



**UNIVERSIDADE TÉCNICA DE LISBOA**

**INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO**

# **Técnicas de Codificação de Canal e Descodificação/Deteção Iterativa para Comunicações Móveis de Alto Débito**

**Paulo Jorge Dias Torres**

**(Mestre)**

**Dissertação para obtenção do Grau de Doutor  
em Engenharia Electrotécnica e de Computadores**

**Orientador:** Doutor António Manuel Assis Gusmão Correia

**Júri:**

**Presidente:** Reitor da Universidade Técnica de Lisboa

**Vogais:** Doutor Atílio Manuel da Silva Gameiro  
Doutor Sílvio Almeida Abrantes Moreira  
Doutor Américo Manuel Carapeto Correia  
Doutor Luís Manuel de Jesus Sousa Correia  
Doutor António José Castelo Branco Rodrigues  
Doutor Doutor António Manuel Assis Gusmão Correia

**Fevereiro de 2008**



# **Técnicas de Codificação de Canal e Descodificação/Deteccção Iterativa para Comunicações Móveis de Alto Débito**

**Paulo Jorge Dias Torres**  
(Mestre)

*Tese realizada sob a orientação de*

*António Manuel Gusmão Correia*

*Professor Auxiliar com Agregação do*

*Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores*

*Instituto Superior Técnico*

Dissertação para obtenção do Grau de Doutor  
em Engenharia Electrotécnica e de Computadores

**Fevereiro de 2008**

Às Paulinhas

# Agradecimentos

A concretização da presente dissertação não teria sido possível sem o apoio do programa **PRODEP III** (Programa de Desenvolvimento Educativo para Portugal) que me facultou todas as condições mínimas necessárias para desenvolver este programa de doutoramento.

Em primeiro lugar agradeço ao Professor António Gusmão Correia, o meu orientador científico, pelo empenho na orientação do trabalho aqui apresentado e também pela sincera amizade demonstrada. Gostaria de agradecer também ao Prof. António Rodrigues e ao Prof. Américo Correia, pela intervenção no âmbito da **CAT** (Comissão de Acompanhamento de Tese).

Aos membros do **CAPS** (Centro de Análise e Processamento de Sinais), os meus agradecimentos por me terem acolhido, e por me terem proporcionado as condições necessárias ao trabalho de investigação apresentado na presente tese.

Agradeço todo o apoio concedido ao **IPCB** (Instituto Politécnico de Castelo Branco), na pessoa da Professora Ana Vaz, e à **EST** (Escola Superior de Tecnologia), na pessoa do Professor Armando Ramalho. A todos os colegas da **EST**, agradeço o apoio dispensado, nomeadamente da minha colega Sandra Jardim, que me facultou a sua companhia nas viagens entre Castelo Branco e Lisboa, enquanto estive a realizar a parte lectiva deste doutoramento. Gostaria ainda de agradecer o apoio do meu colega Paulo Gonçalves, que me facultou o *software* necessário para a escrita desta tese em Latex.

No **DEE** gostaria de agradecer a todos os meus colegas, por terem assegurado todo o trabalho necessário para que o departamento mantivesse o seu excelente desempenho.

Agradeço ao Fundo Social Europeu, que possibilitou a minha dispensa de serviço docente, através da acção 5.3 (formação avançada de docentes do ensino superior) do programa **PRODEP** (Programa de Desenvolvimento Educativo para Portugal), no âmbito do III Quadro Comunitário de Apoio.

Agradeço à **FCT** (Fundação para a Ciência e Tecnologia) pelo respectivo apoio, através do projecto **FFT-XXI** (FFT-based solutions for the wireless communications of the XXIst century).

Agradeço aos meus amigos de sempre: Carlos e Maria do Carmo, Filipe e Teresa Ropio, Wilson Carrasco e Teresa, Casimiro, Isabel Bolaños, Zé Victor e respectiva família, porque não deixaram de acreditar em mim. Aos meus amigos mais recentes: Lucinda, Iria, Joaquim Santos, Lúcia, Jorge e a família respectiva, pelos momentos felizes que me têm proporcionado.

Gostaria ainda de agradecer aos meus pais (Clarinda e Ernesto), aos meus sogros (Benvida e Ramiro), ao meu irmão e cunhadas (Carlos, Amélia e Patrícia), aos meus sobrinhos (Carolina e Guilherme) e ao meu primo Miguel Torres, por terem conseguido compreender todos os momentos difíceis, e os estados de ansiedade que eu vivi durante este percurso, resultante do desejo de conseguir terminar esta dissertação. Gostaria de agradecer a toda a restante família, que não vou aqui indicar os nomes pois seria uma longa lista.

Resta-me agradecer às pessoas mais importantes da minha vida: à minha mulher (Paula) e às minhas filhas (Sandra e Sofia). Foram elas que me encorajaram a dedicar todo o empenho na conclusão desta tese, contribuindo de forma incansável e com todo o amor, carinho e amizade, que espero conseguir retribuir, quando chegar o momento de se aventurarem em empresas similares.

# Resumo

Muitas propostas para o interface rádio dos futuros sistemas de comunicações móveis de banda larga recorrem a esquemas de transmissão por blocos com prefixo cíclico (CP). Esta transmissão permite uma correcção simples, no domínio da frequência, de fortes distorções do sinal devidas à propagação multipercurso, e pode tirar partido da "tecnologia FFT" (Fast Fourier Transform) de baixo custo, actualmente disponível.

Neste contexto de transmissão de blocos, a pesquisa conducente a esta tese dedicou-se ao contributo da codificação de canal e dos métodos de descodificação/deteccção para os objectivos dos sistemas. O trabalho principal centrou-se em técnicas avançadas de recepção iterativa que envolvem um descodificador de canal SISO (Soft-In, Soft-Out), para o cancelamento brando de interferências, com as duas alternativas de modulação, OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) e SC (Single Carrier): interferência inter-simbólica residual, no caso SC; interferência não-linear (p.ex. devido a um "clipping" no emissor), no caso OFDM.

Relativamente à transmissão SC por blocos com CP completo, de acordo com a ordem da memória do canal, esta tese propõe uma melhoria da técnica Turbo-FDE proposta por outros autores. Mais, estabelece uma ligação da nova técnica Turbo-FDE com técnicas simplificadas de recepção iterativa, também propostas em anos recentes. Relativamente à transmissão OFDM por blocos com "clipping" e CP completo, apresenta-se aqui uma versão modificada de uma técnica de recepção proposta recentemente. A nova técnica de descodificação/deteccção realiza um turbo-cancelamento da auto-interferência não-linear devida ao "clipping", com base num modelo estatístico apropriado do sinal, e mostra-se capaz de lidar com níveis de "clipping" capazes de reduzir significativamente as flutuações de envolvente da transmissão OFDM convencional. Com as duas alternativas, SC e OFDM, apresenta-se uma extensão das técnicas propostas

para receptores com diversidade espacial.

Uma das principais novidades desta tese é o "algoritmo DDC" (Decision Directed Correction), e a sua aplicação à transmissão por blocos com CP reduzido, enquanto se preserva uma implementação simples baseada na FFT. Uma classe de aplicações não necessita de uma técnica de recepção iterativa, recorrendo a esquemas de transmissão SC por blocos com estruturas de tramas especiais e podendo tirar partido da redundância da codificação de canal para resolver o "problema DDC/FDE" . As outras aplicações, para modulações SC e OFDM, são baseadas na transmissão de sequências de blocos com CP reduzido. Propõem-se e avaliam-se então extensões das técnicas iterativas de descodificação/detecção descritas acima para estas condições de CP reduzido. Mostra-se que, além do ganho de eficiência espectral, pode-se também alcançar um ganho de eficiência de potência.

Para concluir esta tese, são fornecidas comparações relevantes "SC vs OFDM", no contexto de recepção iterativa avançada, e é enfatizada a vantagem global da opção SC.

**Palavras Chave:** Prefixo Cíclico, Modulações OFDM, Modulações SC, Técnicas Iterativas de Recepção, Cancelamento de Interferências , Descodificação SISO.

# Abstract

Many proposals for the air interface of future mobile broadband systems involve CP-assisted (Cyclic Prefix) block transmission schemes. This transmission approach allows a simple, frequency-domain correction of strong signal distortions due to multipath propagation, and can take advantage of currently available, low-cost, FFT-based (Fast Fourier Transform) technology.

In this block transmission context, the research leading to this thesis was concerned with the contribution of channel coding and combined decoding/detection methods to the overall system goals. The main work has been focused on advanced iterative receiver techniques, which involve a SISO (Soft-In, Soft-Out) channel decoding, for soft cancellation of interferences, with both OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) and SC (Single Carrier) modulation alternatives: residual ISI (Intersymbol Interference), in the SC case; nonlinear interference (e.g. due to clipping procedures at the transmitter side), in the OFDM case.

Regarding SC-based block transmission with full-length CP, according to the channel memory order, this thesis provides an improvement of the Turbo FDE (Frequency Domain Equalization) technique proposed by other authors. Moreover, it establishes the connection of the new Turbo FDE technique with simplified iterative receiver techniques also proposed in recent years. Regarding clipped OFDM-based block transmission with full-length CP, a modified version of a recently proposed iterative receiver technique is presented. The new iterative decoding/detection technique performs a turbo cancellation of the nonlinear self-interference due to clipping, on the basis of an appropriate statistical signal model. It is shown to be able to deal with strong clipping effects, so as to reduce significantly the high envelope fluctuations of conventional OFDM. With both SC and OFDM alternatives, an extension of the proposed techniques to receivers with space diversity is presented.

One of the main novelties of this thesis is the "DDC algorithm" (Decision Directed Correction), and its application to block transmission with small CP overhead while preserving a simple, FFT-based implementation. One class of applications, which does not require an iterative receiver technique, resorts to block transmission schemes with special, SC-based, frame structures, and can take advantage of channel coding redundancy to solve the DDC/FDE problem. The other applications, for both SC and OFDM modulations, are concerned to the transmission sequences of sequences of reduced-CP blocks. Extensions of full-CP iterative decoding/detection techniques to these reduced-CP conditions are then proposed and evaluated. It is shown that, besides the obvious bandwidth efficiency gain, they also allow a CP-related power efficiency gain.

To conclude this thesis, significant "SC vs OFDM" comparisons are provided, in the advanced iterative receiver context, and an overall SC advantage is emphasized.

**Keywords:** Cyclic Prefix, OFDM Modulations, SC Modulations, Iterative Receiver Techniques, Interference Cancellation, SISO Decoding.

# Índice

<b>Agradecimentos</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de Acrónimos</b>	<b>xxiv</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xxvi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contexto e Objectivos . . . . .	1
1.2 Organização da Tese . . . . .	6
<b>2 Transmissão Digital por Blocos para Comunicações Móveis de Débito Muito Elevado</b>	<b>9</b>

2.1	Transmissão por Blocos com Prefixo Cíclico . . . . .	9
2.2	Alternativa OFDM . . . . .	19
2.2.1	Modulações Multiportadora vs Modulações Monoportadora . . . . .	19
2.2.2	Transmissão Digital com Modulações OFDM . . . . .	21
2.2.3	Vantagens e Limitações das Modulações OFDM . . . . .	25
2.3	Alternativa SC/FDE . . . . .	31
2.3.1	Transmissão de Muito Alto Débito com Modulações SC . . . . .	31
2.3.2	Igualização no Domínio da Frequência . . . . .	33
2.3.3	Vantagens e Limitações da Alternativa SC/FDE Convencional . . . . .	38
2.4	Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE . . . . .	39
2.4.1	Desempenhos da Igualização no Domínio da Frequência . . . . .	39
2.4.1.1	SC/FDE Segundo o Critério MMSE . . . . .	40
2.4.1.2	SC/FDE Segundo o Critério ZF . . . . .	42
2.4.1.3	Igualização no Domínio da Frequência num Receptor OFDM . . . . .	43
2.4.1.4	Desempenhos da Igualização no Domínio da Frequência . . . . .	43
2.4.2	Avaliação Global dos Desempenhos . . . . .	46
<b>3</b>	<b>Prefixo Cíclico e Redundância de Códigos em Transmissão de Alto Débito</b>	<b>55</b>
3.1	Algoritmo DDC . . . . .	57

3.2	Técnica Simples de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido . . . . .	61
3.3	Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal	64
3.3.1	Substituição da Redundância do CP por Redundância de um Código . . . . .	64
3.3.2	Exemplo de Codificação e Resultados de Desempenho . . . . .	68
3.4	Uso da Redundância do CP para Melhorar Desempenhos . . . . .	72
3.4.1	Transmissão SC/FDE . . . . .	72
3.4.2	Transmissão OFDM . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Códigos de Blocos Lineares e Sua Descodificação SISO</b>	<b>79</b>
4.1	Códigos de Blocos Lineares . . . . .	80
4.1.1	Códigos de Blocos em Sistemas de Transmissão Digital . . . . .	80
4.1.2	Grafo de Tanner de um Código de Blocos Linear . . . . .	82
4.1.3	Códigos LDPC . . . . .	84
4.2	Introdução à Descodificação SISO . . . . .	86
4.2.1	Métodos de Descodificação SISO . . . . .	87
4.2.2	Álgebra das Razões de Verosimilhança . . . . .	88
4.2.3	Álgebra das Razões de Verosimilhança Logarítmicas . . . . .	90
4.3	Descodificação Iterativa Baseada em Grafos de Tanner . . . . .	94
4.3.1	Algoritmo SPA . . . . .	95

4.3.2	Algoritmo LSPA . . . . .	101
4.3.3	Algoritmo MS-LSPA . . . . .	102
4.3.4	Desempenho . . . . .	104
<b>5</b>	<b>Códigos Convolucionais e Sua Descodificação SISO</b>	<b>107</b>
5.1	Códigos Convolucionais . . . . .	107
5.1.1	Códigos Convolucionais $(n, 1)$ . . . . .	108
5.1.2	Códigos Convolucionais $(n, k)$ . . . . .	112
5.1.3	Códigos Convolucionais Recursivos e Sistemáticos . . . . .	115
5.1.4	Concatenações de Códigos Convolucionais . . . . .	117
5.2	Descodificação SISO Baseada em Treliças . . . . .	119
5.2.1	Algoritmo MAP . . . . .	120
5.2.2	Algoritmos Log-MAP e Max-Log-MAP . . . . .	126
5.2.3	Descodificação Iterativa para Concatenações de Códigos Convolucionais	133
5.2.4	Desempenho . . . . .	134
<b>6</b>	<b>Descodificação/Detecção Iterativa para Transmissão por Blocos com Modulação SC137</b>	
6.1	Turbo-Igualização no Domínio da Frequência . . . . .	138
6.1.1	Princípios Gerais . . . . .	138
6.1.2	Técnicas Turbo FDE: Estruturas de Recepção e Processamento de Sinais	142

6.1.3	Remapeamento e Desmapeamento para Descodificação/Igualização . . .	149
6.2	Técnicas de Descodificação em Receptores Turbo FDE . . . . .	152
6.2.1	Descodificação Baseada em Treliças . . . . .	153
6.2.2	Descodificação Baseada em Grafos de Tanner . . . . .	153
6.3	Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção . . . . .	157
6.4	Avaliação de Desempenhos . . . . .	160
<b>7</b>	<b>Descodificação e Detecção Iterativa para Transmissão por Blocos com Modulação</b>	
	<b>OFDM</b>	<b>167</b>
7.1	Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada . . . . .	168
7.1.1	Princípios Gerais . . . . .	168
7.1.2	Estruturas de Recepção e Processamento de Sinais . . . . .	170
7.1.3	Remapeamento, Desmapeamento e Descodificação . . . . .	176
7.2	Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção . . . . .	177
7.3	Avaliação de Desempenhos . . . . .	180
<b>8</b>	<b>Descodificação e Detecção Iterativa para Transmissão por Blocos com Eficiência</b>	
	<b>Espectral Elevada</b>	<b>187</b>
8.1	Técnicas para Transmissão SC com CP Reduzido . . . . .	188
8.1.1	Introdução . . . . .	188

8.1.2	Algoritmo SDDC para Transmissão por Blocos com CP Reduzido . . . .	190
8.1.3	Técnicas Turbo SDDC-FDE para Transmissão SC com CP Reduzido . .	192
8.1.4	Avaliação do Desempenho . . . . .	194
8.2	Técnicas para Transmissão OFDM com CP Reduzido . . . . .	197
8.2.1	Técnicas de Descodificação/Detecção Iterativa com CP reduzido . . . .	197
8.2.2	Avaliação de Desempenhos . . . . .	201
8.3	Técnicas Iterativas com Modulações QAM . . . . .	203
8.3.1	Alternativa SC . . . . .	204
8.3.2	Alternativa OFDM . . . . .	208
8.3.3	Resultados Numéricos com Constelação 16QAM . . . . .	210
<b>9</b>	<b>Conclusões, Observações Complementares e Perspectivas de Trabalho Futuro</b>	<b>215</b>
9.1	Conclusões e Observações Complementares . . . . .	215
9.1.1	Conclusões da Tese . . . . .	215
9.1.2	Observações Complementares . . . . .	221
9.2	Perspectivas de Trabalho Futuro . . . . .	226
		<b>227</b>
<b>Anexos</b>		<b>227</b>

<b>A</b>	<b>Códigos de Blocos Lineares</b>	<b>227</b>
A.1	Estrutura Algébrica dos Códigos de Blocos Binários Lineares . . . . .	227
A.2	Distâncias de Hamming no Âmbito de um Código de Blocos Linear . . . . .	229
A.3	Matrizes de Teste de Paridade e Cálculo de Síndromes . . . . .	230
A.4	Código de Blocos Combinado com Modulação Binária Antipodal . . . . .	231
A.5	Probabilidades "a posteriori" em Comunicação Binária Antipodal . . . . .	233
A.6	Probabilidade de uma Sequência Binária Ter Peso Par ou Ímpar . . . . .	235
<b>B</b>	<b>Códigos Convolucionais</b>	<b>237</b>
B.1	Códigos de Blocos Gerados por um Codificador Convolucional (2, 1). . . . .	237
B.2	Distâncias de Hamming no Âmbito dos Códigos Convolucionais. . . . .	239
B.3	Algoritmo de Viterbi . . . . .	241
	<b>Bibliografia</b>	<b>245</b>

# Lista de Tabelas

3.1	Algoritmo DDC . . . . .	60
4.1	Algoritmo SPA . . . . .	100
4.2	Algoritmo LSPA. . . . .	102
4.3	Algoritmo MS-LSPA. . . . .	103
5.1	Algoritmo Log-MAP de decodificação SISO . . . . .	131
5.2	Algoritmo Max-Log-MAP de decodificação SISO . . . . .	132
8.1	Mapeamento de Gray para coeficientes de símbolo quaternários. . . . .	204
8.2	Mapeamento de Gray para 16QAM/SC. . . . .	207
8.3	Mapeamento de Gray para 16QAM/OFDM. . . . .	209
A.1	Adição e multiplicação em GF(2). . . . .	228
B.1	Algoritmo de Viterbi . . . . .	243

# Lista de Figuras

2.1	Transmissão digital com canal linear e invariante no tempo: Caracterização do canal (A) e modelo simplificado da cadeia de transmissão (B). . . . .	11
2.2	Modelo discreto da transmissão. . . . .	12
2.3	Transmissão de blocos CP (bloco útil de comprimento $N$ ). . . . .	14
2.4	Modelo simplificado de uma transmissão por blocos com CP suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal. . . . .	15
2.5	Modelo de transmissão no domínio da frequência (subcanais $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), equivalente ao da Fig. 2.4. . . . .	17
2.6	Modelo de uma transmissão digital em que os blocos de dados são directamente definidos no domínio da frequência. . . . .	18
2.7	Modelo de uma transmissão digital com blocos de dados definidos no domínio do tempo, mas com igualização no domínio da frequência. . . . .	19
2.8	Esquema de blocos de um emissor OFDM. . . . .	24
2.9	Esquema de blocos de um receptor OFDM. . . . .	25

2.10	Igualização no domínio da frequência (FDE) no âmbito de um receptor OFDM (para cada um dos subcanais $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ). . . . .	25
2.11	Esquema de blocos da "técnica NLSP" para redução do PMEPR dos sinais OFDM.	27
2.12	Esquema de blocos de um emissor SC. . . . .	32
2.13	Esquema de blocos de um receptor SC. . . . .	33
2.14	Diagrama de blocos simplificado de um receptor SC/FDE. . . . .	34
2.15	Estrutura geral de recepção SC/FDE (A) e estrutura equivalente para $\sigma_\nu^{(1)} = \dots =$ $\sigma_\nu^{(Q)}$ (B). . . . .	40
2.16	Esquema de blocos para a transmissão de blocos em OFDM, para "downlink" (A) e SC/FDE, para "uplink" (B). . . . .	48
2.17	PDP do canal. . . . .	50
2.18	CFR para $N = 256$ , $L = 64$ e $T_s = 19.35ns$ ( $F = \frac{1}{N \cdot T_s} = 200kHz$ ). . . . .	50
2.19	Comparação de desempenhos em transmissão OFDM e SC/FDE: $P_b = f(E_b/N_0)$ .	51
2.20	Comparação de desempenhos em transmissão OFDM e SC/FDE: $P_b = f(E_b^{(p)}/N_0)$ .	52
3.1	Formato do bloco transmitido com CP reduzido. . . . .	58
3.2	Diagrama de blocos do algoritmo DDC. . . . .	60
3.3	Esquema simples de transmissão SC/FDE com "CP overhead" reduzido. . . . .	62
3.4	Desempenho da igualização no domínio da frequência para o esquema da Fig. 3.3, com $N = 256$ e $L = 64$ : blocos "ímpares" (linha a tracejado) e blocos "pares" (linhas a cheio). O desempenho do esquema de transmissão convencional com os mesmos valores de $N$ e $L$ corresponde à linha pontuada. . . . .	63

3.5	Esquema de transmissão por blocos com CP reduzido graças à codificação de canal (A), e esquemas convencionais utilizando a mesma redundância da codificação de canal (B) e, com $N' = N - L$ , uma redundância reduzida (C). . . . .	65
3.6	Janelas FFT, de comprimento $N$ , deslocadas para o procedimento complementar DDC-FDE (T designa a "tail" necessária, de comprimento $L$ ). . . . .	68
3.7	Receptor DDC-FDE com diversidade espacial com $Q$ ramos. . . . .	70
3.8	Desempenho relativamente aos esquemas de transmissão por blocos da Fig. 3.5(A): quando o "Passo 4" complementar de igualização/descodificação é implementado (linhas a cheio) ou não (linhas a tracejado-ponteadas); quando a simulação assume operação DDC sem erros (linha tracejada). São adoptadas linhas ponteadas para o esquema de transmissão convencional da Fig. 3.5(B). . . . .	71
3.9	Janelas FFT de comprimento $N$ para exploração total da "redundância CP" em esquemas convencionais de transmissão por blocos. . . . .	74
3.10	Desempenho SC/FDE quando os conteúdos do CP são utilizados como uma forma simples de redundância de codificação de canal: com a propagação de erros que é inerente ao procedimento DDC (linha a cheio); quando a simulação assume uma operação DDC sem erros (linha a tracejado). Os resultados convencionais de desempenho, quando as amostras do CP são eliminadas, também estão incluídos (linha a ponteadas). . . . .	75

3.11	Resultados do desempenho OFDM/FDE quando os conteúdos do CP são utilizados como uma forma simples de redundância de codificação de canal: com a propagação de erros que é inerente ao procedimento DDC (linha a cheio); quando a simulação assume uma operação DDC sem erros (linha tracejada). Os resultados convencionais de desempenho, quando as amostras do CP são eliminadas, também estão incluídos (linha a ponteados). . . . .	78
4.1	Modelo básico de um sistema de transmissão digital com codificação de canal. . .	81
4.2	Representação esquemática do TG para um código (7,3). . . . .	83
4.3	Representação esquemática do TG para o código regular definido por (4.2). . . .	85
5.1	Codificador convolucional (n,1). . . . .	110
5.2	Exemplo de codificador convolucional (2,1), com $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$ .110	
5.3	Diagrama em treliça correspondente a $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$ . . . . .	111
5.4	Codificador convolucional (n,k). . . . .	112
5.5	Diagrama em treliça correspondente a $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1+D & 1+D & 1 \\ 0 & D & 1+D \end{bmatrix}$ . . . . .	113
5.6	Treliça de codificador convolucional (3, 2) com $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1+D & 1+D & 1 \\ 0 & D & 1+D \end{bmatrix}$ . . . . .	114
5.7	Diagrama em treliça para um código (3, 2) obtido por perfuração ( $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ) do código (2, 1) da Fig. 5.6. . . . .	114
5.8	Exemplo de codificador (2, 1) recursivo e sistemático, com $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix}$ .116	
5.9	Diagrama em treliça correspondente a $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix}$ . . . . .	116
5.10	Exemplo de codificador de um turbo-código. . . . .	118

5.11	Representação genérica de um ramo da treliça. . . . .	120
5.12	Módulo de descodificação SISO. . . . .	127
5.13	Descodificação iterativa para uma concatenação série de dois códigos convolucionais. . . . .	133
6.1	Turbo-igualização num sistema de transmissão com codificação de canal. . . . .	139
6.2	Estrutura do receptor Turbo-FDE (A) e caracterização da unidade FDE (B). . . . .	143
6.3	Estrutura do receptor Turbo-FDE com diversidade espacial ( $Q$ ramos). . . . .	160
6.4	Desempenho com Turbo FDE baseado em descodificação SISO (linha a cheio) ou usando o algoritmo de Viterbi convencional (linha a ponteadado). . . . .	161
6.5	Desempenho com Turbo FDE baseado em descodificação SISO (linha a cheio) ou sem a descodificação envolvida no processo iterativo de igualização, só tendo lugar depois de concluído este processo (linha a tracejado). . . . .	162
6.6	Desempenho com Turbo FDE baseado em descodificação SISO e com as técnicas iterativas de complexidade reduzida das Figs. 6.4 (I) e 6.5 (II) (3 iterações de igualização). Para efeitos de comparação, a figura inclui também um minorante da probabilidade de erro ("Matched Filter Bound"). . . . .	163
6.7	Desempenho com Turbo FDE ajudado por descodificação SISO usando o algoritmo LSPA (linha a cheio) ou o algoritmo MS-LSPA (linha a tracejado), com cinco iterações de descodificação por cada uma das três iterações de igualização. . . . .	164

6.8	Desempenho com Turbo FDE usando os algoritmos de descodificação LSPA e MS-LSPA (3 iterações de igualização e $3 \times 5 = 15$ iterações de descodificação). A Figura inclui minorantes de $P_b$ ("Matched Filter Bounds"), para 15 iterações de descodificação. . . . .	165
6.9	Desempenho com Turbo FDE ajudado por descodificação SISO usando o algoritmo LSPA (linha a cheio) ou o algoritmo MS-LSPA (linha a tracejado), com dez iterações de descodificação por cada uma das três iterações de igualização. . . . .	166
6.10	Desempenho com Turbo FDE usando os algoritmos de descodificação LSPA e MS-LSPA (3 iterações de igualização e $3 \times 10 = 30$ iterações de descodificação). A Figura inclui minorantes de $P_b$ ("Matched Filter Bounds"), para 30 iterações de descodificação. . . . .	166
7.1	Estrutura de recepção, para transmissão OFDM com "clipping", que realiza um turbo-cancelamento da auto-interferência não-linear. . . . .	171
7.2	Estrutura de recepção com "desmapeamento simplificado", equivalente à Fig. 7.1. . . . .	175
7.3	Estrutura de recepção para transmissão OFDM com diversidade e cancelamento iterativo de interferência não-linear deliberada. . . . .	178
7.4	Estrutura alternativa de recepção alternativa à da Fig. 7.3 para transmissão OFDM, com diversidade e cancelamento iterativo de interferência não-linear deliberada. . . . .	181
7.5	Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear, quando $k_M = 2.0$ (linha a tracejado) ou $k_M = 0.5$ (linha a cheio) e se opta pelo código convolucional. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro em cada caso. . . . .	182

7.6	Desempenho correspondente ao da Fig. 7.5, agora com $P_b = f \left( E_b^{(p)} / N_0 \right)$ . . . . .	183
7.7	Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear quando $k_M = 2.0$ (linha a tracejado) ou $k_M = 0.5$ (linha a cheio) e se opta pelo código LDPC com o algoritmo LSPA. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro, em cada caso. . . . .	184
7.8	Desempenho correspondente ao da Fig. 7.7, agora com $P_b = f \left( E_b^{(p)} / N_0 \right)$ . . . . .	185
7.9	Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear quando $k_M = 2.0$ (linha a tracejado) ou $k_M = 0.5$ (linha a cheio) e se opta pelo código LDPC com o algoritmo MS-LSPA. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro, em cada caso. . . . .	186
7.10	Desempenho correspondente à Fig. 7.9, agora com $P_b = f \left( E_b^{(p)} / N_0 \right)$ . . . . .	186
8.1	Estrutura de recepção Turbo SDDC-FDE para transmissão SC com CP reduzido.	193
8.2	Estrutura de recepção Turbo-SDDC-FDE para transmissão SC com CP reduzido e diversidade de ordem $Q$ . . . . .	194
8.3	Desempenho com a técnica Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e com a técnica Turbo FDE (linha a tracejado), com modulação QPSK, para $L_R = L/8 = 8$ . . . . .	196
8.4	Desempenho com a técnica Turbo SDDC-FDE para $L_R = L/8$ (linha a cheio), e com a técnica Turbo FDE (linha a tracejado) para $L_R = L$ , com modulação QPSK.	196
8.5	Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido. . . . .	199
8.6	Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido e PMEPR reduzido. . . . .	200

8.7	Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido e diversidade de ordem $Q$ . . . . .	201
8.8	Comparação do desempenho em OFDM com $k_M = 0.5$ , $L_R = L/8$ e modulação QPSK com SDDC (linha a cheio) e sem SDDC (linha a tracejado). . . . .	202
8.9	Comparação do desempenho em OFDM com $k_M = 0.5$ e modulação QPSK com SDDC com $L_R = L/8$ (linha a cheio) e sem SDDC com $L_R = L$ (linha a tracejado).203	
8.10	Desempenho com Turbo FDE, $L_R = L$ , modulação SC/16QAM. . . . .	211
8.11	Desempenho com Turbo FDE, $L_R = L$ , modulação OFDM/16QAM. . . . .	211
8.12	Comparação do desempenho com $L_R = L/8$ , entre Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e Turbo FDE (linha a tracejado), com modulação SC/16QAM. . . . .	212
8.13	Comparação do desempenho com modulação OFDM/16QAM e com $L_R = L/8$ , entre Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e Turbo FDE (linha a tracejado). . . . .	212
8.14	Comparação do desempenho entre Turbo SDDC-FDE com $L_R = L/8$ (linha a cheio) e Turbo FDE com $L_R = L$ (linha a tracejado), com modulação SC/16QAM.213	
8.15	Comparação do desempenho com modulação OFDM/16QAM, entre Turbo SDDC-FDE com $L_R = L/8$ (linha a cheio) e Turbo FDE com $L_R = L$ (linha a tracejado). 213	
9.1	Comparação do desempenho com QPSK e quando $L_R = L$ , entre OFDM(linha a tracejado) e SC (linha a cheio). . . . .	224
9.2	Desempenhos correspondentes aos da Fig. 9.1, agora com $P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right)$ . . .	224
9.3	Comparação do desempenho, com 16QAM e quando $L_R = L$ , entre OFDM (linha a tracejado) e SC (linha a cheio). . . . .	225

9.4	Desempenhos correspondentes aos da Fig. 9.3, agora com $P_b = f \left( E_b^{(p)} / N_0 \right)$ . . .	225
A.1	Representação vectorial de uma modulação binária antipodal. . . . .	232
B.1	Exemplo de treliça completa para $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$ e um bloco de dados com 5 bits (inicialização e terminação no estado 00). . . . .	237
B.2	Exemplo de treliça completa para $G(D) = \left[ 1 \quad \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \right]$ e um bloco de dados com 5 bits (inicialização e terminação no estado 00). . . . .	238
B.3	Diagrama modificado de transições de estado para a codificação convolucional da Fig. 5.2. . . . .	240

# Lista de Acrónimos

APPLE	APProximate Linear Equalization
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BICM	Bit Interleaved Coded Modulation
BPA	Belief Propagation Algorithm
CIR	Channel Impulse Response
CN	Check Node
CP	Cyclic Prefix
DDC	Decision-Directed Correction
DFT	Discrete Fourier Transform
FDE	Frequency Domain Equalization
FEC	Forward Error Correction
FFT	Fast Fourier Transform
GF	Galois Fiels ou Corpos de Galois
HIPERLAN2	HIgh PERformance Local Area Network - type 2
IBI	Inter-Block Interference
IB-DFE	Iterative Block Decision Feedback Equalization
ISI	Inter-Symbolic Interference
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
LDPC	Low Density Parity Check
LR	Likelihood Ratio
LLR	Log-Likelihood Ratio
LSPA	Log Sum Product Algorithm
MAP	Maximum A Posteriori
MC	Multi Carrier
MMSE	Minimum Mean Square Error
MRC	Maximum Ratio Combining

MSE	Minimum Square Error
MS-LSPA	Min Sum Log Sum Product Algorithm
NLSP	NonLinear Signal Processing
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying
PMEPR	Peak-to-Mean Envelope Power Ratio
PDP	Power Delay Profile
PSK	Phase Shift Keying
PTS	Partial Transmit Sequence
QPSK	Quaternary Phase Shift Keying
SDDC	Soft Decision-Directed Correction
SISO	Soft-In Soft-Out
SC	Single Carrier
SN	Symbol Node
SNR	Signal-to-Noise Ratio
SOVA	Soft Output Viterbi Algorithm
SPA	Sum Product Algorithm
TG	Tanner Graph
Wi-Fi	Wireless Fidelity
WiMAX	World Interoperability for Microwave Access
ZF	Zero Forcing

# Lista de Símbolos

$j$	Unidade imaginária
$ Z $	Módulo do complexo $Z$
$\arg\{Z\}$	Argumento do complexo $Z$
$\Re\{Z\}$	Parte real do complexo
$j\Im\{Z\}$	Parte imaginária do complexo $Z$
$Z^*$	Conjugado do complexo $Z$
$\mathbf{GF}(2)$	Corpo de Galois binário
$\mathbf{a}$	Vector (matriz coluna) definido no corpo complexo; bloco de símbolos definidos em $\mathbf{GF}(2)$
$a_n$	Componente de ordem $n$ do vector $\mathbf{a}$ ; bit de ordem $n$ do bloco $\mathbf{a}$
$\mathbf{A}$	Matriz
$\mathbf{A}^{-1}$	Matriz inversa da Matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^T$	Matriz transposta da Matriz $\mathbf{A}$
$\mathbf{I}_N$	Matriz identidade $N \times N$
$\mathbf{0}_{N \times P}$	Matriz nula $N \times N$
$\mathbf{diag}[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]$	Matriz diagonal $N \times N$ com o elemento $ii$ dado por $H_i$ ( $i = 0, 1, \dots, N-1$ )
$\mathbf{a} \odot \mathbf{b}$	Multiplicação, componente a componente, dos vectores $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$
$\mathcal{F}$	Matriz DFT, com elemento $nk$ dado por $\exp(-j2\pi \frac{nk}{N})$ ( $n, k = 0, 1, \dots, N-1$ )
$\mathcal{F}^{-1}$	Matriz IDFT, com elemento $nk$ dado por $\frac{1}{N} \exp(j2\pi \frac{nk}{N})$ ( $n, k = 0, 1, \dots, N-1$ )
$\mathbf{X} = \mathcal{F}\mathbf{x}$	Vector que constitui a DFT do vector $\mathbf{x}$
$\mathbf{x} = \mathcal{F}^{-1}\mathbf{X}$	Vector que constitui a IDFT do vector $\mathbf{X}$
$\otimes$	Convolução
$\Pr(E) = \text{Prob}(E)$	Probabilidade do acontecimento $E$

$\Pr(E cond) = Prob(E cond)$	Probabilidade condicional do acontecimento $E$
$E[x] = \bar{x}$	Média (valor esperado) da variável aleatória $x$
$\text{sgn}(y)$	Função definida por $\text{sgn}(y) = \begin{cases} +1 & y > 0 \\ -1 & y < 0 \end{cases}$
$\exp(y)$	Função definida por $\exp(y) = e^y$
$\tanh(y)$	Tangente hiperbólica de $y$
$\log(y)$	Logaritmo neperiano de $y$
$LR(X)$	Razão de verosimilhança (Likelihood Ratio) da variável aleatória binária $X$
$L(X)$ (ou $LLR(X)$ )	Razão de verosimilhança logarítmica (Log-Likelihood Ratio) da variável aleatória binária $X$
$\oplus$	Adição em GF(2)
$\boxplus$	Operador associado à relação $L(X_1 \oplus X_2 \oplus \dots \oplus X_n) = L(X_1) \boxplus L(X_2) \boxplus \dots \boxplus L(X_n)$
$\epsilon$	”Pertence a”
$:$	”Tal que”
$\max^*(\delta_1, \delta_2)$	Operação definida por $\max^*(\delta_1, \delta_2) = \max(\delta_1, \delta_2) + \log(1 + e^{- \delta_2 - \delta_1 })$
$N(m)$	Conjunto de SN (Symbol Node)’s ligados ao $CN_m$ (tem a ver com a linha $m$ da matriz $\mathbf{H}$ )
$M(n)$	Conjunto de CN (Check Node)’s ligados ao $SN_n$ (tem a ver com a coluna $n$ da Matriz $\mathbf{H}$ )
$N(m) \setminus n$	Conjunto de SN’s ligados ao $CN_m$ excluindo o $SN_n$
$M(n) \setminus m$	Conjunto de CN’s ligados ao $SN_n$ excluindo $CN_m$
$E_b^{(p)}/N_0(dB)$	$E_b^{(p)}/N_0(dB) = E_b/N_0(dB) + PMEPR(dB)$
$Q(x)$	Função definida por $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy$



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contexto e Objectivos

Nos nossos dias, são levados a cabo estudos de viabilidade e actividades de normalização visando o desenvolvimento dos sistemas de comunicações móveis 4G (a chamada "quarta geração"). Pretende-se que estes sistemas, de forma generalizada, garantam uma transmissão de alto débito, nomeadamente viabilizando serviços que requerem ritmos acima dos 100 Mbit/s. Isto é normalmente encarado como um grande desafio, porque as larguras de banda necessárias são, nalguns casos, bastante maiores que a banda de coerência dos canais (devido aos efeitos dispersivos da propagação multipercurso), originando uma severa distorção nos sinais transmitidos. No seguimento da implementação bem sucedida dos sistemas Wi-Fi (Wireless Fidelity) (802.11) e WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access) (802.16), muitas propostas para o interface rádio dos futuros sistemas de comunicações móveis envolvem uma transmissão por blocos com prefixo cíclico, sendo a duração deste prefixo não inferior à máxima duração esperada da resposta impulsional do canal. Esta abordagem "CP-assisted" (Cyclic Prefix) do problema da transmissão permite uma correcção simples, no domínio da frequência, das fortes distorções que a propagação multipercurso provoca nos sinais de banda larga, podendo ainda tirar partido da tecnologia de processamento de sinais "FFT-based" (Fast Fourier Transform) correntemente disponível, de baixo custo e grande flexibilidade.

## *Capítulo 1. Introdução*

O sucesso das técnicas de transmissão por blocos com CP (Cyclic Prefix) é, com frequência, apresentado como o sucesso de uma classe de modulações multiportadora, designada pela sigla OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Isto deve-se a uma combinação de factores, entre os quais avulta o facto de a primeira proposta deste tipo de transmissão por blocos, para comunicação via rádio, ter envolvido uma modulação multiportadora (trata-se do artigo em que a sigla "OFDM" foi introduzida [Cim85]. Aliado à história de sucesso dos sistemas entretanto desenvolvidos com base OFDM, o facto de existir uma justificação qualitativa, de fácil entendimento, para a sua aplicação em comunicações de alto débito, contribui bastante para a popularidade desta opção de modulação:

- É habitual dizer-se que a transmissão de alto débito com modulações monoportadora, ou seja, "modulações SC (Single Carrier)", necessitaria de uma igualização de extrema complexidade e/ou teria um desempenho fortemente prejudicado pela distorção inerente ao canal;
- Em contrapartida, argumenta-se que, com modulações multiportadora, ou seja, "modulações MC (Multi Carrier)", a transmissão de alto débito (isto é, de banda larga) se desdobra em múltiplas transmissões paralelas, todas elas de muito baixo débito (isto é, de banda muito estreita), pelo que são possíveis bons desempenhos sem ter que recorrer a uma "igualização" propriamente dita.

Na realidade, estes argumentos para preferir as modulações OFDM para transmissão digital de alto débito, em detrimento das modulações SC (Single Carrier), são deveras discutíveis. Uma discussão relevante iniciou-se com a publicação de [SKJ94], artigo focado no problema da igualização. Aí se mostra que, com as modulações SC, a igualização no domínio do tempo, de grande complexidade, pode ser substituída por uma igualização no domínio da frequência. Esta apresenta baixa complexidade, semelhante à que as modulações OFDM requerem, desde que (tal

como sucede com a opção OFDM) se tire partido de uma transmissão por blocos, dotados de um prefixo cíclico suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal. Em termos de desempenho, e no que à igualização no domínio da frequência diz respeito, esta alternativa SC/FDE (Frequency Domain Equalization) à transmissão OFDM evidencia uma vantagem clara.

Entretanto, tornou-se notória uma desvantagem das modulações OFDM face às modulações SC: as flutuações de envolvente, muito superiores, que os sinais OFDM exibem quando o alto débito da transmissão impõe um número elevado de subportadoras. Maiores flutuações de envolvente significam dificuldades acrescidas em matéria de amplificação de potência, a nível dos emissores. O desenvolvimento de técnicas para redução das flutuações de envolvente, em transmissão OFDM, tornou-se então um objectivo importante da pesquisa na área das comunicações de alto débito. Uma das primeiras técnicas propostas, de grande simplicidade conceptual, consiste em sujeitar os sinais OFDM a uma distorção não-linear deliberada, com uma operação de "clipping" [NL95], antes da amplificação de potência. Sendo reconhecida a degradação da eficiência espectral inerente a este procedimento, foram de imediato sugeridas combinações do "clipping" com uma filtragem subsequente, nomeadamente em [LC98]; a técnica de processamento de sinais detalhadamente descrita e avaliada em [GD04] realiza estas ideias de forma particularmente eficiente, e parece vantajosa face a outras técnicas (referidas em [GD04]), entretanto propostas por diversos autores, que não envolvem distorção deliberada dos sinais OFDM.

Em [GDCE00] e [FABSE02], foram levadas a cabo comparações entre as duas alternativas de transmissão por blocos com CP. Tanto na alternativa OFDM como na alternativa SC/FDE, foram considerados conjuntamente os aspectos de igualização, no domínio da frequência, codificação e decodificação de canal e flutuações de envolvente. As vantagens da alternativa SC/FDE foram enfatizadas, no que diz respeito a desempenhos atingíveis. Tendo em conta também os problemas da complexidade (e do inerente custo) de implementação, foi sugerida em [GDCE00] e [FABSE02] uma solução híbrida para o interface rádio de futuros sistemas de comunicações

## *Capítulo 1. Introdução*

móveis de alto débito:

- OFDM para a ligação descendente ("downlink");
- SC/FDE para a ligação ascendente ("uplink").

Esta solução híbrida foi posteriormente preconizada por outros autores, com algumas repercussões na normalização de sistemas actuais (WiMAX), e dos futuros sistemas de comunicações móveis de alto débito.

Em paralelo com a generalização das comunicações móveis e/ou de alto débito, tem-se registado nos últimos anos um progresso assinalável na área da codificação de canal [LC04], o qual implicou, nomeadamente, que os chamados "limites de Shannon" [Sha48] pudessem ser praticamente atingidos em sistemas de transmissão digital.

Neste contexto, terá que ser destacada a publicação do artigo original sobre os chamados "turbo-códigos" [BGT93], o qual mostrou ser possível chegar muito perto daqueles limites através da concatenação de códigos convolucionais, cada um deles com descodificação de baixa complexidade (outras formas de concatenação de códigos convolucionais com capacidades similares foram entretanto desenvolvidas [BDMP98]). Requerem-se, neste caso, algoritmos de "descodificação SISO (Soft-In Soft-Out)", que possibilitam uma troca de informação apropriada entre os descodificadores dos códigos envolvidos na concatenação, num processo iterativo de convergência rápida. O desenvolvimento prévio de algoritmos de "descodificação SISO" baseados nas treliças dos códigos [HH89, BCJR74], foi, por conseguinte, essencial para a revolução a que se vem assistindo na área da codificação de canal.

Por outro lado, o sucesso dos Turbo-Códigos motivou a "redescoberta" de um trabalho precedente de excepcional relevância nesta área [Gal62, MN95]. A contribuição original de [Gal62] é agora susceptível de aplicação prática, o que não acontecia há quarenta anos por óbvias limitações

tecnológicas. Os códigos de blocos LDPC (Low Density Parity Check), introduzidos em [Gal62], são hoje vistos como uma alternativa séria às concatenações de códigos convolucionais no que diz respeito à possibilidade de aproximar os limites que Shannon anunciou [Sha48]. Tal como no caso daquelas concatenações, o desenvolvimento de algoritmos de descodificação iterativa, SISO, também iniciado em [Gal62], foi essencial para o sucesso da "alternativa LDPC".

Na sequência da descoberta dos Turbo-Códigos [BGT93], não tardaram a surgir propostas de técnicas iterativas de descodificação/detecção envolvendo o descodificador SISO do código utilizado. Neste âmbito, as principais contribuições dizem respeito à chamada "turbo-igualização" [GLL97], na qual, de iteração para iteração, igualizador e descodificador trocam entre si a informação sobre os bits codificados.

A investigação conducente a esta tese situou-se no contexto dos sistemas de comunicações móveis de alto débito baseadas numa transmissão por blocos com CP, dizendo essencialmente respeito à contribuição da codificação de canal e dos métodos de descodificação/detecção para os objectivos globais daqueles sistemas. O trabalho principal foi focado em técnicas iterativas de recepção envolvendo descodificação SISO, para cancelamento brando de interferências, com ambas as alternativas de modulação, SC e OFDM: interferência intersimbólica residual, no primeiro caso; interferência não-linear (p.ex. causada por uma operação de "clipping" ao nível do emissor), no segundo.

Um CP "completo", de acordo com a dispersão temporal do canal, simplifica o desenho dos receptores, mas degrada a eficiência espectral. Um dos objectivos da investigação realizada consistiu no desenvolvimento de técnicas capazes de conciliar o emprego de um CP reduzido (e mesmo, eventualmente, quase suprimido) com a preservação de uma implementação, flexível e de baixo custo, capaz de tirar partido da tecnologia corrente de processamento de sinais baseada no algoritmo FFT (Fast Fourier Transform). O desenvolvimento de técnicas de codificação de

## *Capítulo 1. Introdução*

canal e de descodificação/detecção iterativa para situações de CP reduzido foi, por isso, objecto de particular atenção.

Outro objectivo essencial da investigação realizada foi o de dar seguimento à comparação "OFDM vs SC/FDE", de alguma forma iniciada em [GDCE00], incluindo os aspectos da codificação de canal e das flutuações de envolvente. A comparação foi agora centrada num contexto de utilização de receptores avançados que empregam as técnicas de descodificação/detecção iterativa desenvolvidas para ambas as alternativas de modulação.

## **1.2 Organização da Tese**

Após este capítulo introdutório, o capítulo 2 é dedicado a aspectos básicos de transmissão digital por blocos com prefixo cíclico, tanto com modulação OFDM como com modulação SC, em situações em que a duração daquele prefixo é não inferior à máxima duração da resposta impulsional do canal, ou seja, situações de "CP completo". É dedicada especial atenção ao problema da igualização no domínio da frequência em receptores de baixa complexidade, com ambas as opções de modulação. São salientadas algumas vantagens e limitações de uma e outra e feitas as comparações apropriadas, perante o problema da igualização mas também face às questões da codificação de canal e da flutuação de envolvente dos sinais transmitidos.

No capítulo 3, são tidas em conta, pela primeira vez nesta tese, as limitações de eficiência espectral e/ou da eficiência de potência (com receptores convencionais) inerentes ao emprego de um "CP completo", sobretudo se o canal se caracterizar simultaneamente por uma grande dispersão temporal e uma rápida variação no tempo. É proposto o "algoritmo DDC (Decision-Directed Correction)", que, de diversas formas pode ser combinado com a igualização no domínio da frequência de forma a preservar uma implementação simples, baseada na FFT, mesmo com

”CP reduzido”. Uma classe de aplicações, proposta neste capítulo, requer uma transmissão SC por blocos organizados em tramas especiais, de modo a tirar partido da redundância da codificação de canal para resolver o problema da igualização no domínio da frequência com a ajuda do algoritmo DDC. Outra aplicação do algoritmo DDC refere-se a situações de CP completo, com ambas as alternativas de modulação, SC e OFDM: neste caso, a redundância associada ao CP é equiparada à redundância de um código, e o algoritmo DDC é usado no receptor para alcançar, praticamente, o ganho de codificação respectivo.

Nos capítulos 4 e 5, abordam-se as questões da codificação de canal e da descodificação SISO, com detalhes justificáveis pela respectiva aplicação no contexto das técnicas iterativas de descodificação e detecção propostas nos capítulos 6, 7 e 8. O capítulo 4 é dedicado aos códigos de blocos lineares, com especial atenção para os códigos LDPC, e a algoritmos iterativos de descodificação SISO associados aos chamados ”Grafos de Tanner”. O capítulo 5 é dedicado aos códigos convolucionais e a algoritmos de descodificação SISO baseados nas treliças desses códigos.

O capítulo 6 é dedicado a técnicas de descodificação/detecção iterativa para transmissão por blocos com modulações SC. Além de se apresentar uma nova técnica de turbo-igualização no domínio da frequência, é também estabelecida a conexão com outras técnicas iterativas de recepção com complexidade reduzida, nomeadamente surgidas nos últimos anos. O emprego de duas classes de codificação e descodificação SISO, detalhadamente descritas nos capítulos 4 e 5, é ainda abordado, no contexto da técnica turbo FDE aqui proposta. O capítulo termina com diversos resultados numéricos e comparações, relativos a desempenhos atingíveis, tendo como referência minorantes de desempenho apropriados.

No capítulo 7 é desenvolvida uma técnica de descodificação/detecção iterativa para transmissão por blocos baseada em modulações OFDM e empregando, no emissor, uma distorção não-

## *Capítulo 1. Introdução*

linear deliberada para reduzir as flutuações de envolvente, ajudando assim a resolver problemas de amplificação de potência. A técnica de descodificação/deteção proposta realiza um turbo-cancelamento da interferência inerente à referida distorção não-linear, e, sendo pretendida uma redução muito significativa das flutuações de envolvente, tira bastante partido da contribuição do descodificador SISO. Ambas as classes de descodificação consideradas no capítulo 6 são também aqui consideradas no contexto da técnica de descodificação/deteção proposta. Tal como no capítulo 6, este capítulo termina com diversos resultados numéricos e comparações, relativos a desempenhos atingíveis, tendo como referência minorantes de desempenho apropriados.

No capítulo 8 considera-se a possibilidade de aumentar a eficiência espectral numa transmissão por blocos, face às situações consideradas nos capítulos anteriores, pela via da expansão da constelação de símbolos utilizados e/ou pela via de um CP reduzido. Neste sentido, são aqui propostas técnicas apropriadas de descodificação/deteção, as quais de alguma forma constituem uma generalização das técnicas apresentadas nos capítulos 6 e 7, para as modulações SC e OFDM, respectivamente. No que diz respeito à transmissão por blocos com CP reduzido, tira-se partido de uma versão "soft" do algoritmo DDC, introduzido no capítulo 3, sendo o uso deste algoritmo integrado no processo iterativo que os receptores realizam. O capítulo inclui resultados numéricos relativos aos diversos desempenhos, possibilitando a comparação destes entre si e com minorantes apropriados.

O capítulo 9, que encerra esta tese, resume as principais conclusões dos diversos capítulos da tese, e salienta as principais contribuições originais da mesma. Inclui também conclusões gerais sobre a comparação "SC vs OFDM", no contexto da utilização dos receptores avançados, com descodificação/deteção iterativa, que a tese apresenta. A terminar, são indicadas algumas perspectivas de trabalho futuro.

# Capítulo 2

## Transmissão Digital por Blocos para Comunicações Móveis de Débito Muito Elevado

Neste capítulo são abordados aspectos básicos da transmissão por blocos com prefixo cíclico, para comunicações de alto débito, com especial atenção para o problema da igualização no domínio frequência em receptores de baixa complexidade. A formulação geral do problema da transmissão/igualização, quando o CP cobre totalmente a dispersão temporal do canal, é estabelecida na secção 2.1. As secções 2.2 e 2.3 são dedicadas, respectivamente às alternativas OFDM e SC/FDE. A secção 2.4 efectua as primeiras comparações desta tese entre as duas alternativas de modulação. Às comparações preliminares, focadas no problema da igualização no domínio da frequência, seguem-se comparações em que, além do problema da igualização no domínio da frequência, são também tidos em conta o problema das flutuações de envolvente e o impacto da codificação de canal.

### 2.1 Transmissão por Blocos com Prefixo Cíclico

Em transmissão digital de débito muito elevado, é inevitável que os sinais transmitidos apresentem uma grande largura de banda, e, nestas condições, a propagação multipercurso provoca uma distorção considerável nos mesmos. Atendendo ao débito muito elevado, é possível adoptar

uma transmissão por blocos com muito pouca duração, apesar de poderem considerar-se "longos" no que diz respeito ao número de bits de informação que englobam. Isto permite que, além de linear, o canal rádio seja aproximadamente invariante durante a transmissão de cada bloco, pelo que pode ser caracterizado por uma resposta impulsional específica nesse intervalo de tempo. Cada resposta impulsional, da forma  $h_c(t) = \sum_{i \geq 0} \beta_i \delta(t - \tau_i)$  (atendendo aos múltiplos percursos), permite relacionar as envolventes complexas dos sinais de entrada e na saída do canal (ver Fig. 2.1(A)),  $s_{in}(t)$  e  $s_{out}(t)$ , correspondendo-lhe uma resposta em frequência da forma

$$H_C(f) = F\{h_C(t)\} = \sum_{i \geq 0} \beta_i \exp(-j2\pi f \tau_i) \quad (2.1)$$

com  $\tau_0 \geq 0$  e  $\tau_i \geq \tau_{i-1}$  para  $i \geq 1$ . Note-se que, sendo nulo o espectro de potência de  $s_{in}(t)$  para  $|f| > B$ , com

$$B(\max_i(\tau_i) - \tau_0) \ll \frac{1}{2\pi} \quad (2.2)$$

praticamente não haveria distorção, pois teríamos

$$H_C(f) \approx \sum_{i \geq 0} \beta_i \quad (2.3)$$

para  $|f| < B$ .

Nas situações típicas da transmissão de débito muito elevado, a condição (2.2) está muito longe de se verificar, fazendo com que  $s_{out}(t)$  seja uma versão fortemente distorcida de  $s_{in}(t)$ . A variabilidade de  $|H_C(f)|^2$  para  $|f| < B$ , para cada curto intervalo de tempo em que a resposta impulsional é uma certa função  $h_C(t)$ , traduz então um desvanecimento fortemente selectivo na frequência, se considerarmos o conjunto de realizações do canal e/ou a evolução do mesmo durante intervalos de tempo longos, em que muitos blocos podem ser transmitidos.

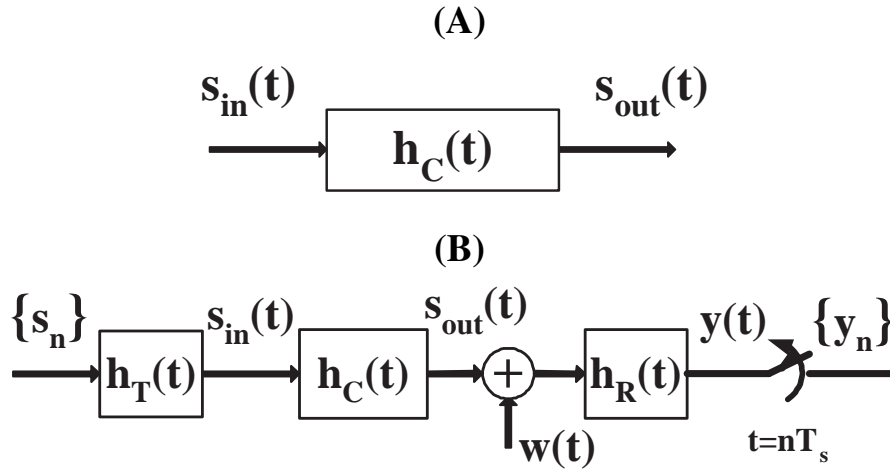


Figura 2.1: Transmissão digital com canal linear e invariante no tempo: Caracterização do canal (A) e modelo simplificado da cadeia de transmissão (B).

Neste contexto, considere-se a situação de transmissão digital esquematizada na Fig. 2.1(B), em que o canal é definido pela resposta impulsional  $h_C(t)$  e pelo ruído aditivo  $w(t)$ . As envolventes complexas de entrada e de saída são dadas por

$$s_{in}(t) = \sum_i s_i h_T(t - iT_s) \quad (2.4)$$

e

$$s_{out}(t) = \sum_i s_i r(t - iT_s) \quad (2.5)$$

respectivamente, com  $r(t) = h_T(t) \otimes h_C(t)$ , estando a sequência de coeficientes de símbolo  $\{s_n\}$  associada à sequência de dados transmitidos e à modulação adoptada. Da filtragem na entrada do receptor resulta então o sinal

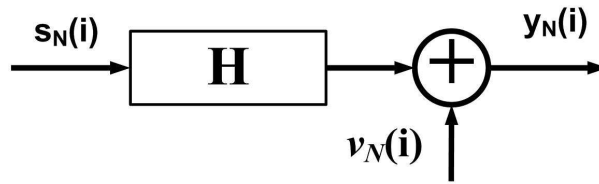
$$y(t) = \sum_i s_i h(t - iT_s) + \nu(t) \quad (2.6)$$

em que  $h(t) = h_T(t) \otimes h_C(t) \otimes h_R(t)$  e  $\nu(t) = w(t) \otimes h_R(t)$ , cujas amostras são processadas subsequentemente.

A transmissão pode ser representada pelo modelo discreto da Fig. 2.2, com

$$y_n = \sum_{l=0}^L h_l s_{n-l} + \nu_n, \quad (2.7)$$

em que  $h_n = h(nT_s)$ ,  $\nu_n = \nu(nT_s)$  e  $y_n = y(nT_s)$ .



*Figura 2.2: Modelo discreto da transmissão.*

Além do termo de ruído, as amostras  $y_n$  apresentam um somatório de termos correspondente a uma convolução discreta, linear, da sequência transmitida,  $\{s_n\}$ , com a resposta impulsional do canal discreto equivalente, definida por  $\{h_l; l = 0, 1, \dots, L\}$ . O número de termos deste somatório é tanto maior quanto maior for a dispersão temporal inerente ao canal, para um dado ritmo de transmissão; para uma dada dispersão temporal, por outro lado, o número de termos aumenta com o ritmo de transmissão.

Suponhamos que a sequência  $\{s_n\}$  é dividida em blocos adjacentes de comprimento  $P$ , em que  $P > L$ . O bloco de dados de ordem  $i$  pode ser representado pelo vector

$$\mathbf{s}_P(i) = [s_{iP}, s_{iP+1}, \dots, s_{iP+P-1}]^T \quad (2.8)$$

O bloco recebido de ordem  $i$  pode ser escrito na forma

$$\mathbf{y}_P(i) = [y_{iP}, y_{iP+1}, \dots, y_{iP+P-1}]^T, \quad (2.9)$$

## 2.1. Transmissão por Blocos com Prefixo Cíclico

com

$$\mathbf{y}_P(i) = \mathbf{H}^{(0)} \mathbf{s}_P(i) + \mathbf{H}^{(1)} \mathbf{s}_P(i-1) + \mathbf{v}_P(i), \quad (2.10)$$

sendo

$$\mathbf{v}_P(i) = [\nu_{iP}, \nu_{iP+1}, \dots, \nu_{iP+P-1}]^T \quad (2.11)$$

o vector de ruído de ordem  $i$ , e as matrizes quadradas  $\mathbf{H}^{(1)}$  e  $\mathbf{H}^{(0)}$  caracterizadas por

$$h_{j,k}^{(0)} = h_{j-k} \quad (2.12)$$

$$h_{j,k}^{(1)} = h_{P+j-k}.$$

O facto de o comprimento  $P$  de cada bloco ser maior que a "memória"  $L$  do canal garante que a "interferência entre blocos" se reduz à interferência do bloco que o precede, não incluindo a dos blocos anteriores a esse. Quando, num canal com memória  $L$ , se adopta uma transmissão por blocos convencional com prefixo cíclico, que se passará a designar como "transmissão por blocos com CP", cada bloco de  $P$  símbolos  $s_n$  engloba  $N \leq P - L$  símbolos associados aos dados a transmitir. O CP, com comprimento  $P - N \geq L$ , constitui uma repetição dos últimos  $P - N$  símbolos de cada "bloco útil" de comprimento  $N$  (Ver Fig. 2.3).

Admitamos que se escolhe o CP que, sendo capaz de cobrir a dispersão temporal do canal, é o mais curto possível, isto é, que se adopta  $N = P - L$ .

Nestas condições, cada bloco  $\mathbf{s}_P(i)$  é da forma

$$\mathbf{s}_P(i) = \mathbf{T} \mathbf{s}_N(i), \quad (2.13)$$

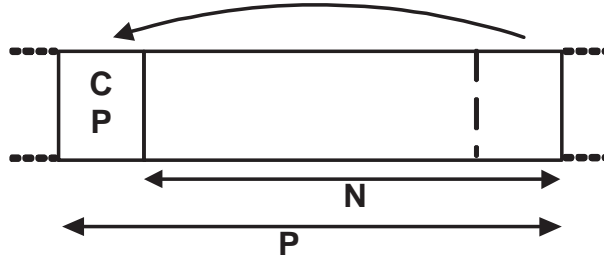


Figura 2.3: Transmissão de blocos CP (bloco útil de comprimento  $N$ ).

em que

$$\mathbf{s}_N(i) = [s_{iN}, s_{iN+1}, \dots, s_{iN+N-1}]^T \quad (2.14)$$

corresponde ao bloco de dados de ordem  $i$ , e

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{pc} \\ \dots \\ \mathbf{I}_N \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

em que  $\mathbf{M}_{pc}$  corresponde às últimas  $L$  linhas da matriz identidade  $\mathbf{I}_N$ .

Numa transmissão por blocos com CP, parte-se de blocos úteis  $\mathbf{s}_N(i)$ , de acordo com os dados a transmitir, os quais dão origem a blocos  $\mathbf{s}_P(i)$  com a junção do CP. Ao nível do receptor, cada um dos vectores recebidos  $\mathbf{y}_P(i)$  é objecto de uma supressão dos  $L$  componentes iniciais: trata-se da remoção de um período de guarda que, tal como o CP, têm um comprimento determinado pela memória do canal. Assim se obtêm vectores  $\mathbf{y}_N(i)$ , de comprimento  $N$  tal como os blocos de dados, os quais são processados em seguida para determinar estimativas apropriadas dos símbolos contidos naqueles blocos. Usando a linguagem vectorial, resulta de (2.10) e (2.13) que

$$\mathbf{y}_P(i) = \mathbf{H}^{(0)}\mathbf{T} \mathbf{s}_N(i) + \mathbf{H}^{(1)}\mathbf{T} \mathbf{s}_N(i-1) + \mathbf{v}_P(i). \quad (2.16)$$

## 2.1. Transmissão por Blocos com Prefixo Cíclico

Quanto à remoção dos  $L$  componentes iniciais de  $\mathbf{y}_P(i)$ , pode dizer-se que corresponde ao cálculo matricial seguinte:

$$\mathbf{y}_N(i) = \mathbf{R} \mathbf{y}_P(i) \quad (2.17)$$

com  $\mathbf{R} = [\mathbf{0}_{N \times L} \ \mathbf{I}_N]$

Atendendo às características da matriz  $\mathbf{H}^{(1)}$  (ver equação (2.12)), resulta

$$\mathbf{y}_N(i) = \mathbf{H} \mathbf{s}_N(i) + \mathbf{v}_N(i), \quad (2.18)$$

com  $\mathbf{H} = \mathbf{R} \mathbf{H}^{(0)} \mathbf{T}$  e  $\mathbf{v}_N(i) = \mathbf{R} \mathbf{v}_P(i)$ , pois  $\mathbf{R} \cdot \mathbf{H}^{(1)} = \mathbf{0}_{N \times P}$ . Como é obvio, o facto de, para cada bloco, o CP ser suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal, garante a ausência de interferência entre blocos. O modelo simplificado da Fig. 2.4 reflecte as condições da transmissão por blocos definida na equação (2.18).

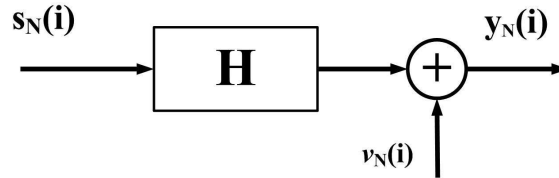


Figura 2.4: Modelo simplificado de uma transmissão por blocos com CP suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal.

O facto de o prefixo de cada bloco útil ser um CP, por outro lado, faz com que a matriz  $\mathbf{H} = \mathbf{R} \mathbf{H}^{(0)} \mathbf{T}$  seja uma matriz  $N \times N$  caracterizada por

$$h_{j,k} = h_{(j-k) \bmod N}. \quad (2.19)$$

Ou seja,  $\mathbf{H}$  é uma matriz circular, em que a sua última linha é  $[0 \cdots 0 \ h_L \ h_{L-1} \cdots h_0]$ , e cada uma das restantes linhas pode ser obtida como uma permutação cíclica da linha abaixo dessa.

Isto significa que, ao usarmos um CP suficientemente longo para evitar interferência entre blocos, o bloco útil  $\mathbf{y}_N(i)$  recebido, após remoção do período de guarda, tem componentes da forma

$$y_n^{(i)} = \sum_{l=0}^L h_l s_{(n-l) \bmod N}^{(i)} + \nu_n^{(i)}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (2.20)$$

em que  $s_n^{(i)} = s_{Ni+n}$  ( $h_l = 0$  para  $l = L+1, \dots, N-1$ ). Ou seja, a acção do canal sobre o bloco útil transmitido  $\mathbf{s}_N(i)$  pode ser descrita por uma convolução circular no domínio do tempo.

