaptar a essas mudanças. Concordamos com esta perspectiva, considerando que o avanço da tecnologia poderá promover a aprendizagem da álgebra sem que ocorram mudanças significativas nos currículos. Assim, a tecnologia abre novas perspectivas para melhorar a compreensão dos alunos ao nível da álgebra, como poderá ser também uma ferramenta com potencialidades na motivação dos alunos com o intuito de fomentar também o gosto pela Matemática. O NCTM (2007), no seu documento orientador, defende a tecnologia como sendo potenciadora de novas oportunidades para desafios matemáticos através da multiplicidade de formas de representação que promove, já que aumenta de forma substancial o número de problemas acessíveis aos alunos e pelo feedback que dá. Esta posição é também defendida por Afonso (2009) e por Ponte & Canavaro (1997) que sustentam a ideia de que na área da matemática, as tecnologias digitais são cada vez mais consideradas como instrumentos de grande valor na exploração e valorização dos raciocínios matemáticos.

Neste estudo recorreremos a uma *applet* disponível no site do NCTM em: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3577> . Para Heck, Boon, Bokhove & Koolstra (2007) as *applets* podem contribuir “para a visualização dos conceitos matemáticos, exploração de situações contextualizadas (incluindo contextos puramente matemáticos), e cobrir o hiato entre o conhecimento informal e a matemática formal” (p. 2). Centrando o nosso foco no pensamento algébrico e considerando a posição de Duarte (2012), defendemos que os desenvolvimentos ao nível da tecnologia, nomeadamente as dinâmicas e interatividade, assim como as diversas representações de um mesmo conteúdo permite elucidar e mudar perspectivas sobre a aprendizagem de conceitos algébricos. Também Ferrara, Pratt & Robutti (2006) defendem que a evolução

das tecnologias permitiu desenvolver abordagens funcionais à álgebra que simplificou a análise dos sistemas simbólicos, permitindo relacionar contextos tabulares, geométricos e gráficos.

Selecionámos esta *applet*, porque para além de ser recomendada pelo NCTM, acreditamos que poderá contribuir para trabalhar os conceitos matemáticos que pretendemos de forma interativa. Na Figura 1 apresentamos o 'printscren' da aplicação a que recorremos:



Figura 15 - 'Printscreen' da applet utilizada no estudo

A Matemática e os materiais manipuláveis

No ensino da Matemática, o professor poderá recorrer a um número significativo de recursos e suportes. Tal como referimos anteriormente, as *applets* são um desses suportes, contudo o professor poderá abordar conceitos matemáticos com os seus alunos, recorrendo a materiais manipuláveis. Nesta perspectiva, Vale (2002) defende que numa sala de aula, enquanto se desenrola o processo de ensino e de aprendizagem surge a necessidade do professor recorrer a diversos suportes.

Vários autores como Stein & Bovalino (2001), Vale (2002), Almiro (2004) e Damas, Oliveira, Nunes & Silva (2010) destacam algumas vantagens de trabalhar com materiais manipuláveis. A nossa perspectiva vai ao encontro dos autores em que consideramos que o material manipulável poderá ser importante na aprendizagem dos conceitos matemáticos, porém o professor não poderá ser dissociado do papel dos materiais manipuláveis.

No nosso estudo recorremos ao material manipulável estruturado blocos-padrão. Afonso, Conceição, Costa, Filipe & Serrasqueiro (2008) defendem que este material promove a criatividade, constituindo assim um instrumento de trabalho extraordinário, que possibilita a abordagem de forma transversal, de diversos conceitos matemáticos dos vários domínios que compõem o programa curricular desta área. Na figura 2 apresentamos as figuras geométricas que compõem os blocos-padrão.

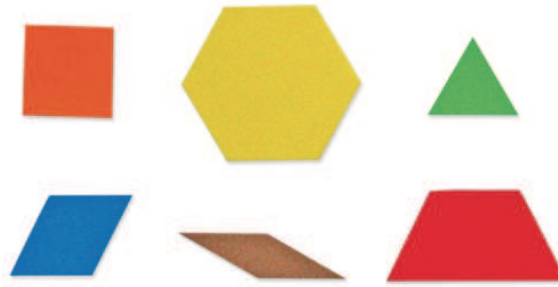


Figura 16 - Figuras geométricas que compõem os Blocos Padrão

Este material manipulável estruturado é formado por paralelogramos azuis, trapézios vermelhos, hexágonos amarelos, triângulos verdes, quadrados cor de laranja e paralelogramos castanho-amarelados. Afonso *et al* (2008) referem relativamente aos blocos-padrão que “Todas as figuras têm a particularidade de terem lados congruentes, excepto o trapézio em que um dos seus lados é o dobro de qualquer um dos outros lados” (p.186).