É então possível estabelecer um modelo de transmissão bastante simples, no domínio da frequência (subcanais  $k = 0, 1, \dots, N-1$ ), usando a DFT (Discrete Fourier Transform). Tira-se aqui partido do facto de que uma convolução circular no domínio do tempo equivale a uma multiplicação no domínio da frequência. Sendo

$$S_k^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} s_n^{(i)} \exp\left(-j2\pi n \frac{k}{N}\right), \quad (2.21)$$

$$Y_k^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} y_n^{(i)} \exp\left(-j2\pi n \frac{k}{N}\right), \quad (2.22)$$

$$N_k^{(i)} = \sum_{n=0}^{N-1} \nu_n^{(i)} \exp\left(-j2\pi n \frac{k}{N}\right) \quad (2.23)$$

e

$$H_k = \sum_{n=0}^{N-1} h_n \exp\left(-j2\pi n \frac{k}{N}\right) = \sum_{n=0}^L h_n \exp\left(-j2\pi n \frac{k}{N}\right) \quad (2.24)$$

( $h_n = 0$  para  $L < n \leq N-1$ ), resulta

$$Y_k^{(i)} = S_k^{(i)} H_k + N_k^{(i)}, \quad (2.25)$$

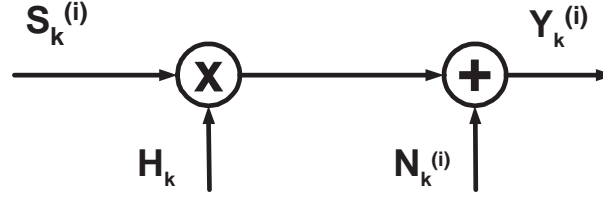


Figura 2.5: Modelo de transmissão no domínio da frequência (subcanais  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), equivalente ao da Fig. 2.4.

para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  (ver Fig. 2.5).

Note-se que o modelo de transmissão no domínio da frequência (Fig. 2.5 e equação (2.25)) pode ser derivado, por cálculo matricial directo, do modelo de transmissão no domínio do tempo (Fig. 2.4 e equação 2.18), graças ao carácter circulante da matriz  $\mathbf{H}$ . Para o efeito, comecemos por ter em conta que esta matriz pode ser factorizada da seguinte forma [BB99]:

$$\mathbf{H} = \mathcal{F}^{-1} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathcal{F}, \quad (2.26)$$

em que  $\mathcal{F}$  é uma "matriz DFT", com elementos  $f_{n,k} = \exp(-j2\pi n \frac{k}{N})$  ( $n, k = 0, 1, \dots, N - 1$ ),  $\mathcal{F}^{-1}$  é uma "matriz IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform)", inversa da anterior, com elementos  $f_{n,k}^{(I)} = \frac{1}{N} \exp(j2\pi n \frac{k}{N})$ , e  $\mathbf{D}$  é uma matriz diagonal, definida por  $\mathbf{D} = \text{diag}[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]$  (coeficientes  $H_k$  definidos em (2.24)).

Sendo  $\mathbf{S}(i) = \mathcal{F}\mathbf{s}(i)$ ,  $\mathbf{Y}(i) = \mathcal{F}\mathbf{y}(i)$  e  $\mathbf{N}(i) = \mathcal{F}\mathbf{v}(i)$ , respectivamente, os vectores correspondentes às DFT's de  $\mathbf{s}(i)$ ,  $\mathbf{y}(i)$  e  $\mathbf{v}(i)$ , pode facilmente concluir-se, atendendo às equações (2.18) e (2.26), que

$$\mathbf{Y}(i) = \mathbf{D} \cdot \mathbf{S}(i) + \mathbf{N}(i), \quad (2.27)$$

pois  $\mathbf{s}(i) = \mathcal{F}^{-1} \cdot \mathbf{S}(i)$  e  $\mathcal{F} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathcal{F}^{-1} = \mathbf{D}$ . A equação matricial (2.27) equivale obviamente ao sistema de  $N$  equações (uma equação por subcanal) definido em (2.25).

A relação (2.27), em que  $\mathbf{D}$  traduz a resposta em frequência do canal, sugere imediatamente uma forma de transmissão em que os blocos de dados são definidos directamente no domínio da frequência. No receptor, uma vez obtido o vector  $\mathbf{Y}(i)$ , no domínio da frequência, pode proceder-se à sua "correção" (designável como uma "igualização no domínio da frequência") através da multiplicação por uma outra matriz diagonal,  $\mathbf{C} = \text{diag}[C_0 \ C_1 \ \dots \ C_{N-1}]$  (veja-se, a propósito, o modelo de transmissão da Fig. 2.6.). O vector resultante

$$\tilde{\mathbf{S}}(i) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{Y}(i) \quad (2.28)$$

com elementos  $\tilde{S}_k(i) = C_k Y_k(i)$ , pode então ser usado para estimar  $\mathbf{S}(i)$ . Sendo  $\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1}$ , resulta  $C_k = \frac{1}{H_k}$ , pelo que

$$\tilde{S}_k(i) = S_k(i) + \frac{1}{H_k} N_k(i). \quad (2.29)$$

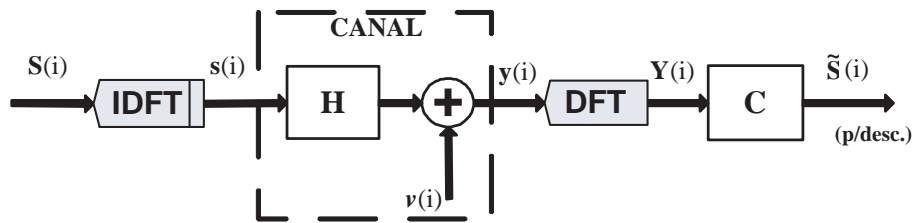


Figura 2.6: Modelo de uma transmissão digital em que os blocos de dados são directamente definidos no domínio da frequência.

Note-se que a relação (2.27) também pode ser tomada como base para uma transmissão em que os blocos de dados são directamente definidos no domínio do tempo, mas a igualização tem lugar no domínio da frequência: veja-se a propósito, o correspondente modelo, na Fig. 2.7. Neste caso, a matriz que realiza a função de igualização no domínio da frequência deve também ser uma matriz diagonal; a solução  $\mathbf{C} = \mathbf{D}^{-1}$  não é, contudo, a mais apropriada (ver, a propósito, a secção 2.3). Após a igualização no domínio da frequência, é ainda necessária uma IDFT, pois

é no domínio do tempo que os dados são agora directamente definidos e é nesse domínio que as decisões se processam. É importante notar a relação simples que existe entre os modelos de transmissão das Figs. 2.6 e 2.7: o segundo resulta do primeiro por deslocação de uma IDFT do emissor para o receptor.

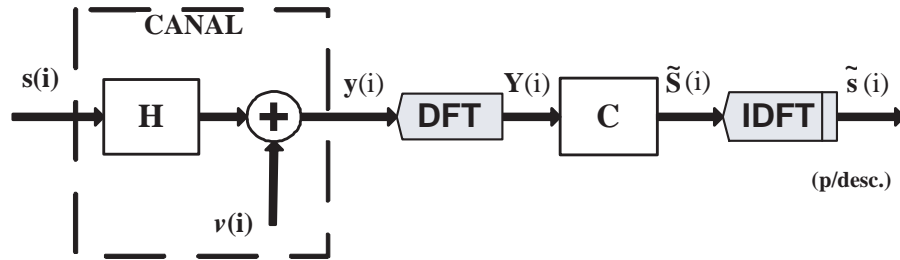


Figura 2.7: Modelo de uma transmissão digital com blocos de dados definidos no domínio do tempo, mas com equalização no domínio da frequência.

## 2.2 Alternativa OFDM

### 2.2.1 Modulações Multiportadora vs Modulações Monoportadora

Na transmissão de um bloco com  $N$  símbolos de informação usando uma modulação linear convencional, monoportadora, a envolvente complexa dos sinais é da forma

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k r(t - kT), \quad (2.30)$$

em que os coeficientes  $s_k$  designam os símbolos de modulação. Estes são escolhidos no âmbito de um determinado alfabeto finito, de acordo com o bloco de dados, tendo em conta uma certa regra de mapeamento (alfabeto M-ário, com  $M = 2^m$ , para transmitir  $m$  bits por símbolo). Os símbolos são transmitidos sequencialmente no tempo, cada um deles num instante  $kT$  ( $k = 0, \dots, N - 1$ ), estando a energia associada a cada  $s_k$  distribuída por toda a banda de transmissão.

Pode definir-se uma modulação multiportadora de forma análoga, mas substituindo o domínio do tempo pelo domínio da frequência. A transformada de Fourier da envolvente complexa dos sinais, para cada bloco de dados, poderá assim assumir a forma

$$\mathcal{F}[s(t)] = \sum_{k=0}^{N-1} S_k R(f - kF), \quad (2.31)$$

correspondendo os símbolos de modulação aos coeficientes  $S_k$ . Neste caso, os símbolos são transmitidos sequencialmente na frequência, cada um deles numa frequência  $kF$  (subportadora de ordem  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), estando a energia de cada símbolo  $S_k$  concentrada na banda associada ao respectivo "subcanal  $k$ ".

Com uma modulação multiportadora, pode então escrever-se

$$s(t) = \left( \sum_{k=0}^{N-1} S_k \exp(j2\pi kFt) \right) r(t). \quad (2.32)$$

Numa transmissão convencional com modulações monoportadora, é conveniente que os sucessivos impulsos  $r(t - kT)$ , que suportam os sucessivos  $s_k$ , sejam ortogonais: a interferência intersimbólica seria nula se a transmissão tivesse lugar num canal AWGN (Additive White Gaussian Noise) e o filtro de detecção fosse um filtro adaptado. De forma análoga, com a modulação multiportadora atrás definida deveríamos ter

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(f - kF) R^*(f - k'F) df = 0, \text{ para } k' \neq k, \quad (2.33)$$

isto é,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |r(t)|^2 \exp(j2\pi kFt) \cdot \exp(-j2\pi k'Ft) dt = 0, \text{ para } k' \neq k. \quad (2.34)$$

Uma opção óbvia para o sinal associado a um dado bloco de  $N$  símbolos  $S_k$  corresponde a um caso particular de (2.32), com um impulso  $r(t)$  rectangular e de duração  $T = \frac{1}{F}$ . Nesse caso, a condição de ortogonalidade acima indicada verifica-se, pois

$$\int_0^T \exp(j2\pi kFt) \cdot \exp(-j2\pi k'Ft) dt = 0, \text{ para } k' \neq k, \quad (2.35)$$

(admitindo que o impulso  $r(t)$  ocupava o intervalo  $(0, T)$ ).

Sublinhe-se que o facto de as sucessivas funções  $R(f - kF)$  não serem disjuntas na frequência ( $|R(f)| \propto |\text{sinc}(f/F)|$  quando  $r(t)$  é rectangular de duração  $T = 1/F$ ) não impede que as mesmas sejam ortogonais entre si, da mesma forma que, ao usar  $s(t)$  de acordo com (2.30), a ortogonalidade seria conseguida adoptando  $r(t) = \text{sinc}(t/T)$ .

### 2.2.2 Transmissão Digital com Modulações OFDM

Para transmitir sequências de blocos de dados com uma modulação multiportadora, podem usar-se sinais com envolvente complexa da forma

$$s(t) = \sum_i s_i(t - iT_B), \quad (2.36)$$

em que  $T_B = (L + N)T_s$  e

$$s_i(t) = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k^{(i)} \exp\left(j2\pi \frac{k}{NT_s} t\right) \right) r(t), \quad (2.37)$$

com  $r(t) = 1$ , para  $-LT_s \leq t < NT_s$ , e zero, caso contrário. Cada sinal  $s_i(t)$  apresenta-se como um produto de uma função periódica de  $t$ , com período  $NT_s$ , pelo impulso  $r(t)$ , que assume o papel de uma janela temporal. Esta modulação multiportadora corresponde ao que correntemente

é definido como uma "modulação OFDM" convencional, envolvendo  $N$  subportadoras espaçadas de  $F = \frac{1}{NT_s}$ . Pode dizer-se que a condição de "ortogonalidade das subportadoras" é respeitada no intervalo  $[0, NT_s]$ , pois

$$\int_0^{NT_s} \exp\left(j2\pi \frac{k}{NT_s} t\right) \exp\left(-j2\pi \frac{k'}{NT_s} t\right) dt = 0 \text{ se } k' \neq k, \quad (2.38)$$

(não o sendo no intervalo alargado, de duração  $(N + L)T_s$ ).

É importante notar que as amostras de  $s_i(t)$ , nos instantes  $\{t = nT_s, n = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , podem ser obtidas a partir do bloco  $\{S_k^{(i)}; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , usando uma IDFT:

$$s_i(nT_s) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k^{(i)} \exp\left(j2\pi n \frac{k}{N}\right) = s_n^{(i)}, n = 0, 1, \dots, N - 1. \quad (2.39)$$

Note-se também que, devido à periodicidade do factor que multiplica por  $r(t)$  em (2.37), obtém-se

$$s_i(nT_s) = s_i[(n + N)T_s] \quad (2.40)$$

para  $n = -L, -L + 1, \dots, -1$ , ou seja, o bloco de  $N + L$  amostras, no domínio do tempo, é dotado de um CP. Este pode ser dimensionado de acordo com a dispersão temporal do canal, numa situação prática de transmissão via rádio.

Nas aplicações práticas de uma modulação OFDM, há que ter em conta a geração de um sinal analógico a partir dos blocos de amostras  $s_n^{(i)}$ , cada um obtido com uma IDFT e apresentando o respectivo CP. Atendendo aos limites impostos pelo teorema da amostragem e à realização prática de filtros de reconstrução que evitem o indesejado "aliasing", torna-se necessário recorrer a uma sobreamostragem. Isto significa o emprego de um número de amostras  $N$  na "parte útil" de cada

bloco que é superior ao número de subportadoras "activas",  $N'$ . Representando a envolvente complexa a reconstruir na forma

$$s_i(t) = \sum_{k=-\frac{N'}{2}}^{\frac{N'}{2}-1} \frac{1}{N} S'_k{}^{(i)} \exp\left(j2\pi k \frac{t}{T}\right) r(t), \quad (2.41)$$

as amostras serão

$$s_n^{(i)} = s_i\left(n \frac{T}{N}\right) = \left( \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N'}{2}}^{\frac{N'}{2}-1} S'_k{}^{(i)} \exp\left(j2\pi n \frac{k}{N}\right) \right) r\left(n \frac{T}{N}\right), \quad (2.42)$$

para  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ . Para as gerarmos com uma IDFT, há que acrescentar  $N - N'$  zeros ao bloco original no domínio da frequência, procedendo do seguinte modo:

$$s_n^{(i)} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} S_k^{(i)} \exp\left(j2\pi n \frac{k}{N}\right), \quad (2.43)$$

em que

$$S_k^{(i)} = \begin{cases} S'_k{}^{(i)}, & 0 \leq k \leq \frac{N'}{2} - 1 \\ 0, & \frac{N'}{2} \leq k \leq N - \frac{N'}{2} - 1 \quad (N - N' \text{ zeros}) \\ S'_{k-N}{}^{(i)}, & N - \frac{N'}{2} \leq k \leq N - 1 \end{cases} \quad (2.44)$$

se for admitido que  $r(nT/N) = 1$  para  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ . Na prática, pode optar-se por uma janela não perfeitamente rectangular, para obter um espectro mais compacto quando  $N \gg N'$  e  $N'$  não é muito maior que 1.

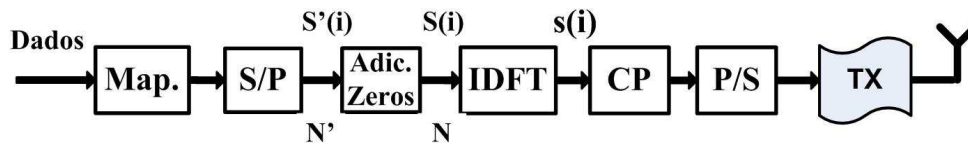
A realização prática de um emissor OFDM convencional pode basear-se na Fig. 2.8, concretizando ideias gerais da secção 2.1. O emprego das mesmas no desenho de receptores OFDM é também imediato, em conformidade com a Fig. 2.9.

A igualização no domínio da frequência, realizada no "Bloco OFDM/FDE" da Fig. 2.9, opera sobre as amostras

$$Y_k^{(i)} = S_k^{(i)} H_k + N_k^{(i)}, \quad (2.45)$$

com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . Este bloco de amostras é gerado, por DFT, com base no bloco útil recebido, depois de remover o período de guarda correspondente ao CP. Atendendo ao exposto na secção 2.1, o processamento requerido é o seguinte:

- I) Estimar o canal, para disponibilizar o bloco  $\hat{H}_k$  com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ;
- II) "Igualizar no domínio da frequência", com o bloco  $C_k = \frac{1}{\hat{H}_k}$ , de modo a obter  $\tilde{S}_k^{(i)}$  com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  (ver Fig. 2.10);
- III) Usar o vector  $\tilde{S}^{(i)}$  (com componentes  $\tilde{S}_k^{(i)}$ ,  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ) para estimar o bloco de dados (numa transmissão com codificação de canal, é requerida uma operação intermédia de descodificação).



Bloco de Transmissão (TX)

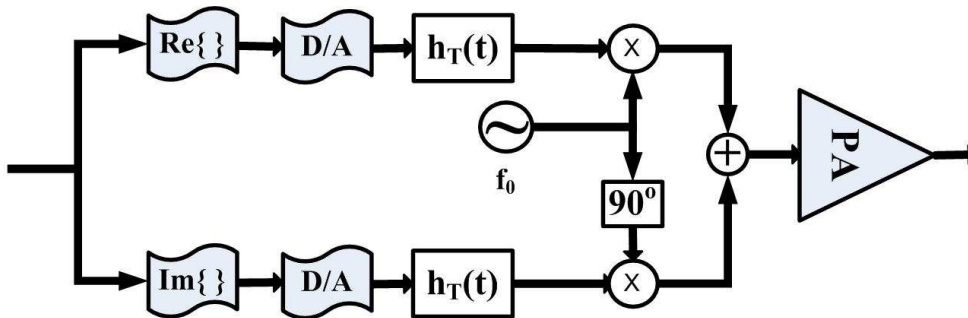


Figura 2.8: Esquema de blocos de um emissor OFDM.

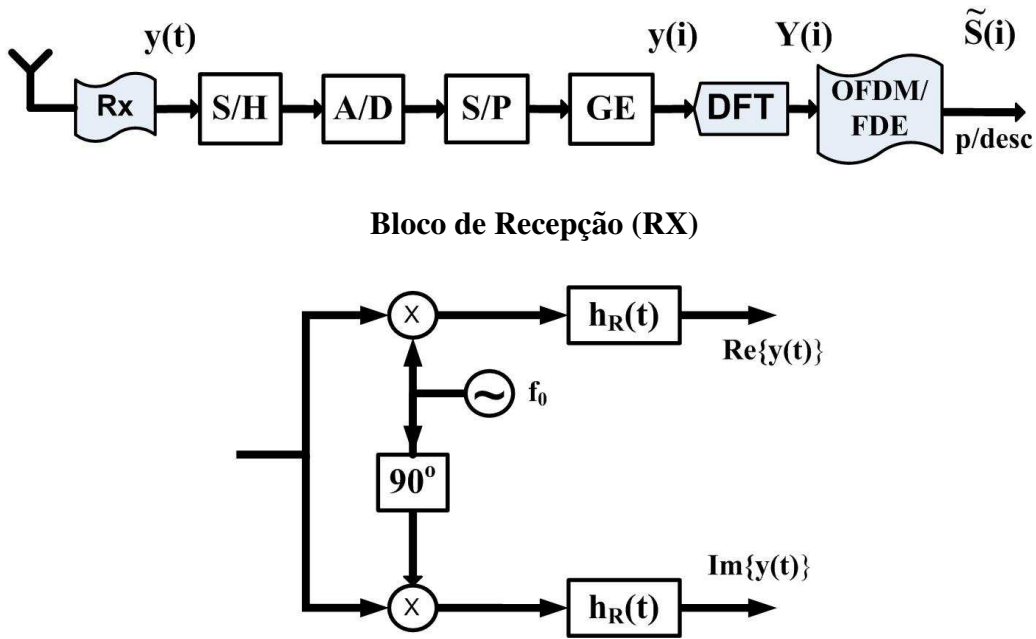


Figura 2.9: Esquema de blocos de um receptor OFDM.

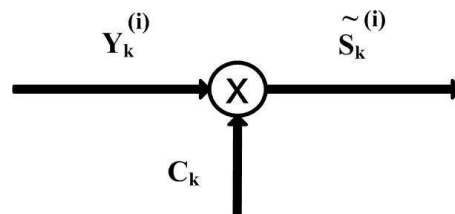


Figura 2.10: Igualização no domínio da frequência (FDE) no âmbito de um receptor OFDM (para cada um dos subcanais  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ).

### 2.2.3 Vantagens e Limitações das Modulações OFDM

As modulações OFDM afiguram-se vantajosas para comunicação digital de alto débito, devido ao facto estarem conceptualmente ligadas à transmissão em paralelo sobre múltiplas subportadoras. Se o número de subportadoras for muito elevado, a transmissão sobre cada uma delas é de muito baixo débito, com banda suficientemente estreita para que o canal equivalente, para cada uma das múltiplas transmissões paralelas, seja quase ideal. Sendo este caracterizado pelo

parâmetro  $H_k$ , no caso da subportadora de ordem  $k$ , basta uma multiplicação por  $1/\hat{H}_k$  para corrigir eficazmente o impacto do canal, mesmo que ele tenha distorcido fortemente os sinais de banda larga inerentes ao conjunto das subportadoras. As operações de cálculo de uma IDFT (requerida no emissor) e de uma DFT (requerida no receptor) são realizáveis de forma eficiente, recorrendo ao algoritmo FFT.

Uma limitação que pode ser apontada às modulações OFDM é o facto de o desempenho ser severamente afectado devido à existência de alguns subcanais, entre os muitos utilizados, em que  $H_k \approx 0$ . Por esse motivo, a estimação dos  $S_k$  correspondentes tem fortes probabilidades de ser errónea. Quando  $N \gg 1$  e o desvanecimento é fortemente selectivo na frequência, o desempenho do desmodulador assemelha-se frequentemente, em sistemas OFDM práticos, ao verificado com a transmissão SC correspondente, realizada num canal com desvanecimento de Rayleigh constante na frequência mas fortemente variável no tempo. Com constelações QPSK (Quaternary Phase Shift Keying), por exemplo, teríamos assim uma probabilidade de erro de bit, nas decisões do desmodulador OFDM, dada aproximadamente por

$$P_b = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{\Gamma}}} \right), \quad (2.46)$$

com  $\Gamma = \eta \frac{E_b}{N_0}$  e  $\eta = \frac{N}{N+L}$ . O factor  $\eta$  representa a fracção "útil" da potência transmitida; a fracção  $1 - \eta = \frac{L}{N+L}$ , associada ao CP, não é usada para fins de detecção, pois o período de guarda é removido e apenas se destina a simplificar a implementação do receptor. O impacto negativo do CP é pequeno: com  $\frac{N}{L} = 4$ , p.ex., como sucede em vários sistemas correntes, a penalização correspondente do desempenho (devido ao factor  $\eta$ ) é de cerca de  $1dB$ . Mas a expressão (2.46) mostra-nos que, p.ex., para garantir  $P_b \simeq 10^{-3}$  nas decisões do desmodulador é preciso ter  $\frac{E_b}{N_0} \approx 25dB$ , um valor muito elevado. Na prática, o emprego da codificação/descodificação de canal pode atenuar bastante esta limitação das modulações OFDM, pois cada bit de informação influi em múltiplos símbolos  $S_k$ , transmitidos em subcanais sem forte correlação nos respectivos

desvanecimentos.

Os esquemas de modulação OFDM são também conhecidos por sofrerem uma forte flutuação de envolvente, requerendo uma amplificação de potência quase linear e com um significativo "backoff" de entrada. Recentemente, têm sido propostos alguns métodos para reduzir estas dificuldades de amplificação através do processamento digital de sinais. Alguns destes métodos operam com uma codificação especial no domínio da frequência, usando uma quantidade razoável de redundância quando o número de subportadoras é baixo [JW96]. No entanto, quando o número de subportadoras aumenta, a razão do código torna-se sucessivamente mais baixa, devido à redução requerida do PMEPR (Peak-to-Mean Envelope Power Ratio). As chamadas técnicas PTS (Partial Transmit Sequence) [MH97, CS00], que também operam no domínio da frequência, pode alcançar uma forte redução do PMEPR para um elevado número de subportadoras, com uma redundância muito pequena. A principal desvantagem destas técnicas é a sua complexidade computacional elevada para grandes blocos OFDM, principalmente devido aos procedimentos de otimização que funcionam numa base bloco a bloco.

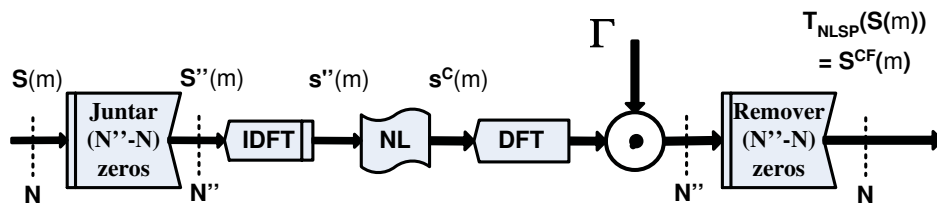


Figura 2.11: Esquema de blocos da "técnica NLSP" para redução do PMEPR dos sinais OFDM.

Um método recomendável para reduzir o PMEPR na entrada do amplificador de potência envolve uma distorção não linear através de uma técnica de processamento de sinal: este é o caso da "técnica NLSP (NonLinear Signal Processing)" da Fig. 2.11, que combina a operação não linear requerida (p.ex., do tipo "clipping"), no domínio do tempo, com uma filtragem no domínio

da frequência, de modo a manter a eficiência espectral da modulação OFDM convencional. Com esta técnica de processamento não linear, os blocos modificados de comprimento  $N$  e ordem  $m$ ,  $\mathbf{S}^{CF}(m) = [S_0^{CF}(m), \dots, S_{N-1}^{CF}(m)]^T$ , são obtidos a partir dos blocos convencionais,  $\mathbf{S}(m) = [S_0(m), \dots, S_{N-1}(m)]^T$ , como a Fig. 2.11 indica. O "clipping" é realizado numa versão sobreamostrada do bloco no domínio do tempo, obtida com a junção de  $N'' - N$  zeros, no domínio da frequência, antes da IDFT. O nível de "clipping",  $s_M$ , indica que

$$s_n^C(m) = f(|s_n''(m)|) \exp(j \arg(s_n''(m))), \quad (2.47)$$

com

$$f(|s_n''(m)|) = \begin{cases} |s_n''(m)|, & |s_n''(m)| < s_M \\ s_M, & |s_n''(m)| \geq s_M \end{cases} \quad (2.48)$$

É razoável escolher  $N''/N = 2$  [DG04] e uma filtragem complementar, no domínio da frequência, através do vector  $\Gamma$  caracterizado por  $\Gamma_k = 1$  ou  $\Gamma_k = 0$ , na região "fora da banda" ( $N/2 \leq k \leq N'' - N/2 - 1$ ) ou na região "dentro da banda" (outros valores de  $k = 0, 1, \dots, N'' - 1$ ), respectivamente. O nível de "clipping" pode ser escolhido em função da redução do PMEPR desejado, e a filtragem subsequente, no domínio da frequência, cancela os efeitos de radiação "fora da banda" da distorção não linear. Ela produz algum crescimento das flutuações de envolvente, mas sem pôr em causa os benefícios do "clipping" que a antecede.

A sequência das operações requeridas com técnica NLSP é a seguinte (ver Fig. 2.11):

- I. *Formar um bloco aumentado no domínio da frequência,  $\{S_k''; k = 0, 1, \dots, N'' - 1\}$ , onde  $N''$  é uma potência de 2, juntando  $N'' - N$  zeros ao bloco original,  $\{S_k; k = -N/2, -N/2+1, \dots, N/2-1\}$ , directamente relacionado com os dados, da seguinte forma:*

$$S_k'' = \begin{cases} S_k, & 0 \leq k \leq \frac{N}{2} - 1 \\ S_{k-N''}, & N'' - \frac{N}{2} \leq k \leq N'' - 1 \\ 0, & \frac{N}{2} \leq k \leq N'' - \frac{N}{2} - 1 \end{cases}$$

- II. Calcular a IDFT deste bloco no domínio da frequência, para obter, no domínio do tempo, o bloco  $\{s''_n; n = 0, 1, \dots, N'' - 1\}$ , com  $s''_n = \frac{1}{N''} \sum_{k=0}^{N''-1} S''_k \exp(j2\pi nk/N'')$
- III. Submeter cada amostra  $s''_n$  à operação de "clipping" descrita nas equações (2.47) e (2.48).
- IV. Com uma DFT, voltar a trazer o bloco, não linearmente modificado, para o domínio da frequência, onde a filtragem é implementada com uma multiplicação pelos coeficientes seleccionados  $\Gamma_k, k = 0, 1, \dots, N'' - 1$ . O bloco final no domínio da frequência,  $\{S_k^{CF}; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , é obtido por remoção dos  $N'' - N$  zeros que correspondem aos valores de  $k$  para os quais  $\Gamma_k = 0$ .
- V. Usar então o bloco final no domínio da frequência para gerar os sinais OFDM com PMEPR reduzido, da forma habitual: IDFT, CP, eventual "windowing" no domínio do tempo e filtragem de reconstrução.

Sempre que  $N \gg 1$ , tanto  $\Re\{s''_n(m)\}$  como  $\Im\{s''_n(m)\}$  são aproximadamente gaussianos e independentes, com média nula e uma dada variância  $\sigma^2$ . As amostras transmitidas no domínio da frequência podem então ser decompostas em dois termos incorrelacionados, da seguinte forma:

$$S_k^{CF}(m) = \beta S_k(m) + D_k(m), \quad (2.49)$$

em que o primeiro termo é "útil" e o segundo é uma auto-interferência inerente à distorção não linear. De acordo com o nível de "clipping",

$$\beta = 1 - \exp\left(-\frac{k_M^2}{2}\right) + \frac{1}{2}\sqrt{2\pi}k_M Q(k_M), \quad (2.50)$$

para  $k_M = \frac{s_M}{\sigma}$ , com

$$Q(k_M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_M}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (2.51)$$

Saliente-se que  $\beta \leq 1$ , sucedendo que  $\beta \approx 1$  quando  $k_M$  é elevado. É de notar ainda que  $D_k(m)$  exhibe características quase gaussianas para qualquer  $k$ , nas condições de "N elevado" atrás assumidas.

Quando se emprega o esquema de processamento não linear descrito acima no emissor OFDM, é inevitável uma certa degradação do desempenho com o receptor convencional OFDM: esta degradação pode ser muito pequena para um "clipping" ligeiro ( $\frac{s_M}{\sigma} > 3.5$ ); contudo, se se pretender um PMEPR muito baixo (usando  $\frac{s_M}{\sigma} < 1.5$ ), a degradação pode tornar-se significativamente elevada.

No receptor OFDM convencional, depois da remoção do período de guarda, cada bloco das amostras recebidas  $\mathbf{y}(m)$  é convertido num bloco no domínio da frequência pelo processador DFT:  $\mathbf{Y}(m) = [Y_0(m), \dots, Y_{N-1}(m)]^T$ . Graças ao CP,

$$Y_k(m) = S_k^{CF}(m)H_k + N_k(m), \quad (2.52)$$

onde  $N_k(m)$  e  $H_k$  dizem respeito ao subcanal  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . Tendo em conta (2.49),

$$Y_k(m) = \beta S_k(m)H_k + D_k(m)H_k + N_k(m), \quad (2.53)$$

para os  $N$  valores de  $k$ .

A degradação do desempenho, quando se utiliza a distorção não linear deliberada, é devida conjuntamente ao facto de uma potência "inútil", transmitida juntamente com a potência útil em cada subcanal, ser desperdiçada, e ao facto de esta potência "inútil" corresponder a uma auto-interferência que é acrescentada ao ruído gaussiano do canal.

## 2.3 Alternativa SC/FDE

### 2.3.1 Transmissão de Muito Alto Débito com Modulações SC

Tal como as modulações OFDM, as modulações SC podem ser usadas em transmissão digital de muito alto débito, sujeita a um desvanecimento fortemente selectivo na frequência, com bons desempenhos e sem grande complexidade de implementação. Basta que, tal como sucede na alternativa OFDM, se recorra a uma transmissão por blocos dotados de um CP suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal. Nestas condições, a informação inerente à parte útil de cada bloco recebido (depois de removida a parte correspondente ao CP) é transportada para o domínio da frequência, e é nesse domínio que tem lugar a igualização requerida. A "alternativa monoportadora" para transmissão por blocos com prefixo cíclico, apropriadamente designável como uma "alternativa SC/FDE", apresenta uma complexidade de implementação análoga à da "alternativa OFDM", no que diz respeito ao processamento digital em banda de base: na realidade, e atendendo aos respectivos modelos básicos de transmissão (Figs. 2.6 e 2.7), a alternativa SC/FDE simplifica um pouco a emissão e requer uma recepção ligeiramente mais complexa, face à alternativa OFDM.

Com a alternativa SC/FDE, os sinais transmitidos têm envolvente complexa da forma

$$s(t) = \sum_i s_i(t - iT_B), \quad (2.54)$$

com

$$s_i(t) = \sum_{n=-L}^{N-1} s_n^{(i)} h_T(t - nT_s) \quad (2.55)$$

e  $T_B = (N + L)T_s$ .  $\{s_n^{(i)}; n = 0, 1, \dots, N - 1\}$  corresponde ao bloco de ordem  $i$  de dados, admitindo o emprego de uma modulação linear e  $\{s_n^{(i)} = s_{n+N}^{(i)}; n = -L, \dots, -1\}$  constitui o

CP requerido. Sendo usada, p.ex., uma modulação QPSK, os coeficientes  $s_n^{(i)}$  podem ser dados por:

$$s_n^{(i)} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}(b_{2n} + jb_{2n+1}), \quad (2.56)$$

em que  $b_{2n} = \pm 1$  e  $b_{2n+1} = \pm 1$ , em conformidade com a sequência binária a transmitir. Atendendo à equiprobabilidade dos "zeros" e "uns",  $E \{s_n^{(i)}\} = 0$ , e  $E \left\{ |s_n^{(i)}|^2 \right\} = \sigma_s^2$ .

As estruturas de emissão e recepção com esta alternativa SC/FDE, patentes nas Figs. 2.12 e 2.13, não diferem substancialmente das que a alternativa OFDM requer (Figs. 2.8 e 2.9). Note-se, no entanto, que os requisitos de amplificação de potência são bastante mais exigentes na alternativa OFDM, pois os sinais apresentam forte flutuação de envolvente. Na alternativa SC/FDE, a flutuação de envolvente pode ser bastante baixa, nomeadamente quando  $|s_n^{(i)}|$  é constante, como sucede com a modulação QPSK atrás referida e as outras modulações da classe PSK (Phase Shift Keying).

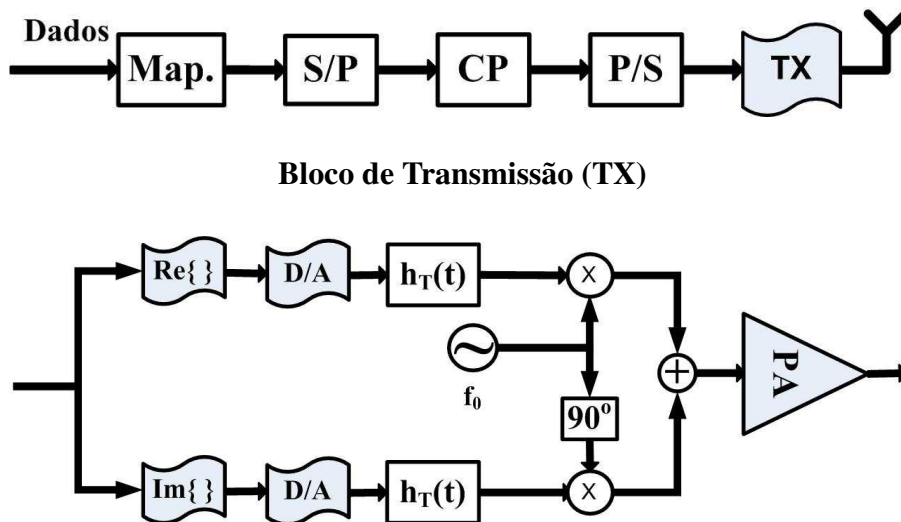


Figura 2.12: Esquema de blocos de um emissor SC.

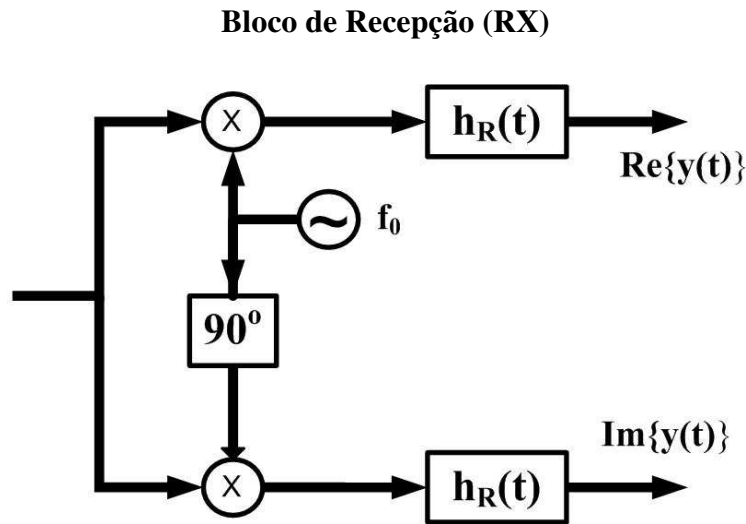
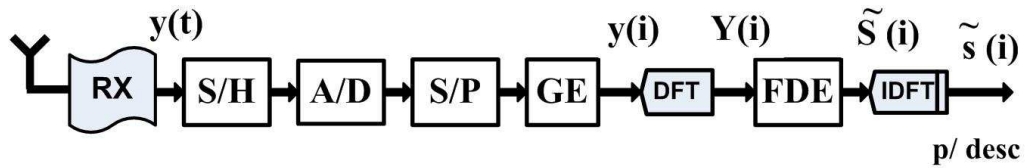


Figura 2.13: Esquema de blocos de um receptor SC.

### 2.3.2 Igualização no Domínio da Frequência

Atendendo ao exposto nas secções 2.1 e 2.3.1, a estrutura de recepção SC/FDE, simplificada na Fig. 2.14, pode ser usada na formulação e resolução do problema da igualização no domínio da frequência quando é usada uma modulação SC. Depois da DFT, que transfere cada bloco útil para o domínio da frequência, o bloco recebido é  $\{Y_k; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , correspondente ao vector  $Y$  da Fig. 2.14 (o número de ordem de cada bloco,  $i$ , é omitido para simplificar a notação). Cada  $Y_k$  é dado por

$$Y_k = S_k H_k + N_k \quad (2.57)$$

( $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), pois

$$y_n = \sum_{l=0}^L h_l s_{(n-l) \bmod N} + \nu_n, \quad (2.58)$$

( $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ).

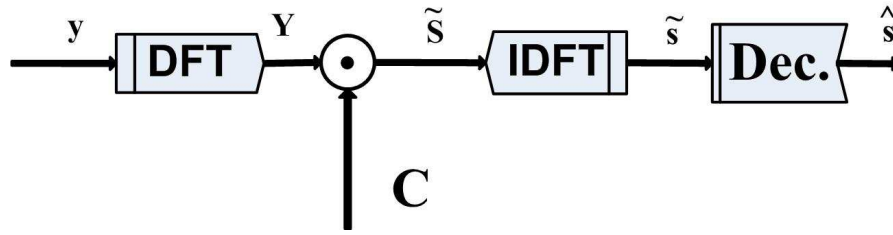


Figura 2.14: Diagrama de blocos simplificado de um receptor SC/FDE.

Tal como sucede na alternativa OFDM, pode optar-se por um processamento linear, através de coeficientes multiplicativos  $C_k$  (componentes do vector  $\mathbf{C}$  da Fig. 2.14) dados por

$$C_k = \frac{1}{\hat{H}_k}, \quad (2.59)$$

o que originaria

$$\tilde{S}_k = C_k Y_k = S_k H_k C_k + N_k C_k = S_k + N_k^{(ig)}, \quad (2.60)$$

com  $N_k^{(ig)} = \frac{N_k}{\hat{H}_k}$ , se  $\hat{H}_k = H_k$  para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  (perfeita estimação do canal). Por conseguinte, ao regressar ao domínio do tempo com uma IDFT, resultariam amostras  $C_k$

$$\tilde{s}_n = s_n + \nu_n^{(ig)}, \quad (2.61)$$

das quais estaria ausente qualquer interferência intersimbólica.

Esta forma de igualização no domínio da frequência, segundo o "critério ZF (Zero Forcing)", é ótima para modulações OFDM, mas não o é para modulações SC. Nem sequer é a melhor forma de igualização linear no domínio da frequência. Tal como sucede relativamente à igualização linear no domínio do tempo para modulações SC, é preferível optar pelo "critério MMSE (Minimum Mean Squared Error)". Assim, em vez de tentar anular a ISI (Inter-Symbolic Interference) (permitindo que os níveis de ruído subam consideravelmente se  $|H_k| \approx 0$  para alguns subcanais), opta-se por minimizar o impacto conjunto do ruído e da ISI residual nas amostras  $\tilde{s}_n$ , na saída do igualizador. Com o critério MMSE, minimiza-se o erro quadrático médio

$$\varepsilon = E [|\tilde{s}_n - s_n|^2], \quad (2.62)$$

(se assumirmos que  $\hat{H}_k = H_k$  para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), quando se procede ao cálculo dos coeficientes  $C_k$  a adoptar.

Atendendo à caracterização estatística do sinal transmitido e do ruído recebido, no domínio do tempo, pode obter-se facilmente a caracterização correspondente no domínio da frequência. No domínio do tempo, temos  $E\{s_n\} = E\{\nu_n\} = 0$ ,  $E\{s_n \nu_n^*\} = 0$ , e

$$E\{s_n s_{n'}^*\} = \begin{cases} \sigma_s^2, & n' = n \\ 0, & n' \neq n \end{cases}$$

$$E\{\nu_n \nu_{n'}^*\} = \begin{cases} \sigma_\nu^2, & n' = n \\ 0, & n' \neq n, \end{cases} \quad (2.63)$$

com  $n = n' = 0, 1, \dots, N - 1$ . Daqui resultam as seguintes relações no domínio da frequência:

$$E\{S_k\} = E\{N_k\} = 0,$$

$$E\{S_k S_{k'}^*\} = \begin{cases} N\sigma_s^2, & k' = k \\ 0, & k' \neq k \end{cases}$$

$$E[N_k N_{k'}^*] = \begin{cases} N\sigma_\nu^2, & k' = k \\ 0, & k' \neq k \end{cases}$$

$$E\{S_k N_{k'}^*\} = 0, \quad (2.64)$$

e ainda

$$E\{Y_k Y_{k'}^*\} = \begin{cases} E\{|Y_k|^2\} = N|H_k|^2\sigma_s^2 + N\sigma_\nu^2, & k' = k \\ 0, & k' \neq k \end{cases} \quad (2.65)$$

com  $k = k' = 0, 1, \dots, N - 1$ .

De acordo com (2.60) e (2.62), o erro quadrático médio após a igualização no domínio da frequência, com um coeficiente multiplicativo  $C_k$  para cada subcanal  $k$ , é dado por

$$\begin{aligned} \varepsilon &= E\{|\tilde{s}_n - s_n|^2\} \\ &= \frac{1}{N^2} E\left\{\sum_{k=0}^{N-1} (\tilde{S}_k - S_k) \exp\left(j2\pi n \frac{k}{n}\right) \sum_{k'=0}^{N-1} (\tilde{S}_{k'} - S_{k'})^* \exp\left(-j2\pi n \frac{k'}{n}\right)\right\} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Como, para  $k' \neq k$ ,

$$\begin{aligned} E\{\tilde{S}_k \tilde{S}_{k'}^*\} &= C_k C_{k'}^* E\{Y_k Y_{k'}^*\} = 0 \\ E\{\tilde{S}_k \tilde{S}_{k'}^*\} &= C_k E\{Y_k S_{k'}^*\} = 0, \end{aligned} \quad (2.67)$$

resulta

$$\varepsilon = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} E\{|\tilde{S}_k - S_k|^2\} = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} E\{|C_k Y_k - S_k|^2\}. \quad (2.68)$$

Podemos desdobrar o cálculo do conjunto de coeficientes de igualização,  $\{C_k; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , em  $N$  cálculos independentes, um para cada subcanal. Para o subcanal  $k$ ,  $C_k$  deverá minimizar

$$\varepsilon(k) = E\{|C_k Y_k - S_k|^2\} = N\sigma_s^2 |H_k C_k - 1|^2 + N\sigma_\nu^2 |C_k|^2, \quad (2.69)$$

pelo que é a solução da equação seguinte:

$$\sigma_s^2 H_k^* (H_k C_k - 1) + \sigma_\nu^2 C_k = 0 \Leftrightarrow (|H_k|^2 \sigma_s^2 + \sigma_\nu^2) C_k = \sigma_s^2 H_k^*, \quad (2.70)$$

Isto explica o emprego dos seguintes coeficientes de igualização no domínio da frequência, quando se pretende seguir o critério MMSE:

$$C_k = \frac{\hat{H}_k^*}{\hat{\alpha} + |\hat{H}_k|^2} \quad (2.71)$$

com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , em que  $\hat{H}_k$  e  $\hat{\alpha}$  representam estimativas de  $H_k$  e  $\alpha = \sigma_\nu^2 / \sigma_s^2$ .

Note-se que, para uma igualização no domínio da frequência com qualquer conjunto  $\{C_k; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , o erro quadrático médio é

$$\varepsilon = \frac{1}{N^2} \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon(k), \quad (2.72)$$

com

$$\varepsilon(k) = N \sigma_s^2 |H_k C_k - 1|^2 + N \sigma_\nu^2 |C_k|^2. \quad (2.73)$$

Sendo usado o critério ZF, em que  $C_k = 1/H_k$  (admitindo perfeita estimação de canal), poderiam resultar valores muito elevados para  $\varepsilon$ , ocasionados pelas contribuições

$$\varepsilon(k) = N \frac{\sigma_\nu^2}{|H_k|^2} \quad (2.74)$$

associadas a subcanais com atenuação muito elevada ( $H_k \approx 0$ ).

Sendo usado o critério MMSE, com  $C_k$  dado por (2.71), teríamos (com estimação perfeita de  $\{H_k\}$  e de  $\alpha$ )

$$\varepsilon(k) = N \frac{\sigma_\nu^2}{\alpha + |H_k|^2}, \quad (2.75)$$

pelo que

$$\varepsilon(k)_{MMSE} = \varepsilon(k)_{ZF} \frac{|H_k|^2}{\alpha + |H_k|^2} \leq \varepsilon(k)_{ZF}, \quad (2.76)$$

sendo  $\varepsilon(k)_{MMSE} = \varepsilon(k)_{ZF}$  se  $\sigma_v^2 = 0$ .

Daqui se conclui que, quando é usado o critério MMSE, resulta um erro quadrático médio nunca superior ao que teríamos com o critério ZF. O desempenho associado ao emprego do critério MMSE pode ser mesmo marcadamente melhor que o conseguido com o critério ZF. Isso sucede se, numa transmissão por blocos, uma percentagem significativa desses blocos for afectada por realizações do canal em que alguns dos respectivos subcanais apresentam  $H_k \approx 0$ .

### **2.3.3 Vantagens e Limitações da Alternativa SC/FDE Convencional**

Para transmissão digital por blocos com CP, a alternativa SC/FDE convencional, aliando uma modulação SC e uma igualização linear no domínio da frequência (preferivelmente de acordo com o critério MMSE), é bastante realista. Permite simplificar o problema da amplificação de potência, ao nível do emissor, pois os sinais SC podem ter baixa flutuação de envolvente. Permite também (e é essa, talvez, a questão fundamental) um bom desempenho com receptores em que a igualização não requer uma implementação de grande complexidade, e, tal como sucede com a alternativa OFDM, tira partido de tecnologia corrente de processamento digital, com baixo custo e de grande flexibilidade, baseada no algoritmo FFT. Se compararmos com uma implementação SC/TDE (Time Domain Equalization), também para transmissão digital de alto débito, as vantagens são bastante claras:

- a) *Com SC/FDE, os procedimentos de igualização requerem  $\propto N \log_2(N)$  operações por bloco, ou seja,  $\propto \log_2(L)$  operações por símbolo (porque  $L \propto N$ ). Com SC/TDE,*

## 2.4. Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE

*requerem  $\propto L$  operações por símbolo;*

- b)** *Na alternativa SC/FDE, o cálculo do conjunto de parâmetros do igualizador (cada parâmetro obtido independentemente dos outros) é muito menos complexo.*

Note-se, contudo, que a igualização linear no domínio da frequência que é usada em receptores SC/FDE convencionais, em conformidade com o exposto na secção 2.3.2, pode estar muito longe de garantir o desempenho óptimo que o formato de modulação SC permitiria. Isso sucede mesmo quando a igualização é subordinada ao critério MMSE, e deriva das limitações inerentes ao emprego de uma igualização linear.

Por outro lado, apesar de o desempenho do receptor SC/FDE convencional não ser óptimo, ele é francamente melhor que o desempenho de um receptor OFDM convencional [GDE03]. A desvantagem da opção OFDM não se deve a qualquer limitação do respectivo receptor: este pode ter um desempenho bastante próximo do óptimo que o formato de modulação OFDM permite, como foi salientado na secção 2.2. O formato OFDM, em si mesmo, é que apresenta as limitações devidas ao facto de a energia de cada símbolo estar concentrada no subcanal correspondente, e não (como sucede com o formato SC) distribuída por toda a banda de transmissão.

## 2.4 Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE

### 2.4.1 Desempenhos da Igualização no Domínio da Frequência

Numa primeira fase desta avaliação comparativa, considera-se transmissão não codificada em ambas as alternativas de modulação, pelo que os desempenhos dos receptores dizem respeito apenas à igualização no domínio da frequência. Numa generalização do exposto nas secções 2.2 e 2.3, consideram-se receptores com diversidade espacial.

### 2.4.1.1 SC/FDE Segundo o Critério MMSE

Considere-se uma estrutura de recepção com  $Q$  ramos como a descrita na Fig. 2.15(A). As equações básicas que regem a transmissão são as seguintes:

$$Y_k^{(q)} = H_k^{(q)} S_k + N_k^{(q)} \quad (2.77)$$

com  $q = 1, 2, \dots, Q$  e  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , em que  $H_k^{(q)}$  e  $N_k^{(q)}$  designam a resposta em frequência e o ruído aditivo referentes ao subcanal  $k$  e ao ramo  $q$  do receptor.

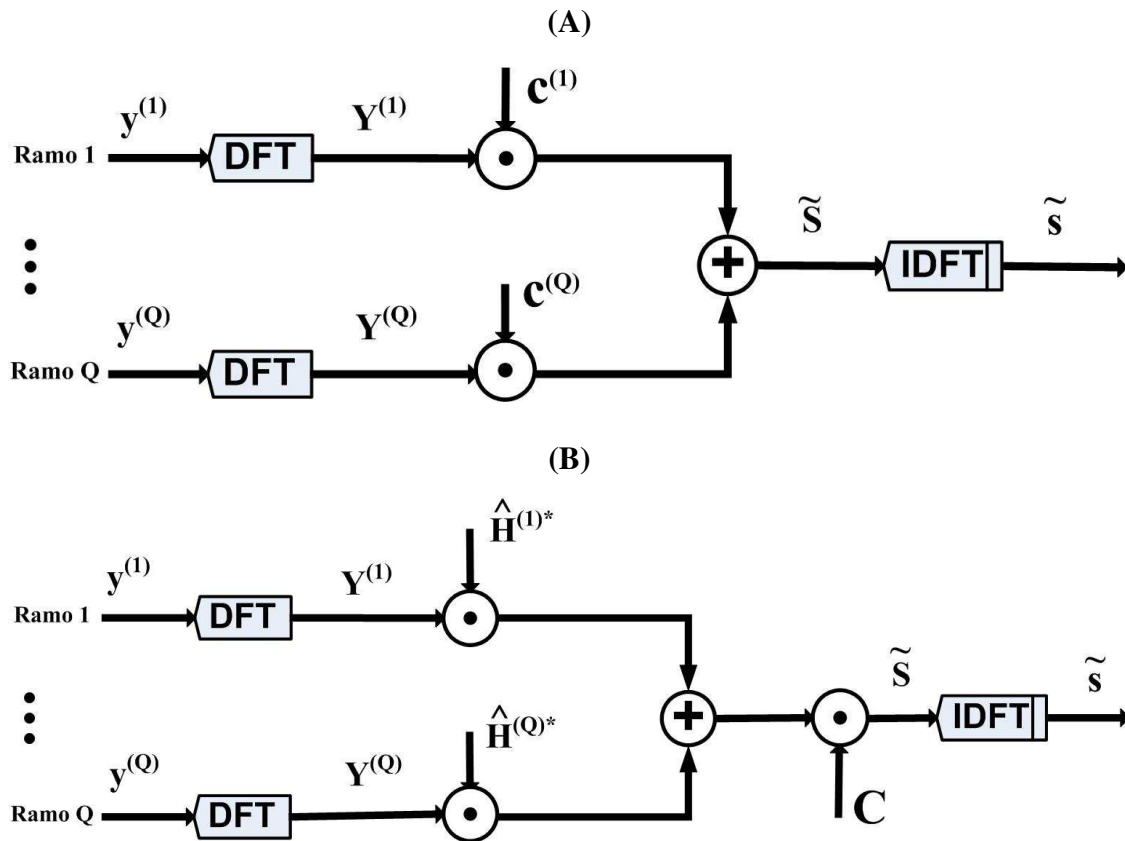


Figura 2.15: Estrutura geral de recepção SC/FDE (A) e estrutura equivalente para

$$\sigma_v^{(1)} = \dots = \sigma_v^{(Q)} \text{ (B)}.$$

Para minimizar o efeito combinado da ISI e do ruído, o conjunto de coeficientes multiplicativos  $\{c_k^{(q)}; k = 0, 1, \dots, N-1; q = 1, 2, \dots, Q\}$  pode ser otimizado com o critério MMSE.

O MSE (Mean Squared Error), ou seja, o erro quadrático médio, pode ser expresso como

$$\sum_{k=0}^{N-1} \frac{\varepsilon(k)}{N^2} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{E \left\{ |\tilde{S}_k - S_k|^2 \right\}}{N^2} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{E \left\{ \left| \sum_{q=0}^Q Y_k^{(q)} c_k^{(q)} - S_k \right|^2 \right\}}{N^2} \quad (2.78)$$

Considerem-se agora as seguintes notações:  $\sigma_s^2 = E \{ |s_n|^2 \}$ ;  $[\sigma_\nu^{(q)}]^2$  designa a variância do ruído gaussiano na entrada do ramo  $q$  do receptor. De modo a minimizar o MSE, precisa-se apenas de minimizar  $\varepsilon(k)$  separadamente para cada  $k$ , resultando o seguinte sistema de equações, com  $q = 1, 2, \dots, Q$ :

$$\left( \sigma_s^2 |H_k^{(q)}|^2 + |\sigma_\nu^{(q)}|^2 \right) c_k^{(q)} + \sigma_s^2 H_k^{(q)*} \sum_{p=1, p \neq q}^Q H_k^{(p)} c_k^{(p)} = \sigma_s^2 H_k^{(q)*} \quad (2.79)$$

Pode-se concluir que

$$c_k^{(q)} = \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_\nu^{(q)}} \right)^2 \frac{H_k^{(q)*}}{1 + \sum_{p=1}^Q \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_\nu^{(p)}} \right)^2 |H_k^{(p)}|^2} \quad (2.80)$$

é a solução correspondente a cada  $k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  e cada  $q \in \{1, 2, \dots, Q\}$ . Na prática, é evidente que o receptor usa os coeficientes de canal estimados,  $\hat{H}_k^{(q)}$  e  $\hat{\sigma}_\nu^{(q)}$ , em vez dos valores indicados nos cálculos acima. Portanto, sempre que  $\left\{ \sigma_\nu^{(1)} = \sigma_\nu^{(2)} = \dots = \sigma_\nu^{(Q)} = \sigma_\nu \right\}$ , os parâmetros FDE são dados por

$$c_k^{(q)} = \frac{\hat{H}_k^{(q)*}}{\hat{\alpha} + \sum_{p=1}^Q |\hat{H}_k^{(p)}|^2} \quad (2.81)$$

com  $\hat{\alpha} = \hat{\sigma}_\nu^2 / \sigma_s^2$  (Para  $Q = 1$ , confirma-se o resultado já conhecido das situações sem diversidade, dado pela equação (2.71)). Nestas condições de ruído uniforme nos  $Q$  ramos, a estrutura de

recepção da Fig. 2.15(B) pode ser utilizada, com

$$C_k = \frac{1}{\hat{\alpha} + \sum_{p=1}^Q |\hat{H}_k^{(p)}|^2} \quad (2.82)$$

### 2.4.1.2 SC/FDE Segundo o Critério ZF

A estrutura de recepção da Fig. 2.15(B) também é apropriada para FDE com o critério ZF.

Neste caso, a equação (2.82) é substituída por

$$C_k = \frac{1}{\sum_{p=1}^Q |\hat{H}_k^{(p)}|^2} \quad (2.83)$$

Assim seria eliminada a ISI na saída do igualizador, se tivéssemos  $\hat{H}_k^{(q)} = H_k^{(q)}$ :

$$\tilde{S}_k = \sum_{q=1}^Q c_k^{(q)} Y_k^{(q)} = c_k \sum_{q=1}^Q H_k^{(q)*} Y_k^{(q)} = S_k + \frac{\sum_{q=1}^Q H_k^{(q)*} N_k^{(q)}}{\sum_{p=1}^Q |H_k^{(p)}|^2} \quad (2.84)$$

atendendo a (2.77).

Claramente, a estrutura do receptor da Fig. 2.15(B) implementa a "diversidade MRC (Maximum Ratio Combining)" para cada  $k$ , tanto para  $C_k$  dado por (2.82) (FDE/MMSE) como por (2.83) (FDE/ZF). É de salientar que

$$C_{k,MMSE} = C_{k,ZF} \frac{\sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2}{\hat{\alpha} + \sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2} = C_{k,ZF} \frac{\sum_{q=1}^Q SNR_k^{(q)}}{1 + \sum_{q=1}^Q SNR_k^{(q)}}, \quad (2.85)$$

com

$$SNR_k^{(q)} = \frac{|\hat{H}_k^{(q)}|^2}{\hat{\alpha}} = \frac{\sigma_s^2 |\hat{H}_k^{(q)}|^2}{\hat{\sigma}_v^2} \quad (2.86)$$

a designar a estimativa da relação sinal/ruído no subcanal  $k$  e ramo  $q$ .

### 2.4.1.3 Igualização no Domínio da Frequência num Receptor OFDM

A estrutura apropriada do receptor OFDM com diversidade tem muito a ver com a da Fig. 2.15(b) (obviamente, sem a operação IDFT). A decisão sobre os dados transmitidos através da subportadora  $k$  é obtida depois da multiplicação por  $C_k$ , de forma independente das decisões relativas às outras subportadoras, quando se assume que os coeficientes de dados  $\{S_k, k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , transportam informação independente. No caso OFDM, devem adoptar-se coeficientes  $C_k$  dados por (2.83), de forma a verificar (2.84) quando se assume uma perfeita estimação do canal, sendo possível manter os mesmos limiares de decisão nos  $N$  subcanais, independentemente de  $k$  (Com o critério MMSE, que proporciona desempenhos igualmente óptimos, isto só é verdade para constelações do módulo constante, como é o caso das constelações PSK).

### 2.4.1.4 Desempenhos da Igualização no Domínio da Frequência

Quando se utilizam receptores FDE com modulações SC, p.ex. QPSK, os desempenhos encontrados dependem significativamente do critério utilizado para o cálculo dos parâmetros FDE. Recorrendo aos majorantes de Chernoff [BS92], quando se assumem condições de canal estáticas (mas possivelmente dispersivas no tempo) e uma estimação de canal perfeita, podemos efectuar uma abordagem analítica deste problema. Com os coeficientes FDE/MMSE e uma estimação perfeita do canal, a probabilidade de erro de bit com uma modulação QPSK é dada

por

$$P_b \leq \exp \left( \frac{-\sigma_s^2 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{MMSE}}{\sigma_s^2} \right)}{\varepsilon_{MMSE}} \right), \quad (2.87)$$

com  $\varepsilon_{MMSE}$  obtido a partir do conjunto  $\{\varepsilon(k)|_{MMSE}, k = 0, 1, \dots, N-1\}$ . O resultado é

$$\varepsilon_{MMSE} = \frac{\sigma_\nu^2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\frac{\sigma_\nu^2}{\sigma_s^2} + \sum_{q=1}^Q |H_k^{(q)}|^2}. \quad (2.88)$$

Portanto, combinando (2.86), (2.87) e (2.88), podemos escrever

$$P_b \leq \exp \left( -\frac{1}{2} \left( N \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{1 + \sum_{q=1}^Q SNR_k^{(q)}} \right)^{-1} - 1 \right) \right) \quad (2.89)$$

No caso SC/ZF, pode-se derivar o correspondente MSE, designado por  $\varepsilon_{ZF}$ , do conjunto  $\{\varepsilon(k)|_{ZF}; k = 0, 1, \dots, N-1\}$  (obviamente  $\varepsilon_{ZF}$  indica a variância do termo de ruído acrescentado a  $S_k$  em (2.84)). Resulta então

$$\begin{aligned} P_b \leq \exp \left( \frac{\sigma_s^2}{2\varepsilon_{ZF}} \right) &= \exp \left( -\sigma_s^2 \left( 2 \frac{\sigma_\nu^2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sum_{q=1}^Q |H_k^{(q)}|^2} \right)^{-1} \right) \\ &= \exp \left( -\frac{N}{2} \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sum_{q=1}^Q SNR_k^{(q)}} \right)^{-1} \right). \end{aligned} \quad (2.90)$$

Também é importante comparar os desempenhos para modulações SC e OFDM (com a constelação QPSK em cada subportadora). No caso OFDM, o majorante é dado por

$$P_b \leq \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left( -\frac{N\sigma_s^2}{2\varepsilon(k)|_{ZF}} \right) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left( -\frac{\sigma_s^2}{2\sigma_\nu^2} \sum_{q=1}^Q |H_k^{(q)}|^2 \right) \quad (2.91)$$

#### 2.4. Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q SNR_k^{(q)} \right)$$

Quando  $H_0^{(q)} = H_1^{(q)} = \dots = H_{N-1}^{(q)} \triangleq H^{(q)}$ , ou seja,  $SNR_k^{(q)} \triangleq SNR^{(q)}$ , independentemente de  $k$ , tem-se

$$P_b \leq \exp \left( -\sigma_s^2 \sum_{q=1}^Q \frac{|H^{(q)}|^2}{2\sigma_v^2} \right) = \exp \left( -\sum_{q=1}^Q \frac{SNR^{(q)}}{2} \right) \quad (2.92)$$

em todos os casos (SC/FDE (MMSE ou ZF) e OFDM). Isto significa que se pode esperar um desempenho similar com SC/FDE (MMSE), SC/FDE (ZF) e OFDM, para uma resposta em frequência praticamente constante na banda de transmissão. As diferenças no desempenho tornam-se especialmente evidentes sempre que, sem diversidade, se verificarem desvanecimentos profundos nalguns subcanais, uma situação típica em transmissão de banda larga sob o impacto da propagação multipercurso. Obviamente, o desempenho em OFDM é fortemente afectado, devido às decisões de pouca confiança nos subcanais com estes desvanecimentos.

Com esquemas de modulação SC, consegue-se uma melhoria significativa do desempenho, pois as decisões são baseadas na energia dispersa por toda a banda de transmissão e a percentagem de subcanais "maus" é tipicamente bastante baixa. No entanto, sob o critério ZF, mesmo uma pequena percentagem de subcanais "maus" tem um forte impacto negativo nas decisões, dado que estes subcanais dão um grande contributo para o erro quadrático médio (quando o critério MMSE é utilizado, estas fortes contribuições são evitadas). Note-se que a existência de diversidade atenua as desvantagens do critério ZF, pois é pouco provável que, num dado subcanal  $k$ ,  $|H_k^{(q)}|$  seja muito pequeno para todos os valores de  $q$  (todos os ramos do receptor).

Em [GDE03] são apresentados os resultados numéricos de desempenho num canal idealizado com desvanecimento de Rayleigh muito fortemente selectivo na frequência, que permitem avaliar as diversas alternativas (OFDM, SC/FDE (MMSE) e SC/FDE (ZF)) no que diz respeito à eficácia

relativa da igualização no domínio da frequência que utilizam. O posicionamento relativo das curvas de desempenho nos três casos revela-se bastante semelhante quer se trate de desempenhos calculados inteiramente por simulação (pelo método de Monte Carlo), quer se trate de um cálculo semi-analítico, em que é combinado o uso dos majorantes referidos atrás, aplicáveis para cada realização do canal, com a simulação requerida para caracterizar essa realização. Estes resultados numéricos confirmam o que as fórmulas relativas aos citados majorantes já referiam: a opção SC/FDE (MMSE) é claramente vantajosa. Para uma probabilidade de erro  $P_b = 10^{-3}$ , a vantagem sobre a opção OFDM é de cerca de  $10dB$ , sem diversidade, e de cerca de  $5dB$  com diversidade dupla (para probabilidades de erro mais baixas, essa vantagem acentua-se). Para  $P_b = 10^{-3}$ , a opção SC/FDE (ZF) não mostra vantagem relativamente à opção OFDM quando não é usada diversidade; contudo, a situação altera-se quando se emprega diversidade dupla, pois o desempenho da opção SC/FDE (ZF) se aproxima então bastante do obtido com a opção SC/FDE (MMSE) (Diferenças inferiores a  $1dB$ ).

## **2.4.2 Avaliação Global dos Desempenhos**

Os desempenhos da igualização, no domínio da frequência, com as alternativas de modulação SC e OFDM, analisados na secção 2.4.1, permitem apenas uma comparação limitada das mesmas. Para levar a cabo comparações mais significativas, há que ter em conta outros aspectos da transmissão, nomeadamente o impacto da codificação de canal e o problema das flutuações de envolvente, o qual condiciona o uso, mais ou menos eficiente, da amplificação de potência do emissor. É o caso das comparações patentes em [GDCE00], referentes a um cenário típico de transmissão de alto débito e ao uso de receptores convencionais, com a detecção (igualização no domínio da frequência) em conformidade com o exposto neste capítulo, seguida de uma descodificação com o algoritmo de Viterbi dos códigos convolucionais utilizados. Estas evidenciaram essencialmente

o seguinte:

- O uso de um bom código permite atenuar a desvantagem da alternativa OFDM face à alternativa SC, em termos dos níveis de potência média que são requeridos na saída dos emissores, devido a ganhos de codificação significativamente mais elevados no primeiro caso do que no segundo. Sendo usada uma modulação OFDM sem código, os desempenhos seriam fortemente afectados pela presença de uma certa percentagem, mesmo que baixa, de subcanais "maus" (as decisões quanto aos bits transmitidos nesses subcanais seriam muito pouco fiáveis). Contudo, com o emprego de codificação de canal com permutação ("interleaving") antes do modulador, resultam no receptor, após a correspondente permutação inversa ("deinterleaving"), sequências de amostras, no domínio da frequência, em que as de "má qualidade" se apresentam dispersas perante o decodificador que, em seguida, as processa; a redundância inerente ao código, explorada pela decodificação, permite então uma baixa probabilidade de erro ao nível da sequência de saída do decodificador;
- As flutuações de envolvente são bastante mais elevadas com uma modulação OFDM do que com uma modulação SC assente na mesma constelação, em especial quando se trata de uma constelação de símbolos com módulo constante (constelação PSK). O rendimento da amplificação de potência pode melhorar se as flutuações de envolvente da modulação OFDM (e o correspondente PMEPR) se reduzirem graças ao emprego de uma técnica apropriada, como a "técnica NLSP" referida na secção 2.2. Contudo, há limites para este procedimento, pois o aumento do esforço de "clipping" no emissor provoca uma degradação da eficiência de detecção, num receptor OFDM convencional (análogo aos que são usados quando o "clipping" não é aplicado), devido ao incremento do nível de auto-interferência face ao nível da componente útil do sinal transmitido;
- Comparando OFDM e SC/FDE, face aos vários aspectos referidos atrás (desempenho da

igualização no domínio da frequência, ganho de codificação, valor do PMEPR), sobressai uma vantagem global da alternativa SC/FDE no que diz respeito a desempenhos atingíveis, num contexto em que a complexidade de implementação do "par emissor-receptor" não é mais elevada (antes pelo contrário) com essa alternativa [GDCE00].

Atendendo conjuntamente às questões do desempenho e da complexidade de implementação, as comparações efectuadas em [GDCE00] tornam justificável a recomendação aí feita quanto a futuros sistemas de comunicações móveis de alto débito. Quando a rede sem fios inclui terminais fixos (p.ex. nas estações de base), uma solução realista é escolher a opção SC/FDE, exibindo baixas flutuações de envolvente, para o "uplink", e a opção OFDM para "downlink" (ver Fig. 2.16). Isto significa uma vantagem de implementação para os terminais móveis, onde são implementadas funções simples de transmissão SC e de recepção OFDM. A carga de complexidade de implementação fica concentrada nos terminais fixos das estações de base (onde o aumento dos custos e do consumo de potência não são tão críticos), relativamente tanto ao esforço de processamento de sinal como às dificuldades de amplificação de potência.

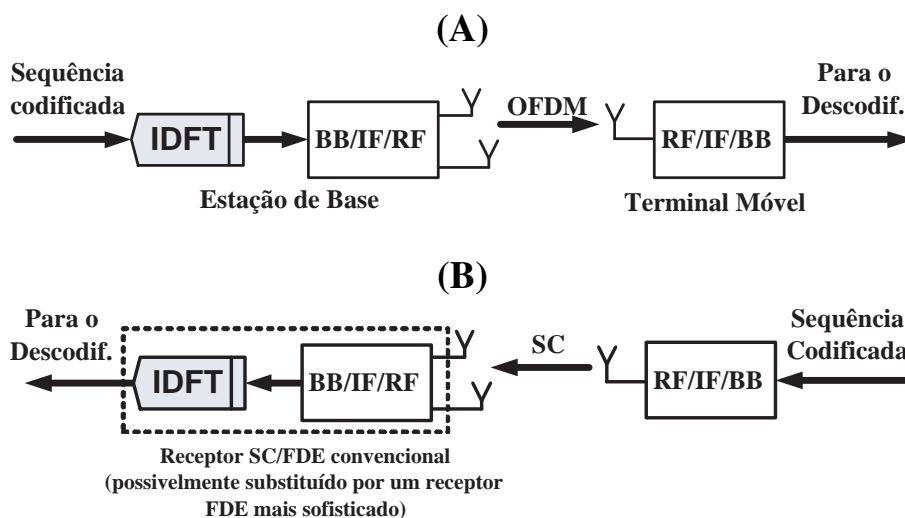


Figura 2.16: Esquema de blocos para a transmissão de blocos em OFDM, para "downlink" (A) e SC/FDE, para "uplink" (B).

#### 2.4. Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE

As comparações OFDM/SC realizadas em [GDCE00] pressupõem, para ambas as alternativas de modulação, o emprego de receptores em que a igualização linear, no domínio da frequência, se processa da forma recomendada nas secções 2.2 e 2.3 (e, sendo usada diversidade espacial, na secção 2.4.1), ou em receptores que envolvam um processamento de sinais equivalente, para as seguintes opções:

- Na opção OFDM, com "clipping" para reduzir o PMEPR, o receptor é idêntico ao otimizado para situações em que o "clipping" está ausente;
- Na opção SC/FDE, a igualização linear realizada no receptor adopta o critério MMSE.

O objectivo central desta tese consiste no desenvolvimento de técnicas em que a descodificação se processa em estreita ligação com a detecção, de forma a cancelar, num processo iterativo, a auto-interferência não-linear associada ao "clipping" (OFDM) ou à ISI residual após a igualização linear (SC/FDE). Estas técnicas serão avaliadas para condições análogas de transmissão por blocos, quer no que respeita ao canal rádio, quer no que respeita à duração da parte útil de cada bloco e ao número de símbolos envolvidos por bloco, no domínio da frequência (OFDM) ou no domínio do tempo (SC/FDE). Na parte final desta secção, considera-se o emprego de receptores convencionais, como em [GDCE00], para as condições de transmissão por blocos consideradas ao longo da tese, apresentando-se um conjunto de resultados numéricos referentes aos desempenhos com as duas alternativas de modulação.

O canal rádio segue um modelo de canal frequentemente usado na avaliação de desempenhos, no âmbito de sistemas HIPERLAN2 (HIGH PERFORMANCE Local Area Network - Type 2), sob o impacto da propagação multipercurso. Este modelo adopta o PDP (Power Delay Profile) da Fig. 2.17, considerando-se um desvanecimento de Rayleigh incorrelacionado nos diferentes "raios". Assume-se que o canal é invariante durante a transmissão de cada bloco, sendo caracterizado nesse intervalo de tempo por uma determinada resposta impulsional, aleatoriamente seleccionada mas necessariamente em conformidade com o PDP. A duração da parte útil de cada bloco é de

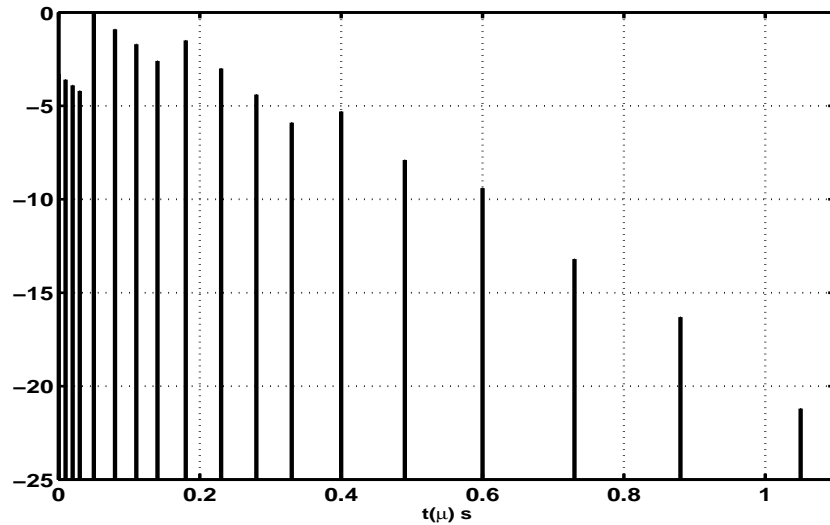


Figura 2.17: PDP do canal.

$5\mu s$ , e o número de símbolos por bloco é de  $N = 256$ . A filtragem de emissão e recepção é uma filtragem de Nyquist, com características "square root raised cosine" e 20% de excesso de banda. A Fig. 2.18 mostra a resposta do canal no domínio da frequência que daí resulta, em termos do bloco  $\{H_k; k = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , quando é usado um CP suficientemente longo para cobrir a dispersão temporal do canal. A duração do período de guarda correspondente ao CP é aqui de  $1.25\mu s$  (25% da duração da parte útil do bloco), pelo que  $L = N/4 = 64$ .

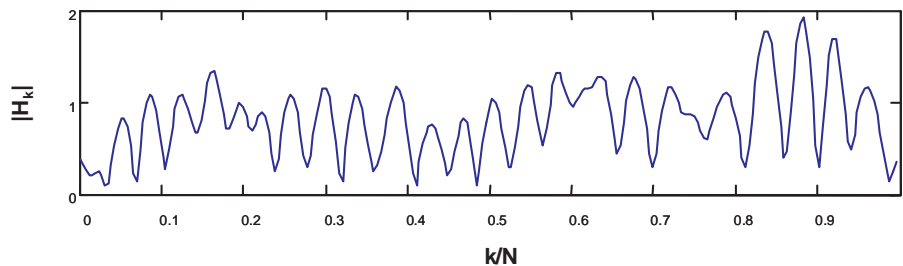


Figura 2.18: CFR para  $N = 256$ ,  $L = 64$  e  $T_s = 19.35ns$  ( $F = \frac{1}{N \cdot T_s} = 200kHz$ ).

A constelação QPSK é aqui considerada, para ambas as alternativas de modulação. Na opção OFDM, admite-se o emprego da técnica NLSP descrita na secção 2.2, com um nível de "clipping" relativo  $k_M = s_M/\sigma$  que assume dois valores possíveis,  $k_M = 2.0$  ("clipping" relativamente

#### 2.4. Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE

ligeiro, como em [GDCE00]) e  $k_M = 0.5$  ("clipping" muito forte). Em consequência destas escolhas, resulta  $PMEPR = 5.7dB$  ou  $PMEPR = 4.1dB$ , para  $k_M = 2.0$  ou  $k_M = 0.5$ , respectivamente. No caso da modulação QPSK, a filtragem adoptada contribui para uma boa eficiência espectral, mas implica alguma flutuação de envolvente, provocando um  $PMEPR = 2.8dB$ .

O código aqui considerado, com as opções de modulação, é um código convolucional de razão  $R = 1/2$  e 16 estados, definido por  $G(D) = \left[ 1 \quad \frac{1+D^2+D^3+D^4}{1+D+D^4} \right]$ . No receptor, a descodificação é baseada em entradas brandas (soft inputs) e recorre ao algoritmo de Viterbi.

As figuras seguintes mostram os desempenhos obtidos, na forma usual:  $P_b = f(E_b/N_0)$ , em que  $P_b$  designa a probabilidade de erro de bit nas decisões do descodificador,  $E_b$  é a energia média por bit codificado e  $N_0$  a densidade espectral de potência do ruído branco e gaussiano na entrada do receptor.

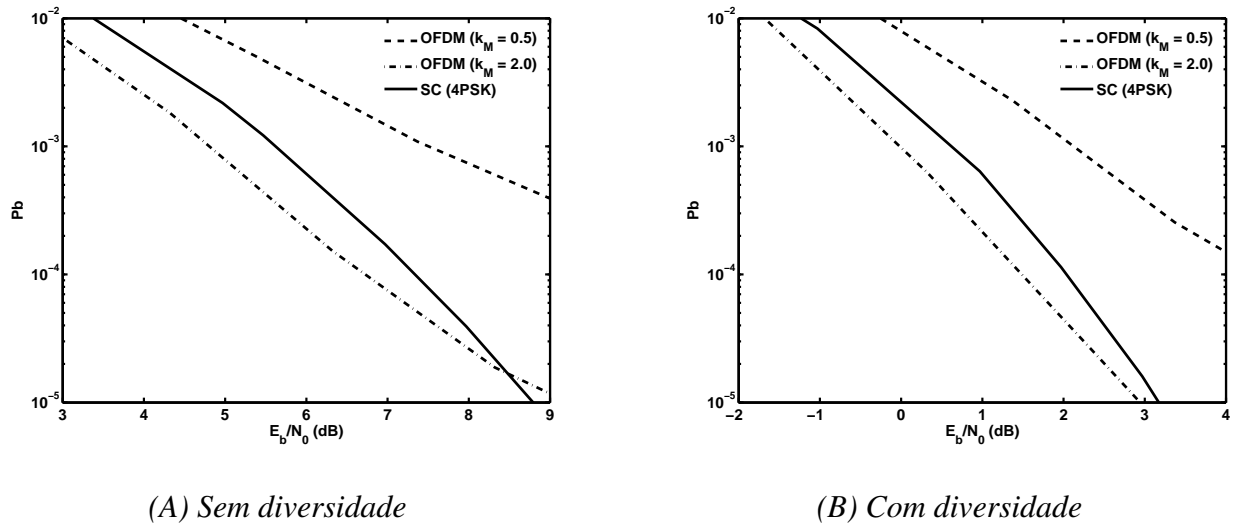


Figura 2.19: Comparação de desempenhos em transmissão OFDM e SC/FDE:  $P_b = f(E_b/N_0)$ .

Na Fig. 2.19 (A) tem-se os desempenhos com um receptor sem diversidade, e a Fig. 2.19 (B) diz respeito a um receptor com diversidade dupla. Neste segundo caso, admitiu-se desvanecimento de Rayleigh incorrelacionado nos dois ramos do receptor, e  $E_b/N_0$  refere-se ao valor

médio observado em cada um desses ramos. Em ambos os casos, admite-se sincronismo perfeito e uma perfeita estimação do canal.

Pode notar-se que, em termos de  $P_b = f(E_b/N_0)$ , a alternativa OFDM pode superar ligeiramente a alternativa SC/FDE se for usado  $k_M = 2.0$  (com diversidade ou sem ela), o que significa uma vantagem, quanto ao ganho de codificação, superior à desvantagem de igualização. Contudo, convém lembrar o inconveniente de um PMEPR bastante mais elevado ( $5.7dB$  contra  $2.8dB$ ). O emprego de  $k_M = 0.5$  reduz a desvantagem da opção OFDM quanto a PMEPR ( $4.1dB$  apenas contra  $2.8dB$ ), mas introduz uma auto-interferência de nível excessivo, pelo que é inevitável um desempenho bastante pior que a opção SC/FDE, em termos de  $P_b = f(E_b/N_0)$ .

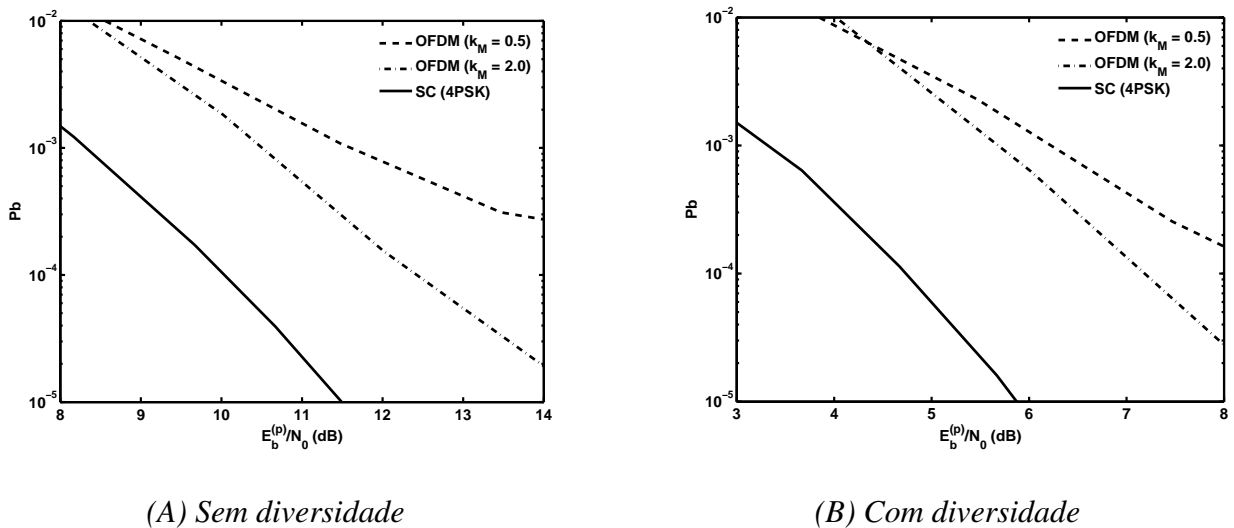


Figura 2.20: Comparação de desempenhos em transmissão OFDM e SC/FDE:

$$P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right).$$

A Fig. 2.20 (A) e a Fig. 2.20(B), para recepção sem diversidade e com diversidade dupla, respectivamente, consideram conjuntamente os dois aspectos referidos no parágrafo anterior. Nestas figuras, tem-se  $P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right)$ , em que  $E_b^{(p)}/N_0(dB) = E_b/N_0(dB) + PMEPR(dB)$ , o que permite uma comparação mais representativa das eficiências de potência. Estas figuras mostram que a opção SC/FDE é claramente superior quanto se tem em conta a

#### *2.4. Comparação das Alternativas OFDM e SC/FDE*

eficiência de potência global, envolvendo aspectos de emissão (eficiência de amplificação de potência) e aspectos de recepção (eficiência da detecção/descodificação).

Em capítulos seguintes desta tese, continua-se a admitir as condições de transmissão por blocos subjacentes às figuras 2.19 e 2.20, quanto ao canal rádio, ao comprimento  $N$  dos blocos e à duração da respectiva parte útil. Esta escolha permitirá avaliar as melhorias de desempenho que as técnicas iterativas de detecção/descodificação propostas nesta tese possibilitam, bem como efectuar novas comparações "SC/FDE vs OFDM", no contexto da utilização dos correspondentes receptores avançados.

*Capítulo 2. Transmissão Digital por Blocos para Comunicações Móveis de Débito Muito Elevado*

## Capítulo 3

### Prefixo Cíclico e Redundância de Códigos em Transmissão de Alto Débito

Viu-se, no capítulo 2, como é possível tirar partido do prefixo cíclico numa transmissão por blocos para comunicações de alto débito. Quer no caso de esta ser baseada numa modulação OFDM, quer no caso de se optar por uma modulação SC, é geralmente reconhecido que o comprimento do CP não deverá ser inferior à "memória do canal", que aumenta com a dispersão temporal inerente à propagação multipercurso. Isto permite evitar qualquer IBI (Inter-Block Interference) e, além disso, o efeito do canal sobre a parte útil de cada bloco traduz-se por uma convolução circular no domínio do tempo, equivalente a uma multiplicação no domínio da frequência, subcanal a subcanal. A compensação dos efeitos do canal é assim bastante fácil, com uma multiplicação apropriada, também no domínio da frequência (subcanal a subcanal), ao nível do receptor. A tecnologia corrente de processamento de sinais baseada no algoritmo FFT encontra aqui um campo privilegiado de aplicação.

No dimensionamento prático de um sistema de transmissão por blocos com CP, começa por ser definida a duração deste, de acordo com a dispersão temporal máxima esperada. Em seguida, a duração do bloco útil de dados é escolhida como uma solução de compromisso: demasiado curta, significaria um impacto indesejável na eficiência (espectral e de potência) da transmissão; demasiado longa, não garantiria que as variações de canal durante a transmissão de

cada bloco fossem negligenciáveis. Uma vez que o uso de CP completo reduz a eficiência da transmissão por blocos, têm sido propostas diversas técnicas para resolver o problema, nomeadamente quando se usam modulações multiportadora (veja-se por exemplo o artigo [PI04] e as referências nele incluídas). Relativamente à opção SC/FDE, outras abordagens foram propostas, com possível supressão do CP, recorrendo a métodos "overlap-save" de processamento linear de sinais no domínio da frequência [Fer85, FA02]. Contudo (além da complexidade acrescida e/ou das limitações de desempenho que são inerentes à linearidade do processamento), estes métodos requerem janelas de FFT muito mais longas que a ordem de memória do canal, de modo a evitar degradações significativas do desempenho. Não são apropriadas, por conseguinte, quando o canal é simultaneamente muito dispersivo e rapidamente variável no tempo. Mais recentemente, foram propostos algoritmos iterativos específicos para cancelamento de IBI e reconstrução do CP em receptores OFDM e SC/FDE, de modo a lidar com situações de CP reduzido [KS98, HL03].

Neste capítulo considera-se a possibilidade de reduzir o "CP overhead", na transmissão de seqüências de blocos, ao mesmo tempo que se evita uma duração excessiva de cada bloco útil de dados e se garante um processamento de sinais de complexidade relativamente baixa, baseado no algoritmo FFT tal como as realizações convencionais, com CP completo. As técnicas aqui propostas baseiam-se num algoritmo básico, designado por "Algoritmo DDC", cuja descrição e fundamentação são o objectivo da secção 3.1. Este algoritmo realiza, no domínio da frequência (graças ao algoritmo FFT), objectivos análogos aos dos subconjuntos de computações, no domínio do tempo, que asseguram supressão IBI e reconstrução do CP no âmbito das técnicas iterativas propostas em [KS98, HL03]. Em seguida, nas secções 3.2 e 3.3, são propostas e avaliadas técnicas de complexidade reduzida, para transmissão SC/FDE, que não requerem detecção/descodificação iterativa, e que, baseando-se no "Algoritmo DDC", tiram partido de uma transmissão por blocos organizados em tramas especiais. Neste contexto, a principal proposta é a técnica para transmissão SC/FDE, com CP substancialmente reduzido (quase suprimido), que se apresenta na

secção 3.3, a qual substitui redundância convencional de CP ("sem uso", devido à remoção de que é objecto no receptor) por uma redundância de codificação de canal, plenamente utilizada. Adicionalmente, na secção 3.4, mostra-se que, graças ao "Algoritmo DDC", é possível melhorar (ligeiramente) o desempenho numa transmissão SC/FDE ou OFDM convencional, com CP completo.

Saliente-se que a abordagem proposta neste capítulo para uma transmissão por blocos com CP reduzido requer tramas especiais mas não uma técnica iterativa de descodificação/deteccção. No capítulo 8, veremos que também é possível tirar partido do "Algoritmo DDC" (ou melhor, de uma versão "soft" desse algoritmo) no âmbito de técnicas iterativas de descodificação/deteccção para transmissão SC/FDE ou OFDM, com tramas convencionais mas CP reduzido em cada bloco.

### 3.1 Algoritmo DDC

Para uma uma resposta impulsional de canal (CIR (Channel Impulse Response)) com comprimento  $L$ , considere-se a transmissão de blocos de dados  $\mathbf{s}(i) = [s_0^{(i)}, s_1^{(i)}, \dots, s_{N-1}^{(i)}]^T$  de comprimento  $N$  (coeficientes do símbolo  $s_n^{(i)}$  directamente obtidos, por exemplo, de um alfabeto QPSK), com  $N > L$ . Sempre que se junta um CP de comprimento  $L$  a cada bloco de dados de comprimento  $N$ , o bloco útil recebido de ordem  $i$  pode ser representado pelo vector

$$\mathbf{y}_{CP}(i) = \mathbf{H}\mathbf{s}(i) + \mathbf{n}(i), \quad (3.1)$$

em que  $\mathbf{n}(i) = [n_0^{(i)}, n_1^{(i)}, \dots, n_{N-1}^{(i)}]^T$  é o vector de ordem  $i$  do ruído recebido e  $\mathbf{H}$  é a matriz circulante ( $N \times N$ ) que descreve os efeitos do canal. Os elementos desta matriz quadrada, dados por  $h_{j,k} = h_{(j-k) \bmod N}$ , estão relacionados com o CIR de comprimento  $L$  ( $h_n = 0$  para  $n = L + 1, L + 2, \dots, N - 1$ ).

Suponha-se agora uma transmissão por blocos com CP encurtado de comprimento  $L_R$ , com  $0 \leq L_R < L$  e  $N + L_R \geq 2L$ . A parte inicial, com  $\Delta L = L - L_R$  amostras, de cada bloco recebido vai diferir daquilo que seria a parte inicial correspondente com CP de comprimento total, excepto quando

$$\Delta s_j^{(i)} = s_j^{(i)} - s_{j+L_R}^{(i-1)}, \quad j = N - L, N - L + 1, \dots, N - L_R - 1, \quad (3.2)$$

é igual a zero. Como foi assumido atrás e se ilustra na Fig. 3.1 (em que os símbolos envolvidos na equação (3.2) correspondem às zonas sombreadas), na transmissão de blocos com CP reduzido adopta-se  $N + L_R \geq 2L$ : isto é equivalente a  $N \geq \Delta L + L$  com  $\Delta L = L - L_R$ , assegurando que, em cada vector de dados de comprimento  $N$ , os conjuntos de  $\Delta L = L - L_R$  símbolos iniciais e  $L$  símbolos finais são disjuntos.

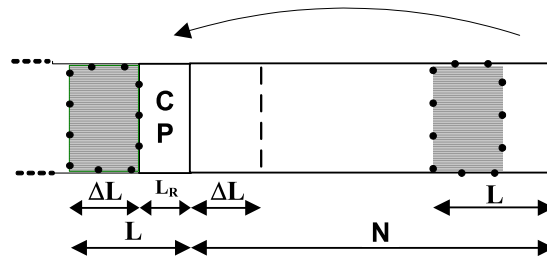


Figura 3.1: Formato do bloco transmitido com CP reduzido.

A transmissão por blocos com CP insuficiente para cobrir a dispersão temporal do canal leva a uma interferência entre blocos. Origina também uma convolução circular imperfeita, no que diz respeito ao impacto do canal no conteúdo do bloco útil recebido  $y(i)$ . Obviamente, se for usado  $y(i)$  para designar o novo bloco útil recebido, com comprimento  $N$ ,  $y_{CP}(i) - y(i)$  dependerá de  $\Delta s_j^{(i)}$ ,  $j = N - L, \dots, N - L_R - 1$ . Como  $N \geq \Delta L + L$ , verifica-se que

$$y_{CP}(i) - y(i) = \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathbf{H} \Delta(i), \quad (3.3)$$

em que

$$\mathbf{I}'_{\Delta L} = \text{diag}[\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{\Delta L}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N-\Delta L}] \quad (3.4)$$

e

$$\Delta(i) = [\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{N-L}, \underbrace{\Delta s_{N-L}^{(i)}, \dots, \Delta s_{N-L_R-1}^{(i)}}_{\Delta L}, \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{L_R}]^T. \quad (3.5)$$

Isto significa que se verificam as seguintes relações entre os componentes do "vector recebido desejável",  $\mathbf{y}_{CP}(i)$ , e do "vector efectivamente recebido",  $\mathbf{y}(i)$ ;

$$y_{CP,j}(i) = \begin{cases} y_j(i), & \Delta L \leq j \leq N-1 \\ y_j(i) + \{\text{Componente de ordem } j \text{ de } \mathbf{H}\Delta(i)\}, & 0 \leq j \leq \Delta L-1 \end{cases} \quad (3.6)$$

Se existisse um conhecimento a priori dos  $\Delta L$  pares  $(s_j^{(i)}, s_{j+L_R}^{(i-1)})$  ( $j = N-L, \dots, N-L_R-1$ ) que definem  $\Delta(i)$ , seria possível, atendendo a (3.3), "corrigir" perfeitamente o vector recebido  $\mathbf{y}(i)$ , substituindo-o pelo vector  $\mathbf{y}_{CP}(i)$ , apropriado para a subsequente igualização no domínio da frequência. Quando uma estimativa  $\widehat{\Delta}(i)$  de  $\Delta(i)$  está disponível, pode-se corrigir aproximadamente o vector recebido  $\mathbf{y}(i)$ , substituindo-o por uma estimativa de  $\mathbf{y}_{CP}(i)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{CP}(i) &= \mathbf{y}(i) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \cdot \mathbf{H} \cdot \widehat{\Delta}(i) \\ &= \mathbf{y}(i) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \cdot \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}] \cdot \mathcal{F} \cdot \widehat{\Delta}(i) \end{aligned} \quad (3.7)$$

em que  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{F}^{-1}$  indicam a matriz DFT e a matriz IDFT, respectivamente, e  $[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]^T$  é o vector que traduz a resposta em frequência do canal, DFT do "vector CIR"  $[h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T$ .

Por conseguinte, pode definir-se um "Algoritmo DDC" de baixa complexidade, susceptível de implementação com tecnologia de processamento de sinais baseada na FFT, para obter  $\tilde{\mathbf{y}}_{CP}^{(i)}$  a partir  $\mathbf{y}(i)$ , usando as estimativas disponíveis  $\widehat{s}_j^{(i)}$  e  $\widehat{s}_{j+L_R}^{(i-1)}$ ,  $j = N-L, \dots, N-L_R-1$ , da forma da Tabela 3.1 (ver Fig. 3.2).

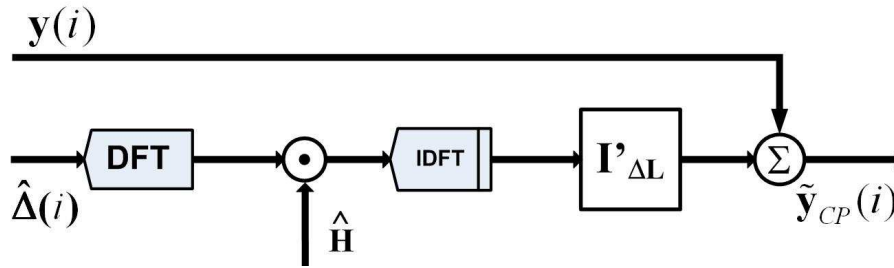


Figura 3.2: Diagrama de blocos do algoritmo DDC.

Tabela 3.1: Algoritmo DDC

---

<b>I.</b>	Definir, com $\widehat{\Delta s}_j^{(i)} = \hat{s}_j^{(i)} - \hat{s}_{j+L_R}^{(i-1)}$ , o vector estimado: $\widehat{\Delta}(i) = \underbrace{[0, 0, \dots, 0]_{N-L}}_{N-L}, \underbrace{[\widehat{\Delta s}_{N-L}^{(i)}, \dots, \widehat{\Delta s}_{N-L_R-1}^{(i)}]_{\Delta L}}_{\Delta L}, \underbrace{[0, 0, \dots, 0]_{L_R}}_{L_R}^T$
<b>II.</b>	Calcular a DFT do vector estimado $\widehat{\Delta}(i)$ , para obter um vector no domínio da frequência, que se vai designar por $[\widehat{D}_0^{(i)}, \widehat{D}_1^{(i)}, \dots, \widehat{D}_{N-1}^{(i)}]^T$ .
<b>III.</b>	Obter o vector correspondente na saída do canal, $[\widehat{D}_0^{(i)} \widehat{H}_0, \widehat{D}_1^{(i)} \widehat{H}_1, \dots, \widehat{D}_{N-1}^{(i)} \widehat{H}_{N-1}]^T$ , utilizando uma estimativa $[\widehat{H}_0, \widehat{H}_1, \dots, \widehat{H}_{N-1}]^T$ da resposta em frequência do canal.
<b>IV.</b>	Calcular a IDFT do vector obtido na etapa anterior, para regressar ao domínio do tempo.
<b>V.</b>	Guardar os componentes iniciais $\Delta L$ do vector calculado na etapa anterior, e depois somá-los aos $\Delta L$ componentes iniciais de $y(i)$ , para obter o vector $\tilde{y}_{CP}(i)$ requerido para efeitos de igualização no domínio da frequência.

---

Certamente, pode argumentar-se que este algoritmo não é suficiente para resolver o problema da igualização no domínio da frequência quando  $L_R < L$ , visto que é um conjunto de estimativas de símbolo requeridas  $\{\hat{s}_j^{(i)}; j = N - L, \dots, N - L_R - 1\}$ , para o bloco corrente  $i$ , não está disponível antes de a respectiva igualização no domínio da frequência ter sido realizada. Uma técnica iterativa de recepção, em que estimativas com crescente fiabilidade destes símbolos são obtidas e usadas para efeitos de concretização dos procedimentos DDC-FDE, é uma escolha

possível. No capítulo 8 desta tese, é esse o caminho seguido para tirar partido do algoritmo DDC, quando se usa uma transmissão por blocos convencional (sequência de blocos, cada um deles com o seu CP), mas com o CP de cada bloco com comprimento  $L_R < L$ . Nas secções seguintes deste capítulo, são propostas outras formas de tirar partido do algoritmo DDC.

## 3.2 Técnica Simples de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido

O algoritmo DDC descrito na secção 3.1 pode facilmente cooperar com a técnica FDE convencional em situações de transmissão por blocos com modulação SC e  $L_R < L$ . Os coeficientes FDE, como se viu na secção 2.3, são dados por

$$F_k = \frac{\hat{H}_k^*}{\hat{\alpha} + |\hat{H}_k|^2}, \quad (3.8)$$

com  $\alpha = \sigma_n^2/\sigma_s^2$  ( $\sigma_n^2$  e  $\sigma_s^2$  indicam a variância do ruído e dos símbolos de dados, respectivamente) se for usado o critério MMSE. A complexidade do algoritmo DDC é obviamente comparável à da técnica FDE convencional: DFT, conjunto de  $N$  multiplicações no domínio da frequência e IDFT. A situação limite de transmissão de blocos sem CP ( $L_R = 0$ ) é uma das possibilidades a encarar, sendo naturalmente aquela em que é de esperar que uma má estimativa de  $\hat{\Delta}(i)$  resulte numa maior degradação do desempenho (Convirá notar que, neste caso, as amostras mais degradadas na saída do igualizador são as últimas  $L$  de cada bloco).

Uma forma particularmente simples de transmissão por blocos com redução do "CP overhead", pois permite um cálculo fácil de cada vector  $\hat{\Delta}(i)$ , é descrita na Fig. 3.3. Consiste em transmitir alternadamente blocos de comprimento  $N$  com CP completo e blocos de comprimento  $N - L$  sem qualquer CP ( $L_R = 0$ ). Relativamente aos "blocos ímpares", com  $L_R = L$ , um procedimento FDE convencional é suficiente para a detecção. Por outro lado, cada "bloco par"

de ordem  $i$ , com comprimento  $N - L$  (apropriadamente junto ao CP de comprimento  $L$  do bloco ímpar  $i + 1$ ) é submetido aos procedimentos combinados DDC-FDE. Claro que é necessária uma detecção prévia dos blocos ímpares ( $i - 1$  e  $i + 1$ ) vizinhos de um bloco par  $i$ , de forma a definir

$$\widehat{\Delta}s_j^{(i)} = \hat{s}_{j-N}^{(i+1)} - \hat{s}_j^{(i-1)} = \hat{s}_j^{(i+1)} - \hat{s}_j^{(i-1)} \text{ com } j = N - L, \dots, N - 1. \quad (3.9)$$

Esta detecção prévia pode ser feita através de um procedimento FDE convencional, pois está disponível um CP completo em todos os blocos ímpares.

Apresentam-se, em seguida, resultados numéricos referentes ao desempenho da igualização no domínio da frequência quando é usado o esquema de transmissão SC/FDE a que Fig. 3.3 diz respeito, com o emprego do algoritmo DDC a preceder a igualização propriamente dita nos "blocos pares".

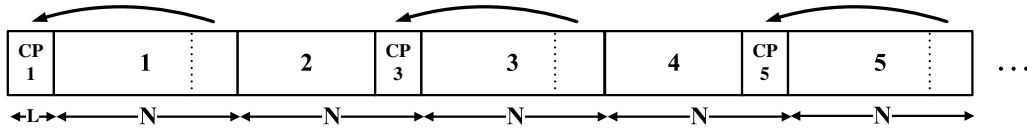


Figura 3.3: Esquema simples de transmissão SC/FDE com "CP overhead" reduzido.

O canal é o mesmo que foi já considerado nesta tese (secção 2.4), sendo de novo  $N = 256$ , com símbolos seleccionados de uma constelação QPSK. A duração da parte útil do bloco de  $N$  símbolos é de  $5\mu s$  e a do CP ( $L$  símbolos) é de  $1.25\mu s$ , correspondendo a  $L = 64$  (durante a transmissão de cada bloco, assumiu-se um canal invariante no tempo). É de salientar que os procedimentos DDC-FDE, para os blocos pares da Fig. 3.3, são implementados nas condições mais difíceis, dado que estes blocos não têm CP ( $L_R = 0$ ).

Os resultados da simulação são descritos na Fig. 3.4, permitindo comparar o que se passa com os blocos pares (com DDC-FDE) e ímpares (com FDE convencional). Eles mostram que,

### 3.2. Técnica Simples de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido

para cada bloco par, é desprezável o impacto das decisões anteriores (blocos ímpares que ladeiam esse bloco par), não isentas de erros, no desempenho DDC-FDE, nomeadamente para  $P_b \approx 10^{-3}$ .

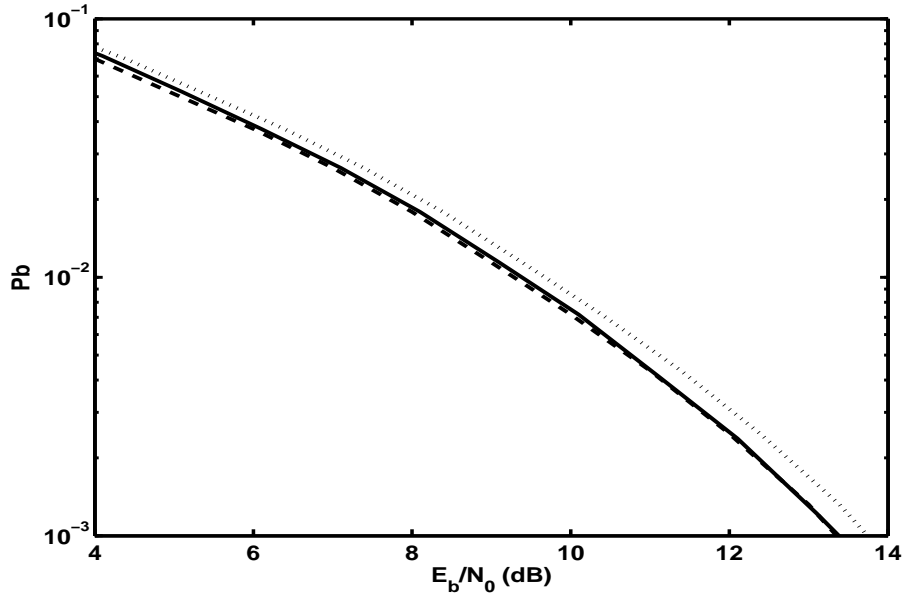


Figura 3.4: Desempenho da equalização no domínio da frequência para o esquema da Fig. 3.3, com  $N = 256$  e  $L = 64$ : blocos "ímpares" (linha a tracejado) e blocos "pares" (linhas a cheio). O desempenho do esquema de transmissão convencional com os mesmos valores de  $N$  e  $L$  corresponde à linha pontilhada.

O esquema de transmissão por blocos da Fig. 3.3 necessita de  $2N$  símbolos para um conteúdo informativo associado a  $2N - L$  símbolos (comprimento das janelas de FFT igual a  $N$  e comprimento do CP igual a  $L$ ). No entanto, o esquema de transmissão por blocos convencional com o mesmo comprimento da janela FFT ( $N$ ) e o mesmo comprimento do CP ( $L$ ), desenhado para operar num canal similar, necessitaria de  $N+L$  símbolos para um conteúdo informativo associado a  $N$  símbolos. Isto significa que, quando se substitui o esquema de transmissão convencional pelo esquema de transmissão da Fig. 3.3, se aumenta a eficiência espectral de

$$\left( \frac{2N - L}{2N} \times \frac{N + L}{N} - 1 \right) \times 100\%,$$

sendo neste exemplo um aumento de 9.4%.

Os resultados de simulação da Fig. 3.4 mostram que, graças ao algoritmo DDC, não existe degradação de eficiência de potência, e, antes pelo contrário, existe uma ligeira vantagem de eficiência de potência em relação à transmissão por blocos convencional (linha a ponteados). Devido à propagação de erros desprezável, esta vantagem fica muito próxima do idealmente expectável, devido ao menor desperdício de potência com o "CP overhead":  $10 \times \log_{10} \left( \frac{2N-L}{2N} \times \frac{N+L}{N} \right)$  ( $10 \times \log_{10} \frac{35}{32} \approx 0.39dB$ , neste exemplo). Obviamente, o esquema de transmissão da Fig. 3.3, que utiliza janelas FFT com comprimento  $N$ , tem a mesma eficiência espectral que um esquema de transmissão por blocos convencional com o mesmo comprimento do CP ( $L$ ) e um comprimento claramente superior do bloco útil de dados ( $2N - L$ ), mais vulnerável por isso à eventual variabilidade do canal no domínio do tempo.

### **3.3 Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal**

#### **3.3.1 Substituição da Redundância do CP por Redundância de um Código**

Nesta secção, considera-se a possibilidade de substituir a redundância convencional do CP, não explorada directamente no receptor (devido à remoção do período de guarda correspondente nos blocos recebidos, antes do processamento FDE), pela redundância plenamente útil de uma codificação de canal. No esquema de transmissão por blocos proposto em seguida, que tira partido do algoritmo DDC apresentado na secção 3.1, divide-se cada bloco codificado  $m$ , com comprimento  $N$ , em duas partes:

### 3.3. Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal

- Um sub-bloco "principal"  $m$ , com comprimento  $N - L$  (sendo  $N \geq L$ ), incluindo parte da redundância do código utilizado;
- Um sub-bloco "complementar"  $m'$ , com comprimento  $L$ , baseado na redundância do código que não é incluída no bloco principal.

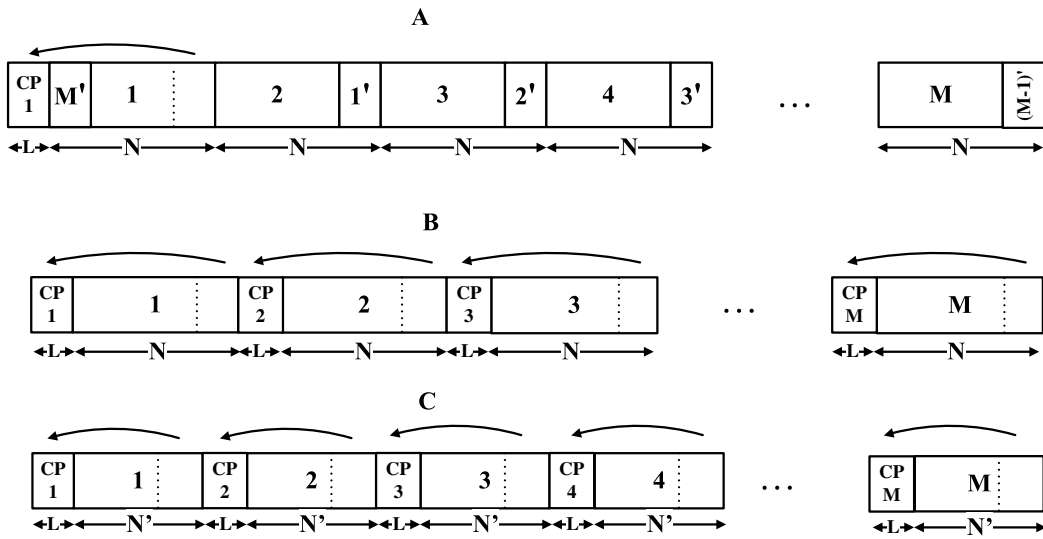


Figura 3.5: Esquema de transmissão por blocos com CP reduzido graças à codificação de canal (A), e esquemas convencionais utilizando a mesma redundância da codificação de canal (B) e, com  $N' = N - L$ , uma redundância reduzida (C).

Com a sequência de  $M$  blocos codificados organizados em parêntese de sub-blocos  $(m, m')$  ( $m = 1, 2, \dots, M$ ;  $m' = 1, 2, \dots, M$ ), a trama proposta é apresentada na Fig. 3.5(A): ela requer  $M$  janelas FFT contíguas, de comprimento  $N$ , para processamento FDE, mas apenas requer ajuda de um CP (de comprimento total) no primeiro dos  $M$  blocos. A eficiência associada a esta transmissão por blocos é

$$\eta = \frac{MN}{MN + L}, \quad (3.10)$$

o que implica  $\eta \approx 1$  quando  $M \gg 1$ .

Para comparação, a Fig. 3.5(B) mostra o correspondente esquema convencional de transmissão por blocos, com uma codificação de canal de igual redundância.  $M$  janelas FFT não contíguas, de comprimento  $N$ , são aqui necessárias para a implementação do processamento FDE, resultando numa eficiência de transmissão

$$\eta' = \frac{N}{N + L}. \quad (3.11)$$

Quando o ritmo de transmissão bruto é o mesmo nas alternativas (A) e (B), o correspondente ritmo de dados  $R_b$  com a alternativa proposta pode ser significativamente mais elevado que o ritmo de dados  $R'_b$  usando a abordagem convencional da transmissão por blocos. Devido à redução do "CP overhead"

$$R_b = R'_b \frac{M(N + L)}{MN + L} \approx R'_b \left(1 + \frac{L}{N}\right) = \frac{R'_b}{\eta'}, \text{ se } M \gg 1 \quad (3.12)$$

É de salientar, como a Fig. 3.5(C) ilustra, que um esquema convencional de transmissão por blocos poderia ser desenhado para fornecer aproximadamente o mesmo ritmo de dados  $R_b$  que o da Fig. 3.5(A), à custa de uma redução da redundância do código utilizado. No entanto, seria de esperar um reduzido ganho de codificação, pelo menos para uma complexidade de decodificação similar, juntamente com uma penalização da eficiência de potência, devida ao aumento do CP em termos relativos (a eficiência de transmissão ficaria reduzida a  $\frac{N'}{N'+L} = \frac{N-L}{N}$ ).

Quando se utiliza o esquema de transmissão por blocos da Fig. 3.5(A), os procedimentos necessários em termos de "DDC-FDE/decodificação" poderiam ser implementados na seguinte sequência:

- I. Processamento FDE convencional para o primeiro bloco,  $(M', 1)$ , seguido pela decodificação do bloco 1 e pela subsequente re-codificação, de modo a gerar uma

### 3.3. Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal

estimativa do bloco complementar  $1'$  (baseado na redundância extra não incluída no bloco 1).

- II. [Desde  $m = 2$  até  $m = M - 1$ ] Processamento DDC-FDE para o bloco  $(m, (m - 1)')$ , seguido (possivelmente em paralelo) por
  - a) Descodificação do bloco  $(m - 1, (m - 1)')$ ;
  - b) Descodificação do bloco  $m$  e subsequente re-codificação, de modo a gerar uma estimativa do bloco  $m'$  (baseado na redundância extra não incluída no bloco  $m$ ).
  
- III. Processamento DDC-FDE do bloco  $(M, (M - 1)')$ , seguido (possivelmente em paralelo) por
  - a) Descodificação do bloco  $(M - 1, (M - 1)')$ ;
  - b) Descodificação do bloco  $(M, M')$ .

É de salientar que o procedimento de descodificação mencionado acima pode ser implementado de forma simples, dado que não é exigida uma saída com decisões brandas para as subsequentes operações DDC-FDE (mas é recomendável usar entradas com decisões brandas para melhorar o desempenho da descodificação).

Na secção 3.2 foi referido que, na ausência de CP, uma má estimativa das "diferenças de símbolo" para o DDC-FDE tipicamente resulta numa certa degradação das últimas  $L$  amostras igualizadas. No contexto do esquema de transmissão por blocos proposto (Fig. 3.5(A)), isto significa que os blocos  $\{1', 2', \dots, (M - 1)'\}$ , após processamento DDC-FDE, tipicamente sofrem de pior qualidade que os blocos igualizados  $M'$  e  $1, 2, \dots, M$ . Portanto, a descodificação subsequente para os  $M - 1$  pares  $(1, 1'), (2, 2'), \dots, (M - 1, (M - 1)')$  pode não ser capaz de exibir o mesmo excelente desempenho que a descodificação do par  $(M, M')$ , que tira

partido do bloco igualizado  $M'$  através do procedimento FDE convencional (não é afectado pela propagação de erros).

Um conjunto de operações complementares, descritas abaixo, pode ser implementado de modo a resolver este problema de propagação de erros relativamente aos  $M - 1$  pares  $(1, 1'), (2, 2'), \dots, (M - 1, (M - 1)')$  (uma "tail" de comprimento  $L$ , preenchida com zeros, tem de ser acrescentada à trama da Fig. 3.5(A)):

- IV. [Depois dos passos I, II e III descritos acima] Processamento DDC-FDE baseado nas  $M - 1$  janelas FFT deslocadas, que a Fig. 3.6 indica, de modo a obter melhores amostras igualizadas no que diz respeito aos blocos com "redundância complementar"  $\{1', 2', \dots, (M - 1)'\}$ , e, em seguida, nova descodificação dos pares de blocos resultantes  $(1, 1'), (2, 2'), \dots, (M - 1, (M - 1)')$  (As amostras igualizadas, obtidas anteriormente, dos "blocos principais"  $(1, 2, \dots, M - 1)$  são preservadas no processo de descodificação.).



Figura 3.6: Janelas FFT, de comprimento  $N$ , deslocadas para o procedimento complementar DDC-FDE ( $T$  designa a "tail" necessária, de comprimento  $L$ ).

### 3.3.2 Exemplo de Codificação e Resultados de Desempenho

As ideias da secção 3.3.1 relativamente ao desdobramento  $(m, m')$  de cada bloco de dados codificado, conducente a  $N$  símbolos, podem ser facilmente realizadas de forma prática, recorrendo a técnicas de codificação de canal bem conhecidas. No exemplo descrito e avaliado em seguida, adoptou-se um código convolucional, de razão  $R = 1/2$ , para obter cada bloco de dados

### 3.3. Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal

codificado completo:

- a) O sub-bloco "principal" ( $m$ ) é obtido através de uma perfuração (puncturing) da sequência codificada;
- b) O sub-bloco "complementar" ( $m'$ ) é obtido com base na redundância removida no processo de perfuração.

Os resultados de desempenho apresentados em seguida referem-se ao esquema de transmissão por blocos da Fig. 3.5(A). O canal é o que já foi considerado na secção 3.2, adoptando-se  $L = 64$ ,  $N = 256$ ,  $M = 5$  e uma modulação QPSK (neste caso,  $\eta = 20/21$ , atendendo a (3.10)). Escolheu-se um código convolucional de razão  $R = 1/2$  com 64 estados, sendo este caracterizado por  $g_1(D) = 1 + D + D^2 + D^3 + D^6$  e  $g_2(D) = 1 + D^2 + D^3 + D^5 + D^6$ . Este código é perfurado, de acordo com a matriz  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ , para efeitos de desdobramento ( $m, m'$ ): "1" designa um bit codificado para a parte principal ( $m$ ), e "0" designa um bit codificado para a parte complementar ( $m'$ ). Para ambas as partes, principal e complementar, os bits codificados são agrupados aos pares, e em seguida mapeados na constelação QPSK de acordo com as regras de um mapeamento de Gray. A descodificação do código de razão  $R = 1/2$ , bem como a do código (com razão  $R = 2/3$ ) que dele resulta com a perfuração indicada, é uma descodificação com entradas brandas (soft inputs) empregando o algoritmo de Viterbi.

Considera-se também a possibilidade de utilizar receptores mais complexos, com uma diversidade de  $Q$  ramos, quando se adopta a transmissão por blocos da Fig. 3.5(A). O receptor necessário DDC-FDE (MMSE) está ilustrado na Fig. 3.7 (com  $\hat{H}_k^{(q)}$  assumido em cada um dos  $q$  processadores  $DDC_q$ ,  $q = 1, \dots, Q$ ). Os coeficientes  $C_k$  do igualizador são os seguintes, como se viu na secção 2.4:

$$C_k = \frac{1}{\hat{\alpha} + \sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2}, \quad (3.13)$$

com  $\alpha$  como definido na secção 3.2 (assume-se o mesmo nível de ruído em todos os ramos do receptor).

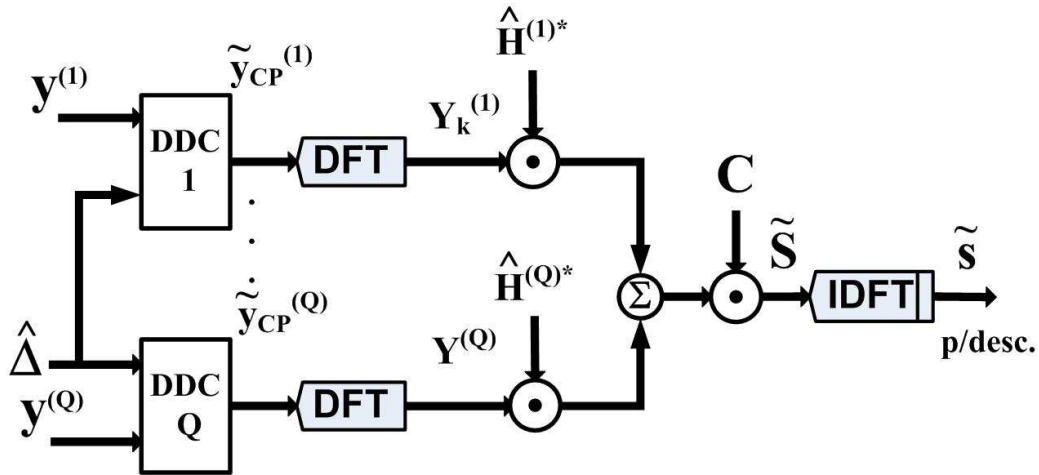


Figura 3.7: Receptor DDC-FDE com diversidade espacial com  $Q$  ramos.

Um conjunto de resultados de desempenho é apresentado na Fig. 3.8. Eles mostram que os efeitos de propagação dos erros, inerentes ao algoritmo DDC, são desprezáveis, especialmente no caso de existir diversidade, quando se utilizam as operações complementares de igualização e decodificação, descritas na "Etapa IV", secção 3.3.1. Sem esta etapa, verifica-se uma pequena degradação do desempenho (cerca de  $1dB$ ).

Substituindo o esquema convencional de transmissão por blocos da Fig. 3.5(B), com procedimentos convencionais de recepção SC/FDE (amostras do período de guarda descartadas, etc.), pelo esquema de transmissão por blocos da Fig. 3.5(A), obviamente aumenta-se a eficiência espectral  $(\eta_A/\eta_B - 1) \times 100\%$ , com  $\eta_B = \frac{N}{N+L}$  e  $\eta_A = \frac{MN}{MN+L}$ , mantendo a mesma redundância global da codificação de canal. Graças ao algoritmo DDC, que permite um desempenho FDE quase perfeito (propagação de erros desprezável), pode-se acrescentar um ganho de eficiência de potência ao ganho de eficiência espectral. O ganho de eficiência de potência, próximo de

### 3.3. Técnica de Transmissão SC/FDE com CP Reduzido Graças à Codificação de Canal

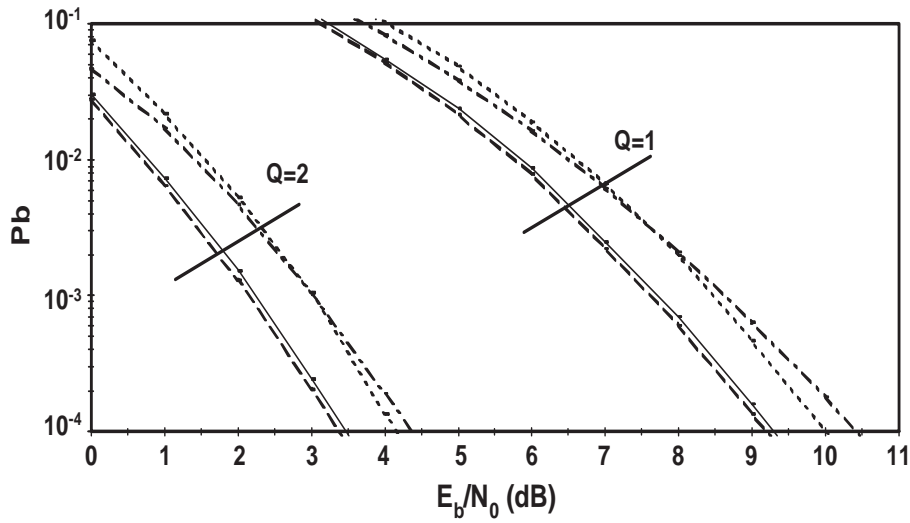


Figura 3.8: Desempenho relativamente aos esquemas de transmissão por blocos da Fig. 3.5(A): quando o "Passo 4" complementar de igualização/descodificação é implementado (linhas a cheio) ou não (linhas a tracejado-ponteadas); quando a simulação assume operação DDC sem erros (linha tracejada). São adoptadas linhas ponteadas para o esquema de transmissão convencional da Fig. 3.5(B).

$10 \log_2(\eta_A/\eta_B)$ , deve-se obviamente à diminuição do desperdício de potência com o "CP overhead". Quando  $N = 256$  e  $L = 64$ , como no nosso exemplo, isto significa um ganho atingível de eficiência espectral de cerca de 25%, e, simultaneamente, um ganho de eficiência de potência de cerca de 1dB, desde que  $M \gg 1$  (cerca de 19% e 0.76dB, respectivamente, quando  $M = 5$ ).

## 3.4 Uso da Redundância do CP para Melhorar Desempenhos

### 3.4.1 Transmissão SC/FDE

É de salientar que a redundância do CP, quando se utiliza um esquema de transmissão por blocos convencional SC/FDE, pode também ser encarado como um caso especial de redundância de uma codificação de canal. Nos esquemas SC/FDE convencionais, em geral, esta redundância é apenas utilizada para assegurar uma transmissão sem interferência entre blocos e um impacto do canal, sobre cada bloco de dados, que pode ser descrito por uma convolução circular. As amostras correspondentes ao período de guarda são abandonadas no receptor, tornando-se inúteis em termos de igualização e decodificação.

Para um bloco de símbolos não codificado de comprimento  $N$  e um CP de comprimento  $L$  ( $L \leq N$ ), a redundância do CP corresponde à de  $L$  códigos de repetição  $(2, 1)$  relativamente aos últimos  $L$  símbolos do bloco útil (os restantes  $N - L$  símbolos do bloco útil são transmitidos como "símbolos não codificados"). Assumindo um canal AWGN, uma decodificação óptima poderia ser facilmente realizada, considerando para cada bloco útil (de comprimento  $N$ ), todas as  $N + L$  amostras na entrada do decodificador, incluindo o CP de comprimento  $L$ :  $L$  adições das amostras correspondentes aos símbolos repetidos seriam suficientes para a exploração total, no receptor, da "redundância CP" transmitida. Neste contexto, o emprego de uma modulação QPSK permitiria, em condições óptimas de sincronização, obter um desempenho dado por

$$\begin{aligned}
 P_b &= \frac{L}{N} Q \left( \sqrt{\frac{d_1^2}{2N_0}} \right) + \frac{N-L}{N} Q \left( \sqrt{\frac{d_2^2}{2N_0}} \right) \\
 &= \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) Q \left( \sqrt{\frac{d_1^2}{2N_0}} \right) + \left( 2 - \frac{1}{\eta} \right) Q \left( \sqrt{\frac{d_2^2}{2N_0}} \right)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

### 3.4. Uso da Redundância do CP para Melhorar Desempenhos

com  $\eta = \frac{N}{N+L}$ ,  $d_1^2 = 8\eta E_b$  e  $d_2^2 = 4\eta E_b$ , Por conseguinte,

$$P_b = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) Q\left(\sqrt{4\eta \frac{E_b}{N_0}}\right) + \left(2 - \frac{1}{\eta}\right) Q\left(\sqrt{2\eta \frac{E_b}{N_0}}\right), \quad (3.15)$$

O primeiro termo e o segundo termo do segundo membro de (3.14) dizem respeito aos  $L$  símbolos repetidos e aos  $N - L$  símbolos não-repetidos, respectivamente, em cada bloco de dados de comprimento  $N$  (O desempenho ideal QPSK em canais AWGN,  $P_b = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right)$ , podia ser alcançado com  $\eta = 1$  ( $L = 0$ ) ou  $\eta = 1/2$  ( $L = N$ )).

Note-se que, descartando a contribuição do período de guarda (procedimento habitual em transmissão por blocos com CP), o desempenho "ótimo" seria dado por

$$P_b = Q\left(\sqrt{2\eta \frac{E_b}{N_0}}\right), \quad (3.16)$$

para qualquer  $\eta$ . Isto significa uma certa degradação, se se comparar (3.16) com (3.15) (cerca de  $0.25dB$  com  $L = N/4$ , para  $P_b = 10^{-3}$ , por exemplo).

Em comunicações móveis, os canais estão longe do modelo do "canal AWGN", não parecendo tão fácil tirar partido da redundância do CP no receptor para melhorar os desempenhos. No entanto, os procedimentos DDC-FDE propostos em seguida permitem um aproveitamento pleno do CP numa transmissão por blocos convencional (p. ex., de acordo com a Fig. 3.5(B)).

Tendo em conta as amostra do período de guarda,  $y_{-L}^{(m)}, \dots, y_{-1}^{(m)}$ , e também tirando partido de uma prévia estimativa  $\hat{s}(m)$  do bloco corrente e da estimativa final do bloco precedente  $\hat{s}(m-1)$ , procede-se do seguinte forma:

- a) Calcula-se um "bloco deslocado"  $\tilde{y}_{SH}(m)$ , correspondente à janela FFT deslocada da

Fig. 3.9, dado por

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{y}}_{SH}(m) &= \left[ \underbrace{y_{-L}^{(m)}, \dots, y_{-1}^{(m)}}_L, \underbrace{y_0(m), \dots, y_{N-L-1}(m)}_{N-L} \right]^T \\ &+ \mathbf{I}'_L \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[\hat{H}_0, \dots, \hat{H}_{N-1}] \mathcal{F} \hat{\Delta}'(m) \\ &\triangleq \underline{\underline{[\tilde{y}_{SH,-L}^{(m)}, \dots, \tilde{y}_{SH,N-L-1}^{(m)}]^T}},\end{aligned}\quad (3.17)$$

com

$$\hat{\Delta}'(\mathbf{m}) = \left[ \underbrace{0, \dots, 0}_{N-L}, \hat{s}_{N-2L}^{(m)} - \hat{s}_{N-L}^{(m-1)}, \dots, \hat{s}_{N-L-1}^{(m)} - \hat{s}_{N-1}^{(m-1)} \right]^T \quad (3.18)$$

(esta computação é um "procedimento DDC" semelhante ao descrito na secção 3.1, para a janela FFT deslocada da Fig. 3.9);

b) Define-se

$$\tilde{\mathbf{y}}_{IMP}(m) = \left[ \underbrace{y_0^{(m)}, \dots, y_{N-L-1}^{(m)}}_{N-L}, \underbrace{\frac{1}{2} \left( y_{N-L}^{(m)} + \tilde{y}_{SH,-L}^{(m)} \right), \dots, \frac{1}{2} \left( y_{N-1}^{(m)} + \tilde{y}_{SH,-1}^{(m)} \right)}_L \right] \quad (3.19)$$

c) Usa-se  $\tilde{\mathbf{y}}_{IMP}(m)$ , em vez de  $\mathbf{y}_{CP}(m)$ , para obter uma nova (e melhorada) estimativa do bloco de dados, através do processamento FDE convencional.

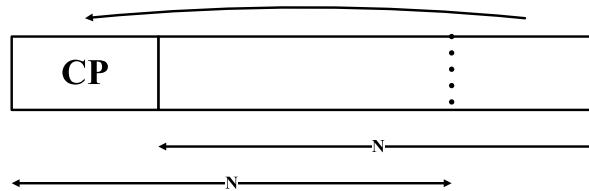


Figura 3.9: Janelas FFT de comprimento  $N$  para exploração total da "redundância CP" em esquemas convencionais de transmissão por blocos.

A Fig. 3.10 mostra os resultados de desempenho para o esquema convencional da Fig. 3.5(B), também com  $L = 64$ ,  $N = 256$ , bloco útil com uma duração de  $5\mu s$ , modulação QPSK e

### 3.4. Uso da Redundância do CP para Melhorar Desempenhos

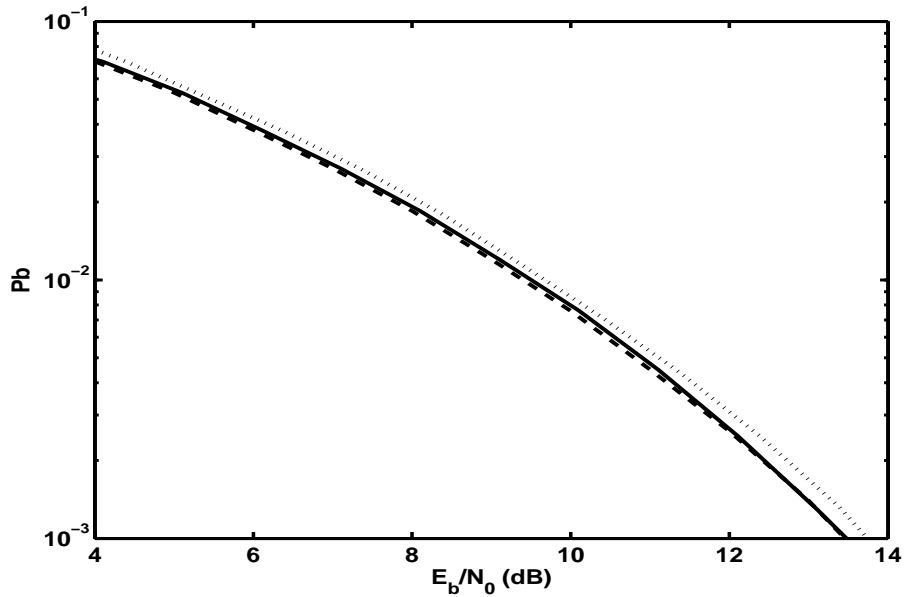


Figura 3.10: Desempenho SC/FDE quando os conteúdos do CP são utilizados como uma forma simples de redundância de codificação de canal: com a propagação de erros que é inerente ao procedimento DDC (linha a cheio); quando a simulação assume uma operação DDC sem erros (linha a tracejado). Os resultados convencionais de desempenho, quando as amostras do CP são eliminadas, também estão incluídos (linha a ponteados).

o canal considerado anteriormente. Nesta figura, pode ver-se o desempenho, quando os conteúdos do CP são utilizados como uma forma elementar de redundância de codificação de canal, e o desempenho para condições de recepção convencionais, em que as amostras correspondentes ao CP são eliminadas. Como se esperava, pode-se observar um pequeno ganho quando se usa a redundância do CP, tirando partido do algoritmo DDC.