PROBLEMA E OBJETIVOS DO ESTUDO

Acreditamos que os recursos digitais no âmbito das TIC, nomeadamente as *applets*, poderão ter uma grande influência no processo de ensino e de aprendizagem. Ao selecionarmos este tema pretendemos perceber de que forma a tecnologia melhorará o número de casos de sucesso na resolução de atividades envolvendo padrões de repetição comparativamente com atividades resolvidas com recurso aos blocos padrão, mas também compreender de que forma a tecnologia contribui para que os alunos justifiquem as suas tomadas de decisão na resolução de atividades envolvendo padrões de repetição relativamente a atividades resolvidas com recurso aos blocos padrão. Assim, consideramos que as *applets*, nomeadamente a *applet* em que incidiu o nosso estudo disponível em: <http://illuminations.nctm.org/Activity.aspx?id=3577> afigura-se como um meio diversificado de apresentação de atividades a realizar no âmbito de sala de aula. A Matemática não é vista com agrado ainda por uma grande parte dos alunos e pensamos que a utilização deste recurso pode tentar contrariar essa tendência, já que também atribui uma componente lúdica, igualmente importante para os alunos. Nesta perspetiva, definimos como tema: «A influência da tecnologia digital no desenvolvimento do pensamento algébrico». Para o qual formulámos as seguintes questões problema:

- A tecnologia digital contribui para que os alunos justifiquem as suas tomadas de decisão na resolução de tarefas envolvendo padrões de repetição, comparativamente com tarefas resolvidas com recurso ao material manipulável-blocos padrão?
- A tecnologia digital melhorará o número de casos de sucesso na resolução de tarefas matemáticas envolvendo padrões de repetição, comparativamente com tarefas resolvidas com recurso ao material manipulável-blocos padrão?
- Para dar resposta a estas questões problema definimos os seguintes objetivos:
- Averiguar as estratégias utilizados pelos alunos, nas respostas consideradas corretas, para descrever e dar continuidade a padrões e regularidades, antes da utilização das TIC e após a utilização das TIC.

- Averiguar as estratégias utilizados pelos alunos, nas respostas consideradas corretas, para descrever e dar continuidade a padrões e regularidades, antes da utilização dos materiais manipuláveis-blocos padrão e após a utilização dos materiais manipuláveis blocos padrão.
- Constatar a evolução verificada nos dois grupos em relação ao número de casos de sucesso na resolução de tarefas matemáticas.

Pretendemos com este estudo desenvolver o pensamento algébrico com recurso às tecnologias digitais e desenvolver o pensamento algébrico com recurso aos materiais manipuláveis. Acreditamos que é importante referirmos, também, que com esta investigação, consideramos que o professor deverá procurar acompanhar a evolução tecnológica, já que a tecnologia ocupa um papel central na vida da criança.

METODOLOGIA

Este estudo, de natureza comparativa, assentou numa abordagem mista (quantitativa e qualitativa) de tratamento dos dados. Assim, salienta-se nesta investigação o paradigma naturalista, não descuidando, contudo, a perspetiva positivista. Durante as opções metodológicas, tivemos em consideração, a perspetiva de Cohen, Manion & Morrison (2000) que salientam uma variedade complementar ao nível metodológico.

O nosso estudo teve por base a comparação de dois grupos homogéneos de uma mesma turma do 3º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico de uma Escola Básica da Cidade de Castelo Branco.

A equivalência dos grupos adveio da análise às respostas dadas por cada aluno numa prova de diagnóstico relacionada com o pensamento algébrico, sem que os alunos tivessem tido qualquer tipo de abordagem prévia ao tema dos padrões e regularidades. As respostas dadas pelos alunos foram analisadas através da adaptação da escala Holística focada de Charles, Lester & O'Daffer (1987), sendo atribuído uma pontuação de 0 a 2 pontos.

A resposta era avaliada com 0 pontos, se apresentasse as seguintes características:

- Estava em branco;
- A resposta estava claramente incorreta;
- A resposta era avaliada com 1 ponto quando:
- Não era clara a resposta do aluno e assim não poderia ser atribuída uma classificação de 0 ou de 2 pontos;

Quando as respostas eram classificadas com 1 ponto, o investigador entrevistava o aluno, de forma a compreender com clareza e certeza a estratégia utilizada pelo aluno.

A resposta era avaliada com 2 pontos, quando:

- O aluno respondeu corretamente
- Havia uma justificação recorrendo a uma estratégia.

De acordo com as classificações obtidas, definiram-se quatro classificações (Muito Bom, Bom, Razoável e Fraco) cujos intervalos pontuais foram os seguintes: Muito Bom- [27,32], Bom- [21,26], Razoável- [15,20] e Fraco- [0,14]. As 23 classificações obtidas distribuíram-se da seguinte forma: De forma aleatória 4 dos 9 Muito Bons, 5 dos 9 Bons, 1 dos 3 razoáveis e 1 dos 2 fracos constituíram o grupo A, que posteriormente iria trabalhar com a componente informática, os restantes 12 (Grupo B) iriam trabalhar com os materiais manipuláveis- Blocos Padrão. Na figura 3 podemos observar um aluno do grupo A a resolver as tarefas com recurso aos Blocos-Padrão e na figura 4 podemos observar um aluno a resolver as tarefas através da aplicação informática.

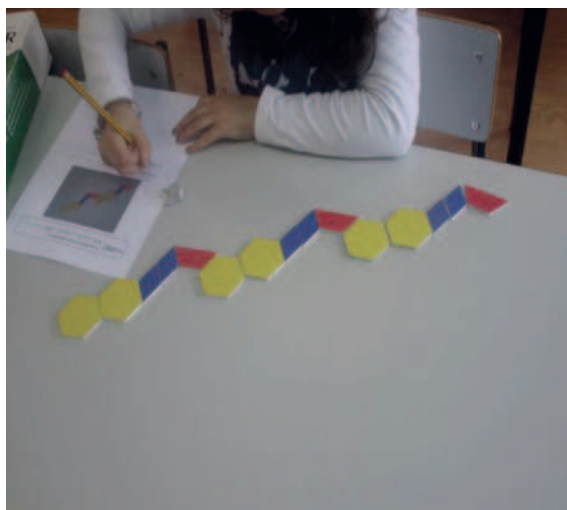


Figura 17 - Aluno a resolver tarefas com Material Manipulável



Figura 18 - Resolução de tarefas através da applet

A homogeneidade dos grupos foi atestada pela análise à normalidade da amostra e a aplicação do teste de hipóteses adequado: Shapiro-wilk e o teste de Mann-Whitney U.

No final, os 23 alunos foram submetidos às mesmas tarefas em suporte de papel, sem recorrerem aos materiais manipuláveis e *applet*. Através desta proposta pretendíamos saber se os alunos melhoravam ao nível do pensamento algébrico da 1ª etapa para a 3ª etapa.

Ao longo do processo, apenas distribuímos as folhas de tarefas e os materiais aos alunos. Apenas entrevistamos com o grupo B, para que todos os alunos conhecessem o funcionamento da aplicação. É importante salientarmos que não demos qualquer feedback sobre as estratégias e classificações aos alunos durante a investigação.

Após o final da recolha de dados realizámos duas sessões com a turma em que todos os alunos contactaram com os materiais manipuláveis e com a aplicação informática.

PRINCIPAIS CONCLUSÕES DO ESTUDO

Antes de apresentarmos as principais conclusões do estudo, importa salientar que os resultados ficam confinados aos sujeitos do estudo, pois não foi nosso objetivo fazer qualquer tipo de generalização.

Ao analisámos as respostas dos alunos do grupo A e do Grupo B na 1ª e na 3ª Etapa do estudo para a generalização «mais» próxima e para a generalização próxima verificámos se a estratégia de «contagem peça a peça» foi a mais utilizada para justificar as tomadas de decisão.

Verificámos também que os sujeitos dos dois grupos tiveram classificações relativamente homogéneas na 3ª Etapa. Para demonstrar essa homogeneidade dos grupos, utilizámos o teste estatístico não paramétrico de MannWhitney, já que a distribuição não tem tendência normal. Através deste teste, apurámos que não existiam diferenças significativas entre as médias dos dois grupos na 3ª Etapa, não podendo assim afirmar que o trabalho com a aplicação informática foi melhor que o trabalho com o material manipulável-blocos padrão.

Posto isto, recomendamos ambas as ferramentas para desenvolver o pensamento algébrico, já que o teste estatístico utilizado para comparar as classificações obtidas pelos alunos dos dois grupos na 1ª e na 3ª Etapa, permitiu concluir que houve diferenças estatisticamente significativas entre a 1ª e a 3ª Etapa.

Constatámos ainda, através do teste estatístico de Wilcoxon, que os alunos dos dois grupos evoluíram de forma significativa as suas classificações da 1ª para a 3ª Etapa do estudo.

Concluimos que o trabalho com a *applet* não foi melhor que o trabalho com os materiais manipuláveis em relação aos casos de sucesso. Nesse sentido, constatámos que ambas as ferramentas são promotoras do pensamento algébrico, não podendo afirmar que uma será melhor que a outra. Como o teste estatístico não paramétrico de Mann-Whitney realizado na 3ª Etapa evidenciou não existirem diferenças significativas entre as médias dos dois grupos, admitindo assim que os grupos eram equivalentes.