### 3.4.2 Transmissão OFDM

Usando uma modulação OFDM numa transmissão convencional por blocos com CP, também é possível explorar a redundância inerente ao CP para melhorar o desempenho. Assumindo um canal AWGN, haveria que efectuar  $L$  adições de amostras correspondentes, no domínio do tempo, tal como na transmissão SC, analisada na secção 3.4.1, de modo a obter um bloco melhorado de comprimento  $N$ , no domínio do tempo, para processamento subsequente. A "descodificação" seria então directamente baseada no bloco de comprimento  $N$ , definido no domínio da frequência, que resultaria desse bloco melhorado no domínio do tempo por aplicação de uma DFT. Diferentemente do que sucedia na transmissão SC, em que a estimação de apenas  $L$  dos  $N$  símbolos do bloco seria beneficiada com a adição de amostras, haveria agora um benefício idêntico para a estimação de todos os  $N$  símbolos do bloco, definido no domínio da frequência. Dividindo por dois a soma das amostras correspondentes, para preservar os termos de sinal presentes nas amostras, é fácil concluir que o benefício adviria da redução da variância de  $L$  termos de ruído para metade do seu valor com o procedimento habitual (descartar o período de guarda). Nestas condições, sendo  $\sigma_N^2$  a variância das amostras de ruído no domínio da frequência com o referido procedimento habitual, ter-se-ia agora uma variância

$$\sigma_N'^2 = \frac{1}{2}L\frac{\sigma_N^2}{N} + (N - L)\frac{\sigma_N^2}{N} = \frac{2N - L}{2N}\sigma_N^2, \quad (3.20)$$

com o procedimento indicado, provocando uma relação sinal-ruído, em cada subcanal, incrementada de um factor  $\frac{2N}{2N-L}$  relativamente ao seu valor quando o CP não é processado. Com uma constelação QPSK em cada subcanal, o desempenho seria dado por

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2N}{2N-L}\frac{N}{N+L}2\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{4\eta}{3-1/\eta}\frac{E_b}{N_0}}\right), \quad (3.21)$$

### 3.4. Uso da Redundância do CP para Melhorar Desempenhos

em que  $\eta = \frac{N}{N+L}$ . Como o procedimento habitual, não aproveitando o CP, ter-se-ia

$$P_b = Q \left( \sqrt{2\eta \frac{E_b}{N_0}} \right), \quad (3.22)$$

o que significa que a modificação indicada proporcionaria um ganho de  $10 \log_{10} \left( \frac{2N}{2N-L} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{2}{3-1/\eta} \right)$  (dB) (aproximadamente 0.6dB para  $N = 4L$ ).

Na situação prática de um sistema de comunicações móveis, esta ideia pode ser viabilizada recorrendo ao algoritmo DDC e ao procedimento que envolve uma janela de FFT deslocada, como se fez para a transmissão SC na secção 3.4.1 (ver equações 3.17 e 3.18). As decisões preliminares, no domínio do tempo, que o algoritmo DDC requer deverão agora, como é obvio, ser seleccionadas no âmbito do bloco que constitui a IDFT do bloco de  $N$  decisões preliminares no domínio da frequência.

A Fig. 3.11 mostra os resultados de desempenho para um esquema de transmissão por blocos convencional com uma modulação OFDM, usando uma constelação QPSK em cada uma das  $N = 256$  subportadoras,  $L = 64$  e um bloco útil com a duração de  $5 \mu s$ . O canal é o considerado anteriormente. Nesta figura, pode ver-se o desempenho quando os conteúdos do CP são utilizados e o desempenho para as condições de recepção convencionais, em que as amostras correspondentes ao CP são eliminadas. Como era de esperar, observa-se um pequeno ganho (cerca de 0.6dB) quando se usa a redundância do CP, tirando partido do algoritmo DDC.

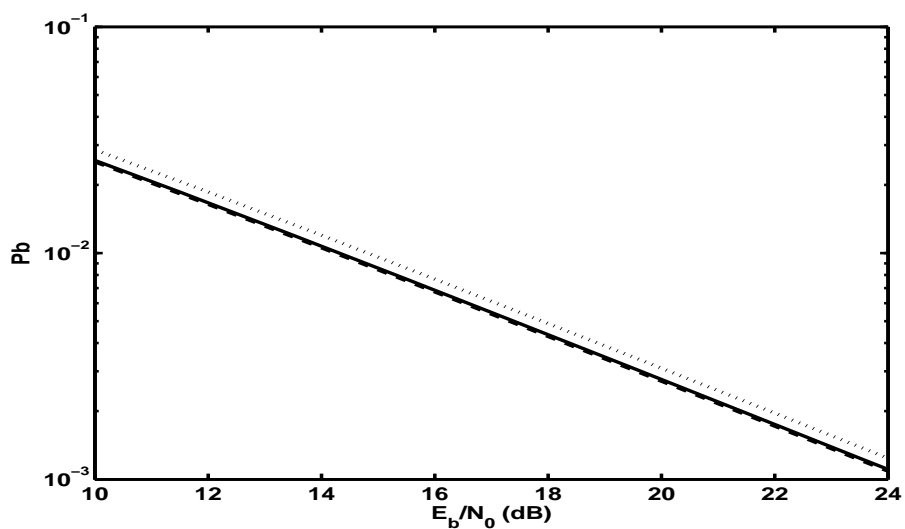


Figura 3.11: Resultados do desempenho OFDM/FDE quando os conteúdos do CP são utilizados como uma forma simples de redundância de codificação de canal: com a propagação de erros que é inerente ao procedimento DDC (linha a cheio); quando a simulação assume uma operação DDC sem erros (linha tracejada). Os resultados convencionais de desempenho, quando as amostras do CP são eliminadas, também estão incluídos (linha a ponteados).

# Capítulo 4

## Códigos de Blocos Lineares e Sua Descodificação

### SISO

Este capítulo é dedicado às questões da codificação de canal com códigos de blocos lineares e da respectiva descodificação SISO, com os detalhes justificáveis pela respectiva aplicação no contexto das técnicas iterativas de descodificação/detecção propostas nos capítulos 6, 7 e 8. Os assuntos expostos neste capítulo são, de alguma maneira, complementados pelo Anexo A.

Na secção 4.1, com carácter introdutório, são apresentados os conceitos de "grafo de Tanner" [Tan81] de um código de blocos linear e de "código LDPC" [Gal62]. Na parte restante deste capítulo, dedicada à descodificação SISO de códigos de blocos lineares, são apenas abordadas em detalhe as formas de descodificação SISO que se baseiam no grafo de Tanner dos códigos e se processam de forma iterativa, de especial interesse quando os códigos em questão são códigos LDPC.

A secção 4.2 introduz esta questão, nomeadamente através das chamadas "álgebra das razões de verosimilhança" e "álgebra das razões de verosimilhança logarítmica".

Na secção 4.3 são apresentados algoritmos que realizam a descodificação iterativa SISO baseada nos grafos de Tanner, bem como a respectiva fundamentação.

## 4.1 Códigos de Blocos Lineares

Apresenta-se nesta secção (complementada pelo Anexo A) uma breve introdução aos códigos de blocos lineares e binários, em geral, e aos códigos LDPC em particular.

### 4.1.1 Códigos de Blocos em Sistemas de Transmissão Digital

As técnicas de codificação de canal usadas em sistemas de telecomunicações envolvem sempre uma transmissão digital em que a sequência de dados independentes, associada à informação a comunicar, é transformada numa nova sequência com o mesmo conteúdo informativo, mas em que alguma forma de redundância é inserida. O receptor pode então tirar partido dessa redundância para extrair, do sinal recebido, a informação original, com melhor desempenho que numa transmissão não codificada. Com a ajuda de um bom código, é possível atingir um dado objectivo de qualidade de recepção, associado a um certo limiar de probabilidade de erro, com uma relação sinal/ruído mais baixa do que numa transmissão sem código: isto significa um aumento da chamada "eficiência de potência" graças à codificação de canal. De forma complementar, a transmissão com código proporciona uma probabilidade de erro mais baixa que a transmissão sem código (ou seja, uma melhor qualidade de recepção), se a relação sinal/ruído for a mesma nos dois casos.

Admitindo que é usado um código binário e que a sequência de dados tem ritmo  $R_b$  (bits/seg), a sequência efectivamente transmitida terá necessariamente um ritmo  $R_c$  (bits/seg) superior ao primeiro. Sempre que o codificador de canal transforma cada bloco de  $k$  bits de informação num bloco de  $n$  bits codificados ( $n > k$ ), pode dizer-se que a razão do código é

$$R = \frac{R_b}{R_c} = \frac{k}{n} < 1 \quad (4.1)$$

A Fig. 4.1 representa um modelo básico de um sistema de transmissão que emprega codificação de canal. Se o desmodulador produzir decisões binárias quanto a cada um dos bits codificados, pode dizer-se que a tarefa do decodificador é efectuar um controlo dos erros cometidos pelo desmodulador. É a redundância inerente ao código que permite esse controlo de erros (detecção e/ou correcção). Sendo este o motivo pelo qual os códigos usados em sistemas de telecomunicações são habitualmente denominados "códigos de controlo de erros", a verdade é que é possível uma descodificação com melhor desempenho se o desmodulador entregar ao decodificador sequências de amostras sobre as quais não tenha efectuado decisões rígidas. Na prática, consegue-se uma aproximação da situação ideal (ausência de decisões na saída do desmodulador) quando as amostras reais, através de um procedimento de quantização, são substituídas por números inteiros que as representam aproximadamente. A descodificação subsequente é o que se pode designar como uma descodificação baseada em "decisões brandas", em contraste com a descodificação convencional baseada em "decisões rígidas", de mais fácil implementação mas com desempenho inferior.

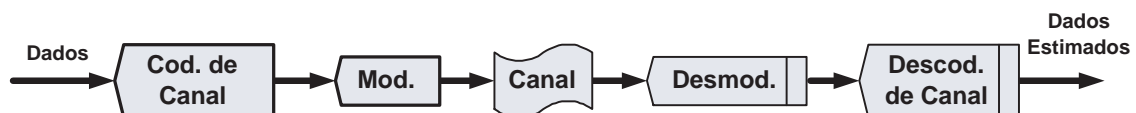


Figura 4.1: Modelo básico de um sistema de transmissão digital com codificação de canal.

Quando é realizada uma descodificação baseada em decisões rígidas, o desempenho do decodificador depende das distâncias de Hamming no âmbito do código. Quando se utiliza uma descodificação baseada em decisões brandas, e o número de níveis de quantização é suficientemente elevado para se poder considerar desprezável o efeito daquela, o desempenho do conjunto desmodulador/decodificador é praticamente óptimo, dependendo das distâncias euclidianas no âmbito da combinação do código com a modulação adoptada. Estes conceitos são apresentados,

de forma concisa, no Anexo A, no qual é revista a estrutura algébrica dos códigos de blocos lineares construídos sobre corpos de Galois, sendo neste caso GF(2) (Galois Field), uma vez que apenas serão considerados códigos binários.

Os conceitos básicos são apresentados nas secções A.1 a A.4 do Anexo A: estrutura algébrica dos códigos de blocos binários lineares; distâncias de Hamming no âmbito de um código de blocos linear; matriz de teste de paridade (Matriz **H**) e cálculo de síndromes; combinações de códigos de blocos com modulações binárias antipodais.

#### **4.1.2 Grafo de Tanner de um Código de Blocos Linear**

Dada a matriz **H** (matriz de teste de paridade) do código, facilmente se obtém o seu "grafo de Tanner", que se designará por TG (Tanner Graph) [Tan81] (e vice-versa). Os TG são um tipo especial de grafos (grafos bipartidos), que envolvem dois tipos de nós:

- **CN (Check Node):** Nó de teste de paridade, associado a cada linha da matriz **H**;
- **SN (Symbol Node):** Nó de símbolo (bit), associado a cada coluna da matriz **H**.

Nestes grafos, os CN's não estão ligados entre si, o mesmo se podendo dizer dos SN's; apenas há ligações entre SN's e CN's.

Conhecendo a matriz **H**, o procedimento para definir o respectivo TG é o que se indica em seguida, tomando como exemplo um código (7, 3).

Este código tem

$$\mathbf{H} = \begin{matrix} & \begin{matrix} SN_1 & SN_2 & SN_3 & SN_4 & SN_5 & SN_6 & SN_7 \end{matrix} \\ \left. \begin{matrix} \left[ \begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} \right\} \begin{matrix} CN_1 \\ CN_2 \\ CN_3 \\ CN_4 \end{matrix} \end{matrix}$$

sendo o respectivo grafo representado na Fig. 4.2.

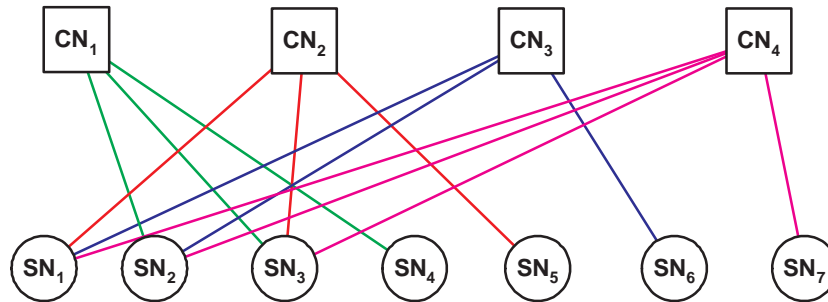


Figura 4.2: Representação esquemática do TG para um código (7,3).

Basta associar a cada linha o respectivo nó  $CN_m$ , com  $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ , e a cada coluna o respectivo nó  $SN_n$ , com  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Por exemplo, na primeira linha da matriz  $\mathbf{H}$ ,  $CN_1 \rightarrow [0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0]$ , estabelecem-se caminhos entre  $CN_1$  e  $SN_2$ ,  $SN_3$  ou  $SN_4$ . De um modo geral, pode dizer-se que existe um caminho ligando  $CN_m$  a  $SN_n$  se e só se o elemento  $h_{mn}$  da matriz  $\mathbf{H}$  for igual a 1.

Associadas aos TG, como o que está ilustrado na Fig. 4.2, referem-se já as seguintes notações, no âmbito da caracterização dos algoritmos de decodificação iterativa:

**N(m):** Conjunto de SN (Symbol Node)'s ligados ao  $CN_m$  (tem a ver com a linha  $m$  da

matriz  $\mathbf{H}$ ); neste exemplo, com  $m \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $N(1) = \{SN_2, SN_3, SN_4\}$ ,  
etc;

$\mathbf{N}(\mathbf{m}) \setminus \mathbf{n}$ : Conjunto de SN's ligados ao  $CN_m$  excluindo o  $SN_n$ ; neste exemplo  $N(1) \setminus 2 = \{SN_3, SN_4\}$ , etc;

$\mathbf{M}(\mathbf{n})$ : Conjunto de CN (Check Node)'s ligados ao  $SN_n$  (tem a ver com a coluna  $n$  de  $\mathbf{H}$ ); neste exemplo, com  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $M(2) = \{CN_1, CN_3, CN_4\}$ ,  
etc;

$\mathbf{M}(\mathbf{n}) \setminus \mathbf{m}$ : Conjunto de CN's ligados ao  $SN_n$  excluindo  $CN_m$ , em que, neste exemplo,  
 $M(2) \setminus 3 = \{CN_1, CN_4\}$ , etc.

Um dos aspectos mais importantes de um TG é a eventual existência de ciclos (percursos fechados) no seu âmbito. Neste contexto, define-se um "comprimento de ciclo mínimo" (girth),  $g$ , como sendo o menor número de caminhos que é possível encontrar num percurso fechado no âmbito do TG. É óbvio que qualquer ciclo de um TG tem um comprimento par. O valor mínimo de  $g$  é  $g = 4$ , correspondendo a uma matriz  $\mathbf{H}$  em que, pelo menos, duas colunas apresentam dois 1's em comum. Para determinar o parâmetro  $g$  de um código de blocos linear descrito pela matriz  $\mathbf{H}$  pode seguir-se, por exemplo, o procedimento proposto em [MB01].

### 4.1.3 Códigos LDPC

Não é todos os dias que se apresenta uma técnica que em breve ganha o estatuto de técnica "verdadeiramente revolucionária". Isso aconteceu em 1993, quando Berrou, Glavieux e Thitimajshima [BGT93] apresentaram uma técnica de codificação de canal capaz de aproximar os limites de Shannon [Sha48]. Contudo, como alternativa aos turbo-códigos propostos em [BGT93], surgem hoje os códigos LDPC (Low Density Parity Check), códigos de blocos lineares que, com

blocos extremamente longos, também podem aproximar os limites de Shannon: estes códigos foram, na realidade, introduzidos por Gallager na sua tese de doutoramento em 1962 [Gal62], acabando por ser "redescobertos" por MacKay e Neal nos anos noventa [MN95,MN97], e tornando-se, em seguida, objecto de reconhecimento generalizado. Sucede que a complexidade computacional inerente aos bons códigos LDPC (com blocos muito longos) era proibitiva na altura da sua descoberta, e, essencialmente por isso, não foram alvo de qualquer atenção por parte da comunidade científica durante décadas. No entanto, os avanços tecnológicos tornaram estes códigos sérios concorrentes dos turbo-códigos, cuja complexidade de implementação não é inferior.

Os chamados "códigos LDPC" são genericamente caracterizados por uma matriz  $\mathbf{H}$  esparsa: isto significa que o número de 1's nesta matriz é muito menor que o número de elementos desta,  $(n - k) \times n$ . Nesta classe de códigos, é comum distinguirem-se dois tipos de códigos:

- I. **Irregulares:** A matriz de paridade  $\mathbf{H}$  possui uma baixa densidade de 1's e o número de 1's por coluna e por linha não é constante;
- II. **Regulares:** A matriz de paridade  $\mathbf{H}$ , com baixa densidade de 1's, contém  $\omega_c$  1's por coluna e  $\omega_r = \omega_c \times \frac{n}{n-k}$  1's por linha ( $\omega_c$  e  $\omega_r$  fixos).

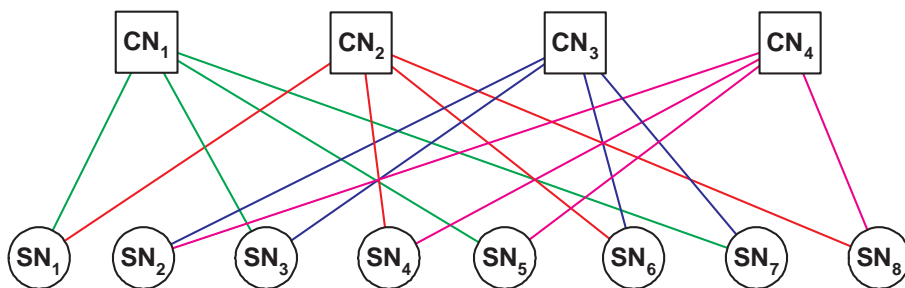


Figura 4.3: Representação esquemática do TG para o código regular definido por (4.2).

Pode-se generalizar os conceitos de "código regular" e "código irregular" a outros códigos, sem a matriz  $\mathbf{H}$  esparsa. Como exemplo, tem-se na Fig. 4.3 o TG do código regular com a matriz

$\mathbf{H}$  expressa em (4.2). Neste exemplo, todas as linhas de  $\mathbf{H}$  têm peso 4 e todas as colunas de  $\mathbf{H}$  têm peso 2.

$$\mathbf{H} = \begin{array}{cccccccc} & \mathcal{SN}_1 & \mathcal{SN}_2 & \mathcal{SN}_3 & \mathcal{SN}_4 & \mathcal{SN}_5 & \mathcal{SN}_6 & \mathcal{SN}_7 & \mathcal{SN}_8 \\ \left. \begin{array}{l} \left[ \begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathcal{CN}_1 \\ \mathcal{CN}_2 \\ \mathcal{CN}_3 \\ \mathcal{CN}_4 \end{array} \end{array} \quad (4.2)$$

Em geral, procura-se que os códigos LDPC tenham uma matriz  $\mathbf{H}$  em que nenhum par de linhas (ou colunas) tem mais que um '1' em comum, o que garante um comprimento de ciclo mínimo não inferior a  $g = 6$  e uma distância de Hamming mínima  $d_{min} \geq \omega_c + 1$ . No projecto de um código LDPC, procuram-se valores elevados de  $g$  e  $d_{min}$  elevados, de forma a melhorar o desempenho dos algoritmos de descodificação. O projecto de códigos LDPC, baseado na construção da respectiva matriz  $\mathbf{H}$ , pode ser levado a cabo seguindo uma estratégia como as que foram apresentadas em [MN97].

## 4.2 Introdução à Descodificação SISO

Nesta secção, é apresentado o problema da descodificação SISO de um código de blocos linear. Nesse contexto, e tendo presentes os requisitos de uma descodificação iterativa baseada em grafos de Tanner, são introduzidas a "álgebra das razões de verosimilhança" (subsecção 4.2.2) e a "álgebra das razões de verosimilhança logarítmicas" (subsecção 4.2.3).

### 4.2.1 Métodos de Descodificação SISO

Neste trabalho considera-se sempre que cada código de blocos linear é combinado com uma modulação binária antipodal e que a transmissão tem lugar em canal gaussiano ideal. Cada bloco  $\mathbf{c} = [c_1 c_2 \cdots c_N]$  dá origem a um vector  $\mathbf{y} = [y_1 y_2 \cdots y_N]$  de  $N$  amostras na entrada do decodificador, em que  $y_n = x_n + \nu_n$ , sendo o ruído representado por  $\nu_n$  e os dados codificados por

$$x_n = (-1)^{c_n} \implies x_n = \begin{cases} +1, & c_n = 0 \\ -1, & c_n = 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

Supõe-se que as duas probabilidades "a priori" são iguais, isto é,  $\Pr(c_n = 0) = \Pr(c_n = 1) = 1/2$ , para uma sequência de dados independentes, e que as  $N$  amostras de ruído são variáveis aleatórias independentes (canal sem memória) e gaussianas, todas elas de média nula e variância  $\sigma^2$ .

Quando se pretende levar a cabo uma descodificação SISO, o objectivo genérico é calcular as probabilidades "a posteriori",  $\text{Prob}(c_n = 0|\mathbf{y}, \text{'código'})$  e  $\text{Prob}(c_n = 1|\mathbf{y}, \text{'código'})$ , condicionadas pelo vector  $\mathbf{y}$  observado na entrada do decodificador e pelas regras a que a correspondente codificação especificamente obedece. As decisões quanto a cada um dos bits codificados podem então ser tomadas com base na probabilidade máxima "a posteriori": se  $\text{Prob}(c_n = 0|\mathbf{y}, \text{'código'}) > \text{Prob}(c_n = 1|\mathbf{y}, \text{'código'})$ ,  $\hat{c}_n = 0$ ; Se  $\text{Prob}(c_n = 1|\mathbf{y}, \text{'código'}) > \text{Prob}(c_n = 0|\mathbf{y}, \text{'código'})$ ,  $\hat{c}_n = 1$ . Além de tomar uma decisão, é também possível obter uma medida concreta da fiabilidade da mesma, simplesmente dividindo a probabilidade mais elevada pela probabilidade mais baixa: quanto maior for o quociente, maior a fiabilidade.

Entre os vários métodos de descodificação SISO de códigos de blocos lineares [LC04], merecem especial referência os que se baseiam numa treliça que (tal como sucede para os códigos convolucionais) pode ser definida para cada código dessa classe [BCJR74]. Neste contexto, a

descodificação SISO de um código de blocos é comparável à descodificação SISO de um código convolucional, descrita no capítulo 5. Contudo, quando se pretendem ganhos de codificação muito elevados (eventualmente de modo a conseguir aproximações dos limites de Shannon), torna-se necessário que, além de outras condições, se adoptem blocos muito longos. Em geral, isto leva a que quaisquer treliças associáveis a esses códigos (há várias maneiras de defini-las [LC04]) tenham complexidade excessiva para que seja realista usar uma técnica de descodificação SISO baseada em treliças. Nestes casos, é possível obter bons compromissos desempenho/complexidade optando por uma descodificação SISO baseada no grafo de Tanner do código em causa: esta descodificação processa-se de forma iterativa, envolvendo trocas de mensagens probabilísticas entre SN's e CN's daquele grafo.

## 4.2.2 Álgebra das Razões de Verosimilhança

A razão de verosimilhança de uma variável aleatória binária  $X$ , que assume os valores lógicos 0 e 1, aqui designada por  $LR(X)$ , ou seja, a LR (Likelihood Ratio) de  $X$ , é dada por

$$LR(X) = \frac{\text{Prob}(X = 0)}{\text{Prob}(X = 1)}. \quad (4.4)$$

Seja  $Y_n$  a variável aleatória binária resultante da soma módulo 2 de  $n$  variáveis aleatórias binárias independentes  $X_i$ , com  $i = 1, \dots, n$  e  $n \geq 2$ , ou seja,  $Y_n = X_1 \oplus X_2 \oplus \dots \oplus X_n$ . Então, pode provar-se que a LR de  $Y_n$  é uma função das LR's das variáveis  $X_i$ , dada por

$$LR(Y_n) = \frac{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)} \quad (4.5)$$

Para provar (4.5), comece-se por considerar apenas a soma de duas variáveis aleatórias  $X_1$  e

$X_2$ , em que a LR da variável  $Y_2 = X_1 \oplus X_2$  é função das LR's de  $X_1$  e  $X_2$ :

$$\begin{aligned} LR(Y_2) &= \frac{\text{Prob}(Y_2 = 0)}{\text{Prob}(Y_2 = 1)} = \frac{\text{Prob}(X_1 = 0)\text{Prob}(X_2 = 0) + \text{Prob}(X_1 = 1)\text{Prob}(X_2 = 1)}{\text{Prob}(X_1 = 0)\text{Prob}(X_2 = 1) + \text{Prob}(X_1 = 1)\text{Prob}(X_2 = 0)} \\ &= \frac{\frac{\text{Prob}(X_1=0)\text{Prob}(X_2=0)}{\text{Prob}(X_1=1)\text{Prob}(X_2=1)} + 1}{\frac{\text{Prob}(X_1=0)}{\text{Prob}(X_1=1)} + \frac{\text{Prob}(X_2=0)}{\text{Prob}(X_2=1)}} = \frac{LR(X_1)LR(X_2) + 1}{LR(X_1) + LR(X_2)} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Sendo assim, e dado que  $Y_n = X_1 \oplus \dots \oplus X_n = Y_{n-1} \oplus X_n$ , tem-se

$$LR(Y_n) = \frac{LR(Y_{n-1})LR(X_n) + 1}{LR(Y_{n-1}) + LR(X_n)}. \quad (4.7)$$

Atendendo ao resultado anterior, pode-se provar por indução a expressão (4.5) começando por considerar  $n = 2$ :

$$\begin{aligned} LR(Y_2) &= \frac{1 + \prod_{i=1}^2 \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^2 \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)} = \frac{1 + \left( \frac{LR(X_1)-1}{LR(X_1)+1} \right) \left( \frac{LR(X_2)-1}{LR(X_2)+1} \right)}{1 - \left( \frac{LR(X_1)-1}{LR(X_1)+1} \right) \left( \frac{LR(X_2)-1}{LR(X_2)+1} \right)} \\ &= \frac{[LR(X_1) + 1] \times [LR(X_2) + 1] + [LR(X_1) - 1] \times [LR(X_2) - 1]}{[LR(X_1) + 1] \times [LR(X_2) + 1] - [LR(X_1) - 1] \times [LR(X_2) - 1]} \\ &= \frac{LR(X_1)LR(X_2) + 1}{LR(X_1) + LR(X_2)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Este valor é exactamente o mesmo que (4.6), provando a validade da expressão (4.5) para  $n = 2$ . Por outro lado, assumindo que (4.5) é verdadeira para  $Y_n$ , não é difícil verificar que ainda é válida para  $Y_{n+1}$ :

$$\begin{aligned} LR(Y_{n+1}) &= LR(Y_n \oplus X_{n+1}) = \frac{LR(Y_n)LR(X_{n+1}) + 1}{LR(Y_n) + LR(X_{n+1})} \\ &= \frac{\frac{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)} \times LR(X_{n+1}) + 1}{\frac{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)} + LR(X_{n+1})} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{LR(X_{n+1}) + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times LR(X_{n+1}) + 1 - \prod_{i=1}^2 \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) + LR(X_{n+1}) - \prod_{i=1}^2 \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times LR(X_{n+1})} \\
 &= \frac{[LR(X_{n+1}) + 1] + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times [LR(X_{n+1}) - 1]}{[LR(X_{n+1}) + 1] - \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times [LR(X_{n+1}) - 1]} \\
 &= \frac{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times \frac{LR(X_{n+1})-1}{LR(X_{n+1})+1}}{1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right) \times \frac{LR(X_{n+1})-1}{LR(X_{n+1})+1}} = \frac{1 + \prod_{i=1}^{n+1} \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^{n+1} \left( \frac{LR(X_i)-1}{LR(X_i)+1} \right)} \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

### 4.2.3 Álgebra das Razões de Verossimilhança Logarítmicas

A razão de verossimilhança logarítmica de uma variável aleatória binária  $X$  (que assume os valores lógicos 0 e 1), aqui designada por  $L(X)$  (Log-Likelihood Ratio), é dada por

$$L(X) = \log(LR(X)) = \log \left( \frac{\text{Prob}(X = 0)}{\text{Prob}(X = 1)} \right). \quad (4.10)$$

Seja  $Y_n$  a variável aleatória resultante da soma módulo 2 de  $n$  variáveis aleatórias independentes  $X_i$  (com  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $n \geq 2$ ), ou seja,  $Y_n = X_1 \oplus X_2 \oplus \dots \oplus X_n$ . Então, atendendo a (4.5), a LLR (Log-Likelihood Ratio) de  $Y_n$  é uma função das LLR's das variáveis  $X_i$ , dada por

$$L(Y_n) = \log \left( \frac{1 + \prod_{i=1}^n \left( \frac{\exp(L(X_i))-1}{\exp(L(X_i))+1} \right)}{1 - \prod_{i=1}^n \left( \frac{\exp(L(X_i))-1}{\exp(L(X_i))+1} \right)} \right). \quad (4.11)$$

O valor de  $L(Y_n)$  pode também ser calculado de forma recursiva, atendendo a (4.7):

$$L(Y_n) = \log \left( \frac{\exp(L(Y_{n-1}) + L(X_n)) + 1}{\exp(L(Y_{n-1})) + \exp(L(X_n))} \right) \quad (4.12)$$

Por razões de simplicidade formal, é usual utilizar o operador  $\boxplus$  para definir a "álgebra das razões de verosimilhança logarítmica":

$$L(Y_n) = L(X_1 \oplus X_2 \oplus \cdots \oplus X_n) = L(X_1) \boxplus L(X_2) \boxplus \cdots \boxplus L(X_n) = \boxplus_{i=1}^n L(X_i) \quad (4.13)$$

Uma forma particularmente eficiente de efectuar os cálculos para obter  $L(Y_n)$  [HEAD01] baseia-se na relação

$$\tanh(L(Y_n)/2) = \prod_{i=1}^n \tanh(L(X_i)/2), \quad (4.14)$$

cuja justificação se segue.

Sabendo que  $p_0$  e  $p_1$  verificam  $p_0 + p_1 = 1$ , considere-se o seguinte resultado:

$$\tanh\left(\frac{1}{2} \log\left(\frac{p_0}{p_1}\right)\right) = p_0 - p_1 = \frac{p_0 - p_1}{p_0 + p_1} = \frac{p_0/p_1 - 1}{p_0/p_1 + 1}. \quad (4.15)$$

Esta relação é equivalente a

$$\log(p_0/p_1) = 2 \times \tanh^{-1}\left(\frac{p_0/p_1 - 1}{p_0/p_1 + 1}\right). \quad (4.16)$$

Identificando  $L(Y_n)$  com  $\log(p_0/p_1)$ , pode-se então escrever

$$L(Y_n) = 2 \times \tanh^{-1}\left(\frac{\exp(L(Y_n)) - 1}{\exp(L(Y_n)) + 1}\right). \quad (4.17)$$

Por outro lado, combinando (4.11) com (4.16), resulta

$$\exp(L(Y_n)) = \frac{1 + \prod_{i=1}^n \tanh(L(X_i)/2)}{1 - \prod_{i=1}^n \tanh(L(X_i)/2)}. \quad (4.18)$$

Substituindo (4.18) no segundo membro de (4.17), vem

$$L(Y_n) = 2 \times \tanh^{-1} \left( \prod_{i=1}^n \tanh(L(X_i)/2) \right), \quad (4.19)$$

o que comprova (4.14).

Note-se que, como a função  $\tanh(\cdot)$  é ímpar, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \tanh(L(Y_n))/2 &= \prod_{i=1}^n \tanh(L(X_i)/2) \\ &= \prod_{i=1}^n \operatorname{sgn}(L(X_i)) \times \prod_{i=1}^n \tanh(|L(X_i)|/2). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Não é difícil verificar que a operação definida por  $\boxplus$  tem como elemento absorvente o 0 e como elemento neutro o  $\infty$ , obedecendo às seguintes regras:

- $L(x) \boxplus \infty = L(x)$
- $L(x) \boxplus -\infty = -L(x)$
- $L(x) \boxplus 0 = 0$

Para implementar de forma eficiente a operação definida por  $\boxplus$  quando  $n = 2$  (ou para  $n > 2$ , procedendo recursivamente), atenda-se à seguinte relação, designada por "Logaritmo Jacobiano" [VY02]:

$$\begin{aligned} \log(e^{L(x_1)} + e^{L(x_2)}) &= \begin{cases} L(x_2) + \log(\exp(L(x_1) - L(x_2)) + 1), & L(x_2) > L(x_1) \\ L(x_1) + \log(\exp(L(x_2) - L(x_1)) + 1), & L(x_2) < L(x_1) \end{cases} \\ &= \max[L(x_1), L(x_2)] + \log(1 + e^{-|L(x_1) - L(x_2)|}) \end{aligned} \quad (4.21)$$

De (4.6) resulta então

$$\begin{aligned}
 L(Y_2) &= L(X_1) \boxplus L(X_2) = \log \left[ \frac{\exp(L(X_1) + L(X_2)) + 1}{\exp(L(X_1)) + \exp(L(X_2))} \right] \\
 &= \log[\exp(L(X_1) + L(X_2)) + 1] - \log[\exp(L(X_1)) + \exp(L(X_2))] \\
 &= \log(-|\exp(L(X_1) + L(X_2))| + 1) - \log(\exp(-|L(X_1) - L(X_2)| + 1) \\
 &\quad + \max[0, L(X_1) + L(X_2)] - \max[L(X_1), L(X_2)] .
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Dado que

$$\begin{aligned}
 &\max[0, L(X_1) + L(X_2)] - \max[L(X_1), L(X_2)] \\
 &= \operatorname{sgn}[L(X_1)] \times \operatorname{sgn}[L(X_2)] \times \min[|L(X_1)|, |L(X_2)|]
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

(relação demonstrável sem dificuldades de maior, por validação separada de cada um dos quatro casos possíveis, consoante as polaridades de  $L(X_1)$  e  $L(X_2)$ ), resulta

$$\begin{aligned}
 L(X_1) \boxplus L(X_2) &= \operatorname{sgn}[L(X_1)] \times \operatorname{sgn}[L(X_2)] \times \min[|L(X_1)|, |L(X_2)|] \\
 &\quad + s(L(X_1), L(X_2)),
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

em que

$$s(L(X_1), L(X_2)) = \log \left( \frac{\exp(-|L(X_1) + L(X_2)|) + 1}{\exp(-|L(X_1) - L(X_2)|) + 1} \right) \tag{4.25}$$

representa o papel de uma "função de correcção" no cálculo de  $L(Y_2)$ .

Note-se que, não contando com esta "função de correcção", pode-se adoptar a aproximação

$$L(X_1) \boxplus L(X_2) \cong \operatorname{sgn}[L(X_1)] \times \operatorname{sgn}[L(X_2)] \times \min[|L(X_1)|, |L(X_2)|] \tag{4.26}$$

### 4.3 Decodificação Iterativa Baseada em Grafos de Tanner

Os algoritmos iterativos, baseados nos TG, para decodificação de códigos de blocos, podem tomar duas abordagens possíveis:

- Algoritmos de troca de bits para decodificação com decisões rígidas;
- Algoritmos de troca de mensagens para decodificação com decisões brandas.

Nesta secção, centra-se a atenção na segunda classe de algoritmos, que operam com decisões brandas tanto na entrada ("Soft Input") como na saída ("Soft Output"). Esta decodificação SISO é capaz de proporcionar melhores desempenhos, embora à custa de uma maior complexidade.

O elevado desempenho dos códigos LDPC com blocos muito longos, através de uma complexidade aceitável de decodificação, baseia-se em algoritmos iterativos de decodificação SISO como o introduzido por Gallager em [Gal62] e redescoberto por MacKay e Neal [MN95, MN97], vulgarmente conhecido por "Algoritmo SPA (Sum Product Algorithm)". Note-se que o campo de aplicação daquele algoritmo e seus derivados é bastante vasto, abrangendo diversas áreas do processamento de sinal, ligadas às comunicações digitais e à inteligência artificial. É também conhecido por BPA (Belief Propagation Algorithm) na sua formulação genérica, desenvolvida no contexto das chamadas "Redes Bayesianas".

No caso da decodificação SISO dos códigos LDPC, a complexidade relativamente pouco elevada mesmo com blocos muito longos tem a ver não só com as características dos algoritmos de decodificação iterativa utilizados mas também com o facto de existirem relativamente poucos caminhos no grafo (ou seja, tem a ver com facto de a matriz  $\mathbf{H}$  ser esparsa).

Neste capítulo, a exposição referente ao "Algoritmo SPA" e a algoritmos de complexidade reduzida que dele derivam tira partido da consulta de um conjunto de referências bibliográficas, nomeadamente [Gal62, MN95, MN97, CFRU01, CF02, HEAD01, Rya01].

### 4.3.1 Algoritmo SPA

O algoritmo SPA, para descodificação de códigos de blocos lineares, baseia-se na troca de informação entre nós, no âmbito do TG do código dado. Pode descrever-se o processo de descodificação em três etapas:

- I. **Comunicação Ascendente** ( $SN_n \rightarrow CN_m$ , mensagem  $q_{nm}$ ): Transmissão de informação disponível em cada SN (Symbol Node) para cada um dos CN (Check Node)'s a ele ligados. A informação sobre  $c_n$  enviada de  $SN_n$  para cada  $CN_m$  é baseada na informação recebida do canal (amostra  $y_n$ ) e na "informação extrínseca" recebida de todos os outros CN's ligados a  $SN_n$ , excepto  $CN_m$ ;
- II. **Comunicação Descendente** ( $CN_m \rightarrow SN_n$ , mensagem  $r_{mn}$ ): Recepção em cada  $SN_n$  de uma "informação extrínseca" sobre  $c_n$  proveniente de cada  $CN_m$  ligado a  $SN_n$ . A informação enviada de  $CN_m$  para  $SN_n$  é baseada na informação que  $CN_m$  recebe de todos os outros SN's a ele ligados, excepto  $SN_n$ ;
- III. **Estimação da Palavra Recebida**: Com base na informação recebida do canal,  $y_n$ , e na totalidade da informação extrínseca disponibilizada pela descodificação, calcula-se uma estimativa da "razão de verosimilhança a posteriori", referente a cada bit  $c_n$ . Consoante a estimativa é superior ou inferior a 1, pode decidir-se que  $\hat{c}_n = 0$  ou 1, respectivamente.

Atendendo a que o canal não tem memória, a LR (ou seja, a razão de verosimilhança), "a posteriori" do bit  $c_n$  antes da descodificação é dada por

$$\frac{\Pr(c_n = 0|\mathbf{y})}{\Pr(c_n = 1|\mathbf{y})} = \frac{\Pr(c_n = 0|y_n)}{\Pr(c_n = 1|y_n)}, \quad (4.27)$$

em que, como se demonstra na secção A.5 do Anexo A,

$$\Pr(c_n = 0|y_n) = \frac{1}{1 + \exp\left(-2\frac{y_n}{\sigma^2}\right)} \quad (4.28)$$

e

$$\Pr(c_n = 1|y_n) = \frac{1}{1 + \exp\left(2\frac{y_n}{\sigma^2}\right)}. \quad (4.29)$$

Aquela LR assume então a forma

$$\begin{aligned} \frac{\Pr(c_n = 0|y_n)}{\Pr(c_n = 1|y_n)} &= \frac{1 + \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{2y_n}{\sigma^2}\right)} = \frac{\exp(y_n/\sigma^2) \times (\exp(y_n/\sigma^2) + \exp(-y_n/\sigma^2))}{\exp(-y_n/\sigma^2) \times (\exp(y_n/\sigma^2) + \exp(-y_n/\sigma^2))} \\ &= \exp\left(2\frac{y_n}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (4.30)$$

podendo dizer-se que constitui uma "informação intrínseca" sobre cada bit  $c_n$ .

Se fossem tomadas decisões quanto aos bits  $c_n$  directamente a partir das amostras  $y_n$ , a regra de decisão a adoptar consistiria normalmente no seguinte:  $\hat{c}_n = 0$  ou  $\hat{c}_n = 1$ , consoante a LR fosse superior ou inferior a 1, respectivamente (ou seja, consoante  $y_n > 0$  ou  $y_n < 0$ ). O processo de descodificação, que tira partido das relações conhecidas entre os diversos bits  $c_n$  de cada palavra de código (expressas na matriz  $\mathbf{H}$  e no TG), permite aumentar a fiabilidade das decisões. Estas são tomadas com base em LR's "a posteriori" em que as duas probabilidades condicionais têm a ver não só com o vector recebido  $\mathbf{y}$ , mas também com os testes de paridade que os  $c_n$  verificam.

Com o algoritmo SPA a descodificação processa-se de forma iterativa, envolvendo alternadamente mensagens  $q_{nm}$  (dos SN (Symbol Node)'s para os CN (Check Node)'s) e mensagens  $r_{mn}$  (dos CN's para os SN's) no âmbito do TG, as quais permitem actualizar as LR's estimadas de iteração para iteração, no que diz respeito aos diversos bits  $c_n$ .

Quando a descodificação se inicia, só está disponível em cada  $SN_n$  a informação inerente à respectiva amostra  $y_n$ , pelo que

$$q_{nm} = \exp\left(2\frac{y_n}{\sigma^2}\right) \quad (4.31)$$

### 4.3. Descodificação Iterativa Baseada em Grafos de Tanner

Nas situações subsequentes, as mensagens  $q_{nm}$  deverão ser da forma  $q_{nm} = q_{nm}(0)/q_{nm}(1)$ , com

$$q_{nm}(0) = \Pr(c_n = 0 | \mathbf{y}, S_{nm}) \quad (4.32)$$

e

$$q_{nm}(1) = \Pr(c_n = 1 | \mathbf{y}, S_{nm}), \quad (4.33)$$

em que  $S_{nm}$  designa o conjunto de restrições (testes de paridade) a que  $c_n$  está sujeito, exceptuando a restrição  $m$ .

Atendendo a (4.27), (4.30) e ao teorema de Bayes, estas mensagens  $q_{nm}$  podem ser escritas na forma

$$\begin{aligned} q_{nm} &= \frac{q_{nm}(0)}{q_{nm}(1)} = \frac{\Pr(c_n = 0 | \mathbf{y}, S_{nm})}{\Pr(c_n = 1 | \mathbf{y}, S_{nm})} = \frac{\Pr(S_{nm} | c_n = 0, \mathbf{y})}{\Pr(S_{nm} | c_n = 1, \mathbf{y})} \times \frac{\Pr(c_n = 0 | \mathbf{y})}{\Pr(c_n = 1 | \mathbf{y})} \\ &= \frac{\Pr(S_{nm} | c_n = 0, \mathbf{y})}{\Pr(S_{nm} | c_n = 1, \mathbf{y})} \times \exp\left(2 \frac{y_n}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (4.34)$$

O segundo factor no segundo membro de (4.34) é a informação intrínseca sobre  $c_n$ , atrás referida. O primeiro factor constitui uma informação extrínseca sobre  $c_n$ , entretanto fornecida pelos diversos CN's a que  $SN_n$  está ligado, exceptuando  $CN_m$ .

As probabilidades condicionais (4.32) e (4.33), para o cálculo de (4.34) numa dada iteração, dependem das mensagens  $r_{m'n}$ , com  $m' \neq m$ , acabadas de receber em  $SN_n$ . Vejamos então como são calculadas as diversas mensagens  $r_{mn}$ . Cada uma delas é da forma  $r_{mn} = r_{mn}(0)/r_{mn}(1)$ , sendo  $r_{mn}(0)$  e  $r_{mn}(1)$  as probabilidades de o teste de paridade  $m$  que envolve  $c_n$  se verificar quando se estabelecem as condições  $c_n = 0$  e  $c_n = 1$ , respectivamente.

Tendo em conta os resultados da secção A.6 do Anexo A,

$$r_{mn}(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{n' \in N(m) \setminus n} (1 - 2q_{n'm}(1)) \quad (4.35)$$

e

$$r_{mn}(1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{n' \in N(m) \setminus n} (1 - 2q_{n'm}(1)) \quad (4.36)$$

em que os coeficientes  $q_{n'm}(1)$  são probabilidades condicionais calculadas na iteração precedente relativamente aos bits  $c_{n'}$  ( $n' \neq n$ ) que estão envolvidos no teste de paridade  $m$  envolvendo  $c_n$ .

Por conseguinte,

$$r_{mn} = \frac{r_{mn}(0)}{r_{mn}(1)} = \frac{1 + \prod_{n' \in N(m) \setminus n} (1 - 2q_{n'm}(1))}{1 - \prod_{n' \in N(m) \setminus n} (1 - 2q_{n'm}(1))} \quad (4.37)$$

Atendendo a que  $q_{n'm}(0) + q_{n'm}(1) = 1$  e  $1 - 2 \times q_{n'm}(1) = 1$ , vem

$$r_{mn} = \frac{1 + \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \left( \frac{q_{n'm}(0) - q_{n'm}(1)}{q_{n'm}(0) + q_{n'm}(1)} \right)}{1 - \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \left( \frac{q_{n'm}(0) - q_{n'm}(1)}{q_{n'm}(0) + q_{n'm}(1)} \right)} = \frac{1 + \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \left( \frac{\frac{q_{n'm}(0)}{q_{n'm}(1)} - 1}{\frac{q_{n'm}(0)}{q_{n'm}(1)} + 1} \right)}{1 - \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \left( \frac{\frac{q_{n'm}(0)}{q_{n'm}(1)} - 1}{\frac{q_{n'm}(0)}{q_{n'm}(1)} + 1} \right)} = \frac{1 + T_{mn}}{1 - T_{mn}} \quad (4.38)$$

com  $T_{mn} = \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \frac{q_{n'm} - 1}{q_{n'm} + 1}$

A relação acima pode ser interpretada em conformidade com o exposto na secção 4.2, pois o bit  $c_n$  é a soma módulo dois dos restantes bits  $c_{n'}$  ( $n' \neq n$ ) que estão envolvidos com  $c_n$  no teste de paridade  $m$ . A informação extrínseca prestada ao nó  $SN_n$  através da mensagem  $r_{mn}$  é então a LR da soma daqueles bits  $c_{n'}$ , calculada em função das LR's prévias de cada um deles.

Voltando ao cálculo das mensagens  $q_{nm} = q_{nm}(0)/q_{nm}(1)$ , indicado em (4.34), é fácil verificar que

$$\Pr(S_{nm} | c_n = 0, \mathbf{y}) = \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}(0) \quad (4.39)$$

e

$$\Pr(S_{nm}|c_n = 1, \mathbf{y}) = \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}(1), \quad (4.40)$$

pelo que

$$\begin{aligned} q_{nm} &= \frac{\Pr(S_{nm}|c_n = 0, \mathbf{y})}{\Pr(S_{nm}|c_n = 1, \mathbf{y})} \times \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right) = \frac{\prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}(0)}{\prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}(1)} \times \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right) \\ &= \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right) \times \prod_{m' \in N(m) \setminus m} r_{m'n} \end{aligned} \quad (4.41)$$

com os coeficientes  $r_{m'n}$ , acabados de obter.

Para concluir os procedimentos numa dada iteração, há que actualizar a estimativa da LR "a posteriori" de cada bit  $c_n$ . Esta assume a forma  $Q_n = Q_n(0)/Q_n(1)$ , com

$$Q_n(0) = \Pr(c_n = 0|\mathbf{y}, S_n) \quad (4.42)$$

$$Q_n(1) = \Pr(c_n = 1|\mathbf{y}, S_n), \quad (4.43)$$

em que  $S_n$  designa o conjunto de testes de paridade em que  $c_n$  está envolvido. Por conseguinte,

$$\begin{aligned} Q_n &= \frac{Q_n(0)}{Q_n(1)} = \frac{\Pr(c_n = 0|\mathbf{y}, S_n)}{\Pr(c_n = 1|\mathbf{y}, S_n)} = \frac{\Pr(S_n|c_n = 0, \mathbf{y})}{\Pr(S_n|c_n = 1, \mathbf{y})} \times \frac{\Pr(c_n = 0|\mathbf{y})}{\Pr(c_n = 1|\mathbf{y})} \\ &= \frac{\Pr(S_n|c_n = 0, \mathbf{y})}{\Pr(S_n|c_n = 1, \mathbf{y})} \times \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right) \end{aligned} \quad (4.44)$$

atendendo ao teorema de Bayes.

Como cada teste de paridade  $m$  contribui com um factor  $r_{mn}$  para a LR pretendida, esta é calculada da seguinte forma:

$$Q_n = \frac{Q_n(0)}{Q_n(1)} = \exp\left(\frac{2y_n}{\sigma^2}\right) \prod_{m \in M(n)} r_{mn}. \quad (4.45)$$

Finalmente, procede-se à decisão que culmina esta etapa do procedimento iterativo. Obviamente,

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 1, & Q_n < 1 \\ 0, & Q_n \geq 1 \end{cases} \quad (4.46)$$

e o cálculo da síndrome  $\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}} \mathbf{H}^T$  permite verificar se  $\hat{\mathbf{c}}$  é ou não uma escolha aceitável. Se  $\mathbf{s} \neq 0$  prossegue-se com o processo iterativo. Na Tabela 4.1 estão resumidos os procedimentos inerentes ao algoritmo SPA.

Tabela 4.1: Algoritmo SPA

---

Para todos os pares  $(SN_n, CN_m)$  para os quais  $h_{mn} = 1$  na matriz  $\mathbf{H}$ , depois de inicializar  $q_{nm} = \exp(2y_n/\sigma^2)$ , procede-se do seguinte modo:

1. Mensagem que  $CN_m$  envia para  $SN_n$ :  $r_{mn} = \frac{1+T_{mn}}{1-T_{mn}}$ , com  $T_{mn} = \prod_{n' \in N(m) \setminus n} \frac{q_{n'm} - 1}{q_{n'm} + 1}$
2. Mensagem enviada de  $SN_n$  para  $CN_m$ :  $q_{nm} = \exp(2y_n/\sigma^2) \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}$
3. Cálculo de LR's "a posteriori":  $Q_n = \exp(2y_n/\sigma^2) \prod_{m \in M(n)} r_{mn}$
4. Decisão sobre os bits transmitidos:

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 1 & Q_n < 1 \\ 0 & Q_n \geq 1 \end{cases}$$

- 
5. Cálculo da síndrome:  $\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}} \mathbf{H}^T$ . Se o cálculo der zero, pára-se a decodificação; caso contrário, volta-se ao "passo 1" para nova iteração (o processo de decodificação pode ser interrompido, sem que  $\mathbf{s} = 0$ , ao fim de um número especificado de iterações).
-

### 4.3.2 Algoritmo LSPA

Como o algoritmo SPA requer um número elevado de multiplicações, que são mais dispendiosas computacionalmente que as adições, torna-se conveniente transferir os cálculos para o domínio logarítmico, ou seja, converter as multiplicações em adições [CFRU01, CF02].

O algoritmo LSPA (Logarithm Sum Product Algorithm) corresponde directamente ao algoritmo SPA, com as multiplicações substituídas por adições, e os LR's substituídos por LLR's.

As mensagens iniciais de cada  $SN_n$  para cada  $CN_m$  (sempre que  $h_{mn} = 1$ ), são agora

$$\log(q_{nm}) = \log\left(\frac{\Pr(c_n = 0|y_n)}{\Pr(c_n = 1|y_n)}\right) = 2 \frac{y_n}{\sigma^2} \quad (4.47)$$

As mensagens de  $CN_m$  para  $SN_n$ , por outro lado, são dadas por

$$\log(r_{mn}) = \boxplus_{n' \in N(m) \setminus n} \log(q_{n'm}) \quad (4.48)$$

Este cálculo, envolvendo o operador  $\boxplus$ , deve ser efectuado de acordo com as regras da álgebra das razões de verosimilhança logarítmica, expostas na secção 4.2.

Em cada iteração, os valores calculados com (4.48) são em seguida usados para obter as mensagens de  $SN_n$  para  $CN_m$ , de acordo com

$$\log(q_{nm}) = 2 \frac{y_n}{\sigma^2} + \sum_{m' \in M(n) \setminus m} \log(r_{m'n}) \quad (4.49)$$

Também em cada iteração, há que actualizar LLR's "a posteriori" usando os resultados de (4.48):

$$\log(Q_n) = 2 \frac{y_n}{\sigma^2} + \sum_{m \in M(n)} \log(r_{mn}) \quad (4.50)$$

Tabela 4.2: Algoritmo LSPA.

Para todos os pares  $(SN_n, CN_m)$  para os quais  $h_{mn} = 1$  na matriz  $\mathbf{H}$ , depois de inicializar  $\log(q_{nm}) = (2y_n/\sigma^2)$ , procede-se do seguinte modo:

1. Mensagem que cada  $CN_m$  envia para  $SN_n$ :  $\log(r_{mn}) = \boxplus_{n' \in N(m) \setminus n} \log(q_{n'm})$
2. Mensagem enviada de  $SN_n$  para  $CN_m$ :  $\log(q_{nm}) = 2y_n/\sigma^2 + \sum_{m' \in M(n) \setminus m} \log(r_{m'n})$
3. Cálculo das LLR's "a posteriori":  $\log(Q_n) = 2y_n/\sigma^2 + \sum_{m \in M(n)} \log(r_{mn})$
4. Decisão sobre os bits transmitidos:

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 1 & \log(Q_n) < 0 \\ 0 & \log(Q_n) \geq 0 \end{cases}$$

5. Cálculo da síndrome:  $\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}} \mathbf{H}^T$ . Se o cálculo der zero, pára-se a decodificação; caso contrário, volta-se ao "passo 1" para nova iteração (o processo de decodificação pode ser interrompido, sem que  $\mathbf{s} = 0$ , ao fim de um número especificado de iterações).

Na Tabela 4.2 resumem-se as diversas etapas do algoritmo LSPA.

### 4.3.3 Algoritmo MS-LSPA

O Algoritmo MS-LSPA (Minim Sum - Logarithm Sum Product Algorithm), resulta de uma simplificação do algoritmo LSPA no que diz respeito ao cálculo de  $\log(r_{mn})$  com base nos diversos valores de  $\log(q_{n'm})$  (etapa 2 da Tabela 4.2). A simplificação, que decorre do exposto na secção 4.2.3, é a seguinte:

$$\log(r_{mn}) = \boxplus_{n' \in N(m) \setminus n} \log(q_{n'm})$$

### 4.3. Decodificação Iterativa Baseada em Grafos de Tanner

$$\approx \prod_{n' \in N(m) \setminus n} [\text{sgn}(\log(q_{n'm}))] \times \min_{n' \in N(m) \setminus n} |\log(q_{n'm})| \quad (4.51)$$

Na Tabela 4.3 resumem-se as diversas etapas do algoritmo MS-LSPA.

*Tabela 4.3: Algoritmo MS-LSPA.*

---

Para todos os pares  $(SN_n, CN_m)$  para os quais  $h_{mn} = 1$ , na matriz  $\mathbf{H}$ , depois de inicializar  $q_{nm} = \exp(2y_n/\sigma^2)$ , procede-se do seguinte modo:

1. Mensagem que cada  $CN_m$  envia para o  $SN_n$ :

$$\log(r_{mn}) = \prod_{n' \in N(m) \setminus n} [\text{sgn}(\log(q_{n'm}))] \times \min_{n' \in N(m) \setminus n} |\log(q_{n'm})|$$

2. Mensagem enviada de  $SN_n$  para  $CN_m$ :  $\log(q_{nm}) = 2y_n/\sigma^2 + \sum_{m' \in M(n) \setminus m} \log(r_{m'n})$
3. LLR's "a posteriori":  $\log(Q_n) = 2y_n/\sigma^2 + \sum_{m \in M(n)} \log(r_{mn})$
4. Cálculo de decisão sobre os bits transmitidos:

$$\hat{c}_n = \begin{cases} 1, & \log(Q_n) < 0 \\ 0, & \log(Q_n) \geq 0 \end{cases}$$

- 
5. Cálculo da síndrome:  $\mathbf{s} = \hat{\mathbf{c}} \mathbf{H}^T$ . Se o cálculo der zero, pára-se a decodificação; caso contrário, volta-se ao "passo 1" para nova iteração (o processo de decodificação pode ser interrompido, sem que  $\mathbf{s} = 0$ , ao fim de um número especificado de iterações).
-

### 4.3.4 Desempenho

Os benefícios da codificação de canal num sistema de transmissão digital que emprega uma dada modulação são geralmente associados à melhoria da eficiência de potência, definida pela função  $P_b = f(E_b/N_0)$  que traduz os desempenhos obtidos. Há que ter também em conta a degradação da eficiência espectral associada à redundância do código utilizado.

Na avaliação duma técnica de codificação/decodificação, é essencial atender-se aos desempenhos obtidos numa situação de referência, assim caracterizada: modulação binária antipodal combinada com a codificação que se pretende avaliar; transmissão em canal AWGN; desmodulação em condições óptimas. Para um dado código de blocos, os desempenhos nesta situação de referência dependem directamente das distâncias de Hamming no âmbito do código; assimptoticamente, pode definir-se um ganho de codificação  $G_C = 10 \times \log_{10}(Rd_{min})$  [dB], em que  $d_{min}$  é a distância de Hamming mínima no âmbito do código e  $R = k/n$  é a razão do mesmo (Anexo A.4).

Neste contexto, a maior ou menor proximidade em relação aos chamados "limites de Shannon" pode ser um elemento importante na pesquisa e avaliação de novas técnicas de codificação e decodificação de canal. Por exemplo, de acordo com resultados conhecidos da teoria da informação, uma técnica de codificação/decodificação que, com  $R = 1/2$ , permite atingir  $P_b \leq 10^{-5}$  para  $E_b/N_0 \leq 1$  dB situa-se muito perto dos limites de Shannon [BB99]. A teoria de Shannon aponta para blocos codificados muito longos caso se pretenda uma boa aproximação dos limites referidos, ainda que não apresente construções concretas de códigos com esse objectivo. É importante referir, no caso dos códigos de blocos  $(n, k)$ , que valores apropriados de  $R$  e de  $d_{min}$ , para uma boa aproximação dos limites de Shannon, implicam valores muito elevados para  $n$  e para  $k$ . Com tais valores, o problema da decodificação é, obviamente, mais difícil de resolver que o problema da construção de novos códigos: excelentes desempenhos são possíveis, mas,

### 4.3. Descodificação Iterativa Baseada em Grafos de Tanner

em princípio, requerem grande complexidade de implementação. Códigos com blocos muito longos e que pertencem à classe LDPC constituem uma solução apropriada nos dias de hoje, graças aos algoritmos de descodificação iterativa directamente associados ao grafo de Tanner de cada código, e, indirectamente, à respectiva matriz  $\mathbf{H}$ . O facto de se tratar de uma matriz esparsa é essencial para garantir uma complexidade de descodificação aceitável, pois significa que o número de mensagens  $CN \rightarrow SN$  e  $SN \rightarrow CN$ , em cada iteração, é relativamente baixo, mesmo com os blocos de milhares de bits que possibilitam boas aproximações dos limites de Shannon. Note-se, no entanto, que mesmo os melhores algoritmos disponíveis (SPA e LSPA) não são óptimos nas situações de interesse prático, em que a presença de ciclos no grafo de Tanner é inevitável [LC04].

*Capítulo 4. Códigos de Blocos Lineares e Sua Decodificação SISO*

# Capítulo 5

## Códigos Convolucionais e Sua Descodificação SISO

Neste capítulo, abordam-se as questões da codificação de canal com códigos convolucionais e da respectiva descodificação SISO, com os detalhes justificáveis pela sua aplicação nesta tese, nomeadamente no contexto das técnicas iterativas de descodificação/detecção propostas nos capítulos 6, 7 e 8. A secção 5.1 é dedicada à caracterização dos códigos convolucionais e inclui uma breve introdução às técnicas de codificação de canal que envolvem concatenação de códigos convolucionais. A secção 5.2 é especificamente dedicada ao problema da descodificação SISO baseada nas treliças dos códigos convolucionais. Na secção 5.2 referem-se alguns aspectos de desempenho, quer dos códigos convolucionais individualmente considerados, quer das respectivas concatenações. Os assuntos expostos neste capítulo são, de alguma maneira complementados pelo Anexo B.

### 5.1 Códigos Convolucionais

Os códigos convolucionais foram propostos em [Eli54], mas só se tornaram códigos de primeira escolha para muitas aplicações depois da descoberta do Algoritmo de Viterbi [Vit67], ligada à caracterização desses códigos através das respectivas treliças. Tal como os códigos de blocos de uso mais frequente, os códigos convolucionais são códigos lineares.

Tal como sucede com os códigos de blocos, a sequência de dados é decomposta em sucessivos blocos de  $k$  bits, e a sequência de saída do codificador é formada por sucessivos blocos de  $n$  bits ( $n > k$ ). Contudo, diferentemente do que sucede com os códigos de blocos, cada bloco de saída depende não só do bloco de entrada corrente mas também de um ou mais blocos anteriores, pelo que se pode dizer que os códigos convolucionais são códigos com memória. É o uso desta memória que permite bons desempenhos mesmo quando  $k$  e  $n$  são bastante pequenos. São, aliás, muito comuns nas aplicações práticas os códigos convolucionais em que  $k = 1$  e  $n = 2$ .

A subsecção 5.1.1 é dedicada à caracterização de uma ampla classe de códigos convolucionais com  $k = 1$ . Na subsecção 5.1.2, são abordados os códigos convolucionais com  $k > 1$ , sendo aí referida uma forma prática de obter uma codificação convolucional  $(n, k)$  com  $k > 1$ , usando um codificador convolucional com  $k = 1$  e uma técnica de "perfuração" (puncturing) complementar (algo de que já foi feita aplicação no capítulo 3). A subsecção 5.1.3 introduz os códigos convolucionais recursivos e sistemáticos, e, na subsecção 5.1.4, são introduzidas as modernas técnicas de concatenação de códigos convolucionais, em que os códigos convolucionais recursivos e sistemáticos desempenham um papel muito importante na obtenção de desempenhos excelentes, que podem até representar boas aproximações dos limites de Shannon.

### **5.1.1 Códigos Convolucionais $(n, 1)$**

Quando é usado um codificador convolucional  $(n, 1)$  (ver Fig. 5.1), pode-se associar à sequência de entrada  $\mathbf{b}$ , bem como às  $n$  subsequências de saída  $\mathbf{a}^{(j)}$ , com  $j = 1, 2, \dots, n$ , séries de potências da forma

$$\mathbf{b}(D) = \dots + b_{-1}D^{-1} + b_0 + b_1D + b_2D^2 + \dots \quad (5.1)$$

e

$$\mathbf{a}^{(j)}(D) = \cdots + a_{-1}^{(j)}D^{-1} + a_0^{(j)} + a_1^{(j)}D + a_2^{(j)}D^2 + \cdots, \quad (5.2)$$

com  $j = 1, 2, \dots, n$ . O operador  $D$  (correspondente a  $Z^{-1}$  na teoria dos sinais discretos) permite definir os atrasos dos sucessivos bits, através dos expoentes que afectam os sucessivos termos dos desenvolvimentos em série de potências. O processo de codificação é descrito pela operação matricial seguinte:

$$\mathbf{a}(D) = \mathbf{b}(D)\mathbf{G}(D), \quad (5.3)$$

com

$$\mathbf{G}(D) = [\mathbf{g}_1(D) \ \mathbf{g}_2(D) \ \cdots \ \mathbf{g}_n(D)] \quad (5.4)$$

e

$$\mathbf{a}(D) = [\mathbf{a}^{(1)}(D) \ \mathbf{a}^{(2)}(D) \ \cdots \ \mathbf{a}^{(n)}(D)], \quad (5.5)$$

em que  $\mathbf{G}(D)$  designa a matriz geradora do código convolucional.

Ou seja, cada uma das  $n$  subsequências de saída é dada por

$$\mathbf{a}^{(j)}(D) = \mathbf{b}(D)\mathbf{g}_j(D) \quad (5.6)$$

Na Fig. 5.2 pode ver-se um exemplo de codificador convolucional  $(n, 1)$  com  $n = 2$ ,  $\mathbf{g}_1(D) = 1 + D^2$  e  $\mathbf{g}_2(D) = 1 + D + D^2$ . A codificação convolucional, neste caso, opera em conformidade com o diagrama em treliça representado na Fig. 5.3. A memória inerente à

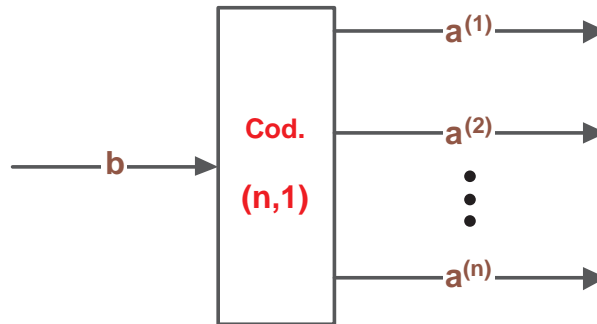


Figura 5.1: Codificador convolucional  $(n,1)$ .

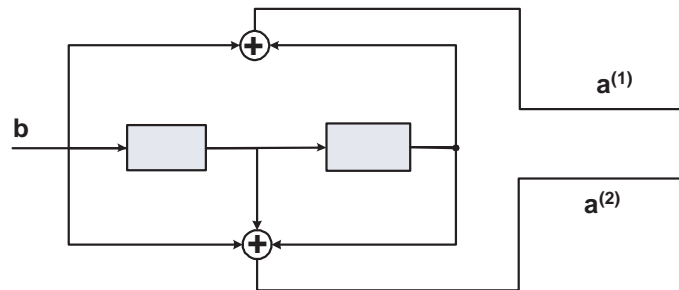


Figura 5.2: Exemplo de codificador convolucional  $(2,1)$ , com  $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$ .

codificação traduz-se aqui pelos 4 estados presentes na treliça, com o conteúdo do "shift register" da Fig. 5.2 em correspondência com a designação de cada um desses estados. Cada ramo do diagrama em treliça parte de um "estado inicial"  $(b_{i-1}, b_{i-2})$ ; o "estado seguinte" (em que o ramo termina)  $(b_i, b_{i-1})$ , bem como o dicit de saída  $(a_i^{(1)}, a_i^{(2)})$ , dependem conjuntamente do bit corrente de entrada,  $b_i$ , e do estado inicial  $(b_{i-1}, b_{i-2})$ .

No Anexo B.1, a título de exemplo, pode ver-se uma treliça completa correspondente ao emprego deste codificador, quando o bloco de dados engloba 5 bits. Nesse exemplo, assume-se que o codificador arranca de um estado conhecido: este, tal como sucede habitualmente na prática, é o "estado zero". Assume-se também que, a seguir aos bits de dados, a entrada do

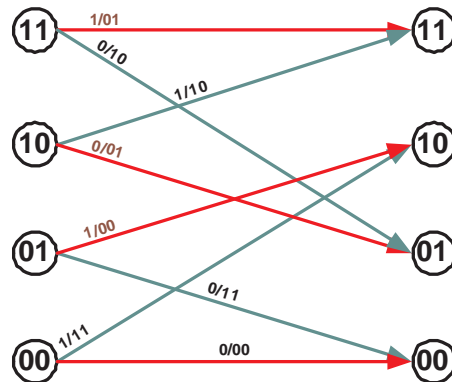


Figura 5.3: Diagrama em treliça correspondente a  $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$ .

codificador envolve "bits de terminação" (tail), de modo a provocar o retorno do codificador ao estado zero. O Anexo B.1 usa este exemplo para mostrar que, para um dado bloco de dados de comprimento finito, o processo de descodificação associado à treliça completa equivale ao que é inerente a um código de blocos linear convencional, definido pela matriz geradora respectiva. No exemplo citado (5 bits de dados), a razão de codificação é inferior a  $1/n = 1/2$ , devido ao impacto da terminação; contudo, é óbvio que se teria  $R \approx 1/n = 1/2$  se o bloco de dados fosse substancialmente mais longo.

Muitos outros códigos  $(n, 1)$  podem ser definidos, com a especificação de polinómios  $g_1(D)$ ,  $g_2(D), \dots, g_n(D)$ . O número de estados do codificador, correspondente ao número de conteúdos possíveis do "shift register" requerido, é  $2^K$ , com

$$K = \max_{1 \leq j \leq n} \text{"Grau de } g_j(D)\text{"} \quad (5.7)$$

traduzindo este parâmetro  $K$  a memória associada ao processo de codificação ( $K = 2$  no exemplo citado, com  $2^K = 4$  estados).

### 5.1.2 Códigos Convolucionais $(n, k)$

Considere-se agora um codificador convolucional  $(n, k)$ , com  $k > 1$  (ver Fig. 5.4). Neste caso, têm-se  $k$  subseqüências  $\mathbf{b}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, k$ , na entrada e  $n$  subseqüências  $\mathbf{a}^{(j)}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ , na saída do codificador. O processo de codificação é, de novo, descrito pela equação matricial (5.3), mas agora com

$$\mathbf{b}(D) = [\mathbf{b}^{(1)}(D) \ \mathbf{b}^{(2)}(D) \ \dots \ \mathbf{b}^{(k)}(D)] \quad (5.8)$$

sendo  $\mathbf{G}(D)$  uma matriz  $k \times n$  em que o elemento  $(i, j)$  é um polinómio  $\mathbf{g}_{ij}(D)$ . A matriz  $\mathbf{a}(D)$  é de novo dada por (5.5), agora com

$$\mathbf{a}^{(j)}(D) = \sum_{i=1}^k \mathbf{b}^{(i)}(D) \mathbf{g}_{ij}(D) \quad (5.9)$$

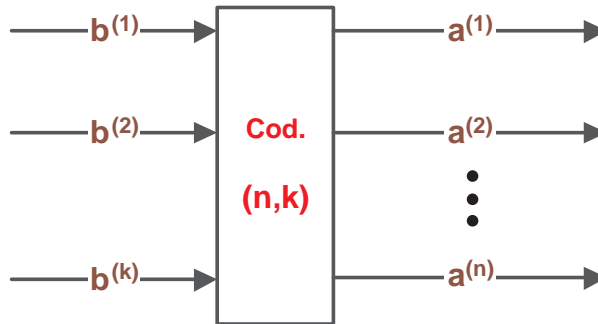


Figura 5.4: Codificador convolucional  $(n, k)$ .

Define-se uma "memória do codificador" da seguinte forma:

$$v = \max_{1 \leq i \leq k} v_i, \quad (5.10)$$

em que

$$v_i = \max_{1 \leq j \leq n} \text{"Grau de } \mathbf{g}_{ij}(D)\text{"} \quad (5.11)$$

Quanto à "memória global do codificador", dada por

$$K = \sum_{i=1}^k v_i, \quad (5.12)$$

corresponde ao número de elementos de memória no codificador, e está ligada ao número de estados,  $2^K$ .

A título de exemplo, considere-se o codificador convolucional (3, 2) da Fig. 5.5, associado à matriz geradora

$$\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 + D & 1 + D & 1 \\ 0 & D & 1 + D \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

e ao diagrama em treliça da Fig. 5.6. Neste caso,  $\nu_1 = \nu_2 = 1$ ,  $\nu = 1$  e  $K = 2$  ( $2^K = 4$  estados).

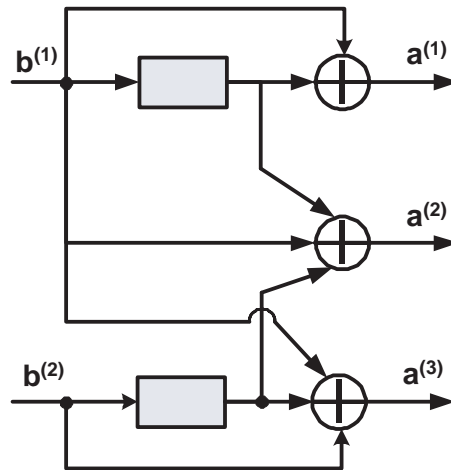


Figura 5.5: Diagrama em treliça correspondente a  $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1+D & 1+D & 1 \\ 0 & D & 1+D \end{bmatrix}$ .

Note-se que é possível efectuar uma codificação convolucional  $(n, k)$  com  $k > 1$  usando um codificador convolucional com  $k = 1$ ; aliás, este é o procedimento mais frequente na prática.

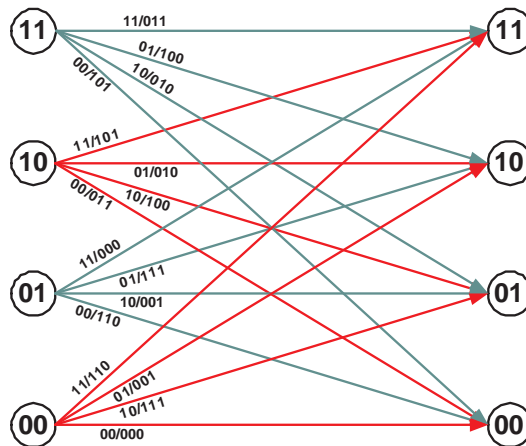


Figura 5.6: Treliça de codificador convolucional (3, 2) com  $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1+D & 1+D & 1 \\ 0 & D & 1+D \end{bmatrix}$ .

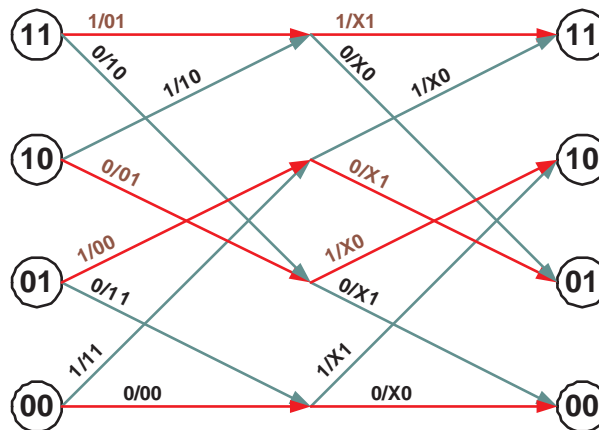


Figura 5.7: Diagrama em treliça para um código (3, 2) obtido por perfuração ( $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ) do código (2, 1) da Fig. 5.6.

Usando o codificador com  $k = 1$ , alguns dos bits de saída não são efectivamente transmitidos, operação essa designada por "perfuração" (puncturing). A supressão de alguns bits obedece a um padrão periódico, correspondendo cada período a uma "matriz de perfuração" cujos elementos são "1" (bits transmitidos) e "0" (bits suprimidos). Partindo, por exemplo, da codificação con-

volucional (2, 1) considerada na subsecção 5.1.1 (Figs. 5.2 e 5.3), e usando a matriz de perfuração

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

obtém-se numa codificação associada à treliça da Fig. 5.7, em que a letra "X" designa cada um dos bits de saída suprimidos. Para cada 2 bits de entrada, o codificador gera agora, não  $2 \times 2$  bits de saída como na codificação (2, 1) de partida, mas sim  $2 \times 2 - 1 = 3$  bits de saída, devido ao bit suprimido. A codificação assim obtida é, por conseguinte, uma codificação convolucional (3, 2). Note-se, aliás, que o diagrama em treliça da Fig. 5.7 é equivalente ao diagrama em treliça da Fig. 5.6: na realidade a codificação (3, 2) obtida com o codificador da Fig. 5.2 e uma perfuração de acordo com (5.14) equivale à codificação (3, 2) directamente obtida com o codificador da Fig. 5.5.

### 5.1.3 Códigos Convolucionais Recursivos e Sistemáticos

Muitos dos códigos convolucionais recursivos e sistemáticos usados na prática são códigos (2, 1) equivalentes aos códigos (2, 1), não recursivos, referidos na subsecção 5.1.1. Sendo  $\mathbf{g}_1(D)$  e  $\mathbf{g}_2(D)$  os polinómios geradores que caracterizam o código não recursivo, o código recursivo sistemático equivalente apresenta a matriz geradora

$$\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_2(D) \\ & \mathbf{g}_1(D) \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Os códigos são equivalentes porque as subsequências de saída possíveis,  $\mathbf{a}^{(1)}$  e  $\mathbf{a}^{(2)}$ , são as mesmas, embora estejam associadas a diferentes sequências de entrada: com efeito,

$$\mathbf{b}(D) = [\mathbf{g}_1(D) \quad \mathbf{g}_2(D)] = \mathbf{b}'(D) \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{g}_2(D) \\ & \mathbf{g}_1(D) \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

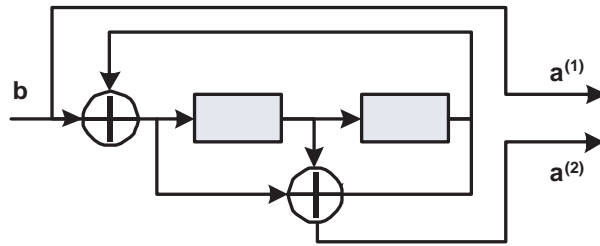


Figura 5.8: Exemplo de codificador (2, 1) recursivo e sistemático, com  $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix}$ .

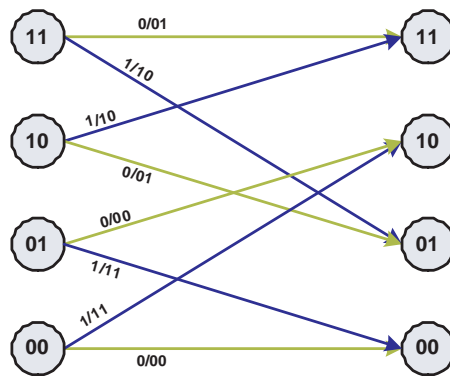


Figura 5.9: Diagrama em treliça correspondente a  $\mathbf{G}(D) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \end{bmatrix}$ .

se for  $\mathbf{b}'(D) = \mathbf{b}(D)\mathbf{g}_1(D)$ .

A título de exemplo, a Fig. 5.8 mostra o codificador convolucional (2, 1), recursivo e sistemático, equivalente ao codificador da Fig. 5.2. O respectivo diagrama em treliça está representado na Fig. 5.9, directamente comparável com o diagrama da Fig. 5.3. No Anexo B.1, a título de exemplo, pode ver-se uma treliça completa correspondente ao emprego do codificador da Fig. 5.8, quando o bloco de entrada engloba 5 bits. Assume-se que o codificador arranca do "estado zero", e que, a seguir aos bits de dados, a entrada do codificador envolve bits de terminação, de modo a provocar o retorno do codificador ao "estado zero". Note-se, a propósito, que, ao contrário do que sucedia com o código (2, 1) não recursivo, a terminação requer agora 2 bits que

dependem do estado em que o codificador se situa quando a terminação se inicia. O Anexo B.1 usa este exemplo para mostrar que o novo processo de codificação, associado à treliça completa baseada no emprego do codificador da Fig. 5.8, equivale também ao que é inerente a um código de blocos linear convencional, definido pela respectiva matriz geradora.

#### 5.1.4 Concatenações de Códigos Convolucionais

As vantagens de uma codificação de canal envolvendo concatenações de códigos são há muito conhecidas [For66], com compromissos complexidade/desempenho que fazem delas a solução apropriada para muitos sistemas de telecomunicações. Recentemente, com [BGT93] e outras publicações posteriores (em grande parte inspiradas nessa publicação inicial), mostrou-se que é mesmo possível aproximar os limites de Shannon, sem uma implementação de grande complexidade, recorrendo a concatenações de códigos convolucionais. Os turbo-códigos propostos em [BGT93] são concatenações paralelas de códigos convolucionais ligados por um entrelaçador (interleaver). Para que sejam possíveis desempenhos excepcionais mediante descodificação apropriada, é necessário que os códigos sejam recursivos (preferencialmente sistemáticos), não sendo necessário um número de estados muito elevado. O que é também imprescindível, em ligação com o carácter recursivo, e que os códigos operem com blocos de dados muito longos, ou seja, que a profundidade de entrelaçamento seja muito elevada [BGT93, VY02, LC04]. Na Fig. 5.10 pode ver-se, a título de exemplo, o codificador de um turbo-código: neste caso, os dois códigos convolucionais envolvidos na concatenação são idênticos ao código convolucional recursivo e sistemático das Figs. 5.8 e 5.9. O entrelaçador é definido por uma permutação no âmbito do conjunto de bits do bloco de dados  $\mathbf{b}$ , pelo que  $\tilde{\mathbf{b}}$  e  $\mathbf{b}$  são constituídos pelos mesmos bits, mas por ordem diferente.

Mostrou-se entretanto [BDMP98] que, com uma concatenação série de códigos convolu-

cionais simples (com poucos estados) também é possível atingir desempenhos excepcionais, semelhantes aos dos turbo-códigos. Nestas concatenações série, a sequência de saída do codificador externo é objecto de permutação, com um entrelaçador, constituindo a sequência resultante a entrada do codificador interno. Para desempenhos comparáveis aos dos turbo-códigos, é essencial operar com longos blocos de dados (implicando elevada profundidade de entrelaçamento) e adoptar um código convolucional recursivo e sistemático como código interno [BDMP98, VY02, LC04].

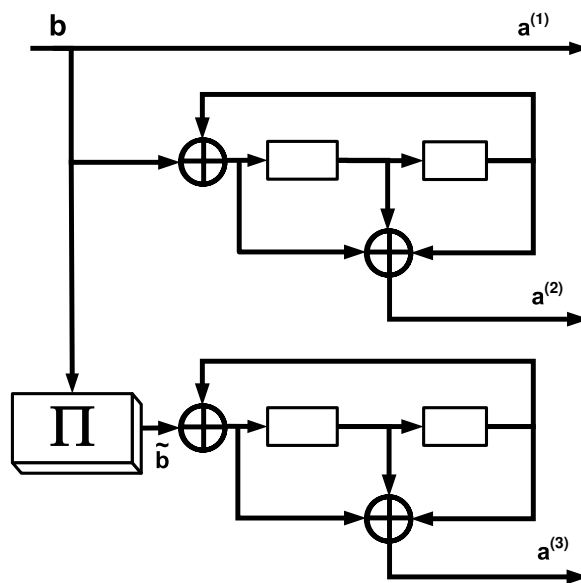


Figura 5.10: Exemplo de codificador de um turbo-código.

Quando se procede à concatenação (paralela ou série) de códigos convolucionais, ligados entre si por um entrelaçamento profundo, pode dizer-se que é gerado um código de blocos linear equivalente em que tanto os blocos de bits de informação como os blocos de bits codificados são muito longos. O emprego de códigos constituintes recursivos e sistemáticos, neste contexto, assegura "espectros de distâncias de Hamming" (associados aos pesos das sequências não nulas) favoráveis à obtenção dos desempenhos excepcionais referidos. A descodificação requerida não tem que ser muito complexa para atingir estes desempenhos: na realidade, ela pode concretizar-

se sob a forma de uma colaboração entre os descodificadores (relativamente simples) de cada um dos códigos constituintes, trocando estes entre si informação sobre as sequências de bits transmitidos, num processo iterativo de convergência rápida. Cada um dos descodificadores dos códigos convolucionais envolvidos em concatenação deverá ser um "descodificador SISO" (Soft-In, Soft-Out), com um funcionamento que é explicado detalhadamente na secção 5.2.

## 5.2 Descodificação SISO Baseada em Treliças

Nesta secção, é abordado o problema da descodificação SISO de códigos convolucionais. Tal como para a descodificação SISO de qualquer outro código, o objectivo da descodificação SISO de um código convolucional é produzir informação branda sobre cada um dos bits transmitidos, seja sob a forma de uma probabilidade condicional a posteriori, seja sob a forma de uma razão dessas probabilidades (LR) ou do logaritmo da mesma (LLR), com base na correspondente informação branda sobre cada um desses bits disponível na entrada do descodificador. Sendo a codificação convolucional facilmente caracterizável por uma treliça, os algoritmos de descodificação usuais para essa forma de codificação (e, especificamente, os algoritmos de descodificação SISO) baseiam-se na treliça respectiva. O algoritmo MAP (Maximum A Posteriori) é um algoritmo baseado na treliça de um código que realiza os objectivos da descodificação SISO de forma óptima: as decisões consequentes, baseadas precisamente na probabilidade "a posteriori", que apresenta o valor máximo para cada bit, entre as duas alternativas (0 ou 1), são então tomadas com probabilidade de erro mínima. Esse algoritmo, introduzido em [BCJR74], é muitas vezes designado por "Algoritmo BCJR", em homenagem aos seus autores (Bahl, Cocke, Jelinek e Raviv). Na sua formulação logarítmica, essencialmente para transformar multiplicações em adições no âmbito do processamento requerido, sem perder as características óptimas, é designado por "Algoritmo Log-MAP". Com alguma degradação de desempenho, mas com clara

simplificação adicional de implementação, pode referir-se o "Algoritmo Max-Log-MAP", bem como as várias versões do "Algoritmo SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm)" inicialmente proposto em [HH89]. O "Algoritmo MAP", e seus fundamentos, é tratado na secção 5.2.1. "Módulos SISO" práticos Log-MAP e Max-Log-MAP são o objecto da secção 5.2.2.

### 5.2.1 Algoritmo MAP

Considere-se um código convolucional gerado por um codificador  $(n_0, k_0)$ . Isto significa que cada bloco de  $k_0$  bits de informação  $\mathbf{u}_t = (u_t^1, u_t^2, \dots, u_t^{k_0})$  ( $u_t^j = 1$  ou  $0$ ) origina um bloco de  $n_0$  bits codificados  $\mathbf{c}_t = (c_t^1, c_t^2, \dots, c_t^{n_0})$  ( $c_t^j = 1$  ou  $0$ ). Além de depender do bloco  $\mathbf{u}_t$ , o bloco  $\mathbf{c}_t$  depende também do "estado inicial"  $s_t^S$ , o mesmo se podendo dizer do "estado seguinte"  $s_t^E$ , também conjuntamente dependente de  $\mathbf{u}_t$  e de  $s_t^S$ . Na Fig. 5.11 pode ver-se a representação genérica de um ramo  $e$  da treliça, de acordo com estas notações.

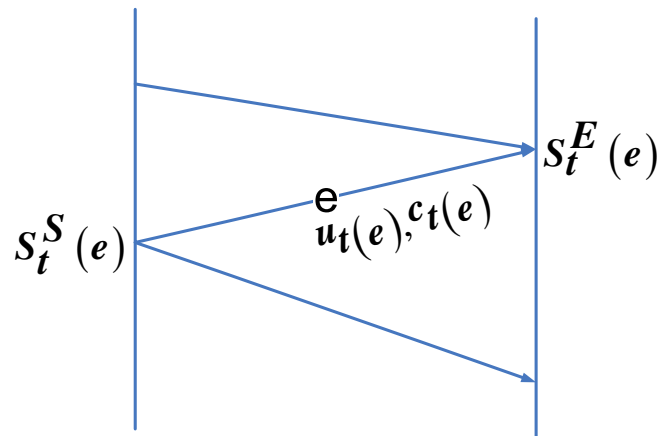


Figura 5.11: Representação genérica de um ramo da treliça.

Supõe-se que codificador é inicializado, para  $t = 0$ , num estado conhecido  $s_0$  (geralmente admite-se o estado zero), e que, após  $N$  blocos  $\mathbf{u}_t$  e outros tantos blocos  $\mathbf{c}_t$  ( $t = 1, 2, \dots, N$ ),

o codificador termina num estado conhecido  $s_N$  (geralmente também se admite o estado zero) independentemente da sequência de dados, graças a bits de "tail" apropriados. Note-se que  $s_t^E(e) = s_{t+1}^S(e)$ , com a notação aqui utilizada.

Admite-se em seguida que o código é combinado com uma modulação binária antipodal. Na saída do desmodulador (entrada do decodificador), surgem blocos  $\mathbf{R}_t = (r_t^1, r_t^2, \dots, r_t^{n_0})$ , como consequência de blocos transmitidos  $\mathbf{X}_t = (x_t^1, x_t^2, \dots, x_t^{n_0})$ :

$$r_t^j = x_t^j + n_t^j, \quad (5.17)$$

em que

$$x_t^j = (2c_t^j - 1) A \quad (5.18)$$

( $x_t^j = A$  ou  $-A$ , consoante  $c_t^j = 1$  ou  $0$ ) e  $n_t^j$  designa um termo de ruído gaussiano, com média nula e variância  $\sigma^2$ .

Qualquer subsequência  $(\mathbf{R}_i, \mathbf{R}_{i+1}, \dots, \mathbf{R}_{i'})$  de blocos recebidos é aqui designada por  $\mathbf{R}_i^{i'}$ , pelo que  $\mathbf{R}_1^N$  diz respeito à sequência completa de  $N$  blocos recebidos  $(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_N)$ . Pode ainda escrever-se, para  $1 \leq t \leq N - 1$ ,

$$\mathbf{R}_1^N = (\mathbf{R}_1^{t-1}, \mathbf{R}_t, \mathbf{R}_{t+1}^N). \quad (5.19)$$

Antes da descodificação, as probabilidades do bloco de informação  $\mathbf{u}(e)$  e do bloco codificado  $\mathbf{c}(e)$  referentes ao ramo  $e$  da treliça (ver Fig. 5.11) são dadas, respectivamente, por  $P_t(\mathbf{u}(e); I)$  e  $P_t(\mathbf{c}(e); I)$ . O objectivo da descodificação SISO pode ser estabelecido como sendo o de calcular as probabilidades condicionais "a posteriori" a seguir definidas, tendo em conta a

**Capítulo 5. Códigos Convolucionais e Sua Decodificação SISO**

totalidade dos blocos  $\mathbf{R}_t$  recebidos ( $t = 1, 2, \dots, N$ ) :

$$P_t^A(\mathbf{u}; O) = P(\mathbf{u}_t = \mathbf{u} | \mathbf{R}_1^N) = \frac{1}{P(\mathbf{R}_1^N)} \sum_{e: \mathbf{u}(e)=\mathbf{u}} P(e, \mathbf{R}_1^N) \quad (5.20)$$

e

$$P_t^A(\mathbf{c}; O) = P(\mathbf{c}_t = \mathbf{c} | \mathbf{R}_1^N) = \frac{1}{P(\mathbf{R}_1^N)} \sum_{e: \mathbf{c}(e)=\mathbf{c}} P(e, \mathbf{R}_1^N) \quad (5.21)$$

As probabilidades que traduzem a chamada "informação extrínseca" sobre os blocos  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{c}$ , adquirida através da decodificação, são então dadas por  $P_t(\mathbf{u}; O) = P_t^A(\mathbf{u}; O)/P_t^A(\mathbf{u}; I)$  e  $P_t(\mathbf{c}; O) = P_t^A(\mathbf{c}; O)/P_t^A(\mathbf{c}; I)$ , respectivamente.

A probabilidade conjunta  $P(e; \mathbf{R}_1^N)$ , referente a um dado  $t$ , é dada por

$$P(e, \mathbf{R}_1^N) = P(s_t^S(e), \mathbf{R}_1^{t-1}) P(s_t^E(e), \mathbf{R}_t | s_t^S(e)) P(\mathbf{R}_{t+1}^N | s_{t+1}^S(e)), \quad (5.22)$$

relação de grande relevância no desenvolvimento do "Algoritmo MAP".

O cálculo indicado acima pode ser efectuado com um procedimento recursivo duplo, progressivo e regressivo, ao longo da treliça. Definindo  $A_{t-1}(s_t^S(e)) = P(s_t^S(e), \mathbf{R}_1^{t-1})$ ,  $B_t(s_t^E(e)) = P(\mathbf{R}_{t+1}^N | s_{t+1}^S(e))$  e  $M_t(e) = P(s_t^E(e), \mathbf{R}_t | s_t^S(e))$ , pelo que

$$P(e, \mathbf{R}_1^N) = A_{t-1}(s_t^S(e)) M_t(e) B_t(s_t^E(e)), \quad (5.23)$$

o procedimento recursivo progressivo baseia-se em

$$A_0(s) = \begin{cases} 1 & s = s_0 \\ 0 & s \neq s_0 \end{cases} \quad (5.24)$$

e

$$A_t(s) = \sum_{e: s_t^E(e)=s} A_{t-1}(s_t^S(e)) M_t(e), \quad (5.25)$$

com  $t = 1, \dots, N - 1$ . O procedimento recursivo regressivo baseia-se em

$$B_N(s) = \begin{cases} 1 & s = s_N \\ 0 & s \neq s_N \end{cases} \quad (5.26)$$

e

$$B_t(s) = \sum_{e: s_{t+1}^S(e)=s} B_{t+1}(s_{t+1}^E(e)) M_{t+1}(e), \quad (5.27)$$

com  $t = N - 1, \dots, 1$ .

Quanto ao cálculo de  $M_t(e) = P(s_t^E(e), \mathbf{R}_t | s_t^S(e))$ , probabilidade condicional que surge na factorização de  $P(e, \mathbf{R}_1^N)$  (equação 5.22), pode fazer-se de acordo com

$$M_t(e) = P(s_t^E(e) | s_t^S(e)) P(\mathbf{R}_t | \mathbf{X}_t) = P_t(\mathbf{u}(e); I) P(\mathbf{R}_t | \mathbf{X}_t), \quad (5.28)$$

se  $s_t^S(e)$  e  $s_t^E(e)$  estão ligados (caso contrário,  $M_t(e) = 0$ ), com

$$P(\mathbf{R}_t | \mathbf{X}_t) = \frac{P(\mathbf{X}_t | \mathbf{R}_t) P(\mathbf{R}_t)}{P(\mathbf{X}_t)} \propto P(\mathbf{X}_t | \mathbf{R}_t) = P_t(\mathbf{c}(e); I) \quad (5.29)$$

(Note-se que o factor constante  $P(\mathbf{R}_t)/P(\mathbf{X}_t)$  pode ser ignorado na computação subsequente, pois não afecta as razões de verosimilhança cuja determinação é o objectivo ultimo da descodificação SISO.)

Atendendo às equações (5.20) e (5.21), bem como (5.25) e (5.27) a (5.29), as probabilidades associadas à informação extrínseca obtida com a descodificação podem calcular-se da seguinte forma:

$$P_t(\mathbf{u}; O) = \frac{P_t^A(\mathbf{u}; O)}{P_t(\mathbf{u}; I)} = \sum_{e: \mathbf{u}(e)=\mathbf{u}} A_{t-1}(s_t^S(e)) P_t(\mathbf{c}(e); I) B_t(s_t^E(e)) \quad (5.30)$$

e

$$P_t(\mathbf{c}; O) = \frac{P_t^A(\mathbf{c}; O)}{P_t(\mathbf{c}; I)} = \sum_{e: \mathbf{c}(e)=\mathbf{c}} A_{t-1}(s_t^S(e)) P_t(\mathbf{u}(e); I) B_t(s_t^E(e)) \quad (5.31)$$

Admitindo independência dos  $k_0$  bits de informação e também dos  $n_0$  bits codificados em cada ramo,

$$P_t(\mathbf{u}; I) = \prod_{j=1}^{k_0} \text{Prob}(u^j; I) \quad (5.32)$$

e

$$P_t(\mathbf{c}; I) = \prod_{j=1}^{n_0} \text{Prob}(c^j; I). \quad (5.33)$$

É então possível calcular uma informação extrínseca, traduzida por probabilidades a posteriori de cada bit de informação e de cada bit codificado individualmente considerados, em função das respectivas probabilidades a priori, combinando (5.32) e (5.33) com (5.30) e (5.31):

$$\begin{aligned} P_t(u^j; O) &= \frac{P_t^A(u^j; O)}{P_t^A(u^j; I)} \\ &= \frac{1}{P_t(u^j; I)} \sum_{e: u^j(e)=u^j} A_{t-1}(s_t^S(e)) P_t(\mathbf{c}(e); I) P_t(\mathbf{u}(e); I) B_t(s_t^E(e)) \\ &= \sum_{e: u^j(e)=u^j} A_{t-1}(s_t^S(e)) \prod_{i=1}^{n_0} P_t(c^i(e); I) \prod_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} P_t(u^i(e); I) B_t(s_t^E(e)) \end{aligned} \quad (5.34)$$

e

$$\begin{aligned} P_t(c^j; O) &= \frac{P_t^A(c^j; O)}{P_t^A(c^j; I)} \\ &= \frac{1}{P_t(c^j; I)} \sum_{e: c^j(e)=c^j} A_{t-1}(s_t^S(e)) P_t(\mathbf{c}(e); I) P_t(\mathbf{u}(e); I) B_t(s_t^E(e)) \\ &= \sum_{e: c^j(e)=c^j} A_{t-1}(s_t^S(e)) \prod_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} P_t(c^i(e); I) \prod_{i=1}^{k_0} P_t(u^i(e); I) B_t(s_t^E(e)) \end{aligned} \quad (5.35)$$

## 5.2. Descodificação SISO Baseada em Treliças

Os cálculos anteriores mostram a possibilidade de calcular cada uma das probabilidades  $P_t(u^j; O)$  e  $P_t(c^j; O)$  usando os conjuntos de probabilidades  $P_t(u^j; I)$  com  $t = 1, \dots, N$  e  $P_t(c^j; I)$  com  $t = 1, \dots, N$  ( $i = 1, \dots, k_0; j = 1, \dots, n_0$ ).

Veja-se agora que é possível efectuar os cálculos inerentes à descodificação SISO/MAP inteiramente em termos de razões de verosimilhança. Antes da descodificação SISO, as razões de verosimilhança para os sucessivos bits de informação e de código são

$$\Lambda_t(u^j; I) = \frac{\text{Prob}(u^j = 1; I)}{\text{Prob}(u^j = 0; I)} \quad (5.36)$$

e

$$\Lambda_t(c^j; I) = \frac{\text{Prob}(c^j = 1; I)}{\text{Prob}(c^j = 0; I)}. \quad (5.37)$$

Como  $P_t(u^j = 1; I) + P_t(u^j = 0; I) = P_t(c^j = 1; I) + P_t(c^j = 0; I) = 1$ , resulta

$$P_t(u^j; I) = \frac{[\Lambda_t(u^j; I)]^{u^j}}{1 + \Lambda_t(u^j; I)} \quad (5.38)$$

e

$$P_t(c^j; I) = \frac{[\Lambda_t(c^j; I)]^{c^j}}{1 + \Lambda_t(c^j; I)}, \quad (5.39)$$

pelo que, atendendo a (5.32) e (5.33), se pode escrever

$$P_t(\mathbf{u}; I) = \prod_{j=1}^{k_0} [\Lambda_t(u^j; I)]^{u^j} \quad (5.40)$$

e

$$P_t(\mathbf{c}; I) = \prod_{j=1}^{n_0} [\Lambda_t(c^j; I)]^{c^j}, \quad (5.41)$$

desprezando constantes multiplicativas que não dependem dos bits em causa. No caso dos bits codificados, é sabido que, com  $x_t^j = A$  (para  $c_t^j = 1$ ) ou  $x_t^j = -A$  (para  $c_t^j = 0$ ),

$$\Lambda_t(c^j; I) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (r_t^j - A)^2\right)}{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (r_t^j + A)^2\right)} = \exp\left(2\frac{A}{\sigma^2} r_t^j\right) \quad (5.42)$$

em que  $\sigma^2$  designa a variância do ruído gaussiano presente nas amostras  $r_t^j = x_t^j + n_t^j$ .

Substituindo as probabilidades  $P_t(\mathbf{u}; I)$  e  $P_t(\mathbf{c}; I)$ , nas derivações analíticas desta secção, em conformidade com relações (5.40) e (5.41), respectivamente, é fácil chegar a uma formulação do algoritmo MAP em que as razões de verosimilhança  $\Lambda_t(u^j; O) = P_t(u^j = 1; O)/P_t(u^j = 0; O)$  e  $\Lambda_t(c^j; O) = P_t(c^j = 1; O)/P_t(c^j = 0; O)$ , correspondentes à informação extrínseca na saída do decodificador SISO, se obtêm a partir das razões de verosimilhança de entrada,  $\Lambda_t(u^j; I)$  e  $\Lambda_t(c^j; I)$ .

Na secção 5.2.2 descreve-se um desenvolvimento prático destas ideias, em que a condução dos cálculos em termos de razões de verosimilhança logarítmicas (LLR) leva a uma implementação do decodificador SISO com complexidade reduzida.

## **5.2.2 Algoritmos Log-MAP e Max-Log-MAP**

Descreve-se em seguida uma forma de realizar, na prática, um módulo de decodificação SISO. Este opera de acordo com o chamado "Algoritmo Log-MAP", o qual, apesar da redução de complexidade, é equivalente ao "Algoritmo MAP" de referência, descrito na secção 5.2.1.

A redução de complexidade com o módulo SISO agora em análise, representado na Fig. 5.12, é essencialmente devida à substituição de multiplicações por adições, dado que este novo algoritmo opera com LLR's em vez de LR's. Além disso, tira-se partido do chamado "Logaritmo



Figura 5.12: Módulo de descodificação SISO.

Jacobiano” para efectuar o cálculo do logaritmo de somatórios de exponenciais. Com este algoritmo, é introduzida a operação  $\max^*(.)$ , da seguinte forma:

$$\max^*(\delta_1, \delta_2) = \log(e^{\delta_1} + e^{\delta_2}) = \max(\delta_1, \delta_2) + f_c(|\delta_2 - \delta_1|) \quad (5.43)$$

com

$$f_c(|\delta_2 - \delta_1|) = \log(1 + e^{-|\delta_2 - \delta_1|}). \quad (5.44)$$

A operação  $\max^*(.)$  tem as seguintes propriedades:

- I.**  $\max^*(\delta_1, \delta_2, \delta_3) = \max^*(\delta_1, \max^*(\delta_2, \delta_3))$ ;
- II.**  $\max^*(\delta_1 + \delta_2, \delta_1 + \delta_3) = \delta_1 + \max^*(\delta_2, \delta_3)$ ;
- III.**  $\max^*(-\infty, \delta_1) = \delta_1$ .

Note-se que, no cálculo de  $\max^*(\delta_1, \delta_2)$ , se obtém  $\max^*(\delta_1, \delta_2) \approx \max(\delta_1, \delta_2)$ , com uma excelente aproximação se  $|\delta_2 - \delta_1| \gg 1$ : o factor de correcção  $f_c(|\delta_2 - \delta_1|)$ , que transforma  $\max(\delta_1, \delta_2)$  em  $\max^*(\delta_1, \delta_2)$ , é quase nulo nesse caso.

**Capítulo 5. Códigos Convolucionais e Sua Decodificação SISO**

A expressão  $\log(e^{\delta_1} + \dots + e^{\delta_n})$  pode então ser calculada exactamente, com simplicidade, através de um procedimento recursivo, visto que, fazendo  $\Delta = e^{\delta_1} + \dots + e^{\delta_{n-1}} = e^\delta$ ,

$$\begin{aligned} \log(e^{\delta_1} + \dots + e^{\delta_n}) &= \log(\Delta + e^{\delta_n}) + f_c(|\log \Delta - \delta_n|) \\ &= \max(\delta, \delta_n) + f_c(|\delta - \delta_n|) \end{aligned} \quad (5.45)$$

Note-se agora que (5.40) e (5.41) dão origem, respectivamente, a

$$\lambda_t(\mathbf{u}, I) = \sum_{j=1}^{k_0} u^j \lambda_t(u^j; I) \quad (5.46)$$

e

$$\lambda_t(\mathbf{c}, I) = \sum_{j=1}^{n_0} c^j \lambda_t(c^j; I), \quad (5.47)$$

em que  $\lambda_t(u^j; I) = \log \Lambda_t(u^j; I)$  e  $\lambda_t(c^j; I) = \log \Lambda_t(c^j; I)$ , com as duas razões de verosimilhança definidas em (5.36) e (5.37), respectivamente. Sendo  $\Lambda_t(c^j; I)$  dado por (5.42), deverá fazer-se

$$\lambda_t(c^j; I) = 2 \frac{A}{\sigma^2} r_t^j. \quad (5.48)$$

Com o "Algoritmo Log-MAP", os procedimentos recursivos, progressivo e regressivo, traduzem-se pelos seguintes cálculos, resultantes directamente dos anteriores (5.25) e (5.27) mediante o uso de logaritmos e da operação  $\max^*(\cdot)$  atrás definida:

$$\alpha_t(s) = \max_{e: s_t^S(e)=s}^* \{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) \}, \quad t = 1, \dots, N-1 \quad (5.49)$$

$$\beta_t(s) = \max_{e: s_{t+1}^S(e)=s}^* \{ \beta_{t+1}(s_{t+1}^S(e)) + \lambda_{t+1}(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_{t+1}(\mathbf{c}(e); I) \}, \quad t = N-1, \dots, (5.50)$$

atendendo a (5.46) e (5.47). Para inicialização, as equações (5.24) e (5.26) originam, respectivamente,

$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 0 & s = s_0 \\ -\infty & s \neq s_0 \end{cases}$$

e

$$\beta_N(s) = \begin{cases} 0 & s = s_N \\ -\infty & s \neq s_N. \end{cases}$$

O cálculo das LLR's de saída é realizado da seguinte forma, atendendo a (5.34) e (5.35), e ao facto de

$$\lambda_t(u^j; O) = \log \left( \frac{P_t(u^j = 1; O)}{P_t(u^j = 0; O)} \right) \quad (5.51)$$

e

$$\lambda_t(c^j; O) = \log \left( \frac{P_t(c^j = 1; O)}{P_t(c^j = 0; O)} \right). \quad (5.52)$$

A informação extrínseca é dada pelas expressões seguintes:

$$\begin{aligned} \lambda_t(u^j; O) &= \max_{e:u^j(e)=1}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ &\quad - \max_{e:u^j(e)=0}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \end{aligned} \quad (5.53)$$

para  $j = 1, \dots, k_0$ , e

$$\begin{aligned} \lambda_t(c^j; O) &= \max_{e:c^j(e)=1}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ &\quad - \max_{e:c^j(e)=0}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \end{aligned} \quad (5.54)$$

## Capítulo 5. Códigos Convolucionais e Sua Descodificação SISO

para  $j = 1, \dots, n_0$ .

A Tabela 5.1 resume os cálculos inerentes à descodificação SISO com o "Algoritmo Log-MAP". Note-se que, em alternativa ao módulo de descodificação SISO da Fig. 5.12, em que as saídas se referem à informação extrínseca fornecida pelo processo de descodificação, se podia optar por um módulo de descodificação com saídas referentes à informação total. Nesse caso, as saídas seriam

$$\lambda_t^A(u^j; O) = \lambda_t(u^j; O) + \lambda_t(u^j; I) \quad (5.55)$$

e

$$\lambda_t^A(c^j; O) = \lambda_t(c^j; O) + \lambda_t(c^j; I) \quad (5.56)$$

O algoritmo Log-MAP é equivalente ao algoritmo MAP, o que significa que, apesar da sua menor complexidade, também leva a cabo a descodificação SISO de forma óptima.

Na Tabela 5.2 define-se sumariamente o chamado "Algoritmo Max-Log-MAP", com ainda menor complexidade que o "Algoritmo Log-MAP" mas alguma degradação (ainda que ligeira) do desempenho.

Como se vê, passa-se do algoritmo Log-MAP para o algoritmo Max-Log-MAP substituindo a operação  $\max^*(.)$  pela, bastante mais simples, operação  $\max(.)$ . Neste caso, os dois procedimentos recursivos, progressivo e regressivo, podem ser vistos como equivalentes ao algoritmo de Viterbi convencional [Vit67, Vit98], no que diz respeito à selecção de caminhos "sobreviventes", ao longo da treliça (em cada um dos sentidos). Veja-se a propósito, o Anexo B.3.

Tabela 5.1: Algoritmo Log-MAP de descodificação SISO

---

Inicializar a treliça:  $\alpha_0(s) = \begin{cases} 0 & s = s_0 \\ -\infty & s \neq s_0 \end{cases}; \quad \beta_N(s) = \begin{cases} 0 & s = s_N \\ -\infty & s \neq s_N \end{cases}$

---

**I.** Cálculos de métricas de ramo para toda a treliça:

$$\lambda_t(\mathbf{u}(e); I) = \sum_{i=1}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I); \quad \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I).$$

**II.** Cálculos das métricas acumuladas no sentido progressivo, com  $t = 1, \dots, N - 1$ :

$$\alpha_t(s) = \max_{e: s_t^E(e)=s}^* \{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) \}.$$

**III.** Cálculos das métricas acumuladas no sentido regressivo, com  $t = N - 1, \dots, 1$ :

$$\beta_t(s) = \max_{e: s_{t+1}^S(e)=s}^* \{ \beta_{t+1}(s_{t+1}^E(e)) + \lambda_{t+1}(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_{t+1}(\mathbf{c}(e); I) \}.$$

**IV.** Cálculos referentes à informação extrínseca obtida pela descodificação SISO:

$$\lambda_t(u^j; O) = \max_{e: u^j(e)=1}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ - \max_{e: u^j(e)=0}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\}$$

e

$$\lambda_t(c^j; O) = \max_{e: u^j(e)=1}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ - \max_{e: u^j(e)=0}^* \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\},$$

com  $j = 1, \dots, k_0$  para os bits de informação e  $j = 1, \dots, n_0$  para os bits codificados.

---

Tabela 5.2: Algoritmo Max-Log-MAP de descodificação SISO

---

Inicializar a treliça:  $\alpha_0(s) = \begin{cases} 0 & s = s_0 \\ -\infty & s \neq s_0 \end{cases}; \quad \beta_N(s) = \begin{cases} 0 & s = s_N \\ -\infty & s \neq s_N \end{cases}$

---

**I.** Cálculos de métricas de ramo para toda a treliça:

$$\lambda_t(\mathbf{u}(e); I) = \sum_{i=1}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I); \quad \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I).$$

**II.** Cálculos das métricas acumuladas no sentido progressivo, com  $t = 1, \dots, N - 1$ :

$$\alpha_t(s) = \max_{e: s_t^E(e)=s} \{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) \}.$$

**III.** Cálculos das métricas acumuladas no sentido regressivo, com  $t = N - 1, \dots, 1$ :

$$\beta_t(s) = \max_{e: s_{t+1}^S(e)=s} \{ \beta_{t+1}(s_{t+1}^E(e)) + \lambda_{t+1}(\mathbf{u}(e); I) + \lambda_{t+1}(\mathbf{c}(e); I) \}.$$

**IV.** Cálculos referentes à informação extrínseca obtida pela descodificação SISO:

$$\lambda_t(u^j; O) = \max_{e: u^j(e)=1} \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ - \max_{e: u^j(e)=0} \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{k_0} u^i(e) \lambda_t(u^i; I) + \lambda_t(\mathbf{c}(e); I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\}$$

e

$$\lambda_t(c^j; O) = \max_{e: c^j(e)=1} \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\} \\ - \max_{e: c^j(e)=0} \left\{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + \lambda_t(\mathbf{u}(e); I) + \sum_{\substack{i=1 \\ (i \neq j)}}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I) + \beta_t(s_t^E(e)) \right\},$$

com  $j = 1, \dots, k_0$  para os bits de informação e  $j = 1, \dots, n_0$  para os bits codificados.

---

### 5.2.3 Descodificação Iterativa para Concatenações de Códigos Convencionais

Em situações de concatenação de códigos convolucionais, a descodificação SISO processa-se de forma iterativa, envolvendo uma troca de informação entre os descodificadores SISO dos códigos constituintes. Estes podem usar um dos algoritmos já descritos na secção 5.2, nomeadamente o algoritmo Log-MAP ou o algoritmo Max-Log-MAP (Tabelas 5.1 e 5.2), este último mais simples mas com alguma degradação do desempenho.

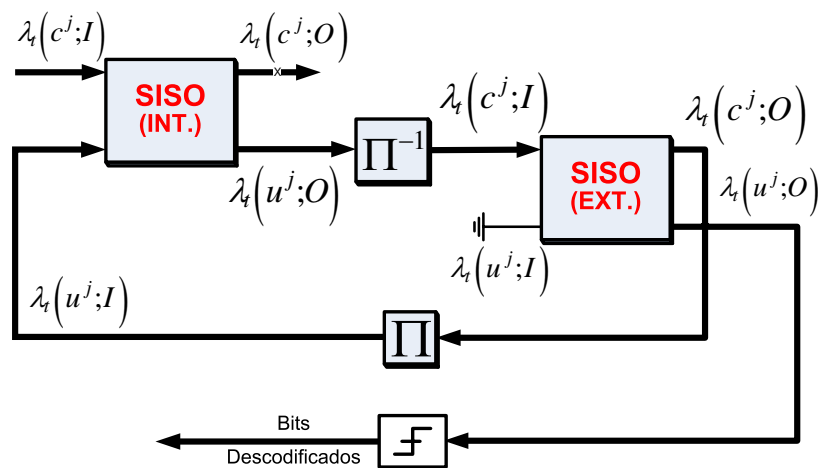


Figura 5.13: Descodificação iterativa para uma concatenação série de dois códigos convolucionais.

Exemplifica-se aqui com a descodificação iterativa para uma concatenação série, envolvendo um codificador convolucional externo e um codificador convolucional interno, ligados por um entrelaçador. O descodificador a utilizar está representado na Fig. 5.13, em que SISO (INT.) e SISO (EXT.) designam os descodificadores SISO dos códigos interno e externo, respectivamente, e  $\Pi$  e  $\Pi^{-1}$  traduzem as operações de entrelaçamento e desentrelaçamento. Neste caso, a entrada  $\lambda_t(c^j; I)$  do descodificador SISO (INT.) mantém-se constante ao longo das várias

iterações, com os valores dos LLR's de bit codificado em conformidade com as amostras cedidas pelo desmodulador que antecede o decodificador, como se viu atrás nesta secção. Ao longo das várias iterações, a entrada  $\lambda_t(u^j; I)$  do decodificador SISO (EXT.) também se mantém constante, com o valor zero. A cada nova iteração, a informação extrínseca inerente à saída  $\lambda_t(u^j; O)$  do decodificador interno converte-se, graças ao desentrelaçador, na informação de entrada,  $\lambda_t(c^j; I)$ , do decodificador externo; em seguida, a informação extrínseca inerente à saída  $\lambda_t(c^j; O)$  do decodificador externo converte-se, graças ao entrelaçador, na nova informação de entrada,  $\lambda_t(u^j; I)$  do decodificador interno. Ou seja, em cada nova iteração, são actualizados os LLR's  $\lambda_t(u^j; I)$  com que o decodificador interno opera, e os LLR's  $\lambda_t(c^j; I)$  com que o decodificador externo opera. Após várias iterações, a polaridade dos LLR's  $\lambda_t(u^j; I)$  obtidos com a decodificação externa permite obter estimativas dos bits da sequência de dados (Note-se que, no caso do SISO (EXT.), o LLR extrínseco inerente a  $\lambda_t(u^j; O)$  iguala o LLR total, pois  $\lambda_t(u^j; I) = 0$ ).

## **5.2.4 Desempenho**

Tal como sucede com os códigos de blocos, na avaliação dum código convolucional é essencial atender-se aos desempenhos obtidos numa situação de referência assim caracterizada: emprego de modulação binária antipodal; transmissão em canal AWGN; desmodulação em condições óptimas. Podendo definir-se um código de blocos equivalente para cada bloco de dados escolhido (ver Anexo B.1), e podendo este ser arbitrariamente longo, torna-se óbvio que os códigos de blocos assim construídos não tiram partido do aumento do comprimento dos blocos usados, se o codificador se mantiver: o valor de  $d_{min}$  e o valor de  $R$  não ultrapassam a "distância livre" e a "razão" que são inerentes a esse codificador. Os desempenhos concretos com um dado codificador, associados à distância livre (em termos assintóticos) e, em geral, ao conjunto

de distâncias a cuja computação o Anexo B.2 se refere, são assim algo limitados. Contudo, é inegável que a complexidade de descodificação requerida é baixa, sobretudo se for usado o algoritmo de Viterbi (Anexo B.3). Os turbo-códigos, bem como outras formas de codificação assentes na concatenação de códigos convolucionais, aliam a simplicidade da descodificação destes códigos à possibilidade de tirar partido de blocos de dados bastante longos para melhorar os desempenhos: tem aqui lugar aquilo que é designado (na literatura nesta área) como um "inter-leaving gain", o qual contribui decisivamente para desempenhos excelentes [VY02,LC04,LC04]. Com blocos de dados de milhares de bits, não é difícil aproximar os limites de Shannon, mesmo com concatenações de códigos convolucionais bastante simples (de 4 estados, por exemplo). Neste contexto, o algoritmo Max-Log-MAP, de complexidade relativamente baixa, produz desempenhos que, tipicamente, não apresentam uma degradação superior a  $0.5 \text{ dB}$  em relação aos que na descodificação óptima (MAP ou Log-MAP) implicaria.

*Capítulo 5. Códigos Convolucionais e Sua Descodificação SISO*

# Capítulo 6

## Descodificação/Deteccção Iterativa para Transmissão por Blocos com Modulação SC

Este capítulo é dedicado a técnicas de descodificação/deteccção iterativa para transmissão por blocos com prefixo cíclico e modulações SC, as quais podem ser vistas como técnicas de "turbo-igualização no domínio da frequência" ou como versões simplificadas das mesmas. A secção 6.1 apresenta os princípios gerais da turbo-igualização. Seguidamente, é proposta nesta secção uma nova "técnica Turbo FDE", sendo estabelecidas as conexões com outras técnicas já conhecidas, nomeadamente técnicas de complexidade reduzida surgidas nos últimos anos. Na secção 6.2 é detalhadamente abordado o problema da descodificação, no contexto do processo iterativo requerido, quer quando esta é baseada em treliças dos códigos (para códigos convolucionais, como se viu no capítulo 5), quer quando é baseada em grafos de Tanner (para códigos LDPC, como se viu no capítulo 4). A secção 6.3 generaliza a técnica proposta para o caso de serem utilizados receptores com diversidade espacial. Na secção 6.4, dedicada à avaliação dos desempenhos, são mostrados e discutidos diversos resultados numéricos.

## 6.1 Turbo-Igualização no Domínio da Frequência

### 6.1.1 Princípios Gerais

Quando é usada uma modulação SC num canal com acentuada dispersão temporal, as técnicas de igualização linear, no domínio do tempo ou da frequência, apresentam conhecidas limitações quanto ao desempenho. No caso particular das técnicas SC/FDE, referidas no capítulo 2, em que a complexidade é reduzida, o desempenho é limitado qualquer que seja o critério (ZF ou MMSE) subjacente ao cálculo dos parâmetros do igualizador. Com o critério ZF, não há ISI na saída deste, mas a ocorrência de alguns sub-canais "maus" (com  $|H_k| \approx 0$ ), mesmo que numa percentagem muito pequena do total, impede um bom desempenho, devido aos elevados níveis de ruído após a igualização. Com o critério MMSE, o incremento indesejável dos termos de ruído é mitigado, mas o desempenho é limitado pela presença de ISI residual na saída do igualizador.

Formas de igualização não-linear, no domínio do tempo, com complexidade acrescida, podem ser usadas para melhorar os desempenhos:

- É o caso dos igualizadores com realimentação de decisões;
- É também o caso dos igualizadores que permitem realizar, aproximadamente, uma "estimação sequencial de máxima verosimilhança" ou uma "estimação MAP", baseadas numa treliça associada à transmissão, e praticamente conducente a desempenhos óptimos através do algoritmo de Viterbi ou do algoritmo MAP abordados no capítulo 5.

Em situações de forte dispersão temporal, o número de estados envolvidos na treliça é demasiado elevado para viabilizar esta última classe de técnicas. Quanto às técnicas de igualização no domínio do tempo que realizam uma realimentação de decisões, a complexidade não é tão elevada, mas é, ainda assim, grande demais para serem viáveis em situações de muito forte

### 6.1. Turbo-Igualização no Domínio da Frequência

dispersão temporal. Nestas situações, existe a possibilidade de realizar a igualização efectuando uma realimentação directa, no domínio do tempo, das decisões tomadas neste domínio, em combinação com uma filtragem efectuada no domínio da frequência [FABSE02]. Existe ainda, com desempenhos mais favoráveis (mas também com maior complexidade), a possibilidade de usar uma igualização em que a realimentação de decisões, tomadas no domínio do tempo, é directamente efectuada no domínio da frequência: é o caso da técnica introduzida em [BT02], particularmente apropriada para aplicações SC/FDE, a qual apresenta ainda a vantagem suplementar de um cancelamento da ISI residual, através de decisões brandas, assim reduzindo a "propagação de erros" inerente à realimentação das decisões.

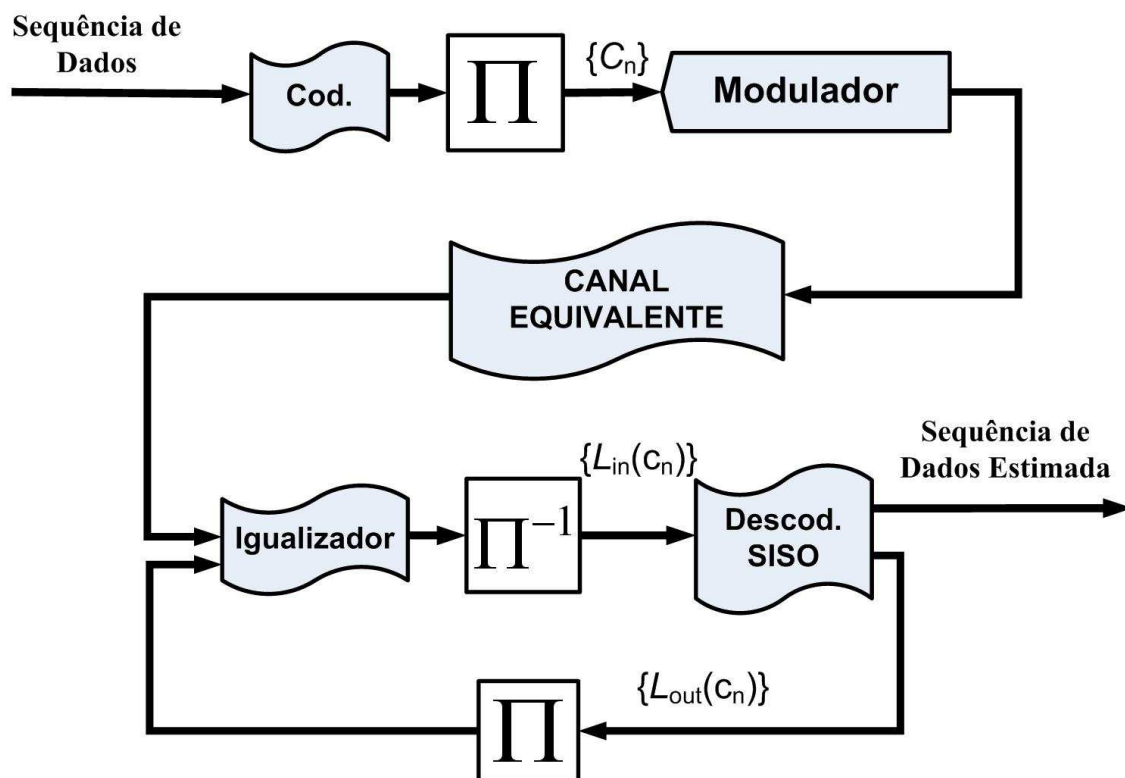


Figura 6.1: Turbo-igualização num sistema de transmissão com codificação de canal.

Um sistema prático de comunicações móveis emprega codificação de canal, pelo que se usa uma modulação que opera com símbolos que resultam directamente do mapeamento de bits

codificados, em geral após permutação (interleaving) dos mesmos (ver Fig. 6.1). Em receptores convencionais, a igualização (mais ou menos complexa) é levada a cabo de forma independente da descodificação, mesmo nos casos em que há realimentação de decisões para cancelamento de ISI residual: trata-se de decisões associadas ao processo de detecção que o igualizador realiza, nas quais o descodificador não está envolvido. Na sequência da publicação de [BGT93], surgiu a muitos a ideia de, em situações em que tanto uma igualização como uma descodificação são requeridas, adaptar à combinação das mesmas os princípios da "descodificação turbo", em que os descodificadores SISO de códigos concatenados cooperam entre si, num processo iterativo de troca de informação (branda) sobre os bits transmitidos. As técnicas resultantes desta adaptação são várias, merecendo a designação comum de técnicas de "turbo-igualização": nelas, uma informação branda sobre os bits codificados é trocada entre descodificador e igualizador, num processo iterativo. Este processo tem lugar num receptor (ver Fig. 6.1) com uma estrutura análoga à do receptor usado em situações de concatenação série de dois códigos, para uma transmissão em que não é requerida igualização:

- O igualizador ocupa agora o lugar do descodificador do código interno;
- O descodificador do código utilizado ocupa agora o lugar do descodificador do código externo.

A situação de emprego de turbo-igualização genericamente esquematizada na Fig. 6.1, em que  $L_{in}(c_n)$  e  $L_{out}(c_n)$  designam, respectivamente, o LLR do bit codificado  $c_n$  na entrada e na saída do codificador, e  $\Pi$  e  $\Pi^{-1}$  designam, respectivamente, as operações de permutação de bits inerentes ao "interleaving" e ao "deinterleaving".

Uma estratégia quase óptima de turbo-igualização envolve a cooperação entre um igualizador, que emprega o algoritmo MAP sobre uma treliça apropriada, e um descodificador SISO (com o mesmo algoritmo, se se tratar do descodificador de um código convolucional). Mesmo

### 6.1. Turbo-Igualização no Domínio da Frequência

quando o algoritmo MAP é substituído por um algoritmo de complexidade reduzida (como foi apresentado no capítulo 5), a complexidade daqui resultante é enorme nas situações em que, pelo menos numa das treliças, o número de estados é muito elevado [GLL97]. É o que sucede nas situações em que a dispersão temporal é muito forte. Nestas situações, pode optar-se por uma substituição do "igualizador MAP" por um igualizador linear, como se pode ver em [Dou95, RS00], usando a informação branda do decodificador SISO, a cada iteração, para cancelamento da ISI residual na saída do igualizador. Convém ter presente que, após este cancelamento, devidamente integrado no processo de igualização, a informação que é fornecida ao decodificador deve ser vista como informação extrínseca do igualizador sobre os bits codificados; contudo (e diferentemente do que sucede quando se usa uma igualização MAP baseada em treliça), a informação fornecida pelo decodificador ao igualizador, para efeitos de cancelamento brando da ISI residual, deve ser a informação completa sobre aqueles bits [TH00]. Quando se adopta uma solução SC/FDE para transmissão de alto débito, mesmo defrontando fortes níveis de dispersão temporal, esta ideia é compatível com uma complexidade de implementação moderada, originando uma técnica Turbo FDE [TH00, TH01].

Efectivamente, quando se utiliza CP de comprimento completo, técnicas Turbo FDE como as propostas em [TH01], permitem alcançar uma forte melhoria do desempenho relativamente às técnicas FDE convencionais, ao mesmo tempo que se evita uma implementação com elevada complexidade. Estas técnicas, que recorrem a uma igualização linear no domínio da frequência, tiram partido das saídas do decodificador SISO de forma a alcançar um cancelamento iterativo da ISI residual baseado na informação branda sobre os bits codificados. De acordo com a proposta de "comutação APPLE (APProximate Linear Equalization) MF (Matched Filtering)" [TH01], os coeficientes FDE, para cada iteração, são seleccionados com base no SNR ("Signal-to-Noise" Ratio) médio a que dão origem na saída do igualizador. Para cada iteração, o receptor utiliza o algoritmo (APPLE ou MF) que origina um SNR mais elevado.

## 6.1.2 Técnicas Turbo FDE: Estruturas de Recepção e Processamento de Sinais

Em seguida, descreve-se uma nova técnica Turbo FDE que está fortemente relacionada com a proposta em [TH01], mas substitui o princípio da "comutação APPLE/MF", relativamente aos parâmetros FDE, por uma escolha de compromisso apropriada: de facto, os valores daqueles parâmetros são ajustados de forma adaptativa, em cada iteração, de acordo com o bloco disponível de saídas do decodificador SISO. A estrutura de recepção proposta está descrita na Fig. 6.2 ( $\Pi$  e  $\Pi^{-1}$  correspondem ao "permutador" e "despermutador", respectivamente, e  $\odot$  indica "multiplicação elemento a elemento"). Na saída do igualizador, o vector no domínio do tempo,  $\tilde{\mathbf{s}}^{(i)}(m)$ , é a IDFT de

$$\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m) = \mathbf{F}^{(i)}(m) \odot \mathbf{Y}(m) + \mathbf{G}^{(i)}(m), \quad (6.1)$$

em que  $\odot$  designa a "multiplicação componente a componente" dos vectores  $\mathbf{F}^{(i)}(m)$  e  $\mathbf{Y}(m)$ , e  $\mathbf{Y}(m) = [Y_0(m), \dots, Y_{N-1}(m)]^T$ , com

$$Y_k(m) = H_k S_k(m) + N_k(m) \quad (6.2)$$

(como se viu no capítulo 2). O vector  $\mathbf{S}(m) = [S_0(m), \dots, S_{N-1}(m)]^T$  é a DFT do vector de dados  $\mathbf{s}(m)$ , definido no domínio do tempo.

As  $N$  componentes de  $\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m)$  são da forma

$$\tilde{S}_k^{(i)}(m) = F_k^{(i)}(m) Y_k(m) + G_k^{(i)}(m), \quad (6.3)$$

em que  $F_k^{(i)}(m)$ , com  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , designa os parâmetros multiplicativos FDE na iteração  $i$ . Quanto aos parâmetros aditivos  $G_k^{(i)}(m)$ , deverão ser dados por

$$G_k^{(i)}(m) = \left( \gamma^{(i)}(m) - F_k^{(i)}(m) \hat{H}_k \right) \bar{S}_k^{(i-1)}(m), \quad (6.4)$$

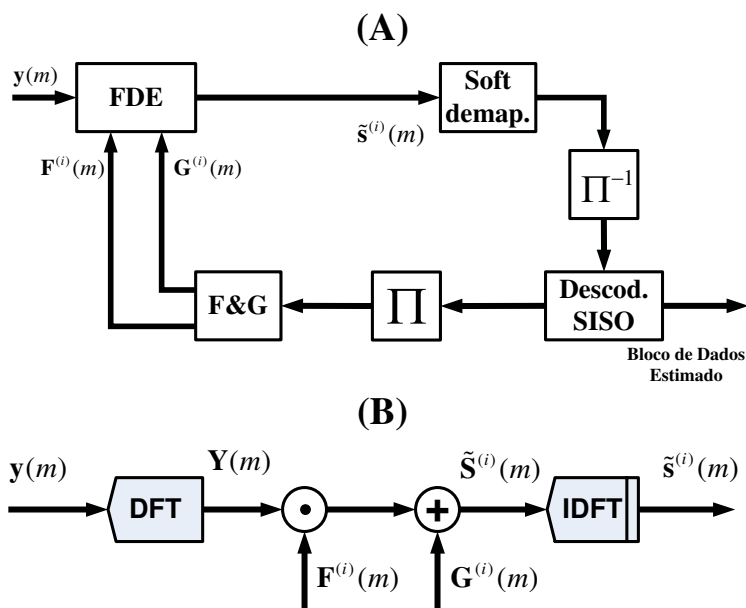


Figura 6.2: Estrutura do receptor Turbo-FDE (A) e caracterização da unidade FDE (B).

com

$$\gamma^{(i)}(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_k^{(i)}(m) \hat{H}_k, \quad (6.5)$$

de modo a cumprir o objectivo de cancelamento brando da ISI residual após a operação  $\mathbf{Y}(m) \odot \mathbf{F}^{(i)}(m)$  [TH01]. O vector

$$\bar{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m) = \left[ \bar{S}_0^{(i-1)}(m), \bar{S}_1^{(i-1)}(m), \dots, \bar{S}_{N-1}^{(i-1)}(m) \right]^T \quad (6.6)$$

é a DFT de

$$\bar{\mathbf{s}}^{(i-1)}(m) = \left[ \bar{s}_0^{(i-1)}(m), \bar{s}_1^{(i-1)}(m), \dots, \bar{s}_{N-1}^{(i-1)}(m) \right]^T, \quad (6.7)$$

resultando da informação branda fornecida pelo decodificador SISO como se mostra na secção 6.1.3, quando se assume uma modulação QPSK. É de salientar que, neste caso, o "remapea-

mento” dos ”soft bits” fornecidos pelo decodificador SISO origina coeficientes

$$\bar{s}_p^{(i-1)}(m) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \cdot \left( \tanh \left( \frac{L_{p,I}^{(i-1)}(m)}{2} \right) + j \tanh \left( \frac{L_{p,Q}^{(i-1)}(m)}{2} \right) \right), \quad (6.8)$$

em que  $L_{p,I}^{(i-1)}(m)$  e  $L_{p,Q}^{(i-1)}(m)$  são os LLR's dos bits codificados ”em fase” e ”em quadratura”, respectivamente ( $\sigma_s^2$  é a variância dos coeficientes de símbolos  $s_n(m)$ ). As saídas brandas do decodificador devem corresponder à informação completa sobre os bits codificados e não à informação extrínseca, como salientámos na secção 6.1.1.