REFERÊNCIAS

- Afonso, J. (2009). *Investigações matemáticas com TIC no primeiro ciclo do ensino básico*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Afonso, P., Conceição, A., Costa, F., Filipe, J. & Serrasqueiro, M. (2008). *Aprender matemáticas nos primeiros anos: algumas propostas de tarefas*. Castelo Branco: IPCB.
- Almiro, J. (2004). *Materiais manipuláveis e tecnologia na aula de matemática*. Consultado a 04 março, 2016, em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/sd/textos/GTI-Joao-Almiro.pdf>
- Alvarenga, D. & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, XV (1), 27-55.
- Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico*. Tese de Doutoramento, Instituto de Estudos da Criança, Universidade do Minho, Braga.
- Blanton, M. & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36 (5), 412-446.
- Borrhalho, A. & Barbosa, E. (2009). Exploração de padrões e pensamento algébrico. In I. Vale & A. Barbosa (Orgs.), *Patterns: multiple perspectives and contexts in mathematics education (Projeto Padrões)* (pp.59-68). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Viana do Castelo.
- Canavarro, A. P. (2007). O pensamento algébrico na aprendizagem da matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, XVI (2), 81-118.
- Charles, R., Lester, F. & O'Daffer, P. (1987). *How to evaluate progress in problem solving*. Reston, VA: NCTM

- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000). The context of educational research. In L. Cohen, L. Manion & K. Morrison (Orgs.), *Research methods in education* (pp.1-2). London: Routledge Falmer.
- Damas, E., Oliveira, V., Nunes, R. & Silva, L. (2010). *Alicerces de matemática: guia prático para professores e educadores*. Porto: Areal.
- Duarte, J. (2012). Tecnologias para desenvolver o pensamento algébrico. *Atas do Congresso Internacional ticEDUCA*. Consultado a 27 de fev., 2016, em <http://ticeduca.ie.ul.pt/atas/pdf/362.pdf>
- Ferrara, F., Pratt, D. & Robutti O. (2006). The role and uses of Technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutiérrez & P. Boero (Orgs), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp.237-273). Rotterdam: Sense. Consultado a 22 de fev., 2016, em <https://www.sensepublishers.com/media/457-handbook-of-research-on-the-psychologyofmathematics-educationa.pdf>
- Heck, A., Boon, P., Bokhove, C. & Koolstra, G. (2007). *Applets for learning school algebra and calculus: experiences from secondary school practice with an integrated learning environment for mathematics*. Consultado em 22 de fev., 2016, em http://uu.academia.edu/ChristianBokhove/Papers/219885/Applets_for_Learning_School_Algebra_and_Calculus
- Kaput, J. (1999). *Teaching and learning a new algebra with understanding*. Consultado em 2 de mar., 2016, em <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED441662.pdf>
- Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante*, XVI(1), 5-26.
- Moyer-Packenham, P. (2005,). Using virtual manipulatives to investigate patterns and generate rules in álgebra. *Teaching Children Mathematics*, 11 (8), 437-444.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Ponte, J., Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- Ponte, J. & Canavaro, A. (1997). *Matemática e novas tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Silva, J. (2003). A matemática, a tecnologia e a escola. *Educação e matemática*, (71), 1- 2. Consultado em 20 de jan., 2016, em <http://www.apm.pt/apm/revista/educ71/Editorial.pdf>
- Stacey, K. & Chick, H. (2004). Solving the problem with algebra. In K. Stacey, J. Chick & M. Kendal (Eds.) *The future of the teaching and learning of álgebra: the 12th ICMI study* (pp.1-20). Boston: Kluwer Academic.
- Stein, M. K. & Bovalino, J. W. (2001, february). *Manipulatives: one piece Mathematics Teaching in the Middle School*, 6 (6), 356-359.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp.18-30). Londres: Cassell.
- Vale, I. (2011). *Resolução de tarefas com padrões em contextos figurativos: exemplos de sala de aula*. In *Atas do Seminário em Resolução de Problemas, II*. Rio Claro, SP: Universidade Estadual Paulista, Consultado em 15 de fev., 2016, de <http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/ivale-palestratexto.pdf>
- Vale, I. & Pimentel, T. (Coord.) (2011). *Padrões em matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto.
- Vale, I. (2002). *Materiais manipuláveis*. Viana do Castelo: LEM.
- Warren, E. & Cooper, T. (2006). Using repeating patterns to explore functional thinking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 11 (1), 9-14.