Atendendo ao exposto na secção 6.1.3, é claro que o valor médio associado a cada símbolo pode ser expresso em função de um par de ”coeficientes de correlação”  $(\rho_{p,I}^{(i-1)}(m), \rho_{p,Q}^{(i-1)}(m))$  e de um par de ”decisões”  $(\hat{s}_{p,I}^{(i-1)}(m), \hat{s}_{p,Q}^{(i-1)}(m))$ :

$$\bar{s}_p^{(i-1)}(m) = \rho_{p,I}^{(i-1)}(m) \hat{s}_{p,I}^{(i-1)}(m) + j \rho_{p,Q}^{(i-1)}(m) \hat{s}_{p,Q}^{(i-1)}(m) \quad (6.9)$$

em que  $0 \leq \rho_{p,I}^{(i-1)}(m) \leq 1$  e  $0 \leq \rho_{p,Q}^{(i-1)}(m) \leq 1$ , verificando-se as seguintes situações limite:

- Primeira iteração ( $i = 1$ ):  $\rho_{p,I}^{(i-1)}(m) = \rho_{p,Q}^{(i-1)}(m) = \bar{s}_p^{(i-1)}(m) = 0$ ;
- Muitas iterações e/ou SNR elevado:  $\rho_{p,I}^{(i-1)}(m) \approx \rho_{p,Q}^{(i-1)}(m) \approx 1$ , resultando  $\bar{s}_p^{(i-1)}(m) \approx \hat{s}_p^{(i-1)}(m) = \hat{s}_{p,I}^{(i-1)}(m) + j \hat{s}_{p,Q}^{(i-1)}(m)$ .

Atendendo a (6.2), (6.4) e (6.5), na situação ”ideal” em que  $\bar{S}_k^{(i-1)}(m) = S_k(m)$  com  $\hat{H}_k = H_k$  ( $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), a equação (6.3) assumiria a forma

$$\begin{aligned} \tilde{S}_k^{(i)}(m) &= F_k^{(i)}(m) [H_k S_k(m) + N_k(m)] + [\gamma^{(i)}(m) - F_k^{(i)}(m) H_k] S_k(m) = \\ &= \gamma^{(i)}(m) S_k(m) + F_k^{(i)}(m) N_k(m), \end{aligned} \quad (6.10)$$

pelo que, através da IDFT (na saída do igualizador no domínio da frequência) teríamos amostras  $\tilde{s}_n^{(i)}$  constituídas por um termo útil  $\gamma^{(i)}(m) s_n(m)$  e por um termo de ruído gaussiano. Ou seja,

### 6.1. Turbo-Igualização no Domínio da Frequência

com coeficientes  $G_k^{(i)}(m)$  "ideais", dados por  $G_k^{(i)}(m) = \left( \gamma^{(i)}(m) - F_k^{(i)}(m)H_k \right) S_k$ , haveria um cancelamento perfeito da ISI.

Quanto aos parâmetros multiplicativos FDE, em substituição da escolha alternativa [TH01] entre "parâmetros APPLE" (correspondentes ao critério MMSE), em que

$$F_k^{(i)}(m) = \frac{\hat{H}_k^*}{\hat{\alpha} + |\hat{H}_k|^2}, \quad (6.11)$$

( $\alpha = \frac{\sigma_v^2}{\sigma_s^2}$ ), e "parâmetros MF", em que

$$F_k^{(i)}(m) = \hat{H}_k^*, \quad (6.12)$$

iremos adoptar uma solução de compromisso:

$$F_k^{(i)}(m) = \frac{K_F^{(i)}(m)\hat{H}_k^*}{\hat{\alpha} + (1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2)|\hat{H}_k|^2}, \quad (6.13)$$

em que  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m)$  é um "coeficiente de correlação global"[GTDE06], que pode ser obtido como um valor médio de  $2N$  coeficientes de correlação por bit ( $\rho_{n,I}^{(i-1)}(m), \rho_{n,Q}^{(i-1)}(m)$ ), obtidos na saída do decodificador SISO:

$$[\hat{\rho}^{(i-1)}(m)]^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\left( \hat{\rho}_{n,I}^{(i-1)}(m) \right)^2 + \left( \hat{\rho}_{n,Q}^{(i-1)}(m) \right)^2}{2} \quad (6.14)$$

O factor  $K_F^{(i)}(m)$  em (6.13) tem funções de normalização : usando  $\gamma^{(i)}(m) = 1$ ,

$$\tilde{s}_n^{(i)}(m) = s_n(m) + \xi_n^{(i)}(m), \quad (6.15)$$

em que  $\xi_n^{(i)}(m)$  é o "erro" de média nula (assume-se que é aproximadamente complexo gaussiano) relativamente ao símbolo  $s_n(m)$ , na saída do FDE.

Note-se que  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m) = 0$  para  $i = 1$ , pelo que os coeficientes  $F_k^{(i)}(m)$  dados por (6.13) satisfazem o critério MMSE na primeira iteração. Por outro lado,  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m) \approx 1$  ao fim de várias iterações (sobretudo para relações sinal/ruído elevadas), pelo que  $F_k^{(i)}(m) \approx K_F^{(i)}(m)\hat{H}_k^*/\alpha$ . Isto significa que, com a solução de compromisso aqui proposta, os parâmetros  $F_k^{(i)}(m)$  começam por ser "parâmetros APPLE", quando  $i = 1$ , e evoluem no sentido dos "parâmetros MF" com as iterações subsequentes. Note-se ainda que estes coeficientes  $F_k^{(i)}(m)$  podem ser escritos na forma

$$F_k^{(i)}(m) = \frac{K_F^{(i)}(m)\hat{H}_k^*}{\hat{\alpha}'^{(i)}(m) + |\hat{H}_k|^2}, \quad (6.16)$$

em que

$$K_F^{(i)}(m) = \frac{K_F^{(i)}(m)}{1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2} \quad (6.17)$$

e

$$\hat{\alpha}'^{(i)}(m) = \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_s^{2(i)}(m)}, \quad (6.18)$$

com

$$\hat{\sigma}_s^{2(i)}(m) = \hat{\sigma}_s^2 \left(1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2\right). \quad (6.19)$$

Tendo em conta o valor médio estimado da variância dos símbolos após a descodificação SISO, associado à equação (6.42) da secção 6.1.3, pode concluir-se que os coeficientes  $F_k^{(i)}(m)$  aqui propostos de alguma forma aproximam o critério MMSE em todas as iterações.

Admitindo a hipótese gaussiana, com média nula, quanto ao termo  $\xi_n^{(i)}(m)$  em (6.15), pode-se obter os LLR's de entrada do descodificador (ver secção 6.1.3), dados respectivamente por

$$L_{n,I}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\sigma_{eq}^{2(i)}(m)} \sigma_s \Re \{ \tilde{s}_n^{(i)}(m) \} \quad (6.20)$$

e

$$L_{n,Q}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\sigma_{eq}^{2(i)}(m)} \sigma_s \Im m \{ \tilde{s}_n^{(i)}(m) \}, \quad (6.21)$$

em que  $\sigma_{eq}^{2(i)}(m)$  é o erro quadrático médio das amostras  $\tilde{s}_n^{(i)}(m)$  (variância de  $\xi_n^{(i)}$  em (6.15)).

Pode ser facilmente estimado através de

$$\hat{\sigma}_{eq}^{2(i)}(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left| \tilde{s}_n^{(i)}(m) - s_n^{\prime(i)}(m) \right|^2, \quad (6.22)$$

com

$$s_n^{\prime(i)}(m) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \left( \operatorname{sgn} \left( \Re \{ \tilde{s}_n^{(i)}(m) \} \right) + j \operatorname{sgn} \left( \Im \{ \tilde{s}_n^{(i)}(m) \} \right) \right). \quad (6.23)$$

Considere-se agora a possibilidade de realizar, com base nas ideias descritas acima, uma técnica iterativa de complexidade reduzida sem qualquer esforço de descodificação envolvido no processo FDE. A estrutura de recepção correspondente baseia-se na da Fig. 6.2, suprimindo o descodificador SISO; com o descodificador ausente, nenhuma informação extrínseca é fornecida para ajudar o processo iterativo FDE, e as saídas brandas do igualizador, em cada iteração ( $i - 1$ ), produzem LLR's de bit codificado que são directamente utilizados para calcular  $F_k^{(i)}(m)$  e  $G_k^{(i)}(m)$  na iteração seguinte. Uma simplificação adicional substitui os coeficientes de correlação dos diversos bits pelo valor médio  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m)$ , nos cálculos de  $\bar{s}_n^{(i-1)}(m)$ , resultando assim

$$\bar{S}_k^{(i-1)}(m) = \hat{\rho}^{(i-1)}(m) \hat{S}_k^{(i-1)}(m), \quad (6.24)$$

com

$$\left[ \hat{S}_0^{(i-1)}(m), \dots, \hat{S}_{N-1}^{(i-1)}(m) \right]^T = DFT \left\{ \left[ \hat{s}_0^{(i-1)}(m), \dots, \hat{s}_{N-1}^{(i-1)}(m) \right]^T \right\}. \quad (6.25)$$

Portanto,

$$\tilde{S}_k^{(i)}(m) = F_k^{(i)}(m)Y_k(m) - B_k^{(i)}(m)\hat{S}_k^{(i-1)}(m) \quad (6.26)$$

em que

$$B_k^{(i)}(m) = \hat{\rho}^{(i-1)}(m) \left( F_k^{(i)}(m)\hat{H}_k - \gamma^{(i)}(m) \right), \quad (6.27)$$

com as equações (6.13), (6.26) e (6.27) definindo conjuntamente o "receptor IB-DFE (Iterative Block Decision Feedback Equalization)", originalmente proposto em [BT02] e posteriormente generalizado por outros autores, nomeadamente em [DGE03, DSG05].

Neste capítulo, considera-se este tipo de técnica iterativa simplificada, sem a descodificação envolvida no processo de igualização, seguida pelo descodificador de Viterbi convencional, no caso de ser usado um código convolucional. Nesse caso, também se considera outra técnica iterativa de complexidade reduzida, como se descreve a seguir:

- Descodificador SISO da Fig. 6.2 substituído pelo descodificador de Viterbi convencional, o que significa que as estimativas brandas  $\bar{s}_n^{(i-1)}(m)$  são substituídas pelas estimativas rígidas  $\hat{s}_n^{(i-1)}(m)$ , quando se calculam os parâmetros de igualização  $G_k^{(i)}(m)$ ;
- Parâmetros de igualização  $F_k^{(i)}(m)$  calculados de acordo com o princípio da "comutação APPLE/MF", como em [TH01].

É ainda considerada a possibilidade de "distribuir" o esforço de descodificação SISO pelas várias iterações de igualização, quando se recorre a um código de blocos (p. ex., um código LDPC) e é usado um algoritmo de descodificação iterativa baseado no respectivo grafo de Tanner: para cada iteração de igualização, o processo de descodificação SISO avança através de várias iterações do algoritmo adoptado.

### 6.1.3 Remapeamento e Desmapeamento para Descodificação/Igualização

Assumindo uma modulação QPSK, os coeficientes de símbolo são da forma  $s_n = s_{n,I} + j s_{n,Q}$  ( $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ), com

$$\begin{aligned} s_{n,I} &= \pm \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \\ s_{n,Q} &= \pm \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}, \end{aligned} \quad (6.28)$$

de acordo com o bloco de dados codificados. Quando os LLR's relativos aos dois bits de ordem  $n$  (os bits das componentes "em fase" e "em quadratura"), fornecidos pelo descodificador de canal, são designados por  $L_{n,I}$  e  $L_{n,Q}$ , respectivamente, os valores esperados resultantes,  $\bar{s}_n$ , podem ser expressos como  $\bar{s}_n = \bar{s}_{n,I} + j \bar{s}_{n,Q}$ , com

$$\begin{aligned} \bar{s}_{n,I} &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{L_{n,I}}{2}\right) \\ \bar{s}_{n,Q} &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{L_{n,Q}}{2}\right). \end{aligned} \quad (6.29)$$

De facto,

$$\begin{aligned} \bar{s}_{n,I}(m) &= \left(+\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}\right) \text{Prob}\left(s_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \mid L_{n,I}\right) + \left(-\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}\right) \text{Prob}\left(s_{n,I} = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \mid L_{n,I}\right) \\ &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\exp(L_{n,I})}{1 + \exp(L_{n,I})} - \frac{1}{1 + \exp(L_{n,I})}\right) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{\exp(L_{n,I}) - 1}{1 + \exp(L_{n,I})}\right) \\ &= \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{L_{n,I}}{2}\right), \end{aligned} \quad (6.30)$$

pois

$$\exp(L_{n,I}) = \frac{\text{Prob}\left(s_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \mid L_{n,I}\right)}{\text{Prob}\left(s_{n,I} = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \mid L_{n,I}\right)} \quad (6.31)$$

e

$$\text{Prob} \left( s_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \middle| L_{n,I} \right) + \text{Prob} \left( s_{n,I} = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \middle| L_{n,I} \right) = 1 \quad (6.32)$$

(para  $\bar{s}_{n,Q}$ , a justificação é similar).

Definimos, em seguida, os coeficientes

$$\rho_{n,I} = \tanh \left( \frac{|L_{n,I}|}{2} \right) \quad (6.33)$$

e

$$\rho_{n,Q} = \tanh \left( \frac{|L_{n,Q}|}{2} \right), \quad (6.34)$$

obviamente com valores entre 0 e 1. Podemos então escrever

$$\bar{s}_{n,I} = \rho_{n,I} \hat{s}_{n,I} \quad (6.35)$$

e

$$\bar{s}_{n,Q} = \rho_{n,Q} \hat{s}_{n,Q} \quad (6.36)$$

com

$$\hat{s}_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \text{sgn}(\bar{s}_{n,I}) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \text{sgn}(L_{n,I}) \quad (6.37)$$

e

$$\hat{s}_{n,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \text{sgn}(\bar{s}_{n,Q}) = \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \text{sgn}(L_{n,Q}) \quad (6.38)$$

### 6.1. Turbo-Igualização no Domínio da Frequência

Nas relações (6.35) e (6.36),  $\hat{s}_{n,I} = \pm \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}$  e  $\hat{s}_{n,Q} = \pm \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}$  representam decisões quanto aos bits "em fase" e em "quadratura", sendo  $\rho_{n,I}$  e  $\rho_{n,Q}$ , respectivamente, as fiabilidades dessas decisões.

Note-se que

$$\text{Prob}(\hat{s}_{n,I} = -s_{n,I} | L_{n,I}) = \frac{1}{1 + \exp(|L_{n,I}|)} \quad (6.39)$$

e

$$\text{Prob}(\hat{s}_{n,Q} = -s_{n,Q} | L_{n,Q}) = \frac{1}{1 + \exp(|L_{n,Q}|)}. \quad (6.40)$$

Pode-se então caracterizar os coeficientes  $\rho_{n,I}$  e  $\rho_{n,Q}$ , definidos em (6.33) e (6.34), como "coeficientes de correlação" entre os coeficientes binários verdadeiros e os estimados: com efeito,

$$\begin{aligned} \frac{E[s_{n,I} \hat{s}_{n,I}]}{E[|s_{n,I}|^2]} &= (+1) \cdot [1 - \text{Prob}(\hat{s}_{n,I} = -s_{n,I} | L_{n,I})] + (-1) \cdot \text{Prob}(\hat{s}_{n,I} = -s_{n,I} | L_{n,I}) \\ &= 1 - 2\text{Prob}(\hat{s}_{n,I} = -s_{n,I} | L_{n,I}) = 1 - \frac{2}{1 + \exp(|L_{n,I}|)} \\ &= \tanh\left(\frac{|L_{n,I}|}{2}\right) = \rho_{n,I}, \end{aligned} \quad (6.41)$$

atendendo a (6.33) e (6.39) (e de forma similar para  $\rho_{n,Q} = \frac{E[s_{n,Q} \hat{s}_{n,Q}]}{E[|s_{n,Q}|^2]}$ ).

Em relação ao símbolo QPSK de ordem  $n$ , além de um "valor médio"  $\bar{s}_n = \bar{s}_{n,I} + j\bar{s}_{n,Q}$ , pode também ser derivada uma "variância"  $\sigma_{s_n}^2$ , em função de  $\rho_{n,I}$  e  $\rho_{n,Q}$ : definindo  $\rho_n^2 = (\rho_{n,I}^2 + \rho_{n,Q}^2)/2$ , resulta

$$\sigma_{s_n}^2 = \sigma_s^2 - |\bar{s}_n|^2 = \sigma_s^2 (1 - \rho_n^2). \quad (6.42)$$

Fazendo  $\hat{\rho}^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\rho_n^2}{N}$ , pode definir-se, para cada bloco, uma "variância média"  $\sigma_s^2(1 - \hat{\rho}^2)$ .

No processo iterativo, esta começa por ser  $\sigma_s^2$ , pois, à partida,  $\rho_n = 0$  ( $n = 0, 1, \dots, N-1$ ).

Após várias iterações, esta variância aproxima-se de zero, visto que  $\hat{\rho} \approx 1$ .

Obter  $\Re\{\bar{s}_n\} = \bar{s}_{n,I}$  e  $\Im\{\bar{s}_n\} = \bar{s}_{n,Q}$  ( $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ) em função de dois LLR's produzidos pelo decodificador SISO, associados aos dois bits de ordem  $n$ , corresponde a uma operação de "remapeamento" brando, neste caso baseada numa constelação QPSK. Inversamente, a operação que consiste em obter, em função de  $\Re\{\tilde{s}_n\}$  e  $\Im\{\tilde{s}_n\}$  ( $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ), os LLR's associados aos dois bits de ordem  $n$ , de modo a serem usados como entradas do decodificador SISO, pode ser vista como uma operação de "desmapeamento" brando baseada na mesma constelação. Designando por  $L_{n,I}$  e  $L_{n,Q}$ , respectivamente, os LLR's a obter a partir de  $\Re\{\tilde{s}_n\}$  e  $\Im\{\tilde{s}_n\}$ , o respectivo cálculo é como se indica em seguida, admitindo a hipótese gaussiana quanto ao termo  $\xi_n^{(i)}(m)$  em (6.15):

$$L_{n,I} = \log \left\{ \frac{\exp \left[ -\frac{1}{\sigma_{eq}^2} \left( \Re\{\tilde{s}_n\} - \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]}{\exp \left[ -\frac{1}{\sigma_{eq}^2} \left( \Re\{\tilde{s}_n\} + \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]} \right\} = \frac{\sqrt{8}}{\sigma_{eq}^2} \sigma_s \Re\{\tilde{s}_n\} \quad (6.43)$$

e

$$L_{n,Q} = \log \left\{ \frac{\exp \left[ -\frac{1}{\sigma_{eq}^2} \left( \Im\{\tilde{s}_n\} - \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]}{\exp \left[ -\frac{1}{\sigma_{eq}^2} \left( \Im\{\tilde{s}_n\} + \frac{\sigma_s}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]} \right\} = \frac{\sqrt{8}}{\sigma_{eq}^2} \sigma_s \Im\{\tilde{s}_n\} \quad (6.44)$$

(omitem-se aqui os índices  $i$  e  $m$ , tal como para o remapeamento).

## 6.2 Técnicas de Descodificação em Receptores Turbo FDE

Nesta secção, aborda-se a forma como, no âmbito de receptores Turbo FDE, a requerida descodificação SISO pode ser levada a cabo. Na subsecção 6.2.1, refere-se, de forma breve, o caso simples em que o código usado é um código convolucional. Na subsecção 6.2.2, é analisado, com o detalhe apropriado, o caso em que o código usado é um código de blocos (p.ex. um código LDPC), cuja descodificação SISO se processa de forma iterativa.

### 6.2.1 Descodificação Baseada em Treliças

Sendo usado um código convolucional, o decodificador SISO a adoptar no receptor Turbo FDE deverá, naturalmente, operar com base na treliça do código, em conformidade com o exposto no capítulo 5.

A cada iteração  $i$  da igualização no domínio da frequência, é gerado um bloco de amostras  $\{\tilde{s}_n^{(i)}; n = 0, 1, \dots, N - 1\}$ , as quais são objecto de desmapeamento, para obter os LLR's dos dois bits associados a cada  $n$ ,  $L_{n,I}^{(i)}$  e  $L_{n,Q}^{(i)}$ . Colocados em série os LLR's dos diversos bits e sujeitos à permutação inerente ao "deinterleaver", tem-se então a sequência de "soft inputs"  $\{L_p^{(i)}; p = 0, 1, \dots, 2N - 1\}$ , referentes aos bits codificados, para efeitos de descodificação. O decodificador gera uma sequência  $\{L_{p,out}^{(i)}; p = 0, 1, \dots, 2N - 1\}$  de "soft outputs", LLR's dos bits codificados: para cada  $p$ ,  $L_{p,out}^{(i)}$  é constituído por dois termos, um termo idêntico ao LLR de entrada,  $L_p^{(i)}$ , e um termo que representa a informação extrínseca sobre o bit referido, adquirida com o processo de descodificação. Esta sequência de LLR's obtidos na saída do decodificador é objecto de permutação, inerente ao "interleaver" utilizado, sendo depois os LLR's agrupados em novos pares  $(L_{n,I}^{(i)}, L_{n,Q}^{(i)})$ , necessários para remapear os "soft bits" nos coeficientes de símbolo  $\bar{s}_n^{(i)}$  que a iteração subsequente da igualização requer (também necessários para obter o coeficiente  $\hat{\rho}^{(i)}$  requerido). Neste caso, para cada iteração de igualização tem lugar um processo completo de descodificação SISO. Na sequência da última iteração de igualização, o decodificador fornece, naturalmente, os "hard outputs" que constituem estimativas dos bits de informação.

### 6.2.2 Descodificação Baseada em Grafos de Tanner

Sendo considerado o emprego de um código de blocos, é lógica a escolha de um código LDPC, com um bloco de bits codificados por cada bloco de símbolos  $s_n$  (para que aquele seja o

mais longo possível) e um algoritmo de descodificação SISO baseado no respectivo TG, como se viu no capítulo 4. Qualquer destes algoritmos de descodificação requer um processamento iterativo, com um ajustamento do LLR produzido, por cada bit codificado, de iteração para iteração.

Nestas condições, a descodificação SISO no âmbito do receptor Turbo FDE deverá, de alguma forma, combinar iterações de descodificação com iterações de igualização. Podem ser conseguidos bons compromissos complexidade/desempenho usando, em cada iteração da igualização, um número limitado de iterações de descodificação SISO, inferior ao que seria recomendável num receptor FDE convencional. Por outras palavras, é de considerar a distribuição das muitas iterações de descodificação SISO eventualmente requeridas por um número, bastante mais pequeno, de iterações do processo de turbo-igualização.

Apresenta-se em seguida um "algoritmo composto", de acordo com o exposto na secção 6.1, que combina iterações de turbo-igualização com iterações de descodificação SISO, usando o algoritmo LSPA estudado no capítulo 4. O número máximo de iterações de descodificação por cada iteração de igualização é designado por  $N_I$ .

No que diz respeito à descodificação SISO, assume-se que o código é caracterizado por uma matriz  $\mathbf{H}$ , e que os procedimentos de descodificação são extensivos aos pares  $(SN(p), CN(m))$  com  $h_{mp} = 1$  nessa matriz.

- I. Efectua-se a primeira iteração de igualização, obtendo-se  $\{\tilde{s}_n^{(1)}; n = 0, 1, \dots, N - 1\}$ . Com base nestas  $N$  amostras são calculados  $N$  pares  $(L_{n,I}^{(1)}, L_{n,Q}^{(1)})$ , num processo de desmapeamento que produz os LLR's dos bits codificados para uso do descodificador. Pondo em série e permutando, tal como no caso do código convolucional considerado na secção 6.2.1, temos a sequência  $\{L_p^{(i)}(m); p = 0, 1, \dots, 2N - 1\}$ , que permite inicializar a descodificação:

- a) Inicialização da descodificação:  $\log(q_{pm}^{(1)}) = L_p^{(1)}$
- b) Mensagens  $CN(m) \rightarrow SN(p)$ :  $\log(r_{mp}^{(1)}) = \bigoplus_{p' \in P(m) \setminus p} \log(q_{p'm}^{(1)})$
- c) Mensagens  $SN(p) \rightarrow CN(m)$ :  $\log(q_{pm}^{(1)}) = L_p^{(1)} + \sum_{m' \in M(p) \setminus m} \log(r_{m'p}^{(1)})$
- d) Razões de verosimilhança "a posteriori":  $\log(Q_p^{(1)}) = L_p^{(1)} + \sum_{m \in M(p)} \log(r_{mp}^{(1)})$
- e) Decisões sobre os bits codificados:

$$\hat{c}_p = \begin{cases} 1 & \log(Q_p^{(1)}) < 0 \\ 0 & \log(Q_p^{(1)}) \geq 0 \end{cases}$$

- f) Cálculo da síndrome  $\hat{c}H^T$ . Se for nula, pára-se a descodificação. Caso contrário volta-se a b), etc.
- g) [Ao fim de  $N_I$  iterações de descodificação sem atingir a síndrome nula] Uso dos "soft outputs" correntes, dados por  $(L_{p,out}^{(1)} = \log(Q_p^{(1)}))$ , para obter as contribuições do descodificador para a iteração seguinte de igualização, de forma análoga à indicada na secção 6.2.1 para um código convolucional.

II. [Para a iteração de ordem  $i \geq 2$  da igualização (se necessário, por ainda não se ter atingido síndrome nula)] Efectua-se a iteração de ordem  $i$  da igualização, obtendo-se  $\tilde{s}_n^{(i)}$  com  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ .

- a) Reinicialização da descodificação, com mensagens  $SN(p) \rightarrow CN(m)$ :  
 $\log(q_{pm}^{(i)}) = L_p^{(i)} + \sum_{m' \in M(p) \setminus m} \log(r_{m'p}^{(i-1)})$
- b) Mensagens  $CN(m) \rightarrow SN(p)$ :  $\log(r_{mp}^{(i)}) = \bigoplus_{p' \in P(m) \setminus p} \log(q_{p'm}^{(i)})$
- c) Mensagens  $SN(p) \rightarrow CN(m)$ :  $\log(q_{pm}^{(i)}) = L_p^{(i)} + \sum_{m' \in M(p) \setminus m} \log(r_{m'p}^{(i)})$
- d) Razões de verosimilhança "a posteriori":  $\log(Q_p^{(i)}) = L_p^{(i)} + \sum_{m \in M(p)} \log(r_{mp}^{(i)})$

e) Decisões sobre os bits codificados:

$$\hat{c}_p^{(i)} = \begin{cases} 1 & \log(Q_p^{(i)}) < 0 \\ 0 & \log(Q_p^{(i)}) \geq 0 \end{cases}$$

f) Cálculo da síndrome  $\hat{c}H^T$ . Se for nula, pára-se a decodificação. Caso contrário volta-se a b), etc.

g) [Ao fim de  $N_I$  iterações de decodificação sem atingir a síndrome nula] Uso dos "soft outputs" correntes, dados por  $L_{p,out}^{(i)} = \log(Q_p^{(i)})$ , para obter as contribuições do decodificador para a iteração seguinte de igualização.

A terminar esta secção, é oportuno chamar a atenção para uma nova interpretação da etapa do algoritmo SISO referente às mensagens  $CN(m) \rightarrow SN(p)$ . Nesta etapa, é repetidamente calculado o LLR de um bit (com o valor lógico 0 ou 1) com base nos LLR's de outros bits (com valores lógicos 0 ou 1) cuja soma módulo 2 é o bit dado. Genericamente, o problema a resolver é análogo ao seguinte: conhecido o LLR de cada um dos bits  $B_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N_C$ ), calcular o LLR do bit  $A = B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_{N_C}$ , ou seja, o LLR do bit  $A$  tal que

$$A \oplus B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_{N_C} = 0 \quad (6.45)$$

( $B_i = 1$  ou  $0$  e  $A = 1$  ou  $0$ , representando  $\oplus$  a adição módulo 2). Façamos agora corresponder cada uma das variáveis aleatórias binárias, associadas aos diferentes bits envolvidos, a uma variável binária com valores  $+1$  e  $-1$ , da seguinte forma:  $b_i = +1$  ou  $b_i = -1$  consoante  $B_i = 0$  ou  $B_i = 1$ ;  $a = +1$  ou  $a = -1$  consoante  $A = 0$  ou  $A = 1$ . Nestas condições,

$$a = \prod_{i=1}^{N_C} b_i. \quad (6.46)$$

Sendo conhecidos os LLR's dos bits  $B_i$ , é fácil calcular valores médios  $\bar{b}_i$ , usando as relações

### 6.3. Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção

$\bar{b}_i = \tanh\left(\frac{LLR(B_i)}{2}\right)$ . Admitindo a hipótese de independência estatística, resulta

$$\bar{a} = \prod_{i=1}^{N_C} \bar{b}_i, \quad (6.47)$$

em que  $\bar{a} = \tanh\left(\frac{LLR(A)}{2}\right)$ . Por conseguinte,  $LLR(A) = \log\left(\frac{1+\bar{a}}{1-\bar{a}}\right)$ , em que

$$\bar{a} = \prod_{i=1}^{N_C} \tanh\left(\frac{LLR(B_i)}{2}\right). \quad (6.48)$$

A etapa da descodificação SISO atrás referida torna-se assim fácil de interpretar, na medida em que pode ser formulada da seguinte forma:

$$\tanh\left(\frac{\log(r_{mp})}{2}\right) = \prod_{p' \in N(m) \setminus p} \tanh\left(\frac{\log(q_{p'm})}{2}\right). \quad (6.49)$$

## 6.3 Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção

Uma generalização do exposto na secção 6.1 para receptores com diversidade espacial é o objectivo desta secção. Esta generalização é semelhante à efectuada no capítulo 2 (2.2.3 e 2.4) no que diz respeito à igualização convencional no domínio da frequência para modulações SC.

Com um receptor com  $Q$  ramos, em lugar de um temos agora  $Q$  vectores recebidos,  $\mathbf{Y}^{(q)}(m) = [Y_0^{(q)}(m), Y_1^{(q)}(m), \dots, Y_{N-1}^{(q)}(m)]^T$ , com  $q = 1, 2, \dots, Q$ , e

$$Y_k^{(q)}(m) = H_k^{(q)} S_k(m) + N_k^{(q)}(m), \quad (6.50)$$

para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . O coeficiente multiplicativo  $H_k^{(q)}$  e o termo de ruído aditivo  $N_k^{(q)}$  definem, para cada  $k$ , o "canal equivalente" inerente ao ramo  $q = 1, 2, \dots, Q$ . Na saída do igualizador no domínio da frequência, surge agora um vector  $\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m)$  dado por

$$\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m) = \sum_{q=1}^Q \mathbf{F}^{(i),(q)}(m) \odot \mathbf{Y}^{(q)}(m) + \mathbf{G}^{(i)}(m) \quad (6.51)$$

No que diz respeito às componentes do vector  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$ , a equação (6.4), adoptada para o receptor sem diversidade, dá lugar a

$$G_k^{(i)}(m) = \left( \gamma^{(i)}(m) - \sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m) \hat{H}_k^{(q)} \right) \bar{S}_k^{(i-1)}(m), \quad (6.52)$$

com

$$\gamma^{(i)}(m) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m) \hat{H}_k^{(q)}. \quad (6.53)$$

Atendendo a (6.50), na situação ideal em que  $\bar{S}_k^{(i-1)} = S_k^{(m)}$  com  $\hat{H}_k^{(q)} = H_k^{(q)}$  ( $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), a equação (6.51) conduziria a coeficientes  $\tilde{S}_k^{(i)}(m)$  dados por

$$\begin{aligned} \tilde{S}_k^{(i)}(m) &= \sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m) \left( H_k^{(q)} S_k(m) + N_k^q(m) \right) + \\ &+ \left[ \gamma^{(i)}(m) - \sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m) H_k^{(q)} \right] S_k(m) \\ &= \gamma^{(i)}(m) S_k(m) + \sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m) N_k^q(m). \end{aligned} \quad (6.54)$$

Isto significa que as subsequentes amostras no domínio do tempo  $\left( \tilde{s}_n^{(i)}(m) \right)$ , tal como sucedia no receptor de um só ramo, seriam constituídas por um termo útil  $\gamma^{(i)}(m) s_n(m)$  e por um termo de ruído gaussiano, não surgindo qualquer interferência intersimbólica.

### 6.3. Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção

Por outro lado, assim como para receptores de um só ramo

$$F_k^{(i)}(m)\hat{H}_k = \frac{K_F^{(i)}(m)|\hat{H}_k|^2}{\hat{\alpha} + [1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2]|\hat{H}_k|^2}, \quad (6.55)$$

os coeficientes  $F_k^{(i),(q)}(m)$ , componentes dos vectores  $\mathbf{F}^{(i),(q)}(m)$  num receptor de  $Q$  ramos, deverão obedecer à relação

$$\sum_{q=1}^Q F_k^{(i),(q)}(m)\hat{H}_k^{(q)} = \frac{K_F^{(i)}(m) \sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2}{\hat{\alpha} + [1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2] \sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2}, \quad (6.56)$$

pelo que

$$F_k^{(i),(q)}(m) = \hat{H}_k^{(q)*} C_k^{(i)}(m) \quad (6.57)$$

para  $q = 1, 2, \dots, Q$ , com

$$C_k^{(i)}(m) = \frac{K_F^{(i)}(m)}{\hat{\alpha} + [1 - (\hat{\rho}^{(i-1)}(m))^2] \sum_{q=1}^Q |\hat{H}_k^{(q)}|^2} \quad (6.58)$$

( $K_F^{(i)}(m)$  é uma constante que poderá ser ajustada para originar  $\gamma^{(i)}(m) = 1$ ).

Em conformidade com o acima exposto, pode ver-se na Fig. 6.3 o esquema de blocos de um receptor com  $Q$  ramos e que realiza uma Turbo-igualização no domínio da frequência. Nesta figura, como é óbvio,  $\mathbf{C}^{(i)}(m)$  designa o vector de componentes  $C_k^{(i)}(m)$ , e  $\hat{\mathbf{H}}^{(q)*}$  designa o vector de componentes  $\hat{H}_k^{(q)*}$  com  $q = 1, 2, \dots, Q$  e  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ .

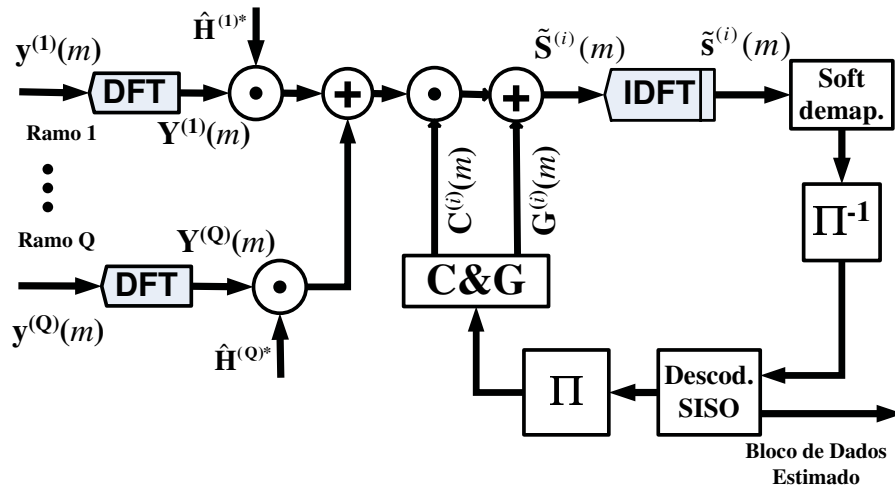


Figura 6.3: Estrutura do receptor Turbo-FDE com diversidade espacial ( $Q$  ramos).

## 6.4 Avaliação de Desempenhos

Em seguida, apresenta-se um conjunto de resultados de desempenho, obtidos por simulação como no capítulo 2, referentes à transmissão SC/FDE de alto débito quando se empregam as técnicas de descodificação/detecção propostas neste capítulo da tese, em receptores sem diversidade espacial ou com diversidade dupla. O canal rádio segue o modelo já adoptado na secção 2.4.2, e, tal como nessa secção, a duração da parte útil de cada bloco é de  $5\mu s$ , o número de símbolos por bloco é  $N = 256$ , o CP é completo (com comprimento  $L = 64$ ) e a modulação adoptada é a modulação QPSK. Quanto à codificação de canal, são consideradas duas possibilidades: o emprego de um código convolucional com razão  $1/2$  e  $G(D) = \left[1 \frac{1+D^2+D^3+D^4}{1+D+D^4}\right]$ , tal como na secção 2.4.2, e o emprego de um código LDPC (512, 256) [Mac06]. No primeiro caso, é usado um algoritmo Max-Log-MAP (ver capítulo 5) de descodificação SISO, ou, para duas técnicas iterativas de complexidade reduzida, já referidas na secção 6.1, o algoritmo de Viterbi convencional. No segundo caso são usados dois algoritmos descritos no capítulo 4: o algoritmo

LSPA, e, para redução da complexidade, o algoritmo MS-LSPA.

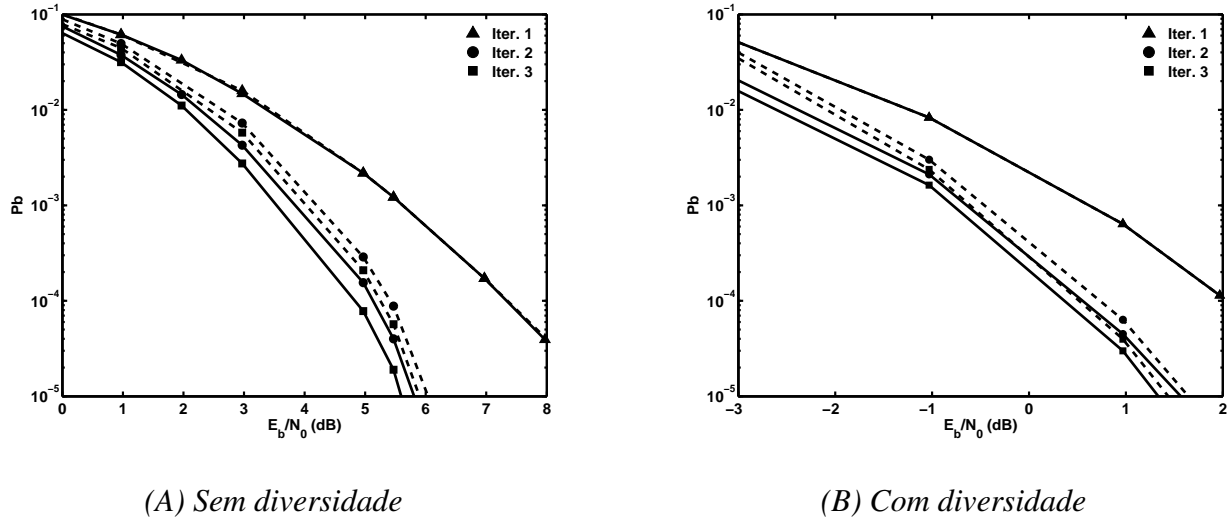


Figura 6.4: Desempenho com Turbo FDE baseado em decodificação SISO (linha a cheio) ou usando o algoritmo de Viterbi convencional (linha a ponteadado).

A Fig. 6.4 mostra os resultados de desempenho para a opção de codificação que recorre ao código convolucional, quando é usada a turbo-igualização propriamente dita, envolvendo a contribuição da decodificação SISO para o processo iterativo. Para efeitos de comparação, mostra também os resultados de desempenho quando, no processo iterativo, o algoritmo SISO indicado é substituído pelo algoritmo de Viterbi (simplificação possível já referida na secção 6.1.2), pelo que o cancelamento brando da ISI dá lugar a um cancelamento rígido. Os resultados mostram que a simplificação sugerida provoca uma degradação ligeira dos desempenhos, inferior a  $0.5\text{dB}$  (Note-se que o desempenho na primeira iteração é igual nos dois casos, correspondendo ao desempenho do receptor SC/FDE convencional, já considerado na secção 2.4.2).

A Fig. 6.5 mostra de novo os resultados de desempenho quando é usado o código convolucional e a turbo-igualização de referência (linhas a cheio), mas agora comparados com os desempenhos obtidos com o outro receptor de complexidade reduzida sugerido na secção 6.1.2: neste,

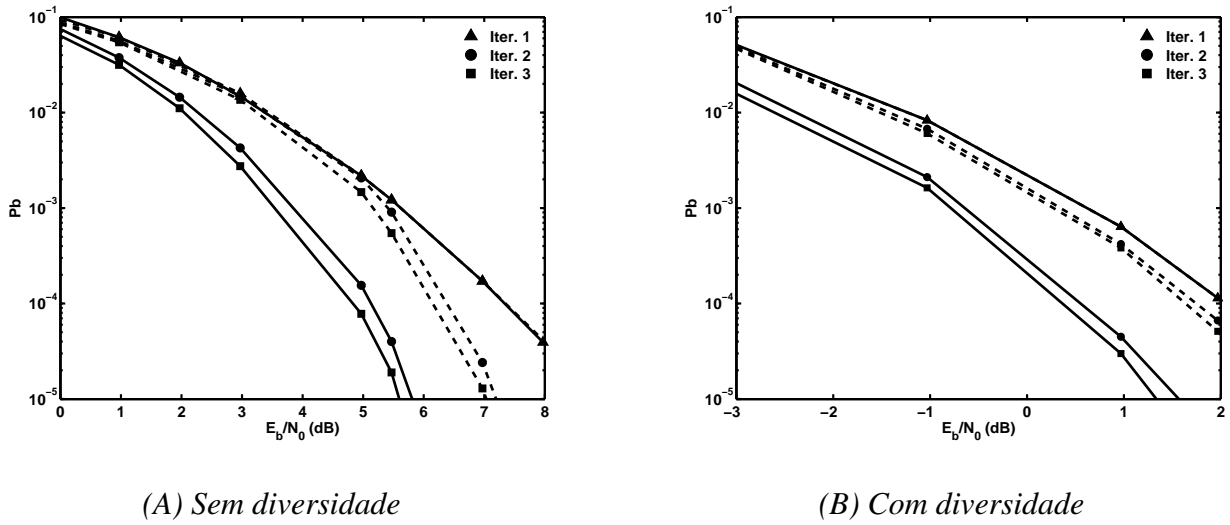


Figura 6.5: Desempenho com Turbo FDE baseado em descodificação SISO (linha a cheio) ou sem a descodificação envolvida no processo iterativo de igualização, só tendo lugar depois de concluído este processo (linha a tracejado).

o processo iterativo de igualização não envolve descodificação, mas emprega ainda cancelamento brando da ISI, sendo seguido de descodificação com o algoritmo de Viterbi, uma vez concluído o número indicado de iterações de igualização. Neste caso, à maior simplificação corresponde uma maior degradação do desempenho, excedendo  $1.5dB$ , mas prevalece uma vantagem também superior a  $1.5dB$  face ao desempenho do receptor SC/FDE convencional (correspondente à primeira iteração).

Quer a Fig. 6.4, quer a Fig. 6.5, mostram que o progresso mais significativo, com qualquer das três técnicas iterativas, ocorre quando se passa da primeira para a segunda iteração.

Na Fig. 6.6, com e sem diversidade, tal como nas duas figuras precedentes, podem ver-se as três curvas de desempenho para a terceira iteração, já incluídas nessas figuras. Para efeitos de comparação, mostra-se também, com e sem diversidade, um minorante da probabilidade de erro que pode ser visto como um "Matched Filter Bound" específico. Este minorante foi obtido por

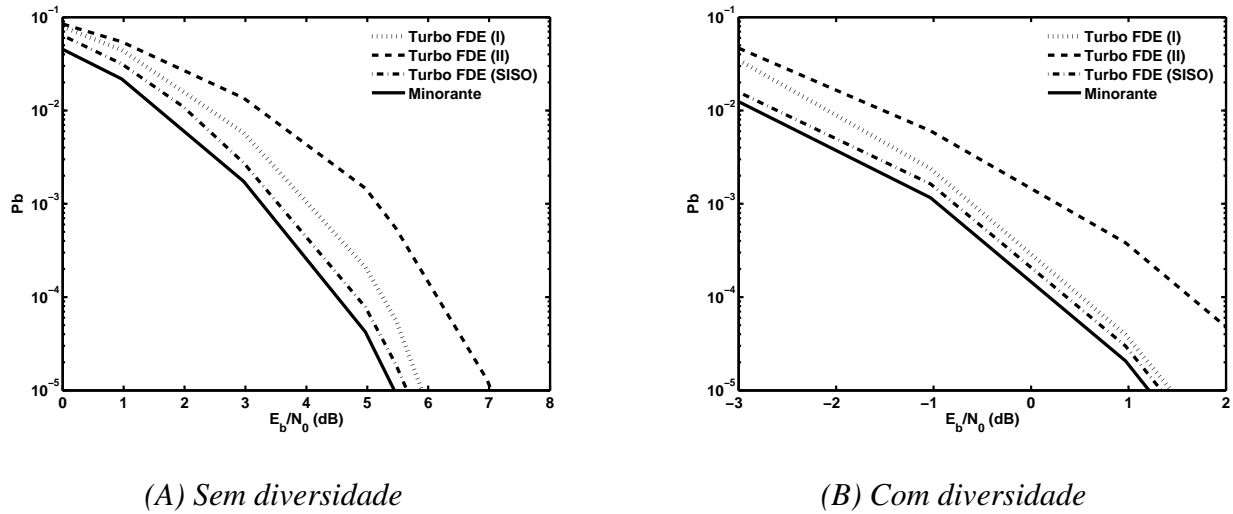


Figura 6.6: Desempenho com Turbo FDE baseado em descodificação SISO e com as técnicas iterativas de complexidade reduzida das Figs. 6.4 (I) e 6.5 (II) (3 iterações de igualização). Para efeitos de comparação, a figura inclui também um minorante da probabilidade de erro ("Matched Filter Bound").

simulação, numa iteração única, considerando nessa iteração  $\hat{\rho} = 1$  na expressão dos coeficientes  $F_k(m)$  (ver equação 6.13), e coeficientes  $G_k(m)$  ideais ( $S_k(m)$  no lugar de  $\bar{S}_k(m)$  em (6.4)), de modo a obter um cancelamento perfeito da ISI residual. Os resultados patentes na figura mostram que, com a turbo-igualização de referência, envolvendo uma descodificação SISO no processo iterativo, consegue-se uma excelente aproximação do minorante indicado com apenas três iterações.

As figuras seguintes mostram os resultados do desempenho quando se opta pelo código LDPC, com distribuição do esforço de descodificação SISO pelas várias iterações de igualização (até  $N_I$  iterações de descodificação por cada iteração de igualização), como foi exposto na secção 6.2.

Na Fig. 6.7 podem ver-se resultados numéricos para  $N_I = 5$ , tanto com o algoritmo LSPA

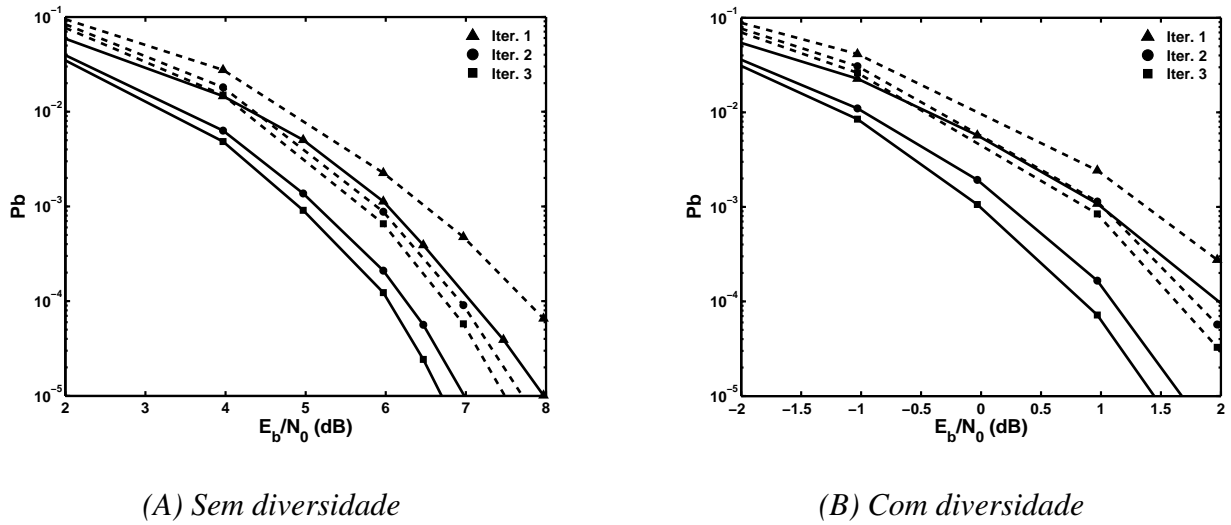


Figura 6.7: Desempenho com Turbo FDE ajudado por decodificação SISO usando o algoritmo LSPA (linha a cheio) ou o algoritmo MS-LSPA (linha a tracejado), com cinco iterações de decodificação por cada uma das três iterações de igualização.

como com o algoritmo MS-LSPA, sem e com diversidade. A Fig. 6.8 repete os resultados da Fig. 6.7, no que diz respeito à quinta iteração de decodificação no âmbito da terceira iteração de igualização, e, para efeitos de comparação, inclui minorantes específicos da probabilidade de erro. Estes foram obtidos por simulação, considerando uma iteração única de igualização, com  $\hat{\rho} = 1$  na expressão dos coeficientes  $F_k(m)$  (ver equação (6.13)) e coeficientes  $G_k(m)$  ideais ( $S_k(m)$  no lugar de  $\bar{S}_k(m)$  em (6.4)), de modo a obter um cancelamento perfeito da ISI residual. Quanto à decodificação SISO subsequente, consideraram-se  $3N_I = 15$  iterações. As Figs. 6.9 e 6.10 têm conteúdo análogo, respectivamente, à Fig. 6.7 e à Fig. 6.8, quando se substitui  $N_I = 5$  por  $N_I = 10$ .

Estas figuras mostram que o emprego do código LDPC, e, na recepção, uma turbo-igualização com decodificação SISO distribuída pelas várias iterações de igualização, constituem uma solução flexível para a transmissão SC, com bons compromissos complexidade/desempenho. O principal

progresso ocorre da primeira para a segunda iteração de turbo-igualização, sendo muito mais reduzida a melhoria de desempenho com as iterações seguintes (este comportamento é tanto mais claro quanto maior for  $N_I$ , como era de esperar). A substituição do algoritmo LSPA pelo algoritmo MS-LSPA, de muito baixa complexidade, produz uma degradação moderada dos desempenhos: perto de  $1dB$  para  $P_b = 10^{-5}$ , com ou sem diversidade. Para esta probabilidade de erro, a aproximação aos minorantes escolhidos não é tão boa como na opção de codificação/descodificação anteriormente considerada (envolvendo o código convolucional), em especial na situação sem diversidade; com diversidade dupla, os resultados indicam uma diferença de cerca de  $0.5dB$  face aos minorantes. A comparação da Fig. 6.4 com a Fig. 6.9 mostra que, se  $N_I = 10$  e for usado o algoritmo LSPA, a segunda opção de codificação/descodificação LDPC/LSPA produz desempenhos melhores que a primeira (convolucional/Max-Log-MAP) para  $P_b \leq 10^{-5}$ , com ou sem diversidade.

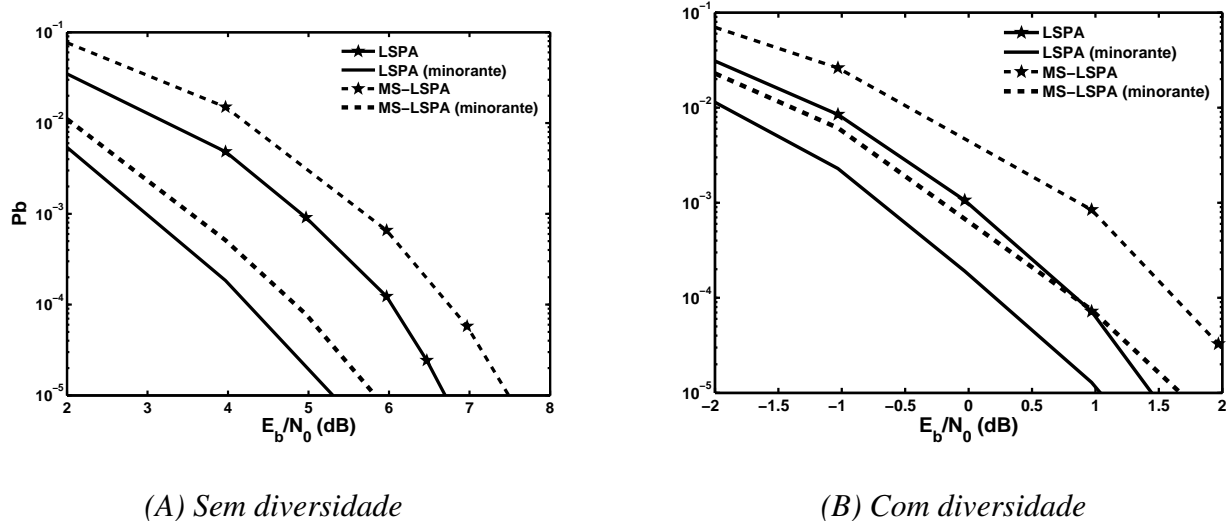


Figura 6.8: Desempenho com Turbo FDE usando os algoritmos de descodificação LSPA e MS-LSPA (3 iterações de igualização e  $3 \times 5 = 15$  iterações de descodificação). A Figura inclui minorantes de  $P_b$  ("Matched Filter Bounds"), para 15 iterações de descodificação.

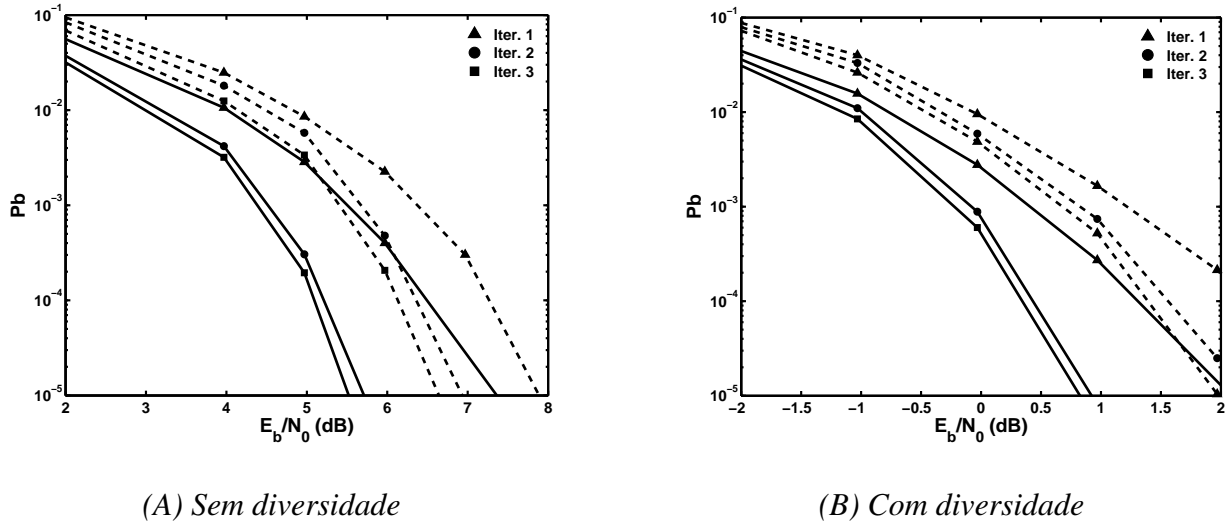


Figura 6.9: Desempenho com Turbo FDE ajudado por descodificação SISO usando o algoritmo LSPA (linha a cheio) ou o algoritmo MS-LSPA (linha a tracejado), com dez iterações de descodificação por cada uma das três iterações de igualização.

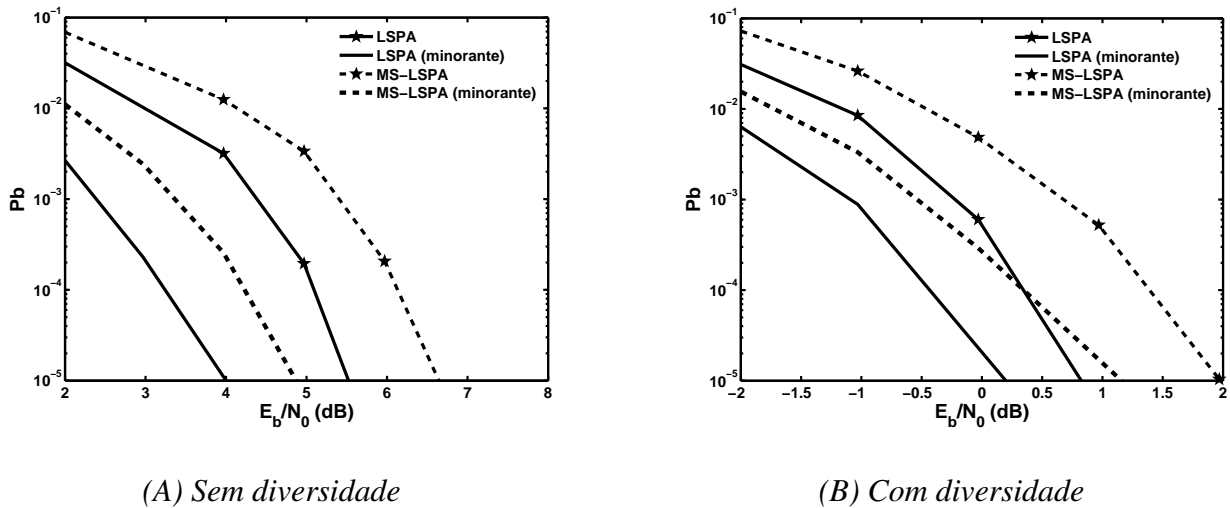


Figura 6.10: Desempenho com Turbo FDE usando os algoritmos de descodificação LSPA e MS-LSPA (3 iterações de igualização e  $3 \times 10 = 30$  iterações de descodificação). A Figura inclui minorantes de  $P_b$  ("Matched Filter Bounds"), para 30 iterações de descodificação.

# Capítulo 7

## Descodificação e Detecção Iterativa para Transmissão por Blocos com Modulação OFDM

Este capítulo é dedicado a técnicas de descodificação/detecção iterativa para transmissão por blocos com prefixo cíclico e modulações OFDM. É desenvolvida uma técnica iterativa de recepção para situações em que, no emissor, os sinais OFDM são sujeitos a distorção não-linear deliberada, com o fim de reduzir as flutuações de envolvente. A técnica proposta, na secção 7.1, realiza um turbo-cancelamento da interferência inerente à referida distorção não-linear, e, sendo pretendida uma redução muito significativa das flutuações de envolvente, tira bastante partido da contribuição do descodificador SISO. Ambas as classes de descodificação SISO consideradas no capítulo 6 são também aqui consideradas, no contexto da técnica de descodificação/detecção aqui proposta: descodificação baseada em treliças (para códigos convolucionais) ou baseada em grafos de Tanner (para códigos LDPC). Na secção 7.2, procede-se a uma extensão da técnica proposta para receptores com diversidade especial. A secção 7.3, dedicada à avaliação de desempenhos, inclui diversos resultados numéricos e a respectiva discussão.

## 7.1 Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada

### 7.1.1 Princípios Gerais

Quando é usada uma modulação OFDM com muitas subportadoras, para defrontar um canal com acentuada dispersão temporal, as fortes flutuações de envolvente do sinal gerado pelo modulador criam dificuldades quanto à amplificação de potência. Uma solução recomendável para este problema é o recurso a uma distorção não linear deliberada do sinal a transmitir, de forma a baixar o respectivo PMEPR, como vimos no capítulo 2: a operação não-linear mais óbvia (e mais frequentemente utilizada) para este fim é uma operação de "clipping". Quando este é efectuado sobre uma versão sobreamostrada do "bloco OFDM" (obtida através da junção de zeros no domínio da frequência), como sucede com a "técnica NLSP" referida naquele capítulo, consegue-se baixar um pouco o nível de auto-interferência associado à distorção não-linear, mas esta pode, ainda assim, tornar-se muito significativa se o esforço de "clipping" se acentuar. Com um receptor OFDM convencional, esta auto-interferência pode degradar bastante o desempenho, contrariando os benefícios de um PMEPR reduzido (ver resultados numéricos da secção 2.4, para  $s_M/\sigma = 2.0$  e  $s_M/\sigma = 0.5$ ).

Nos últimos anos, diversos autores debruçaram-se sobre esta questão. Em [THC03], é equacionado pela primeira vez o problema do desenho de um receptor óptimo para uma situação de transmissão MC (Multi Carrier) sujeita a "clipping". É aí constatada a grande dificuldade prática de realizar o processamento de sinal inerente à estimação de máxima verosimilhança do bloco de símbolos transmitidos (mesmo sem envolver a descodificação neste processamento), em virtude da sua extrema complexidade. Sugere-se então uma técnica para realizar esta estimação de forma aproximada, considerando, além do ruído gaussiano, a presença de um termo "útil" e de

### *7.1. Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada*

um termo de "interferência não-linear" nas amostras recebidas, e procurando cancelar este ultimo termo no decurso de um processo iterativo:

- I. Em cada iteração, é obtida uma estimativa do bloco de símbolos, com base no vector de amostras recebidas e na estimativa do vector de auto-interferência, fornecido pela iteração precedente;*
- II. De seguida, a estimativa do vector de auto-interferência é actualizada, com base na nova estimativa do bloco de símbolos.*

A ideia simples de [THC03], quanto ao emprego de um método de detecção que envolve o cancelamento iterativo da interferência não-linear, é em seguida adaptada a um contexto prático de transmissão OFDM. É usada codificação de canal, pelo que a modulação opera com símbolos (definidos no domínio da frequência) que resultam directamente do mapeamento de bits codificados após permutação (interleaving) dos mesmos; o bloco transmitido não é um bloco OFDM convencional, mas sim o que resulta deste graças à "técnica NLSP" descrita na secção 2.2. No receptor, o procedimento iterativo de detecção e estimação da interferência não-linear envolve a cooperação com o decodificador, e, sendo este um decodificador SISO, proporciona um cancelamento brando daquela interferência. A estrutura de recepção obtida assemelha-se, de alguma maneira, à que foi adoptada para turbo-igualização em transmissão SC/FDE. Na realidade, também se tratava nesse caso do cancelamento brando de uma interferência dependente do bloco de símbolos transmitido, num processo iterativo envolvendo decodificação SISO. Note-se que (tal como na técnica de decodificação/detecção iterativa do capítulo 6) a informação que, no novo receptor OFDM, é fornecida ao decodificador SISO após aquele cancelamento deve ser vista como uma informação extrínseca sobre os bits codificados, enquanto que a informação fornecida pelo decodificador ao detector, para cancelamento da interferência não-linear, deve ser a informação completa sobre aqueles bits.

Como veremos na parte restante desta secção, o modelo estatístico, indicado na secção 2.2 para descrever os sinais afectados pela distorção não-linear, tem um papel chave no correcto funcionamento da técnica de descodificação/detecção proposta, nomeadamente através da selecção do parâmetro  $\beta$  ( $\beta \leq 1$ ) em conformidade com o nível de "clipping" adoptado. Ter em conta este parâmetro não será relevante quando o "clipping" é ligeiro (como acontece em [THC03]), pois, nesse caso,  $\beta \approx 1$ ; contudo, o mesmo não se pode dizer quando se trata de um "clipping" acentuado, como se admitiu na secção 2.4 ( $s_M/\sigma = 0.5$ ).

### 7.1.2 Estruturas de Recepção e Processamento de Sinais

A técnica de processamento não-linear de sinal aqui considerada, a nível do emissor, foi descrita em detalhe na secção 2.2. Os blocos modificados  $\mathbf{S}^{CF}(m) = [S_0^{CF}(m), \dots, S_{N-1}^{CF}(m)]^T$ , de comprimento  $N$ , foram obtidos a partir dos blocos convencionais  $\mathbf{S}(m) = [S_0(m), \dots, S_{N-1}(m)]^T$ , como a Fig. 2.11 ilustra, envolvendo uma operação de "clipping" no domínio do tempo, seguida de uma operação de filtragem no domínio da frequência. Assume-se aqui, de novo, que  $s_n^C(m) = f(|s_n''(m)|) \exp(j \arg(s_n''(m)))$ , com  $f(|s_n''(m)|) = |s_n''(m)|$  para  $|s_n''(m)| < s_M$  e  $f(|s_n''(m)|) = s_M$  para  $|s_n''(m)| \geq s_M$  (nível de "clipping"  $s_M$ ). Também se assume que  $\frac{N''}{N} = 2$  e que a filtragem complementar, no domínio da frequência, é caracterizada por  $\Gamma_k = 0$  ou  $\Gamma_k = 1$ , na região "fora da banda" ou na região "dentro da banda", respectivamente. O nível de "clipping" pode ser escolhido para uma determinada redução de PMEPR, e a subsequente filtragem no domínio da frequência cancela os efeitos de espalhamento espectral "fora da banda" da distorção não-linear.

Sempre que  $N \gg 1$ , tanto  $\Re\{s_n''(m)\}$  como  $\Im\{s_n''(m)\}$  são aproximadamente gaussianos, com média nula e uma dada variância  $\sigma^2$ . Nestas condições, as amostras transmitidas no domínio da frequência podem ser decompostas em dois termos, um deles "útil", sendo o outro

### 7.1. Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada

uma auto-interferência (equações (2.49) e (2.50)).

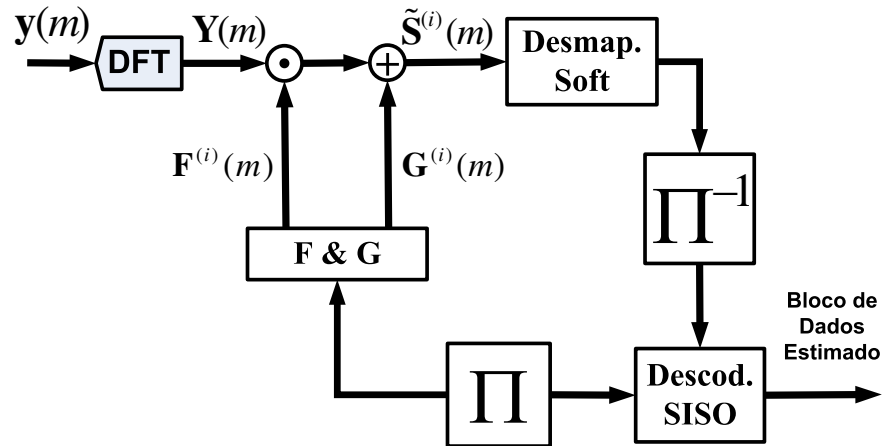


Figura 7.1: Estrutura de recepção, para transmissão OFDM com "clipping", que realiza um turbo-cancelamento da auto-interferência não-linear.

Quando se utiliza no emissor OFDM o esquema de processamento não-linear referido atrás, salientou-se já, na secção 2.2, que é inevitável uma certa degradação do desempenho com o receptor OFDM convencional: esta degradação é relativamente pequena para um "clipping" ligeiro, mas torna-se significativa quando se pretendem valores de PMEPR muito baixos. Pode dizer-se que a degradação do desempenho, quando se utiliza deliberadamente uma distorção não-linear no emissor, se deve à potência "inútil" transmitida, sob a forma de auto-interferência, e ao facto de essa auto-interferência (quase-gaussiana) ser adicionada ao ruído gaussiano do canal.

De seguida, descreve-se uma técnica iterativa de descodificação/detecção em que se realiza o cancelamento brando (de forma a minimizar a propagação de erros) da auto-interferência, usando as decisões brandas do descodificador SISO sobre os bits codificados. Esta técnica pode ser implementada na estrutura de recepção descrita na Fig. 7.1, que emprega um "igualizador no domínio da frequência" modificado, de modo a efectuar, a cada nova iteração, o cancelamento da interferência não-linear estimada, tendo em conta as saídas do descodificador SISO. Na saída

deste igualizador modificado, tem-se o vector

$$\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m) = \mathbf{F}^{(i)}(m) \odot \mathbf{Y}(m) + \mathbf{G}^{(i)}(m), \quad (7.1)$$

em que  $\mathbf{Y}(m) = [Y_0(m), Y_1(m), \dots, Y_{N-1}(m)]^T$ , com

$$Y_k^{(i)}(m) = H_k S_k^{CF}(m) + N_k(m) = \beta S_k(m) H_k + D_k(m) H_k + N_k(m), \quad (7.2)$$

pois  $S_k^{CF}(m) = \beta S_k(m) + D_k(m)$  (como se viu no capítulo 2).

Os componentes do vector  $\mathbf{F}^{(i)}(m)$  são dados por

$$F_k^{(i)}(m) = \frac{1}{\beta \hat{H}_k} \quad (7.3)$$

com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , não dependendo do bloco de dados nem da iteração em causa, mas apenas do canal estimado. O mesmo se não pode dizer quanto a

$$\mathbf{G}^{(i)}(m) = \hat{\rho}^{(i-1)}(m) \left[ \hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m) - \frac{1}{\beta} T_{NLSF}(\hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m)) \right], \quad (7.4)$$

onde  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m)$  é o valor médio dos  $2N$  coeficientes de correlação por bit,  $\rho_{k,I}^{(i-1)}(m)$  e  $\rho_{k,Q}^{(i-1)}(m)$ , obtidos a partir das saídas do decodificador SISO, e  $\hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m)$  é um vector com componentes  $\hat{S}_k^{(i-1)}(m)$ ,  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , dadas por

$$\hat{S}_k^{(i-1)}(m) = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \left[ \text{sgn} \left( \Re \left\{ \overline{S}_k^{(i-1)}(m) \right\} \right) + j \text{sgn} \left( \Im \left\{ \overline{S}_k^{(i-1)}(m) \right\} \right) \right] \quad (7.5)$$

(ver secção 7.1.3).

Note-se que

$$\mathbf{Y}(m) \odot \mathbf{F}^{(i)}(m) = \mathbf{S}(m) + \frac{\mathbf{D}(m)}{\beta} + \mathbf{N}(m) \odot \mathbf{F}^{(i)}(m), \quad (7.6)$$

### 7.1. Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada

com

$$\frac{\mathbf{D}(m)}{\beta} = \frac{1}{\beta} T_{NLSP}(\mathbf{S}(m)) - \mathbf{S}(m), \quad (7.7)$$

se  $\hat{H}_k = H_k$ , para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . É de salientar que, somando  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$  a  $\mathbf{Y}(m) \odot \mathbf{F}^{(i)}(m)$ , está-se simplesmente a subtrair a estimativa de  $\mathbf{D}(m)/\beta$ , para o cancelamento brando da distorção não-linear. Saliente-se ainda que, devido à natureza não-linear da operação  $T_{NLSP}(\cdot)$ , não é apropriado utilizar  $\bar{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m)$  directamente quando se calcula  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$ : o uso de (7.4) é uma escolha realista, para criar o efeito de cancelamento brando pretendido.

Com um vector  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$  "ideal", as respectivas componentes seriam dadas por

$$G_k^{(i)}(m) = S_k(m) - \frac{1}{\beta} S_k^{CF}(m) = -\frac{D_k(m)}{\beta}, \quad (7.8)$$

pois a situação ideal implicaria  $\hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m) = \mathbf{S}(m)$  e, por conseguinte,  $T_{NLSP}(\hat{\mathbf{S}}^{(i-1)}(m)) = \mathbf{S}^{CF}(m)$ . O cancelamento da interferência não linear seria então perfeito (admitindo  $\hat{H}_k = H_k$ ), dando origem a amostras

$$\tilde{S}_k^{(i)}(m) = S_k(m) + \frac{D_k(m)}{\beta} + \frac{N_k(m)}{\beta H_k} + G_k^{(i)}(m) = S_k(m) + \frac{N_k(m)}{\beta H_k}. \quad (7.9)$$

Para efeitos de remapeamento (ver secção 7.1.3), no caso de uma constelação QPSK, tem-se

$$\bar{S}_k^{(i-1)}(m) = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \left( \tanh \left( \frac{L_{k,I}^{(i-1)}(m)}{2} \right) + j \tanh \left( \frac{L_{k,Q}^{(i-1)}(m)}{2} \right) \right) \quad (7.10)$$

em que  $L_{k,I}^{(i-1)}(m)$  e  $L_{k,Q}^{(i-1)}(m)$  designam os LLR's dos bits codificados "em fase" e "em quadratura", respectivamente. No que diz respeito ao desmapeamento (ver secção 7.1.3), com base nas amostras  $\tilde{S}_k^{(i)}(m)$ , há que fazer

$$L_{k,I}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \Re \left\{ \tilde{S}_k^{(i)}(m) \right\} \quad (7.11)$$

e

$$L_{k,Q}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \Im \left\{ \tilde{S}_k^{(i)}(m) \right\}, \quad (7.12)$$

em que  $\hat{\sigma}_k^2$  é da forma

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{\beta^2} \frac{\hat{\sigma}_N^2}{|\hat{H}_k|^2} \quad (7.13)$$

Nesta última expressão,  $\hat{\sigma}_N^2$  designa a variância estimada dos termos de ruído gaussiano,  $N_k(m)$  ( $k = 0, 1, \dots, N - 1$ ), presentes nas amostras  $Y_k(m)$  (equação 7.2). Quanto a  $\hat{\sigma}_k^2$ , representa a variância estimada dos termos de ruído gaussiano presentes nas amostras

$$\tilde{S}_k^{(i)}(m) = Y_k(m) \cdot F_k^{(i)}(m) + G_k^{(i)}(m) = \frac{S_k^{CF}(m)H_k + N_k(m)}{\beta\hat{H}_k} + G_k^{(i)}(m). \quad (7.14)$$

É de salientar o facto de, com as modulações OFDM, o desmapeamento de cada  $\tilde{S}_k^{(i)}(m)$  originar dois LLR's que dependem fortemente do valor de  $\hat{H}_k$ . Na realidade, são afectados por um factor  $|\hat{H}_k|^2$ , o que significa, p.ex., que, para os "subcanais maus" ( $|\hat{H}_k| \approx 0$ ), aqueles LLR's são praticamente nulos. Atenda-se agora ao facto de o desmapeamento, de acordo com as equações (7.11) a (7.13), poder ser apresentado como uma multiplicação por um vector  $\mathbf{X}$  de componentes  $X_k = \sqrt{8} \sigma_S / \hat{\sigma}_k^2$  ( $\hat{\sigma}_k^2$  dado por (7.13)), antes de se extraírem as respectivas componentes real e imaginária (ver Fig. 7.2(A)). Isto justifica a adopção de uma outra estrutura de recepção, formalmente equivalente à da Fig. 7.1: trata-se da estrutura representada na Fig. 7.2(B), em que  $\mathbf{F}_{eq}^{(i)}(m)$  é um vector de componentes

$$F_{eq,k}^{(i)}(m) = F_k^{(i)}(m)X_k = \frac{1}{\beta\hat{H}_k} X_k = \sqrt{8} \frac{\sigma_S \beta}{\hat{\sigma}_N^2} \hat{H}_k^* \quad (7.15)$$

7.1. Turbo-Cancelamento de Auto-Interferência para Transmissão OFDM com Distorção não Linear Deliberada

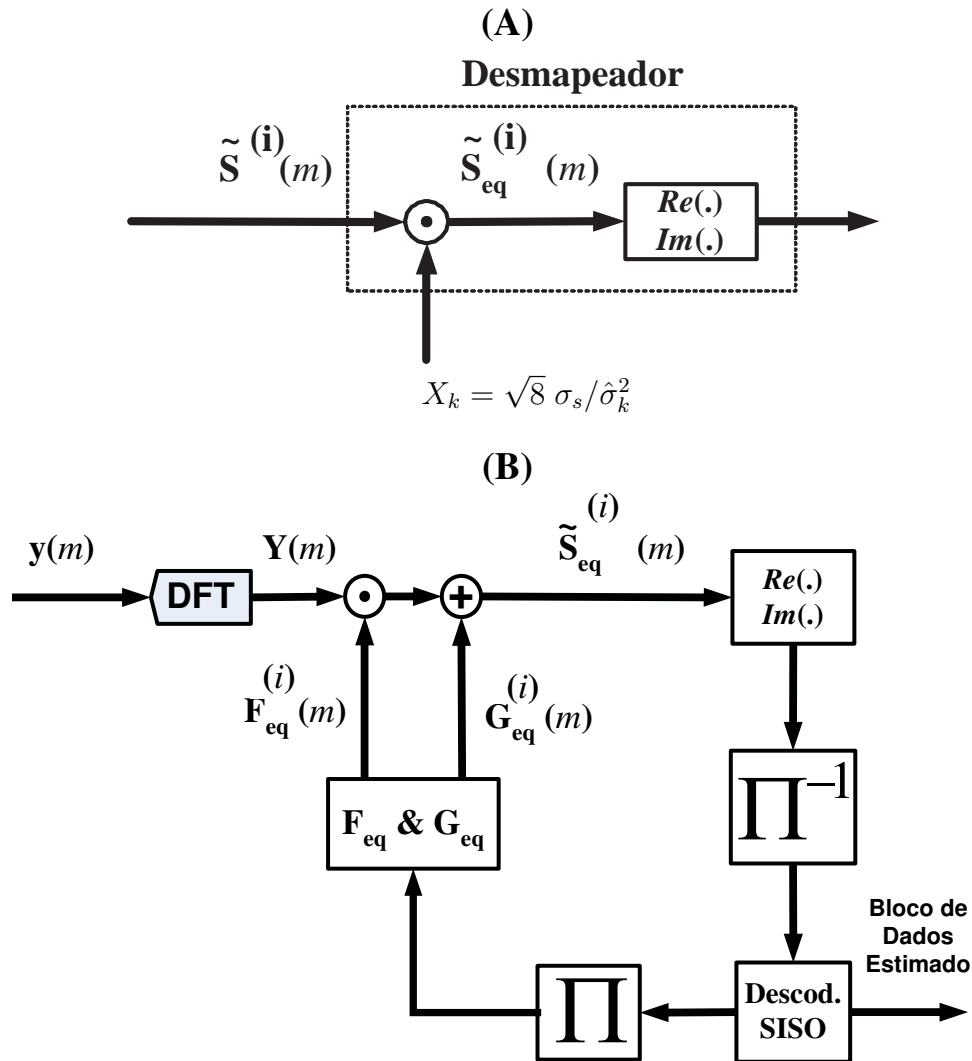


Figura 7.2: Estrutura de recepção com "desmapeamento simplificado", equivalente à Fig. 7.1.

e  $\mathbf{G}_{eq}^{(i)}(m)$  é um vector de componentes

$$G_{eq}^{(i)}(m) = G_k^{(i)}(m)X_k \quad (7.16)$$

com  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ .

Esta estrutura tem a vantagem prática de evitar a divisão por  $\hat{H}_k$  (para alguns subcanais, é possível ter  $|\hat{H}_k| \approx 0$ ).

### 7.1.3 Remapeamento, Desmapeamento e Descodificação

Assumindo uma modulação QPSK, os coeficientes de símbolo são da forma  $S_k = S_{k,I} + jS_{k,Q}$ ,  $k = 0, 1, \dots, N-1$ , com  $S_{k,I} = \pm\sigma_S/\sqrt{2}$  e  $S_{k,Q} = \pm\sigma_S/\sqrt{2}$ . Quando os LLR's relativos aos dois bits de ordem  $k$ , fornecidos pelo decodificador de canal, são designados por  $L_{k,I}$  e  $L_{k,Q}$ , os valores esperados resultantes,  $\bar{S}_k$ , são dados por  $\bar{S}_k = \bar{S}_{k,I} + j\bar{S}_{k,Q}$ , com

$$\begin{aligned}\bar{S}_{k,I} &= \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{L_{k,I}}{2}\right) \\ \bar{S}_{k,Q} &= \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \tanh\left(\frac{L_{k,Q}}{2}\right)\end{aligned}\quad (7.17)$$

(justificação análoga à das equações (6.37) e (6.38)).

Pode-se definir coeficientes  $\rho_{k,I}$  e  $\rho_{k,Q}$ , com valores entre 0 e 1 ( $0 \leq \rho_{k,I} \leq 1$  e  $0 \leq \rho_{k,Q} \leq 1$ ), de forma análoga à indicada na secção 6.1.3, para modulações SC. Neste caso,  $\rho_{k,I} = \tanh(|L_{k,I}|/2)$  e  $\rho_{k,Q} = \tanh(|L_{k,Q}|/2)$ , sendo então  $\bar{S}_{k,I} = \rho_{k,I}\hat{S}_{k,I}$  e  $\bar{S}_{k,Q} = \rho_{k,Q}\hat{S}_{k,Q}$ , com

$$\hat{S}_{k,I} = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \text{sgn}(\bar{S}_{k,I}) = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \text{sgn}(L_{k,I}) \quad (7.18)$$

e

$$\hat{S}_{k,Q} = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \text{sgn}(\bar{S}_{k,Q}) = \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \text{sgn}(L_{k,Q}). \quad (7.19)$$

Analisado o problema do remapeamento, veja-se agora o problema do desmapeamento. Designando por  $L_{k,I}$  e  $L_{k,Q}$ , respectivamente, os LLR's a obter a partir de  $\Re\{\tilde{S}_k\}$  e  $\Im\{\tilde{S}_k\}$ , o respectivo cálculo é como se indica em seguida:

$$L_{k,I} = \log \left\{ \frac{\exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \Re\{\tilde{S}_k\} - \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]}{\exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \Re\{\tilde{S}_k\} + \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]} \right\} = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \tilde{S}_{k,I} \quad (7.20)$$

e

$$L_{k,Q} = \log \left\{ \frac{\exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \Im m \left\{ \tilde{S}_k \right\} - \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]}{\exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \Im m \left\{ \tilde{S}_k \right\} + \frac{\sigma_S}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]} \right\} = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \tilde{S}_{k,Q} \quad (7.21)$$

em que  $\hat{\sigma}_k^2$  é a variância do termo de ruído gaussiano presente em  $\tilde{S}_k$  (omitem-se aqui os índices  $i$  e  $m$ , tal como para o remapeamento).

Quanto à codificação/descodificação, tal como na opção SC, vai-se considerar o emprego de códigos convolucionais, com descodificação baseada em treliças, ou códigos de blocos LDPC, com descodificação baseada em treliças, ou códigos de blocos LDPC, com descodificação baseada em grafos de Tanner. No primeiro caso, com descodificação SISO completa em cada iteração do processo de turbo-cancelamento da auto-interferência não linear; no segundo caso, com distribuição das muitas iterações de descodificação SISO eventualmente requeridas pelas poucas iterações daquele processo.

## 7.2 Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção

Nesta secção generaliza-se o exposto na secção 7.1 para receptores com diversidade espacial ( $Q$  ramos), tal como fizemos no capítulo 6 para as modulações SC. Esta generalização é análoga à efectuada no capítulo 2 (secções 2.2 e 2.4) no que diz respeito à igualização convencional no domínio da frequência para modulações OFDM.

Sejam então  $\mathbf{Y}^{(q)}(m) = \left[ Y_0^{(q)}(m), Y_1^{(q)}(m), \dots, Y_{N-1}^{(q)}(m) \right]^T$ , com  $q = 1, 2, \dots, Q$ , os  $Q$  vectores recebidos, já no domínio da frequência, com  $Y_k^{(q)}(m) = H_k^{(q)} S_k^{CF}(m) + N_k^q(m)$ , para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  (ver Fig. 7.3).

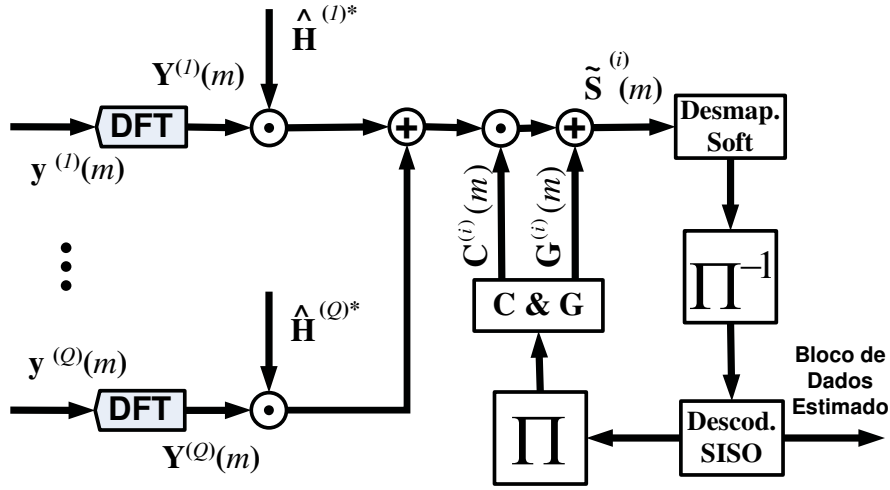


Figura 7.3: Estrutura de recepção para transmissão OFDM com diversidade e cancelamento iterativo de interferência não-linear deliberada.

Na saída do igualizador no domínio da frequência, tem-se agora um vector  $\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m)$  dado por

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{S}}^{(i)}(m) &= \sum_{q=1}^Q \mathbf{F}^{(i),(q)}(m) \odot \mathbf{Y}^{(q)}(m) + \mathbf{G}^{(i)}(m) \\ &= \left( \sum_{q=1}^Q \hat{\mathbf{H}}^{(q)*}(m) \odot \mathbf{Y}^{(q)}(m) \right) \odot \mathbf{C}^{(i)}(m) + \mathbf{G}^{(i)}(m),\end{aligned}\quad (7.22)$$

em que

$$\hat{\mathbf{H}}^{(q)*} = \left[ \hat{H}_0^{(q)*}, \hat{H}_1^{(q)*}, \dots, \hat{H}_{N-1}^{(q)*} \right]^T \quad (7.23)$$

e

$$\mathbf{C}^{(i)}(m) = \left[ C_0^{(i)}(m), C_1^{(i)}(m), \dots, C_{N-1}^{(i)}(m) \right]^T, \quad (7.24)$$

com

$$C_k^{(i)}(m) = \frac{1}{\beta \sum_{q=1}^Q \left| \hat{H}_k^{(q)} \right|^2} \quad (7.25)$$

## 7.2. Generalização para Situações de Diversidade Espacial na Recepção

para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ . Isto resulta de os vectores  $\mathbf{F}^{(i)(q)}(m)$  terem componentes da forma

$$F_k^{(i)(q)}(m) = \widehat{H}_k^{(q)*} C_k^{(i)}(m) = \frac{\widehat{H}_k^{(q)*}}{\beta \sum_{p=1}^Q \left| \widehat{H}_k^{(p)} \right|^2} \quad (7.26)$$

Quanto ao vector  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$ , é idêntico ao do receptor com um só ramo, dado por (7.4). Em condições "ideais", seria  $\widehat{H}_k^{(q)} = H_k^{(q)}$  e  $G_k^{(i)}(m) = -D_k(m)/\beta$ , pelo que

$$\widetilde{S}_k^{(i)}(m) = \sum_{q=1}^Q Y_k^{(q)}(m) F_k^{(q)(i)}(m) - \frac{D_k(m)}{\beta} \quad (7.27)$$

com  $Y_k^{(q)}(m) = \beta S_k(m) H_k^{(q)} + D_k(m) H_k^{(q)} + N_k^{(q)}(m)$ . Então, resultaria

$$\begin{aligned} \widetilde{S}_k^{(i)}(m) &= S_k(m) + \frac{D_k(m)}{\beta} + \frac{1}{\beta} \sum_{q=1}^Q \frac{N_k^{(q)}(m) H_k^{(q)*}}{\sum_{l=1}^Q \left| H_k^{(l)} \right|^2} - \frac{D_k(m)}{\beta} \\ &= S_k(m) + \frac{1}{\beta} \sum_{q=1}^Q \frac{N_k^{(q)}(m) H_k^{(q)*}}{\sum_{l=1}^Q \left| H_k^{(l)} \right|^2}, \end{aligned} \quad (7.28)$$

isto é, haveria um cancelamento perfeito da interferência não-linear.

No que diz respeito ao desmapeamento, com base nas amostras  $\widetilde{S}_k^{(i)}(m)$ , há que adoptar de novo  $L_{k,I}^{(i)}(m)$  e  $L_{k,Q}^{(i)}(m)$  dados por (7.11) e (7.12), respectivamente, mas agora com

$$\widehat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{\beta^2} \frac{\widehat{\sigma}_N^2}{\sum_{q=1}^Q \left| \widehat{H}_k^{(q)} \right|^2}, \quad (7.29)$$

atendendo a (7.28).

Nesta ultima expressão,  $\widehat{\sigma}_N^2$  designa a variância estimada dos termos de ruído gaussiano,  $N_k^{(q)}(m)$ , presentes nas amostras  $Y_k^{(q)}(m)$ . Quanto a  $\widehat{\sigma}_k^2$ , representa a estimativa da variância dos

termos de ruído gaussiano, presentes nas amostras  $\tilde{S}_k^{(i)}(m)$ . Atendendo, tal como na situação de um só ramo, ao facto de o desmapeamento poder ser associado a uma multiplicação por um vector  $\mathbf{X}$  de componentes  $X_k = \sqrt{8} \sigma_S / \hat{\sigma}_k^2$  ( $\hat{\sigma}_k^2$  agora dado por (7.29)), antes de se extraírem as componentes real e imaginária (ver Fig. 7.2(A)), isto justifica a adopção de uma outra estrutura de recepção, formalmente equivalente à da Fig. 7.3: trata-se da estrutura representada na Fig. 7.4, em que  $\mathbf{C}_{eq}^{(i)}(m)$  é um vector de componentes

$$C_{eq,k}^{(i)}(m) = C_k^{(i)}(m)X_k = C_k^{(i)}(m) \frac{\sqrt{8} \sigma_S \beta^2}{\hat{\sigma}_N^2} \sum_{q=1}^Q \left| \hat{H}_k^{(q)} \right|^2 = \frac{\sqrt{8} \sigma_S \beta}{\hat{\sigma}_N^2} \quad (7.30)$$

e  $\mathbf{G}_{eq}^{(i)}(m)$  é um vector de componentes

$$G_{eq,k}^{(i)}(m) = G_k^{(i)}(m)X_k, \quad (7.31)$$

designando por  $G_k^{(i)}(m)$  as componentes do vector  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$  dado por (7.4)

### 7.3 Avaliação de Desempenhos

Os resultados numéricos que a seguir se apresentam referem-se à transmissão OFDM de alto débito quando se empregam as técnicas de descodificação/detecção propostas neste capítulo da tese, em receptores sem diversidade espacial ou com diversidade dupla. Tal como anteriormente (secções 2.4.2 e 6.4), e para um modelo de canal idêntico, a duração da parte útil de cada bloco é de  $5\mu s$ , o número de símbolos por bloco é  $N = 256$ , o CP é completo (com comprimento  $L = 64$ ) e a constelação adoptada é uma constelação QPSK. Quanto à codificação de canal, são consideradas as mesmas duas possibilidades: o emprego de um código convolucional com razão  $1/2$  e  $G(D) = \left[ 1 \frac{1+D^2+D^3+D^4}{1+D+D^4} \right]$ , e o emprego de um código LDPC(512,256) [Mac06]. No primeiro caso, a descodificação SISO recorre ao algoritmo Max-Log-MAP (ver capítulo 5); no

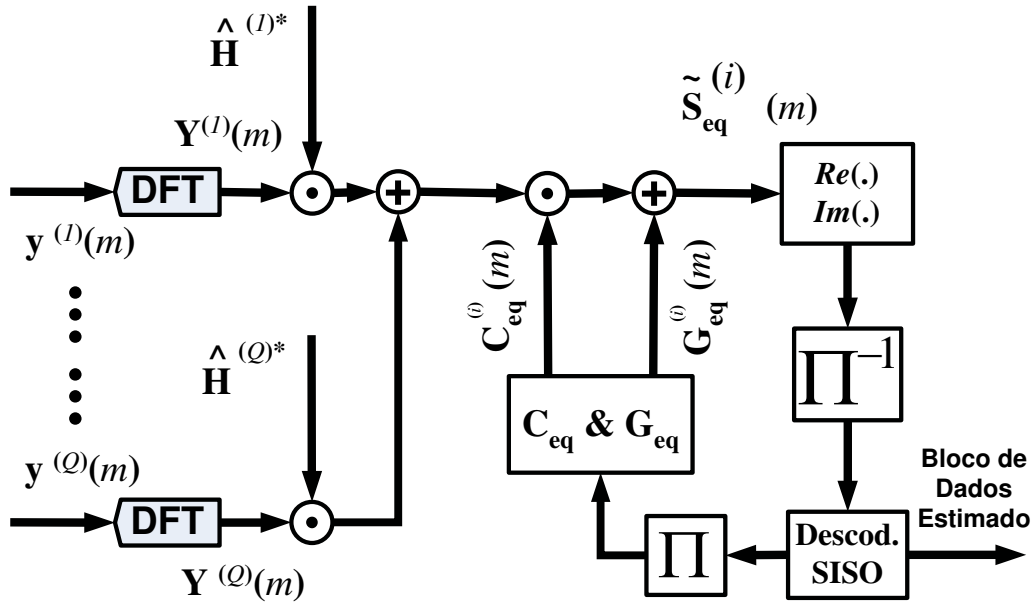


Figura 7.4: Estrutura alternativa de recepção alternativa à da Fig. 7.3 para transmissão OFDM, com diversidade e cancelamento iterativo de interferência não-linear deliberada.

segundo, a descodificação SISO baseia-se no algoritmo LSPA, ou, para redução da complexidade, no algoritmo MS-LSPA (ver capítulo 4).

É usada a "técnica NLSP" para a redução das flutuações de envolvente, tal como na secção 2.4.2 com  $k_M = 2.0$  (clipping ligeiro) ou  $k_M = 0.5$  (clipping forte), o que permite obter um  $PMEPR = 5.7dB$  e  $4.1dB$ , respectivamente.

Na Fig. 7.5 mostram-se os resultados de desempenho para a opção de codificação que recorre ao código convolucional, sem diversidade ou com diversidade dupla, para os dois níveis de "clipping" considerados. Para efeitos de comparação, esta figura inclui minorantes da probabilidade de erro, obtidos com simulações apropriadas em que efectuou uma iteração única com o vector  $\mathbf{G}(m)$  ideal, isto é, com  $\hat{\rho} = 1$  e  $\hat{\mathbf{S}}(m) = \mathbf{S}(m)$ , de modo a reproduzir as condições de cancelamento perfeito da auto-interferência não-linear (ver equação (7.4)). Com o "clipping" ligeiro ( $k_M = 2.0$ ), não há um ganho significativo de desempenho com a técnica iterativa, uma

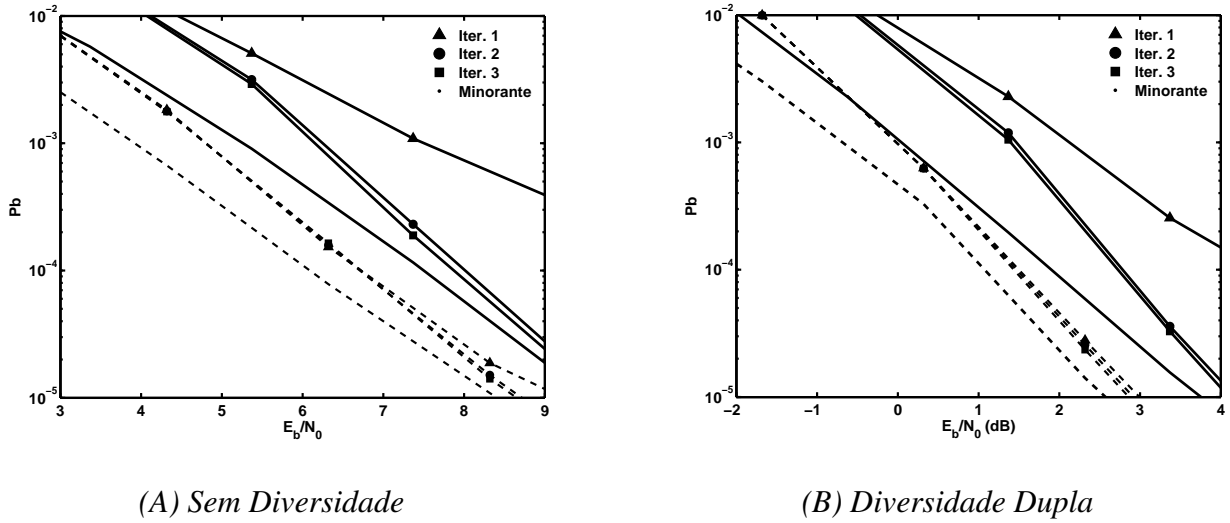
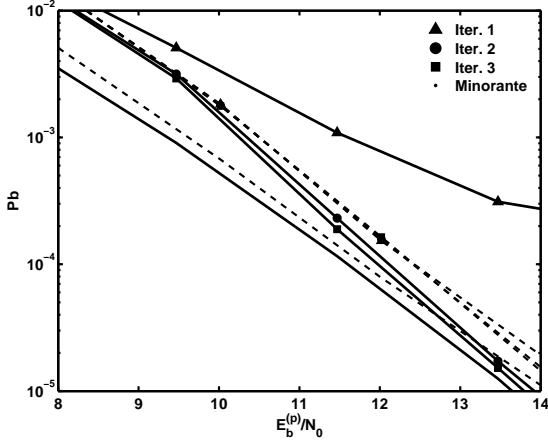


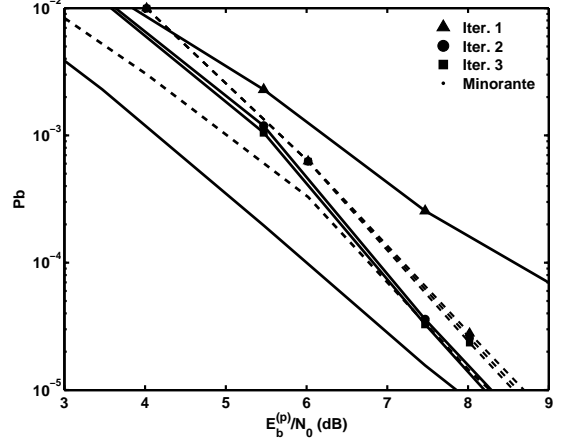
Figura 7.5: Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear, quando  $k_M = 2.0$  (linha a tracejado) ou  $k_M = 0.5$  (linha a cheio) e se opta pelo código convolucional. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro em cada caso.

vez que os efeitos de distorção não-linear são bastante limitados. Contudo, com o "clipping" acentuado ( $k_M = 0.5$ ), há um ganho bastante claro, devendo notar-se que duas iterações são praticamente suficientes para aproximar o minorante correspondente (sem a técnica iterativa de descodificação/detecção, os desempenhos seriam bastante maus, como se vê pelos resultados da primeira iteração).

Na Fig. 7.6, são apresentados de novo os desempenhos a que a Fig. 7.5 diz respeito, mas agora sob a forma  $P_b = f\left(\frac{E_b^{(p)}}{N_0}\right)$  em que  $\frac{E_b^{(p)}}{N_0}(dB) = \frac{E_b}{N_0}(dB) + PMEPR(dB)$ , procedimento já adoptado no capítulo 2. Estes resultados mostram que vale a pena usar um "clipping" forte quando se dispõe da técnica iterativa de descodificação/detecção aqui proposta: à vantagem em termos de emissão (amplificação de potência simplificada) não se contrapõe uma desvantagem em termos de recepção, havendo até a registar um pequeno ganho.



(A) Sem Diversidade



(B) Diversidade Dupla

Figura 7.6: Desempenho correspondente ao da Fig. 7.5, agora com  $P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right)$ .

As figuras seguintes mostram os resultados de desempenho quando se opta pelo código LDPC, com distribuição do esforço de decodificação SISO pelas várias iterações de cancelamento de interferência não-linear (até  $N_I$  iterações de decodificação por cada iteração de cancelamento).

Na Fig. 7.7 podem ver-se resultados numéricos para  $N_I = 5$ , com o algoritmo LSPA, e até 3 iterações de cancelamento de interferência. Para efeitos de comparação, a figura inclui minorantes da probabilidade de erro obtidos por simulação, considerando uma iteração única de cancelamento de interferência não-linear, com  $\mathbf{G}(m)$  ideal ( $\hat{\rho} = 1$  e  $\hat{\mathbf{S}}(m) = \mathbf{S}(m)$  em (7.4)) de modo a que este cancelamento seja perfeito; quanto à decodificação SISO subsequente, consideraram-se  $3N_I = 15$  iterações.

Na Fig. 7.8 são apresentados de novo os desempenhos a que a Fig. 7.7 diz respeito, mas agora sob a forma  $P_b = f\left(\frac{E_b^{(p)}}{N_0}\right)$ , como se tinha feito atrás para a outra opção de codificação e decodificação.

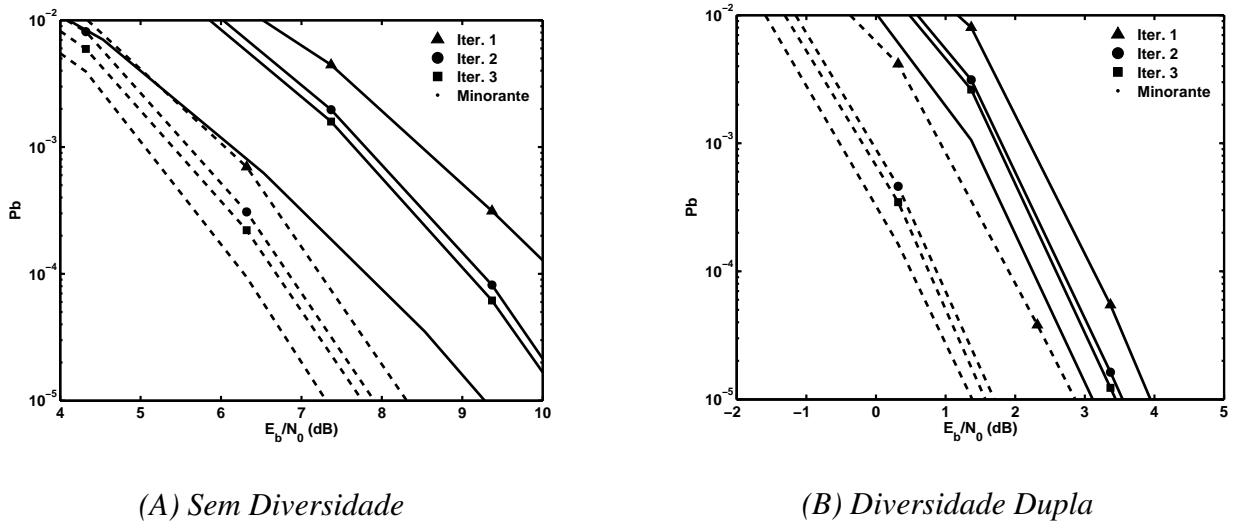


Figura 7.7: Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear quando  $k_M = 2.0$  (linha a tracejado) ou  $k_M = 0.5$  (linha a cheio) e se opta pelo código LDPC com o algoritmo LSPA. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro, em cada caso.

Quanto às Figs. 7.9 e 7.10, têm conteúdo análogo, respectivamente, à Fig. 7.7 e à Fig. 7.8, agora com o algoritmo MS-LSPA.

Estas figuras mostram que o emprego do código LDPC, e na recepção, um processo de turbo-cancelamento da interferência não linear, com descodificação SISO distribuída pelas várias iterações desse processo, constitui uma solução flexível para a transmissão OFDM, com bons compromissos complexidade/desempenho. O principal progresso ocorre da primeira para a segunda iteração de turbo-cancelamento de interferência, sendo muito menos relevante a melhoria do desempenho com as iterações seguintes. A degradação resultante da substituição do algoritmo LSPA pelo algoritmo MS-LSPA é inferior a  $1dB$  para  $P_b = 10^{-5}$ , nos diversos casos considerados. Para esta probabilidade de erro, a aproximação aos minorantes escolhidos não é tão boa como na opção anterior de codificação/descodificação, envolvendo o código convolucional (mas a

diferença face aos minorantes não vai além de  $1dB$ ). Comparando os resultados correspondentes com  $k_M = 2.0$  e  $k_M = 0.5$ , verifica-se que não parece haver vantagem na adopção do "clipping" mais forte quando se usa  $N_I = 5$ ; contudo a desvantagem é ligeira, inferior a  $1dB$ , e, do ponto de vista da implementação do emissor, a vantagem de um "clipping" forte é inegável.

Comparando os resultados das Figs. 7.6 e 7.8, constata-se que, quando  $k_M = 0.5$ , a opção LDPC considerada leva uma pequena vantagem sobre a opção que recorre ao código convolucional quando se usa diversidade na recepção; contudo, a situação inversa tem lugar em receptores sem diversidade.

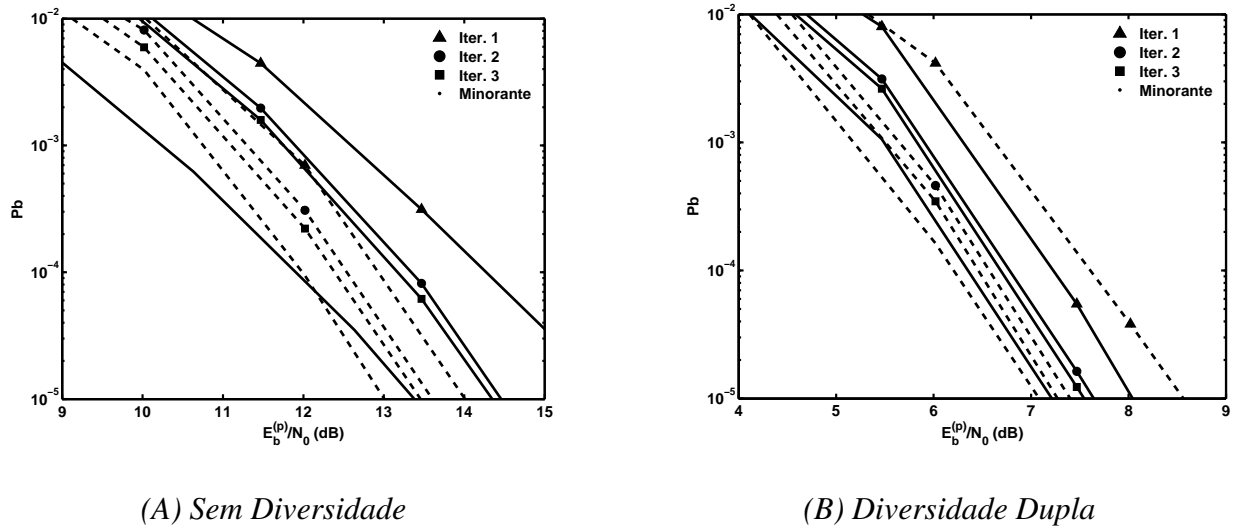
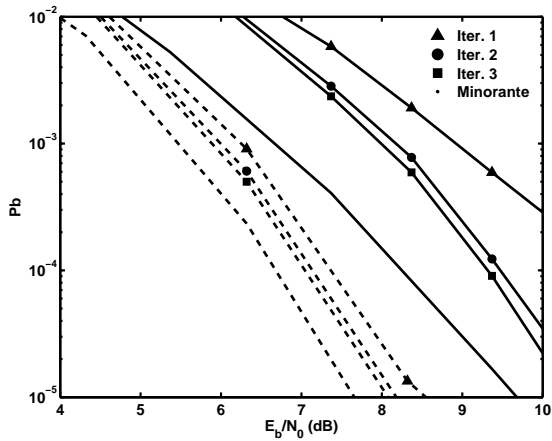
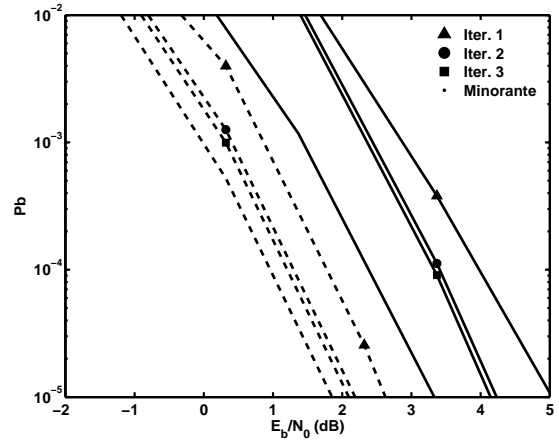


Figura 7.8: Desempenho correspondente ao da Fig. 7.7, agora com  $P_b = f(E_b^{(p)}/N_0)$ .

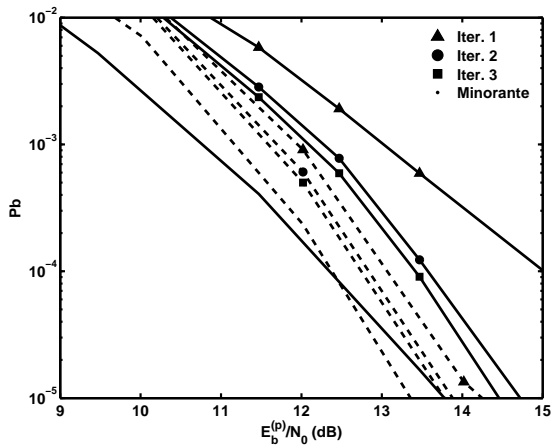


(A) Sem Diversidade

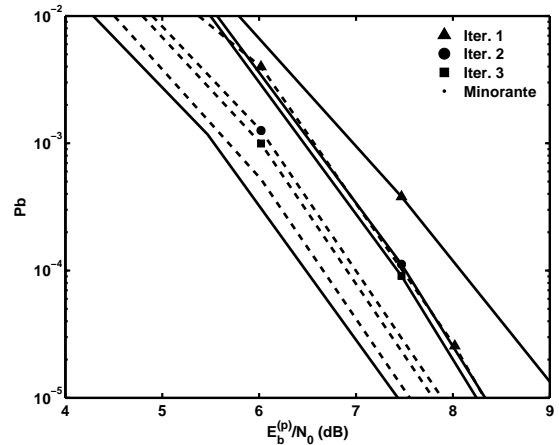


(B) Diversidade Dupla

Figura 7.9: Desempenhos para turbo-cancelamento de interferência não linear quando  $k_M = 2.0$  (linha a tracejado) ou  $k_M = 0.5$  (linha a cheio) e se opta pelo código LDPC com o algoritmo MS-LSPA. Para efeitos de comparação, a figura inclui um minorante da probabilidade de erro, em cada caso.



(A) Sem Diversidade



(B) Diversidade Dupla

Figura 7.10: Desempenho correspondente à Fig. 7.9, agora com  $P_b = f(E_b^{(p)}/N_0)$ .

# Capítulo 8

## Descodificação e Detecção Iterativa para Transmissão por Blocos com Eficiência Espectral Elevada

Neste capítulo, considera-se a possibilidade de aumentar a eficiência espectral numa transmissão por blocos, face às situações consideradas nos capítulos anteriores. Nas secções 8.1 e 8.2 são propostas técnicas de descodificação/detecção iterativa que, de alguma forma, constituem uma generalização das técnicas apresentadas nos capítulos 6 e 7, respectivamente, e que permitem lidar com situações em que o aumento da eficiência espectral resulta do emprego de um CP reduzido, abaixo da ordem da memória do canal. Neste contexto, tira-se partido de uma versão "soft" do "Algoritmo DDC", introduzido no capítulo 3, sendo o uso deste algoritmo integrado no processo iterativo que os receptores realizam. Na secção 8.3, são propostas técnicas de descodificação/detecção iterativa que também podem ser vistas como uma generalização das técnicas propostas nos capítulos 6 e 7, e que são capazes de lidar com situações em que o aumento da eficiência espectral resulta conjuntamente da expansão da constelação de símbolos utilizados e do emprego de um CP reduzido.

## **8.1 Técnicas para Transmissão SC com CP Reduzido**

Nos sistemas de transmissão por blocos com CP, o comprimento do CP é um parâmetro importante a considerar. Como se viu no capítulo 2, para alcançar bons desempenhos recorrendo a técnicas FDE de pequena complexidade, recomenda-se CP's suficientemente compridos para cobrir o "delay spread" máximo esperado.

Nesta secção, apresenta-se uma técnica "Turbo FDE com SDDC (Soft Decision-Directed Correction)", para transmissão SC com CP de comprimento inferior ao "delay spread", utilizando estruturas de tramas convencionais. Esta técnica combina aspectos de processamento de sinais envolvidos nos capítulos 3 (algoritmo DDC) e 6 (turbo-igualização no domínio da frequência). Para além de apresentar um conjunto de resultados de desempenho, são estabelecidas comparações com as técnicas iterativas FDE num contexto de CP completo. Isso permite enfatizar as vantagens da técnica proposta: para além da óbvia melhoria da eficiência espectral, devido à redução do CP, obtém-se alguma melhoria da eficiência de potência, em relação à solução com CP completo.

### **8.1.1 Introdução**

Mostrou-se já que as modulações SC podem ser utilizadas nas comunicações móveis, para transmissão por blocos com CP, de forma similar ao que sucede para as modulações OFDM [SKJ94]. Com um CP suficientemente comprido para cobrir o máximo "delay spread", uma técnica FDE de baixa complexidade, tirando partido de uma tecnologia de processamento de sinais baseada em FFT's, pode ser utilizada para resolver o grave problema da ISI: como foi sublinhado no capítulo 2, isto deve-se ao facto de, em condições de CP completo, ser evitada qualquer interferência entre blocos; além disso, as convoluções lineares inerentes a canais dispersivos no

### *8.1. Técnicas para Transmissão SC com CP Reduzido*

tempo são equivalentes a convoluções circulares (correspondendo a multiplicações no domínio da frequência), no que diz respeito à parte útil dos blocos transmitidos. Em sistemas convencionais de transmissão por blocos, depois de seleccionar um CP de comprimento total, de acordo com a memória do canal, o tamanho da parte útil do bloco é escolhido segundo um duplo critério: ele deverá ser suficientemente pequeno, de modo a tornar desprezável o efeito das variações do canal ao longo do intervalo de tempo em que o bloco é transmitido, mas suficientemente comprido de modo a evitar uma degradação significativa da eficiência espectral e da eficiência de potência.

A possibilidade de alcançar excelentes desempenhos com técnicas FDE, em sistemas SC com CP de comprimento completo, foi já considerada no capítulo 6: designada por "turbo igualização no domínio da frequência" (Turbo FDE), envolveu a realização conjunta dos procedimentos de igualização linear no domínio da frequência e de descodificação SISO, de forma iterativa, permitindo atingir desempenhos muito próximos do "matched filter bound", com poucas iterações.

Como o CP diminui a eficiência espectral da transmissão por blocos, a possibilidade de adoptar um CP reduzido (abaixo da ordem de memória do canal), enquanto se mantém uma implementação essencialmente baseada em FFT's, merece ser considerada. No capítulo 3, mostrou-se que se pode lidar com situações de CP reduzido, usando técnicas de recepção de baixa complexidade que combinam o "algoritmo DDC" com o processamento FDE convencional, para uma transmissão por blocos com estruturas de tramas especiais. Nesta secção, no contexto de uma transmissão SC com CP reduzido (tramas convencionais), considera-se uma versão com decisões brandas do algoritmo DDC, combinando-a com a técnica Turbo FDE apresentada no capítulo 6.

### 8.1.2 Algoritmo SDDC para Transmissão por Blocos com CP Reduzido

Para um canal com resposta impulsional de comprimento  $L$ , considere-se a transmissão no domínio do tempo, com blocos de símbolos  $s(m)$  de comprimento  $N$  ( $N > L$ ). Como se viu no capítulo 2, sempre que se junta um CP de comprimento  $L_R = L$  a cada bloco de dados, o bloco útil recebido, de ordem  $m$  e comprimento  $N$ , pode ser representado por  $\mathbf{y}_{CP}(m) = \mathbf{H}s(m) + \mathbf{n}(m)$ , onde  $\mathbf{n}(m)$  é o vector de ruído recebido e  $\mathbf{H}$  é uma matriz circulante que descreve os efeitos do canal no bloco útil.

Assumindo a transmissão por blocos com CP de comprimento  $L_R < L$ , com  $N + L_R \geq 2L$ , as  $\Delta L = L - L_R$  amostras iniciais de cada bloco recebido diferem das amostras correspondentes com CP de comprimento total, excepto se

$$\Delta s_p(m) = s_p(m) - s_{p+L_R}(m-1) \quad (8.1)$$

é igual a zero com  $p = N - L, \dots, N - L_R - 1$ , como foi sublinhado no capítulo 3. O comprimento insuficiente do CP, além de provocar alguma interferência entre blocos, produz uma convolução circular imperfeita, relativamente ao impacto do canal no conteúdo dos blocos de dados. Quando se utiliza  $\mathbf{y}(m)$  para designar o novo bloco de dados recebido, viu-se no capítulo 3 que  $\mathbf{y}_{CP}(m) - \mathbf{y}(m) = \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathbf{H} \Delta(m)$ , com  $\mathbf{I}'_{\Delta L} = \text{diag}[\underbrace{1, \dots, 1}_{\Delta L}, \underbrace{0, \dots, 0}_{N-\Delta L}]$  e  $\Delta(m) = [\underbrace{0, \dots, 0}_{N-L}, \underbrace{\Delta s_{N-L}(m), \dots, \Delta s_{N-L_R-1}(m)}_{\Delta L}, \underbrace{0, \dots, 0}_{L_R}]^T$ . Quando está disponível uma estimativa  $\hat{\Delta}(m)$  de  $\Delta(m)$ , é então possível obter uma aproximação aceitável de  $\mathbf{y}_{CP}(m)$  com base em  $\mathbf{y}(m)$ ,  $\hat{\mathbf{H}}$  e  $\hat{\Delta}(m)$ . O algoritmo DDC (capítulo 3) permite obter esta aproximação com base na relação seguinte:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{CP}(m) &= \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \hat{\mathbf{H}} \hat{\Delta}(m) \\ &= \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[\hat{H}_0, \hat{H}_1, \dots, \hat{H}_{N-1}] \mathcal{F} \hat{\Delta}(m), \end{aligned} \quad (8.2)$$

onde  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{F}^{-1}$  designam, respectivamente, a matriz DFT e a matriz IDFT, e  $[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]^T$  é a DFT de  $[h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T$ .

A seguir, assume-se uma transmissão SC convencional por blocos, com  $N$  símbolos na respectiva parte útil de cada um (correspondendo a um bloco de dados codificados) e um CP com comprimento  $L_R$  por cada bloco, podendo ser  $L_R < L$ . Neste contexto, uma técnica FDE de complexidade reduzida pode realizada sem dificuldade, sob a forma de um processo iterativo que tira partido do algoritmo DDC: para um dado bloco  $m$  e uma dada iteração  $i \in \{1, 2, \dots, I\}$ , o bloco de entrada,  $\tilde{\mathbf{y}}_{CP}^{(i)}(m)$ , do igualizador pode ser obtido a partir do vector recebido  $\mathbf{y}(m)$ , simplesmente recorrendo ao algoritmo DDC, com

$$\hat{\Delta} s_p^{(i)}(m) = \hat{s}_p^{(i-1)}(m) - \hat{s}_{p+L_R}^{(I)}(m-1), \quad (8.3)$$

tirando partido das  $\Delta L$  decisões apropriadas em símbolos do bloco  $m$  (iteração  $i-1$ ), e das decisões finais relativamente aos últimos  $\Delta L$  símbolos do bloco  $m-1$  (iteração  $I$ ). Obviamente, para  $i=1$ , não estão disponíveis decisões anteriores referentes ao bloco corrente, pelo que se deverá assumir  $\hat{s}_p^{(i-1)}(m) = 0$  quando se usa (8.3) para  $i=1$ . Certamente, existe uma forma mais eficiente de aproveitar esta ideia: consiste na substituição das decisões rígidas por decisões brandas, sobre os diversos símbolos, obtidas a partir da informação que o decodificador de canal SISO disponibiliza. Um "algoritmo SDDC" é uma escolha apropriada, como alternativa ao "algoritmo DDC" já apresentado, envolvendo a substituição do vector  $\hat{\Delta}^{(i)}(m)$  por

$$\overline{\Delta}^{(i)}(m) = [\underbrace{0 \dots 0}_{N-L}, \underbrace{\overline{\Delta} s_{N-L}^{(i)}(m) \dots \overline{\Delta} s_{N-L_R-1}^{(i)}(m)}_{\Delta L}, \underbrace{0 \dots 0}_{L_R}]^T. \quad (8.4)$$

Neste novo vector, para  $p = N-L, \dots, N-L_R-1$  ( $\Delta = L - L_R$  valores de  $p$ ),

$$\overline{\Delta} s_p^{(i)}(m) = \overline{s}_p^{(i-1)}(m) - \overline{s}_{p+L_R}^{(I)}(m-1), \quad (8.5)$$

em que  $\bar{s}_p^{(i-1)}(m)$  e  $\bar{s}_{p+L_R}^{(I)}(m-1)$  são os valores médios dos símbolos, em termos estatísticos, em substituição das decisões rígidas (Note-se que daqui resulta naturalmente  $\bar{s}_p^{(i-1)}(m) = 0$  para  $i = 1$ ). Na secção 6.1, foi indicada uma forma para calcular estes valores, baseada nos LLR's dos bits codificados fornecidos pelo decodificador SISO, para a constelação de símbolos QPSK.

### 8.1.3 Técnicas Turbo SDDC-FDE para Transmissão SC com CP Reduzido

Quando se utiliza o CP com comprimento total, técnicas Turbo FDE como as propostas no capítulo 6 podem melhorar fortemente o desempenho FDE, enquanto se evita uma grande complexidade de implementação. Estas técnicas, que recorrem a uma igualização convencional, linear, no domínio da frequência, usam as saídas do decodificador SISO para realizar um turbo-cancelamento brando da ISI residual.

Quando o comprimento do CP ( $L_R$ ) é menor que a ordem da memória do canal ( $L$ ), não podem ser assegurados bons desempenhos com a técnica Turbo FDE da Fig. 6.2. Neste caso, a Fig. 8.1 mostra uma técnica de recepção adequada, que combina o algoritmo SDDC, proposto na secção 8.1.2, com a técnica Turbo FDE apresentada no capítulo 6. A "unidade  $\Delta$ " calcula o vector  $\bar{\Delta}^{(i)}(m) = \bar{s}^{(i-1)}(m) - \bar{s}^{(I)}(m-1)$  com entradas de acordo com (8.4) e (8.5). Para cada iteração, é actualizada a entrada, no domínio do tempo, da unidade FDE, juntamente com os coeficientes  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{G}$  do igualizador. Neste receptor,

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{y}}_{CP}^{(i)}(m) &= \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \hat{\mathbf{H}} \bar{\Delta}^{(i)}(m) \\ &= \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[\hat{H}_0, \hat{H}_1, \dots, \hat{H}_{N-1}] \mathcal{F} \bar{\Delta}^{(i)}(m) \end{aligned} \quad (8.6)$$

e os componentes dos vectores  $\mathbf{F}^{(i)}(m)$  e  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$  são idênticos aos indicados no capítulo 6, para receptores Turbo FDE adaptados a situações de CP com comprimento total, bem como os

processos de remapeamento e desmapeamento.

A generalização para situações de recepção com diversidade espacial é imediata, análoga à generalização efectuada no capítulo 6. Naturalmente, para um receptor de  $Q$  ramos, há que usar o algoritmo SDDC  $Q$  vezes (uma por ramo) a cada iteração de turbo-igualização. A estrutura de recepção é a que se indica na Fig. 8.2, com coeficientes  $C^{(i)}(m)$  e  $G^{(i)}(m)$ , remapeamento e desmapeamento idênticos aos indicados no capítulo 6 para receptores com diversidade. Neste

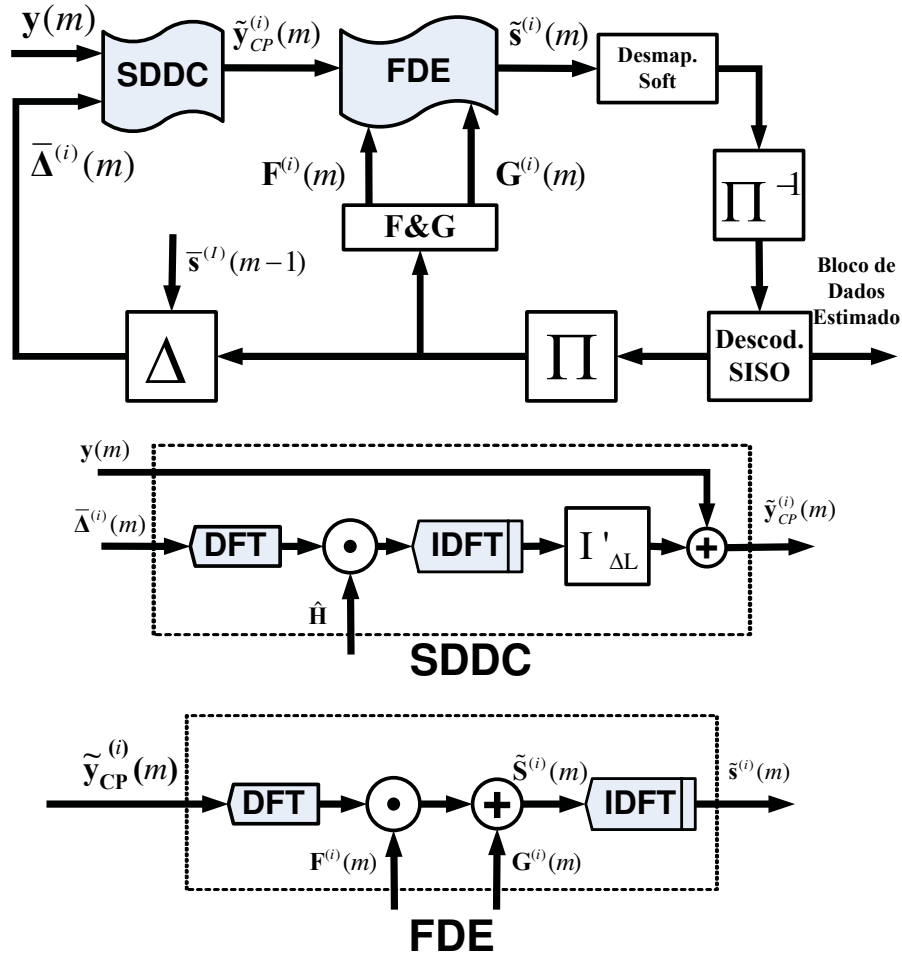


Figura 8.1: Estrutura de recepção Turbo SDDC-FDE para transmissão SC com CP reduzido.

receptor,

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{CP}(m)^{(q),(i)} &= \mathbf{y}^{(q)}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \hat{\mathbf{H}}^{(q)} \overline{\Delta}^{(i)}(m) \\ &= \mathbf{y}^{(q)}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[\hat{H}_0^{(q)}, \hat{H}_1^{(q)}, \dots, \hat{H}_{N-1}^{(q)}] \mathcal{F} \overline{\Delta}^{(i)}(m),\end{aligned}\quad (8.7)$$

para  $q = 1, 2, \dots, Q$ .

### 8.1.4 Avaliação do Desempenho

Os resultados de desempenho a seguir apresentados referem-se, como nos capítulos 6 e 7, ao modelo de canal introduzido na secção 2.4.2. Tal como nesses capítulos, assume-se um esquema

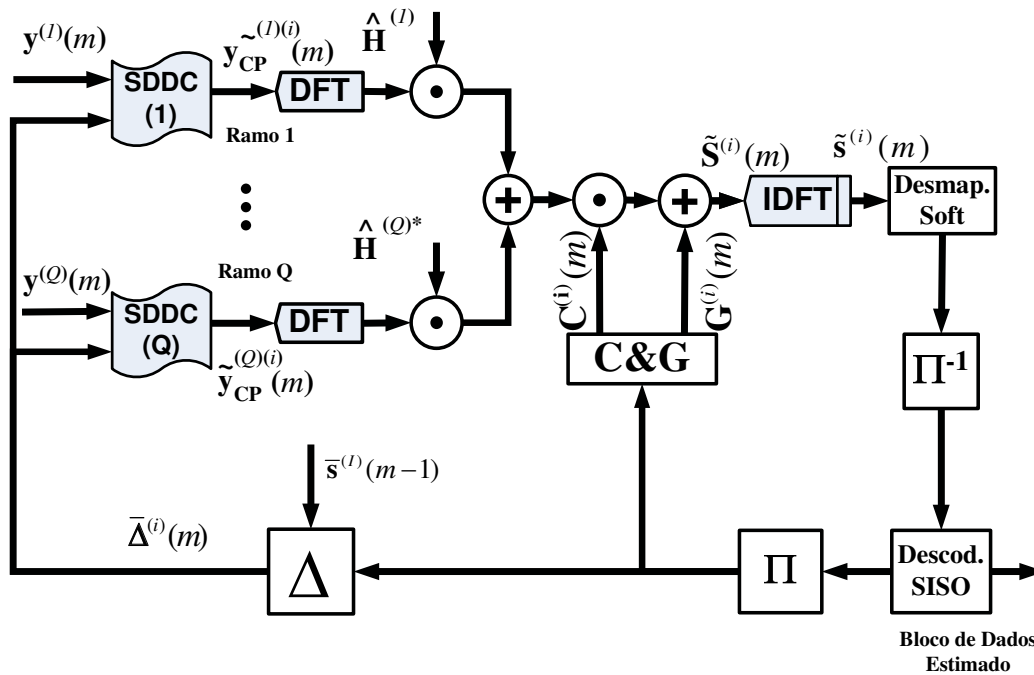


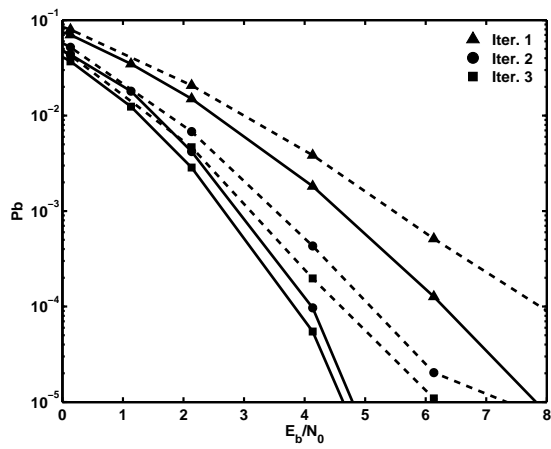
Figura 8.2: Estrutura de recepção Turbo-SDDC-FDE para transmissão SC com CP reduzido e diversidade de ordem  $Q$ .

de transmissão por blocos convencional, com  $N = 256$  símbolos QPSK por bloco. A duração da parte útil de cada bloco é ainda de  $5\mu s$ , mas agora consideram-se duas possibilidades quanto ao CP: um CP de comprimento total ( $L_R = L = 64$ ) ou um CP reduzido ( $L_R = L/8 = 8$ ) (Nesta última alternativa, cerca de  $1/3$  da energia da resposta impulsiva do canal fica fora do intervalo de tempo do CP reduzido).

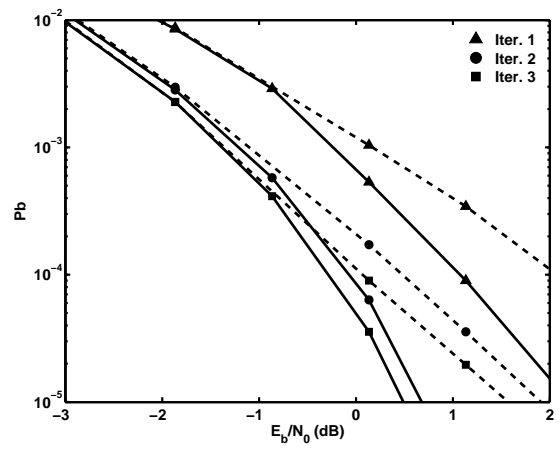
Para os resultados de desempenho das Figs. 8.3 e 8.4, assume-se de novo o código convolucional com razão  $1/2$  e  $G(D) = \left[ 1 \frac{1+D^2+D^3+D^4}{1+D+D^4} \right]$ , já considerado nos capítulos 2, 6 e 7. A descodificação SISO é de baixa complexidade, recorrendo ao algoritmo Max-Log-MAP [VY02], havendo uma cooperação igualização/descodificação no âmbito dos receptores das Figs. 8.1 e 8.2, como se expôs na secção 8.1.3. A Fig. 8.3 mostra os desempenhos quando  $L_R = L/8 = 8$ , tanto para a técnica Turbo FDE "convencional" (Fig. 6.3) como para a técnica Turbo SDDC-FDE (Fig. 8.2), para  $Q = 1$  (A) ou 2 (B): a vantagem de recorrer à técnica que emprega o algoritmo SDDC é bastante evidente, apesar da moderada complexidade adicional. A técnica Turbo FDE convencional (desenhada para um CP de comprimento total) não é capaz de evitar uma degradação de desempenho significativa, caracterizada por um "error floor" evidente. Para concluir, a Fig. 8.4 compara os resultados do desempenho nos seguintes casos:

- Técnica Turbo FDE da Fig. 6.3, para  $L_R = L = 64$ ;
- Técnica Turbo SDDC-FDE da Fig. 8.2, para  $L_R = L/8 = 8$ .

Estes resultados mostram que, quando se reduz o comprimento do CP de  $L_R = L = 64$  para  $L_R = L/8 = 8$ , para aumentar a eficiência espectral em  $\left( \frac{L-L_R}{N+L_R} \right) \times 100\% \approx 21.2\%$ , a técnica Turbo SDDC-FDE pode praticamente assegurar que não existe degradação de eficiência de potência como contrapartida dessa redução: pelo contrário, existe um ganho próximo do máximo, dado por  $10 \log_{10} \left( \frac{N+L}{N+L_R} \right) \approx 0.84\text{dB}$ , se se tiver em conta a redução de potência transmitida inerente à redução do CP.

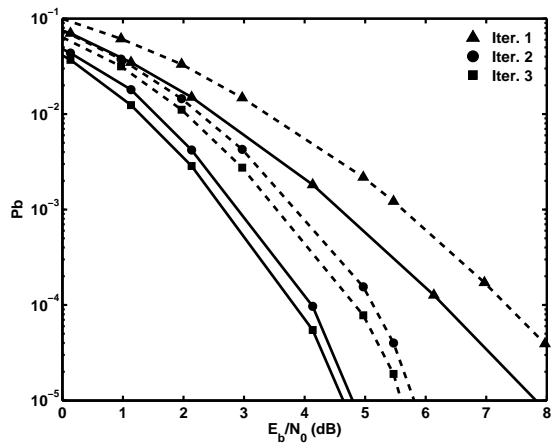


(A) Sem Diversidade

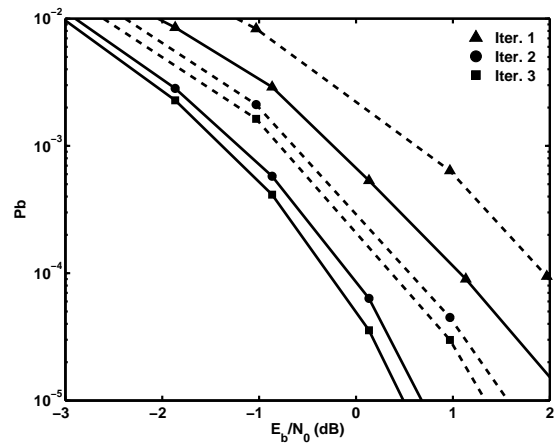


(B) Com Diversidade

Figura 8.3: Desempenho com a técnica Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e com a técnica Turbo FDE (linha a tracejado), com modulação QPSK, para  $L_R = L/8 = 8$ .



(A) Sem Diversidade



(B) Com Diversidade

Figura 8.4: Desempenho com a técnica Turbo SDDC-FDE para  $L_R = L/8$  (linha a cheio), e com a técnica Turbo FDE (linha a tracejado) para  $L_R = L$ , com modulação QPSK.

## 8.2 Técnicas para Transmissão OFDM com CP Reduzido

Quando se pretende um PMEPR baixo para transmissão OFDM, pode-se recorrer, na emissão, à técnica de processamento de sinal descrita no capítulo 2, com uma operação não linear no domínio do tempo.

Nesta secção, onde se considera uma transmissão OFDM, recorrendo eventualmente à referida "técnica NLSP" (distorção não linear deliberada e filtragem complementar no domínio da frequência), assume-se que o comprimento do CP pode ser inferior à ordem da memória do canal. Neste contexto, propõe-se uma nova técnica iterativa de descodificação/detecção. Esta pode cancelar tanto os efeitos de distorção não linear como a interferência entre blocos, através de um processo iterativo modificado que envolve o algoritmo SDDC, de forma semelhante à já proposta no capítulo 7, reconstruindo simultaneamente os CP apropriados. Para terminar, são apresentados diversos resultados de desempenho. Estes demonstram que, para além de uma óbvia melhoria de eficiência espectral, devido à redução do CP, se obtém alguma melhoria da eficiência de potência, em relação à solução com CP completo.

### 8.2.1 Técnicas de Descodificação/Detecção Iterativa com CP reduzido

Para um canal com resposta impulsional de comprimento  $L$ , considere-se a transmissão de blocos  $\mathbf{s}(m) = [s_0(m), s_1(m), \dots, s_{N-1}(m)]^T$ , em que  $\mathbf{s}(m) = \mathcal{F}^{-1}\mathbf{S}(m)$ , com  $N > L$ . Nesta secção, assumem-se blocos de dados (codificados)  $\mathbf{S}(m) = [S_0(m), S_1(m), \dots, S_{N-1}(m)]^T$  com símbolos  $S_k(m)$  no domínio da frequência, obtidos a partir de um alfabeto QPSK.

Ao assumir a transmissão de blocos OFDM de comprimento  $N$ , com um CP de comprimento  $L_R < L$  e  $N + L_R \geq 2L$ , as  $\Delta L = L - L_R$  amostras iniciais de cada bloco recebido vão diferir

das amostras correspondentes com CP de comprimento total, a não ser que

$$\Delta s_p(m) = s_p(m) - s_{p+L_R}(m-1) \quad (8.8)$$

seja nulo para  $p = N - L, \dots, N - L_R - 1$ .

Quando uma estimativa de  $\widehat{\Delta}(m)$  de  $\Delta(m) = \underbrace{[0, 0, \dots, 0]}_{N-L}, \underbrace{[\Delta s_{N-L}(m), \dots, \Delta s_{N-L_R-1}(m)]}_{\Delta L}, \underbrace{[0, 0, \dots, 0]}_{L_R}^T$  está disponível (assume-se aqui que as estimativas dos símbolos no domínio do tempo se obtêm a partir das decisões disponíveis, no domínio da frequência, dos símbolos do bloco de comprimento  $N$ ), a correcção do bloco recebido  $\mathbf{y}(m)$  pode efectuar-se de forma semelhante à usada em transmissão SC com CP reduzido:  $\tilde{\mathbf{y}}_{CP}(m) = \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathbf{H} \widehat{\Delta}(m) = \mathbf{y}(m) + \mathbf{I}'_{\Delta L} \mathcal{F}^{-1} \text{diag}[H_0, \dots, H_{N-1}] \mathcal{F} \widehat{\Delta}(m)$ , onde  $\mathcal{F}$  e  $\mathcal{F}^{-1}$  representam, respectivamente, matrizes DFT e IDFT, e  $[H_0, H_1, \dots, H_{N-1}]^T$  é a DFT do  $[h_0, h_1, \dots, h_{N-1}]^T$ . Esta é a base para o "algoritmo DDC", como apresentado no capítulo 3 para o caso SC, mas também útil para a transmissão OFDM.

Tal como no caso SC, existe uma forma mais eficiente de efectuar a correcção: consiste em substituir as decisões "hard" por um determinado tipo de decisões "soft", obtidas a partir da informação branda que o descodificador de canal SISO pode fornecer. Uma escolha apropriada é a "solução SDDC", envolvida num processo iterativo em que o vector  $\widehat{\Delta}^{(i)}(m)$  é substituído por  $\overline{\Delta}^{(i)}(m)$  definido em (8.4) e (8.5). Nas componentes  $\overline{\Delta s_p^{(i)}}(m) = \overline{s_p^{(i-1)}}(m) - \overline{s_{p+L_R}^{(I)}}(m-1)$ , para  $p = N - L, \dots, N - L_R - 1$ ,  $\overline{s_p^{(i-1)}}(m)$  e  $\overline{s_{p+L_R}^{(I)}}(m-1)$  designam os valores médios dos símbolos, em termos estatísticos, em vez das estimativas rígidas. Estes valores podem ser obtidos a partir dos LLR's dos bits codificados, fornecidos pelo descodificador de canal, como mostrado na secção 7.1.3. Estes cálculos podem ser executados no "bloco B" da estrutura de recepção da Fig. 8.5, com coeficientes do FDE (componentes do vector  $\mathbf{F}^{(i)}(m)$ ) dados por  $F_k = 1/\widehat{H}_k$ , de acordo com a estimativa da resposta em frequência do canal. Com o objectivo da descodificação

## 8.2. Técnicas para Transmissão OFDM com CP Reduzido

SISO, o desmapeamento brando, no domínio da frequência, de  $\tilde{S}_k^{(i)}(m)$  fornece os LLR's dos bits  $I$  e  $Q$ :  $L_{k,I}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \Re \left\{ \hat{S}_k^{(i)}(m) \right\}$  e  $L_{k,Q}^{(i)}(m) = \frac{\sqrt{8}}{\hat{\sigma}_k^2} \sigma_S \Im \left\{ \hat{S}_k^{(i)}(m) \right\}$ , com  $\hat{\sigma}_k^2 = \frac{E[|N_k(m)|^2]}{|\hat{H}_k|^2}$  ( $\sigma_S^2$  é a variância dos coeficientes de símbolo e  $N_k(m)$  indica os componentes de ruído na saída da DFT na Fig. 8.5).

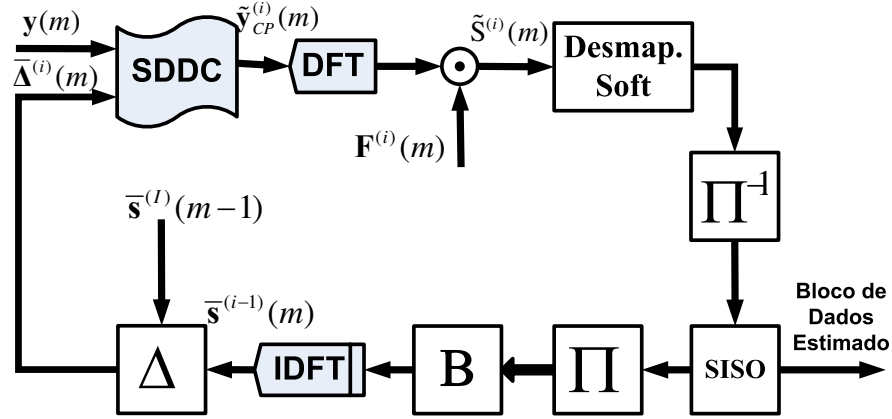


Figura 8.5: Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido.

Considere-se agora uma transmissão OFDM com PMEPR reduzido, devido ao uso da "técnica NLSP" indicada nos capítulos 2 e 7. Quando o comprimento do CP ( $L_R$ ) é menor que a ordem da memória do canal ( $L$ ), não podem ser assegurados bons desempenhos com a técnica iterativa de descodificação/deteção apresentada no capítulo 7. Neste caso, a Fig. 8.6 mostra uma técnica iterativa recomendável, em que se combinam as capacidades da técnica do capítulo 7 e da técnica a que a Fig. 8.5 se refere: ou seja, a nova técnica iterativa envolve uma "ajuda SDDC" à técnica descrita no capítulo 7. Note-se que, neste caso, (8.5) deve ser substituído por

$$\bar{\Delta} s_p^{CF(i)} = \bar{s}_p^{CF(i-1)}(m) - \bar{s}_{p+L_R}^{CF(I)}(m-1), \quad (8.9)$$

em que os valores médios dos coeficientes de símbolo, no domínio do tempo, são obtidos a partir da versão modificada (de acordo com  $T_{NLSP}(\cdot)$ ) dos valores médios dos coeficientes de

símbolo directamente obtidos no domínio da frequência. O vector  $\bar{s}^{CF(i-1)}(m)$  é a IDFT do vector  $\bar{S}^{CF(i-1)}(m)$  dado por

$$\bar{s}^{CF(i-1)}(m) = \hat{\rho}^{(i-1)}(m) \cdot T_{NLSP} \left( \hat{S}^{(i-1)}(m) \right) \quad (8.10)$$

(e de forma similar por  $\bar{s}^{CF(I)}(m-1)$ ), em que  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m)$  designa, como anteriormente, um valor médio das fiabilidades das "decisões" quanto aos bits codificados, decorrentes dos "soft outputs" do decodificador SISO.

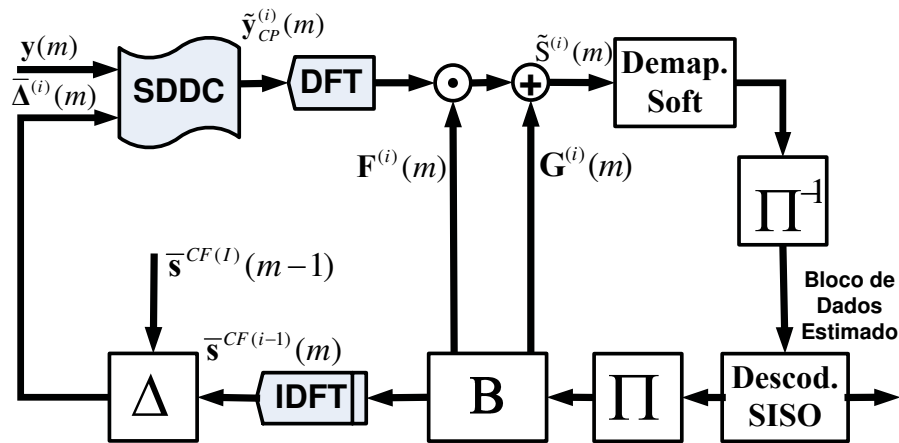


Figura 8.6: Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido e PMEPR reduzido.

Um receptor equivalente, em que o processador SDDC é inserido numa estrutura de recepção semelhante à da Fig. 7.2 (B), pode facilmente ser estabelecido. A respectiva generalização para situações de recepção com possível diversidade espacial ( $Q \geq 1$  ramos) conduz directamente ao receptor da Fig. 8.7. Este combina  $Q$  processadores SDDC com uma estrutura de recepção semelhante à da Fig. 7.4.

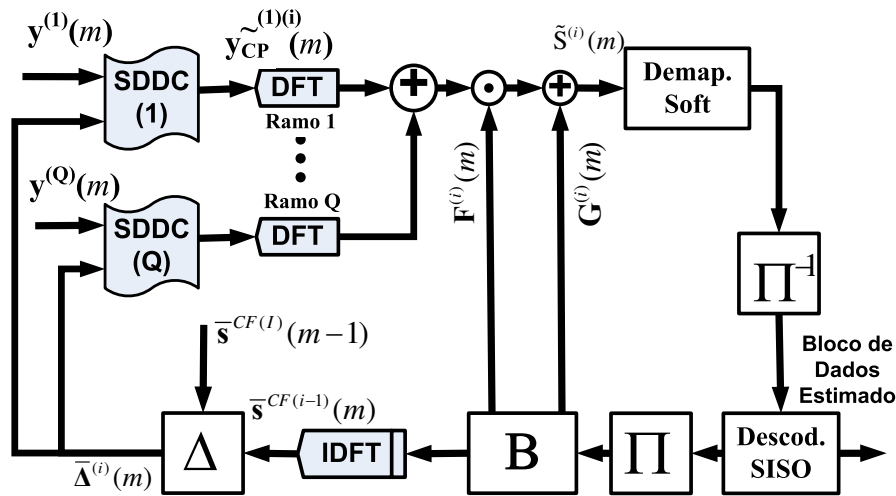


Figura 8.7: Estrutura de recepção com SDDC para cancelamento iterativo de interferências em transmissão OFDM com CP reduzido e diversidade de ordem  $Q$ .

### 8.2.2 Avaliação de Desempenhos

Os resultados de desempenho seguintes referem-se, de novo, ao modelo de canal introduzido na secção 2.4.2 e a um esquema de transmissão por blocos convencional, com  $N = 256$  símbolos QPSK por bloco (neste caso definidos no domínio da frequência), sendo  $5\mu s$  a duração da parte útil de cada bloco. Tal como na secção 8.1.4, mas agora no contexto de uma transmissão OFDM empregando a "técnica NLSP" com  $k_M = 0.5$ , consideram-se duas possibilidades quanto ao CP: um CP de comprimento total ( $L_R = L = 64$ ) ou um CP reduzido ( $L_R = L/8 = 8$ ).

Para os resultados de desempenho das Figs. 8.8 e 8.9, assume-se de novo o código convolucional com  $R = 1/2$  e 16 estados já considerado nesta tese, bem como a respectiva descodificação MAX-Log-MAP [VY02], no âmbito da técnica de descodificação/detecção iterativa a que as Figs. 8.6 e 8.7 dizem respeito. A Fig. 8.8 mostra os desempenhos quando  $L_R = L/8 = 8$ , tanto para a técnica da Fig. 8.7, para  $Q = 1$  (A) ou  $Q = 2$  (B), como para a técnica de cancelamento iterativo da interferência não-linear da Fig. 7.4, sem a "ajuda SDDC": a vantagem da técnica apresentada

nesta secção é evidente, apesar da moderada complexidade adicional. Para concluir, a Fig. 8.9 compara os desempenhos nos seguintes casos:

- Técnica da Fig. 7.4, para  $L_R = L = 64$ ;
- Técnica da Fig. 8.7, para  $L_R = L/8 = 8$ .

Tal como sucede com a transmissão SC (ver secção 8.1.4), estes resultados mostram que, quando se passa de  $L_R = L = 64$  para  $L_R = L/8 = 8$  (aumentando a eficiência espectral em 21.2%), a técnica iterativa que recorre ao algoritmo SDDC pode praticamente assegurar que não existe degradação da eficiência de potência como contrapartida negativa; pelo contrário, existe um ganho próximo do máximo espectável (aproximadamente 0.84dB), se se tiver em conta a redução da potência transmitida inerente à redução do CP.

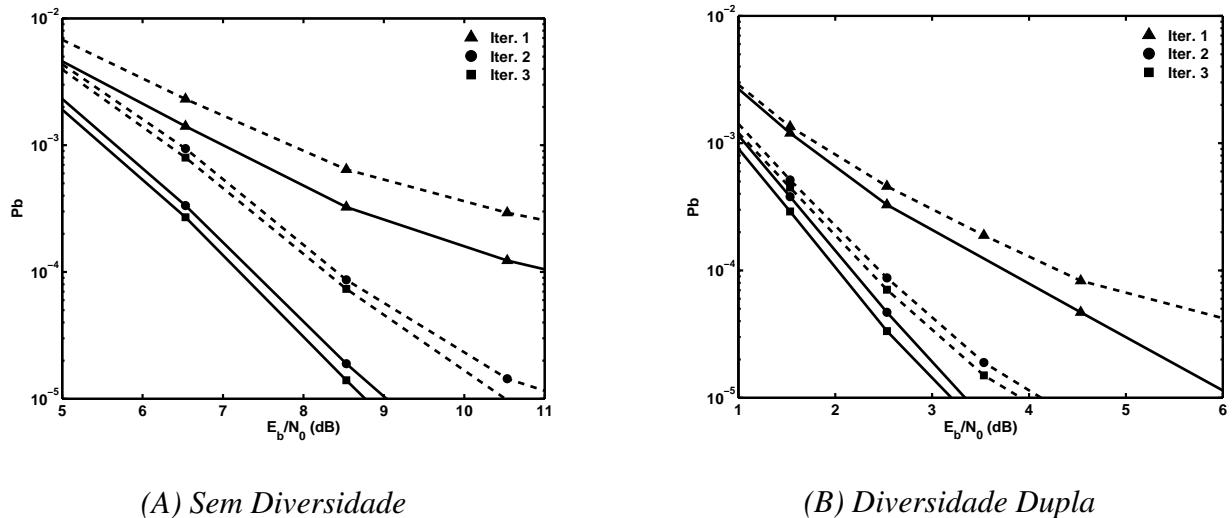
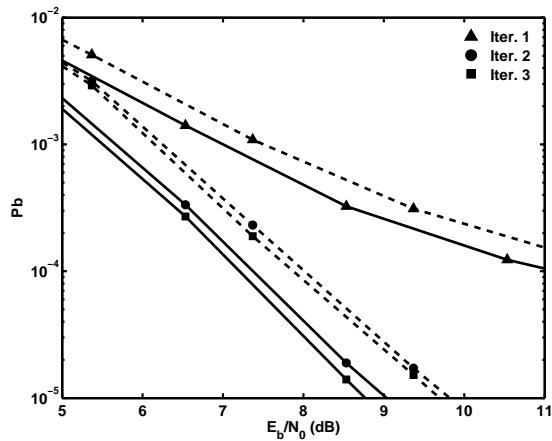
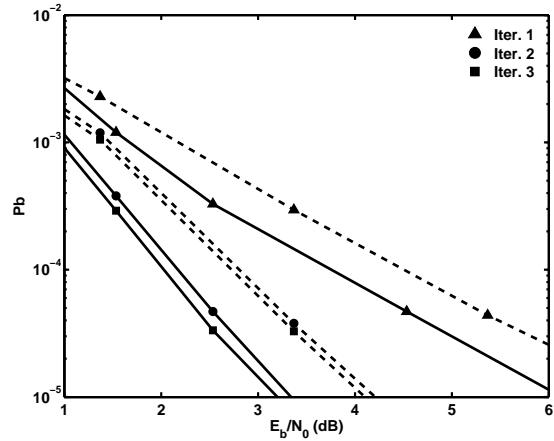


Figura 8.8: Comparação do desempenho em OFDM com  $k_M = 0.5$ ,  $L_R = L/8$  e modulação QPSK com SDDC (linha a cheio) e sem SDDC (linha a tracejado).



(A) Sem Diversidade



(B) Diversidade Dupla

Figura 8.9: Comparação do desempenho em OFDM com  $k_M = 0.5$  e modulação QPSK com SDDC com  $L_R = L/8$  (linha a cheio) e sem SDDC com  $L_R = L$  (linha a tracejado).

### 8.3 Técnicas Iterativas com Modulações QAM

Nesta secção, considera-se a possibilidade de aumentar a eficiência espectral da transmissão por blocos pela via da expansão da constelação de símbolos utilizados, tanto na alternativa SC/FDE como na alternativa OFDM. As técnicas de descodificação/detecção iterativa aqui propostas podem ser vistas como uma generalização das técnicas propostas no capítulo 6 (alternativa SC/FDE) e no capítulo 7 (alternativa OFDM). A generalização envolve conjuntamente a expansão da constelação de símbolos, exemplificada com a substituição da constelação QPSK por uma constelação 16QAM, e a resolução dos problemas postos pelo emprego de um CP reduzido, inferior à ordem de memória do canal. Admite-se apenas uma combinação do código convolucional utilizado com a nova modulação (16QAM/SC ou 16QAM/OFDM) segundo os princípios da "abordagem BICM (Bit-Interleaved Coded Modulation)" [Zeh92,CTB98]. No que diz respeito ao emprego da constelação expandida, merecem tratamento detalhado nas subsecções 8.3.1 (SC) e 8.3.2 (OFDM) os procedimentos de remapeamento e desmapeamento brandos, ao nível do

receptor, requeridos pelo emprego de um mapeamento de Gray na emissão. Na subsecção 8.3.3 apresenta-se um conjunto de resultados numéricos referentes ao desempenho das técnicas iterativas de descodificação/detecção aqui propostas, de modo a comprovar a sua eficácia.

### 8.3.1 Alternativa SC

Consideremos símbolos de modulação dados por  $s_n = s_{n,I} + js_{n,Q}$ ,  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ , com

$$s_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2c_{n,I} + c_{n,I}c'_{n,I}) \quad (8.11)$$

e

$$s_{n,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2c_{n,Q} + c_{n,Q}c'_{n,Q}), \quad (8.12)$$

em que  $c_{n,I} = \pm 1$ ,  $c'_{n,I} = \pm 1$ ,  $c_{n,Q} = \pm 1$  e  $c'_{n,Q} = \pm 1$ . Cada símbolo  $s_n$  corresponde a 4 bits codificados, dois deles para  $s_{n,I}$  e os outros dois para  $s_{n,Q}$ , em ambos os casos de acordo com um mapeamento de Gray (Ver tabela 8.1). Admitindo condições de equiprobabilidade,  $\overline{|s_n|^2} = \sigma_s^2$ .

Tabela 8.1: Mapeamento de Gray para coeficientes de símbolo quaternários.

$(c_{n,I}, c'_{n,I})$	$s_{n,I}$	$(c_{n,Q}, c'_{n,Q})$	$s_{n,Q}$
(+1, +1)	$+3\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$	(+1, +1)	$+3\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
(+1, -1)	$+\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$	(+1, -1)	$+\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
(-1, -1)	$-\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$	(-1, -1)	$-\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
(-1, +1)	$-3\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$	(-1, +1)	$-3\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$

A descodificação produz LLR's dos bits codificados, aqui designados por  $L_{n,I}$ ,  $L'_{n,I}$ ,  $L_{n,Q}$ , e  $L'_{n,Q}$ , em correspondência com  $c_{n,I}$ ,  $c'_{n,I}$ ,  $c_{n,Q}$ , e  $c'_{n,Q}$ , respectivamente. Atendendo a (8.11) e (8.12), o remapeamento pode ser efectuado da seguinte forma:  $\bar{s}_n = \bar{s}_{n,I} + j\bar{s}_{n,Q}$ , em que

$$\bar{s}_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\bar{c}_{n,I} + \bar{c}_{n,I}\bar{c}'_{n,I}) \quad (8.13)$$

e

$$\bar{s}_{n,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\bar{c}_{n,Q} + \bar{c}_{n,Q}\bar{c}'_{n,Q}), \quad (8.14)$$

com os valores médios,  $\bar{c}_{n,I}$ ,  $\bar{c}'_{n,I}$ ,  $\bar{c}_{n,Q}$  e  $\bar{c}'_{n,Q}$ , facilmente calculados em função de  $L_{n,I}$ ,  $L'_{n,I}$ ,  $L_{n,Q}$  e  $L'_{n,Q}$ , respectivamente (p.ex.,  $\bar{c}_{n,I} = \tanh\left(\frac{L_{n,I}}{2}\right)$ ). Naturalmente,  $\rho_{n,I} = |\bar{c}_{n,I}|$ ,  $\rho'_{n,I} = |\bar{c}'_{n,I}|$ ,  $\rho_{n,Q} = |\bar{c}_{n,Q}|$  e  $\rho'_{n,Q} = |\bar{c}'_{n,Q}|$ , o que permite completar o cálculo de  $\mathbf{C}^{(i)}(m)$  (através de  $\hat{\rho}^{(i-1)}(m)$ ) e  $\mathbf{G}^{(i)}(m)$ , para cada bloco  $m$ , no âmbito de um receptor de estrutura análoga à do já indicado para modulações QPSK (ver Fig. 8.2 para a situação mais geral, com  $Q \geq 1$  e  $L_R \leq L$ ). O cálculo de  $\hat{\rho}$ , em particular, requer uma média envolvendo os pares  $(\rho_{n,I}, \rho_{n,Q})$  e  $(\rho'_{n,I}, \rho'_{n,Q})$ , para  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ .

Note-se que também podíamos ter feito os cálculos inerentes ao remapeamento sem explorar a descrição analítica do mapeamento de Gray, definida por (8.11) e (8.12). Teríamos então, com resultados finais idênticos (como se pode verificar sem dificuldade),

$$\begin{aligned} \bar{s}_{n,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}} [ & 3\text{Prob}(c_{n,I} = +1)\text{Prob}(c'_{n,I} = +1) + \text{Prob}(c_{n,I} = +1)\text{Prob}(c'_{n,I} = -1) - \\ & - \text{Prob}(c_{n,I} = -1)\text{Prob}(c'_{n,I} = -1) - 3\text{Prob}(c_{n,I} = -1)\text{Prob}(c'_{n,I} = +1) ], \quad (8.15) \end{aligned}$$

usando  $\text{Prob}(c_{n,I} = 1) = 1 - \text{Prob}(c_{n,I} = -1) = \frac{\exp(L_{n,I})}{1 + \exp(L_{n,I})}$  e  $\text{Prob}(c'_{n,I} = 1) = 1 - \text{Prob}(c'_{n,I} = -1) = \frac{\exp(L'_{n,I})}{1 + \exp(L'_{n,I})}$  (e, de forma semelhante, para  $\bar{s}_{n,Q}$ ).

Quanto ao desmapeamento, em cada iteração  $i$ , para obter as entradas do decodificador SISO com base nas amostras  $\tilde{s}_n^{(i)} = \tilde{s}_{n,I}^{(i)} + j\tilde{s}_{n,Q}^{(i)}$ , há que calcular  $L_{n,I}^{(i)}$  e  $L'_{n,I}^{(i)}$  a partir de  $\tilde{s}_{n,I}^{(i)}$ , bem

como  $L_{n,Q}^{(i)}$  e  $L'_{n,Q}{}^{(i)}$  a partir de  $\tilde{s}_{n,Q}^{(i)}$ . Para obter, com base em  $\tilde{s}_{n,I}^{(i)}$ , o LLR de cada um dos bits codificados ( $c_{n,I}$  e  $c'_{n,I}$ ), deverá também ser tida em conta a probabilidade "a priori" do outro bit, associada no "soft output" disponibilizado pelo descodificador na iteração precedente ( $L'_{n,I}{}^{(i-1)}$  e  $L_{n,I}^{(i-1)}$ , respectivamente). Procedimentos de desmapeamento análogos deverão, naturalmente, ser adoptados para  $\tilde{s}_{n,Q}^{(i)}$ , fazendo uso das saídas  $L_{n,Q}^{(i-1)}$  e  $L'_{n,Q}{}^{(i-1)}$  do descodificador.

Atendendo à Tabela 8.2, ao facto de, na iteração  $i$ , as requeridas probabilidades "a priori" serem dadas por

$$\text{Prob}(c_{n,I} = c | L_{n,I}^{(i-1)}) = \frac{\exp \left[ \frac{c+1}{2} L_{n,I}^{(i-1)} \right]}{1 + \exp \left[ L_{n,I}^{(i-1)} \right]} \quad (8.16)$$

e

$$\text{Prob}(c'_{n,I} = c' | L'_{n,I}{}^{(i-1)}) = \frac{\exp \left[ \frac{c'+1}{2} L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right]}{1 + \exp \left[ L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right]}, \quad (8.17)$$

e à regra de Bayes, o desmapeamento deverá obedecer aos seguintes cálculos:

$$\begin{aligned} L_{n,I}^{(i)} &= \log \left[ \frac{\text{Prob} \left( c_{n,I} = 1 \mid \tilde{s}_{n,I}^{(i)}, L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right)}{\text{Prob} \left( c_{n,I} = -1 \mid \tilde{s}_{n,I}^{(i)}, L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right)} \right] \\ &= \log \left\{ \frac{\sum_{c'=-1,+1} \text{Prob} \left( c'_{n,I} = c' \mid L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right) \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]}{\sum_{c'=-1,+1} \text{Prob} \left( c'_{n,I} = c' \mid L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right) \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]} \right\} \\ &= \log \left\{ \sum_{c'=-1,+1} \exp \left[ \frac{c'+1}{2} L'_{n,I}{}^{(i-1)} - \log \left( 1 + \exp \left( L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right) \right) \right] \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right] \right\} \\ &\quad - \log \left\{ \sum_{c'=-1,+1} \exp \left[ \frac{c'+1}{2} L'_{n,I}{}^{(i-1)} - \log \left( 1 + \exp \left( L'_{n,I}{}^{(i-1)} \right) \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right] \Big\} \\
 & = \max_{\substack{c=+1 \\ c'=-1,+1}}^* \left[ \frac{c'+1}{2} L'_{n,I}{}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right] \\
 & - \max_{\substack{c=-1 \\ c'=-1,+1}}^* \left[ \frac{c'+1}{2} L'_{n,I}{}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{8.18}$$

e

$$\begin{aligned}
 L'_{n,I}{}^{(i)} & = \log \left[ \frac{\text{Prob} \left( c'_{n,I} = 1 \mid \tilde{s}_{n,I}^{(i)}, L_{n,I}^{(i-1)} \right)}{\text{Prob} \left( c'_{n,I} = -1 \mid \tilde{s}_{n,I}^{(i)}, L_{n,I}^{(i-1)} \right)} \right] \\
 & = \log \left\{ \frac{\sum_{\substack{c'=+1 \\ c=-1,+1}} \text{Prob} \left( c_{n,I} = c \mid L_{n,I}^{(i-1)} \right) \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]}{\sum_{\substack{c'=-1 \\ c=-1,+1}} \text{Prob} \left( c_{n,I} = c \mid L_{n,I}^{(i-1)} \right) \exp \left[ -\frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]} \right\} \\
 & = \max_{\substack{c=+1 \\ c=-1,+1}}^* \left[ \frac{c+1}{2} L_{n,I}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right] \\
 & - \max_{\substack{c'=-1 \\ c=-1,+1}}^* \left[ \frac{c+1}{2} L_{n,I}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_{eq}^2} \left( \tilde{s}_{n,I}^{(i)} - s_I(c, c') \right)^2 \right]
 \end{aligned} \tag{8.19}$$

Tabela 8.2: Mapeamento de Gray para 16QAM/SC.

$(c, c')$	$s_I(c, c')$
$(+1, +1)$	$+3 \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
$(+1, -1)$	$+\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
$(-1, -1)$	$-\frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$
$(-1, +1)$	$-3 \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}$

### 8.3.2 Alternativa OFDM

Usando uma constelação 16QAM com mapeamento de Gray na alternativa OFDM, os símbolos de modulação  $S_k = S_{k,I} + jS_{k,Q}$ ;  $k = 0, 1, \dots, N - 1$ , podem ser relacionados com conjuntos de quatro bits codificados,  $\{c_{k,I} = \pm 1; c'_{k,I} = \pm 1; c_{k,Q} = \pm 1; c'_{k,Q} = \pm 1\}$ , da seguinte forma:  $S_{k,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}} (2c_{k,I} + c_{k,I}c'_{k,I})$ ;  $S_{k,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}} (2c_{k,Q} + c_{k,Q}c'_{k,Q})$  (admitindo condições de equiprobabilidade,  $|\overline{S_k}|^2 = \sigma_s^2$ ).

A descodificação produz LLR's dos bits codificados, aqui designados por  $L_{k,I}$ ,  $L'_{k,I}$ ,  $L_{k,Q}$  e  $L'_{k,Q}$ , em correspondência com  $c_{k,I}$ ,  $c'_{k,I}$ ,  $c_{k,Q}$  e  $c'_{k,Q}$ , respectivamente. O remapeamento pode ser concretizado fazendo  $\bar{S}_k = \bar{S}_{k,I} + j\bar{S}_{k,Q}$ , em que  $\bar{S}_{k,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\bar{c}_{k,I} + \bar{c}_{k,I}\bar{c}'_{k,I})$  e  $\bar{S}_{k,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\bar{c}_{k,Q} + \bar{c}_{k,Q}\bar{c}'_{k,Q})$ , com  $\bar{c}_{k,I}$ ,  $\bar{c}'_{k,I}$ ,  $\bar{c}_{k,Q}$  e  $\bar{c}'_{k,Q}$  facilmente calculados em função de  $L_{k,I}$ ,  $L'_{k,I}$ ,  $L_{k,Q}$  e  $L'_{k,Q}$ , respectivamente (p.ex.,  $\bar{c}_{k,I} = \tanh\left(\frac{L_{k,I}}{2}\right)$ ).

No caso de ser usada a técnica de processamento não-linear, indicada nos capítulos 2 e 7, para reduzir a PMEPR, e a correspondente estrutura de recepção (em que um "bloco NLSP" está englobado) para cancelamento iterativo da interferência não-linear é utilizada, há que recorrer a estimativas  $\hat{S}_k$  e a um coeficiente de fiabilidade global,  $\hat{\rho}$ , como vimos no capítulo 7. Para a modulação 16QAM/OFDM,  $\hat{S}_k = \hat{S}_{k,I} + j\hat{S}_{k,Q}$  com

$$\hat{S}_{k,I} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\hat{c}_{k,I} + \hat{c}_{k,I}\hat{c}'_{k,I}) \quad (8.20)$$

e

$$\hat{S}_{k,Q} = \frac{\sigma_s}{\sqrt{10}}(2\hat{c}_{k,Q} + \hat{c}_{k,Q}\hat{c}'_{k,Q}) \quad (8.21)$$

em que  $\hat{c}_{k,I} = \text{sgn}(L_{k,I})$ , etc. O coeficiente  $\hat{\rho}$ , também requerido, pode ser calculado como um valor médio, baseado nos diversos coeficientes  $\rho_{k,I}$ ,  $\rho'_{k,I}$ ,  $\rho_{k,Q}$  e  $\rho'_{k,Q}$ , para  $k = 0, 1, \dots, N - 1$  ( $\rho_{k,I} = |\bar{c}_{k,I}|$ , etc.).

Quanto ao desmapeamento, em cada iteração  $i$ , para obter as entradas do decodificador SISO com base nas amostras  $\tilde{S}_k^{(i)} = \tilde{S}_{k,I}^{(i)} + j\tilde{S}_{k,Q}^{(i)}$ , há que calcular  $L_{k,I}^{(i)}$  e  $L_{k,I}'^{(i)}$  a partir de  $\tilde{S}_{k,I}^{(i)}$ , bem como  $L_{k,Q}^{(i)}$  e  $L_{k,Q}'^{(i)}$  a partir de  $\tilde{S}_{k,Q}^{(i)}$ . Para obter, com base em  $\tilde{S}_{k,I}^{(i)}$ , o LLR de cada um dos bits do codificador ( $c_{k,I}$  e  $c'_{k,I}$ ), deverá também ter-se em conta a probabilidade "a priori" do outro bit, associada ao "soft bit" disponibilizado pelo decodificador na iteração precedente ( $L_{k,I}'^{(i-1)}$  e  $L_{k,I}^{(i-1)}$ , respectivamente). Procedimentos de desmapeamento análogos deverão, naturalmente, ser adoptados para  $\tilde{S}_{k,Q}^{(i)}$ , fazendo uso das saídas  $L_{k,Q}^{(i-1)}$  e  $L_{k,Q}'^{(i-1)}$  do decodificador.

Atendendo à Tabela 8.3, e por razões similares das adoptadas na opção SC (secção 8.3.1), o desmapeamento deverá obedecer aos seguintes cálculos:

$$L_{k,I}^{(i)} = \max_{\substack{c'=+1 \\ c'=-1,+1}}^* \left[ \frac{c'+1}{2} L_{k,I}'^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \tilde{S}_{k,I}^{(i)} - S_I(c, c') \right)^2 \right] \\ - \max_{\substack{c=-1 \\ c'=-1,+1}}^* \left[ \frac{c'+1}{2} L_{k,I}'^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \tilde{S}_{k,I}^{(i)} - S_I(c, c') \right)^2 \right] \quad (8.22)$$

e

$$L_{k,I}'^{(i)} = \max_{\substack{c'=+1 \\ c=-1,+1}}^* \left[ \frac{c+1}{2} L_{k,I}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \tilde{S}_{k,I}^{(i)} - S_I(c, c') \right)^2 \right] \\ - \max_{\substack{c=-1 \\ c=-1,+1}}^* \left[ \frac{c+1}{2} L_{k,I}^{(i-1)} - \frac{1}{\hat{\sigma}_k^2} \left( \tilde{S}_{k,I}^{(i)} - S_I(c, c') \right)^2 \right] \quad (8.23)$$

Tabela 8.3: Mapeamento de Gray para 16QAM/OFDM.

$(c, c')$	$S_I(c, c')$
$(+1, +1)$	$+3 \frac{\sigma_S}{\sqrt{10}}$
$(+1, -1)$	$+\frac{\sigma_S}{\sqrt{10}}$
$(-1, -1)$	$-\frac{\sigma_S}{\sqrt{10}}$
$(-1, +1)$	$-3 \frac{\sigma_S}{\sqrt{10}}$

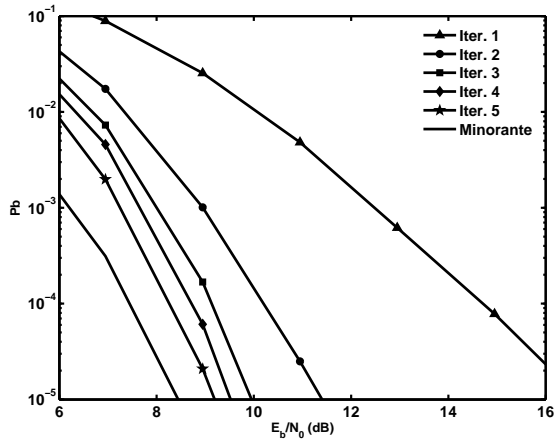
### 8.3.3 Resultados Numéricos com Constelação 16QAM

Seguem-se alguns resultados de desempenho, referentes ao emprego de constelações 16QAM em transmissão por blocos com prefixo cíclico, quer SC quer OFDM. O modelo de canal é o considerado ao longo da tese, e, como até aqui, o número de símbolos (neste caso, símbolos 16QAM) por bloco é  $N = 256$ , cada um deles associado a quatro bits codificados em conformidade com um mapeamento de Gray, e a duração da parte útil de cada bloco é de  $5 \mu s$ . Para os resultados apresentados, consideram-se duas possibilidades quanto ao CP: um CP de comprimento total ( $L_R = L = 64$ ) ou um CP reduzido ( $L_R = L/8 = 8$ ). O código usado é o código convolucional de razão  $R = 1/2$  e 16 estados considerado anteriormente, e a respectiva descodificação é baseada no algoritmo Max-Log-MAP.

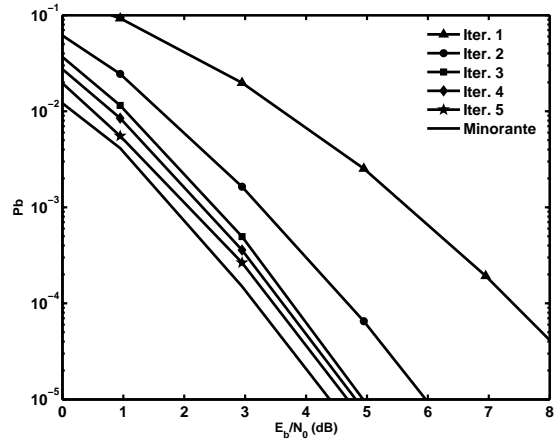
As Figs. 8.10 e 8.11 mostram os desempenhos quando  $L_R = L = 64$ , sendo usadas estruturas de recepção análogas, respectivamente, às das Figs. 6.3 (SC) e 7.4 (OFDM), com desmapeamento e remapeamento adaptados à situação de transmissão com a constelação 16QAM. Para efeitos de comparação, incluem-se minorantes de desempenho, calculados por simulação como anteriormente, admitindo um vector  $\mathbf{G}$  ideal para cancelamento de interferências, quer na alternativa SC quer na alternativa OFDM (na alternativa SC, assume-se também "matched filtering", resultante de  $\hat{\rho} = 1$  nos coeficientes FDE). Os resultados mostram que, em ambos os casos, se verifica uma boa aproximação dos minorantes, ao fim de cinco iterações de turbo-cancelamento de interferências.

As Figs. 8.12 e 8.13 mostram os desempenhos quando  $L_R = L/8 = 8$ , tanto para as técnicas iterativas de recepção com "ajuda SDDC", como para as que não utilizam essa ajuda (ignorando que o CP não tem aqui comprimento total). É evidente a vantagem das técnicas que recorrem à "ajuda SDDC" tal como sucedia com uma transmissão baseada em constelações QPSK (secções 8.1 e 8.2).

### 8.3. Técnicas Iterativas com Modulações QAM

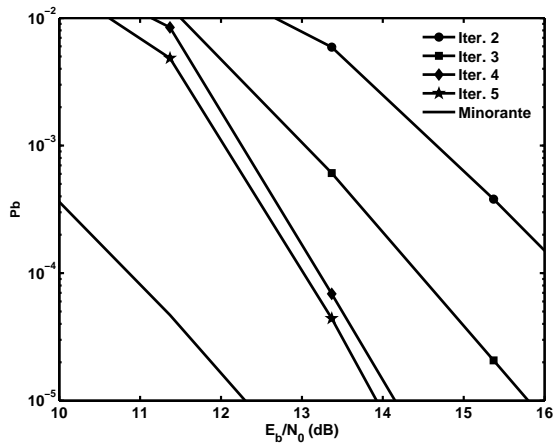


(A) Sem Diversidade

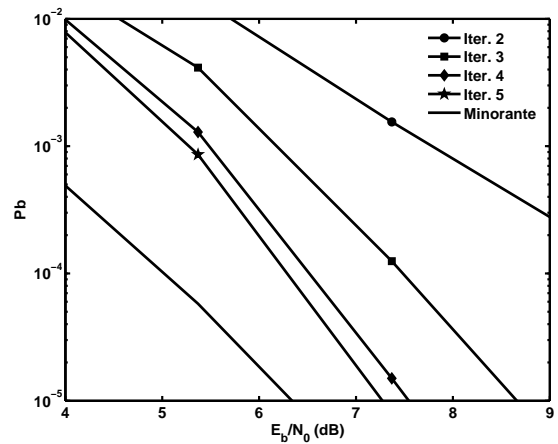


(B) Diversidade Dupla

Figura 8.10: Desempenho com Turbo FDE,  $L_R = L$ , modulação SC/16QAM.



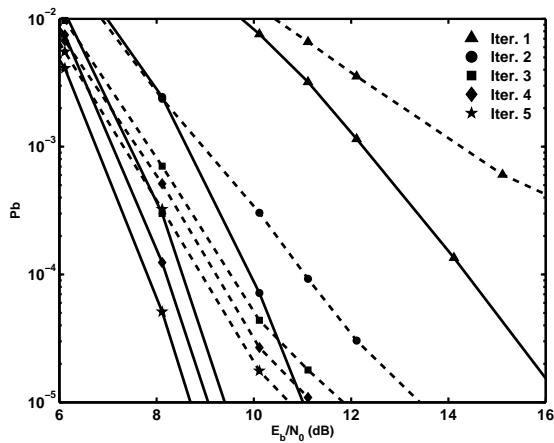
(A) Sem Diversidade



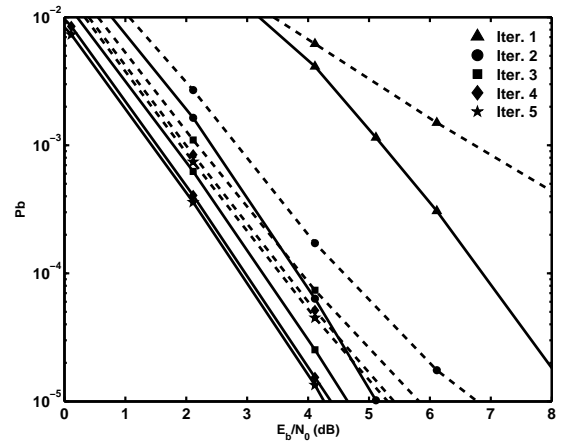
(B) Diversidade Dupla

Figura 8.11: Desempenho com Turbo FDE,  $L_R = L$ , modulação OFDM/16QAM.

Finalmente, as Figs. 8.14 e 8.15 comparam os desempenhos nos seguintes casos:  $L_R = L = 64$  e  $L_R = L/8 = 8$ , sendo usada a técnica iterativa com "ajuda SDDC". Tal como sucede com a transmissão baseada em constelações QPSK, constata-se agora que, ao passar de  $L_R = L = 64$

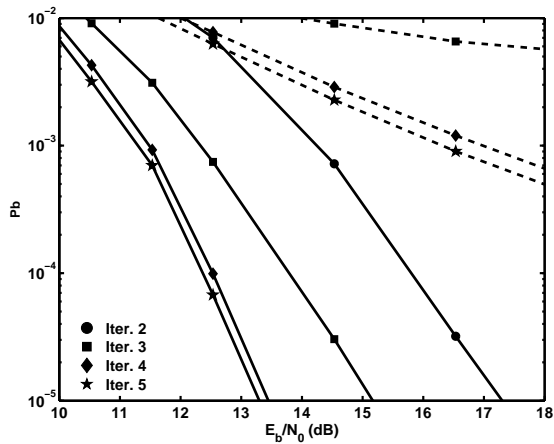


(A) Sem Diversidade

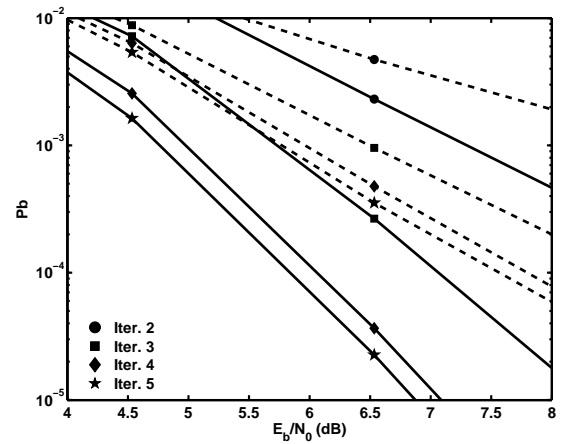


(B) Diversidade Dupla

Figura 8.12: Comparação do desempenho com  $L_R = L/8$ , entre Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e Turbo FDE (linha a tracejado), com modulação SC/16QAM.



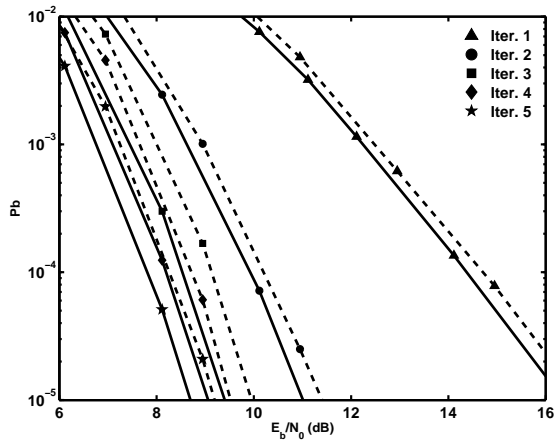
(A) Sem Diversidade



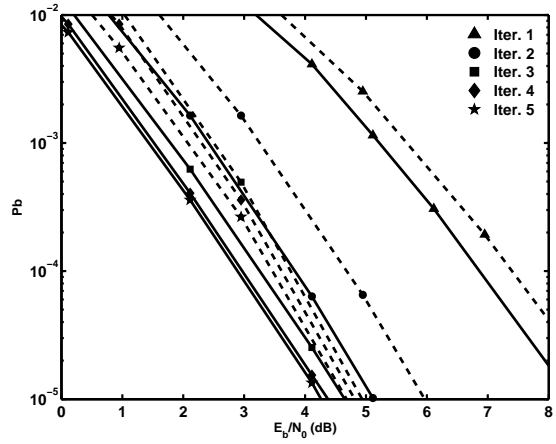
(B) Diversidade Dupla

Figura 8.13: Comparação do desempenho com modulação OFDM/16QAM e com  $L_R = L/8$ , entre Turbo SDDC-FDE (linha a cheio) e Turbo FDE (linha a tracejado).

para  $L_R = L/8 = 8$  (aumentando a eficiência espectral em 21.2%), a "ajuda SDDC" pode praticamente assegurar que não existe degradação da eficiência de potência, antes pelo contrário.

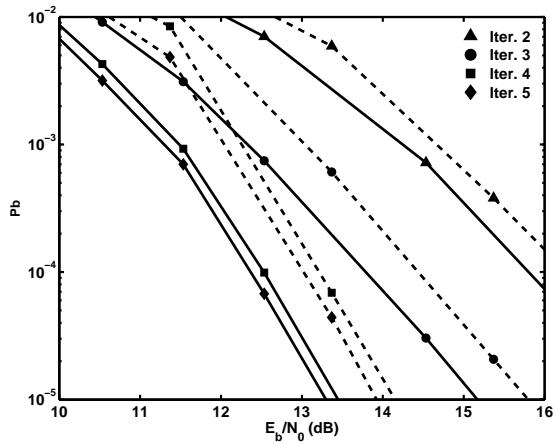


(A) Sem Diversidade

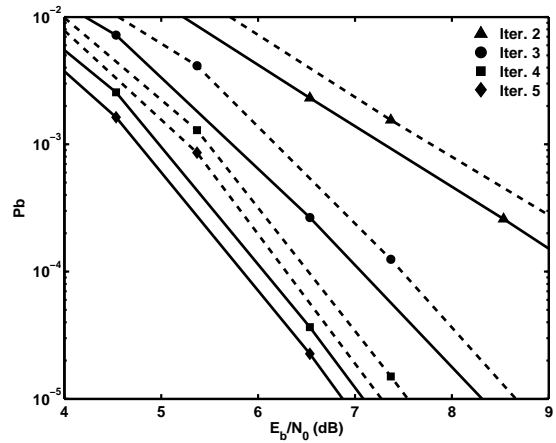


(B) Diversidade Dupla

Figura 8.14: Comparação do desempenho entre Turbo SDDC-FDE com  $L_R = L/8$  (linha a cheio) e Turbo FDE com  $L_R = L$  (linha a tracejado), com modulação SC/16QAM.



(A) Sem Diversidade



(B) Diversidade Dupla

Figura 8.15: Comparação do desempenho com modulação OFDM/16QAM, entre Turbo SDDC-FDE com  $L_R = L/8$  (linha a cheio) e Turbo FDE com  $L_R = L$  (linha a tracejado).



# Capítulo 9

## Conclusões, Observações Complementares e Perspectivas de Trabalho Futuro

Neste capítulo resumem-se, na secção 9.1, as principais conclusões dos diversos capítulos da tese, salientando-se as principais contribuições originais da mesma. A secção 9.1 inclui também conclusões gerais sobre a comparação "SC vs OFDM", no contexto da utilização dos receptores avançados com descodificação/deteção iterativa, que a tese apresenta. Na secção 9.2 são apresentadas algumas perspectivas de trabalho futuro.

### 9.1 Conclusões e Observações Complementares

#### 9.1.1 Conclusões da Tese

A investigação conducente a esta tese situou-se na área das comunicações móveis de alto débito baseadas em transmissão por blocos com CP. Esta forma de transmissão permite uma correcção simples, no domínio da frequência, das fortes distorções dos sinais transmitidos que resultam da propagação multi-percurso, e tira facilmente partido da tecnologia de processamento de sinais, actualmente disponível, baseada no algoritmo FFT.

Neste contexto de transmissão por blocos, a investigação realizada centrou-se na contribuição da codificação de canal e de métodos combinados de descodificação/detecção para os objectivos gerais dos sistemas. O trabalho principal foi focado em técnicas iterativas de recepção envolvendo descodificação SISO para cancelamento brando de interferências, com ambas as alternativas de modulação, SC e OFDM: ISI residual, no primeiro caso; interferência não linear (p. ex. devido ao emprego de uma distorção não linear deliberada no emissor, para reduzir as flutuações de envolvente), no segundo. Dedicou-se ainda especial atenção ao problema da eventual degradação de eficiência espectral inerente a um CP completo (de acordo com a dispersão temporal do canal), tendo sido desenvolvidas técnicas de transmissão por blocos adaptadas a condições de CP reduzido. De um modo geral, as técnicas propostas e avaliadas ao longo da tese preservam uma implementação relativamente simples, flexível e de baixo custo, capaz de tirar partido da tecnologia actual de processamento de sinais, baseada no algoritmo FFT. Os principais desenvolvimentos originais situam-se nos capítulos 3, 6, 7 e 8. Estes desenvolvimentos originais já deram origem a vários artigos publicados, nomeadamente [GTDE07a, GTDE07b].

Relativamente à transmissão SC com CP completo, de acordo com a dispersão temporal do canal, esta tese introduz, no capítulo 6, um aperfeiçoamento da técnica turbo FDE proposta por outros autores [TH00, TH01]. Além disso, é estabelecida nesse capítulo a ligação da nova técnica turbo FDE com técnicas iterativas mais simples, também recentemente propostas [BT02], sendo ainda aquela técnica generalizada para situações de possível diversidade na recepção. Os resultados numéricos aí apresentados mostram que, com ou sem diversidade na recepção, os desempenhos obtidos com poucas iterações de igualização (três, ou mesmo apenas duas) se situam muito perto de minorantes apropriados da probabilidade de erro, desde que a descodificação SISO seja uma descodificação completa para cada iteração de igualização: sendo usado um código convolucional de razão  $R = 1/2$  e 16 estados, mostrou-se que o algoritmo Max-Log-MAP, o mais simples baseado na treliça do código, é suficiente para atingir o objectivo. A substituição da

descodificação Max-Log-MAP pela, ainda mais simples, descodificação de Viterbi, foi também avaliada, mostrando-se que provoca uma pequena degradação. Foi também avaliada a técnica iterativa de complexidade reduzida em que as iterações de igualização não beneficiam de qualquer esforço de descodificação, sendo esta realizada depois da igualização iterativa terminada: concluiu-se que uma degradação adicional do desempenho é, neste caso, inevitável. Os menores de referência, sem e com diversidade dupla, foram obtidos por simulação, supondo um cancelamento ideal da ISI residual após "matched filtering". O capítulo 6 considerou e avaliou também a possibilidade de distribuir o esforço de descodificação SISO pelas várias iterações de igualização, quando se recorre a um código de blocos (p. ex., um código LDPC) e é usado um algoritmo de descodificação iterativa baseado no respectivo grafo de Tanner. Definiram-se probabilidades de erro de referência, neste contexto, supondo que, após "matched filtering" e cancelamento perfeito da ISI residual consequente, tinham lugar iterações de descodificação SISO, baseadas no grafo de Tanner, em número igual ao total das anteriores iterações de descodificação distribuídas: estas probabilidades de erro de referência revelaram-se menores um pouco mais difíceis de aproximar, sobretudo para o receptor sem diversidade. Em todo o caso, e para blocos de comprimento  $N = 256$ , o emprego de um código LDPC com razão  $R = 1/2$ , e da respectiva turbo-igualização com descodificação SISO distribuída, mostrou ser uma boa alternativa ao código convolucional de razão idêntica e 16 estados: através de uma selecção do número de iterações de descodificação,  $N_I$ , por cada iteração de igualização, conseguem-se compromissos interessantes complexidade/desempenho, e basta usar  $N_I = 10$  para superar o desempenho, para  $P_b \leq 10^{-5}$ , associado à opção pelo código convolucional.

Relativamente à transmissão OFDM com CP completo, esta tese considera o emprego, no emissor, de uma "técnica NLSP" [DG04] que envolve uma distorção não-linear deliberada, e, para o receptor, propõe-se no capítulo 7 uma versão modificada de uma técnica iterativa de detecção recentemente proposta [THC03]. A nova técnica de descodificação/detecção, baseada

num modelo estatístico apropriado aos sinais, realiza um turbo-cancelamento brando da interferência não-linear, mostrando-se capaz de lidar com níveis de interferência bastante elevados (p. ex. associados a um "clipping" forte). Uma generalização da técnica iterativa de descodificação/detecção para receptores com diversidade é também proposta e avaliada neste capítulo. Os resultados numéricos do capítulo 7 mostram que, sem ou com diversidade, os desempenhos obtidos com poucas iterações de turbo-cancelamento da interferência não-linear (três, ou mesmo apenas duas) se situam muito perto de minorantes apropriados da probabilidade de erro, desde que a descodificação SISO seja uma descodificação completa para cada iteração do cancelamento da interferência não-linear: sendo usado um código convolucional de razão  $R = 1/2$  e 16 estados, mostrou-se que o algoritmo Max-Log-MAP é suficiente para aproximar de perto os minorantes escolhidos. Estes foram obtidos por simulação, supondo um cancelamento perfeito da interferência não-linear após a habitual "igualização ZF" no domínio da frequência. No capítulo 7 foi considerada e avaliada também a possibilidade de distribuir o esforço de descodificação SISO pelas várias iterações de cancelamento de interferência não-linear, quando se recorre a um código de blocos (p. ex., um código LDPC) e é usado um algoritmo de descodificação iterativa baseado no respectivo grafo de Tanner. Esta solução para o problema da detecção/descodificação iterativa mostrou-se interessante, bastando três iterações de cancelamento de interferência para uma boa aproximação (menos de  $1dB$  de diferença para  $P_b = 10^{-5}$ ) dos minorantes estabelecidos para a probabilidade de erro, mesmo com um "clipping" forte ( $k_M = 0.5$ ), quando se adopta  $N_I = 5$  e o algoritmo LSPA. Neste caso, os desempenhos não são muito diferentes dos conseguidos com o código convolucional e a descodificação Max-Log-MAP.

Uma das principais novidades desta tese é o "algoritmo DDC", apresentado no capítulo 3, e a sua aplicação a uma transmissão por blocos com baixo "CP overhead", capaz de preservar implementações simples, envolvendo tecnologia de processamento de sinal baseada no algoritmo

FFT. Uma classe de aplicações, propostas no capítulo 3, não requer uma técnica de descodificação e detecção iterativa, e recorre a uma transmissão SC em que a sequência de blocos se organiza em tramas estruturadas de forma especial. Nesse capítulo, o exemplo mais interessante, neste contexto, envolve a substituição da redundância que é inerente ao CP, não utilizada pelo processo de detecção/descodificação, pela redundância inerente a uma codificação de canal que é usada de forma útil pelo processo de detecção/descodificação. A quase completa supressão do "CP overhead" por esta via permite um ganho de eficiência espectral relativamente à solução convencional de transmissão por blocos com CP completo (com a mesma modulação e a mesma codificação de canal); além disso, graças ao algoritmo DDC, permite um ganho de eficiência de potência muito próximo do máximo expectável, atendendo à potência associada à transmissão de cada CP, sem exigir uma grande complexidade de implementação. No capítulo 3, mostra-se ainda o algoritmo DDC pode ser usado, em receptores OFDM e SC/FDE, para melhorar um pouco os desempenhos numa transmissão por blocos com CP completo, face aos desempenhos atingíveis com os receptores convencionais, em que o "período de guarda" correspondente a cada CP é descartado.

No capítulo 8 desta tese, é proposta e avaliada uma outra classe de aplicações do "Algoritmo DDC" ou melhor, da sua versão branda: o "Algoritmo SDDC". Para transmissão convencional por blocos, mas com CP reduzido, tanto com modulação SC como com modulação OFDM, eventualmente empregando a "técnica NLSP" no emissor, o algoritmo é usado no âmbito de uma técnica iterativa de descodificação/detecção que representa uma extensão das técnicas de descodificação/detecção propostas e avaliadas nos capítulos 6 (SC) e 7 (OFDM). Nas secções 8.1 (SC) e 8.2 (OFDM), os resultados numéricos mostram que para condições de transmissão com CP reduzido (o que permite aumentar a eficiência espectral), um receptor desenhado tendo em vista uma transmissão com CP completo não consegue evitar uma degradação significativa do desempenho. Nessas mesmas condições de transmissão, os receptores SC e OFDM que

incorporam o algoritmo SDDC não só evitam essa degradação como também conseguem proporcionar um ganho de eficiência de potência, face à transmissão convencional com CP completo, muito próximo do máximo expectável, atendendo à redução da potência desperdiçada com o CP. Os resultados mostram que o número de iterações de turbo-cancelamento de interferências que são necessárias para atingir este objectivo é bastante baixo: tipicamente, três iterações são suficientes para aproximar de perto as condições de cancelamento perfeito. Note-se que, em situações de CP reduzido, as interferências a cancelar, no decurso do processo iterativo, incluem as que são devidas à própria situação de CP reduzido, em si mesma: interferência entre blocos e interferência associada à convolução circular imperfeita no que diz respeito à parte útil de cada bloco transmitido.

Até ao capítulo 8 da tese, os capítulos da tese consagrados à transmissão por blocos com prefixo cíclico (capítulos 2, 3, 6 e 7) consideram apenas constelações de símbolos QPSK e condições de CP completo. No capítulo 8, dedicado a técnicas de descodificação/deteção iterativa para transmissão por blocos com eficiência espectral acrescida, consideram-se duas vias para o objectivo de incrementar a eficiência espectral: a via da redução do CP, contemplada nas secções 8.1 e 8.2, e a via da expansão da constelação de símbolos, contemplada na secção 8.3. O exemplo dado, no âmbito desta segunda via, envolve uma constelação 16QAM, tanto para transmissão SC como para transmissão OFDM. Nesta última forma de transmissão, considera-se, de novo, a "técnica NLSP" para redução das flutuações de envolvente. Os resultados numéricos da secção 8.3 mostram que as técnicas de descodificação/deteção iterativa, devidamente adaptadas à transmissão com a constelação expandida, funcionam quase tão bem como as técnicas definidas anteriormente para transmissão com modulações QPSK. Com uma opção de codificação idêntica (código convolucional com razão  $R = 1/2$  e 16 estados), no entanto, é preciso mais do que três iterações para uma boa aproximação de minorantes de probabilidade de erro estabelecidos como anteriormente (por simulação, admitindo cancelamento perfeito de interferências). Quanto

à transmissão com CP reduzido e constelações 16QAM, as conclusões são análogas às referentes à transmissão com CP reduzido e constelação QPSK. Os receptores SC e OFDM desenhados tendo em vista condições de CP completo não conseguem evitar uma degradação significativa dos desempenhos. Pelo contrário, receptores que incorporam o algoritmo SDDC não só evitam essa degradação como também conseguem garantir algum ganho de eficiência de potência, relativamente à transmissão convencional com CP completo (no entanto, é preciso mais do que três iterações para materializar o ganho expectável).

### **9.1.2 Observações Complementares**

Nos capítulos 6, 7 e 8 desta tese, são propostas e avaliadas técnicas avançadas de descodificação e detecção iterativa, compatíveis com uma implementação de receptores de complexidade moderada que tira partido do algoritmo FFT. Quer na alternativa SC, quer na alternativa OFDM, essas técnicas envolvem a contribuição de uma descodificação SISO para cancelamento brando de interferências: ISI residual, na alternativa SC; interferência não-linear, na alternativa OFDM, associada à necessidade de diminuir as flutuações de envolvente que esta opção de modulação acarreta (inferior ao que a dispersão temporal do canal implicaria). O algoritmo SDDC, que também tira partido do algoritmo FFT e cujo funcionamento também beneficia da descodificação SISO, permite cancelar as interferências adicionais, directamente ligadas à própria situação de CP reduzido.

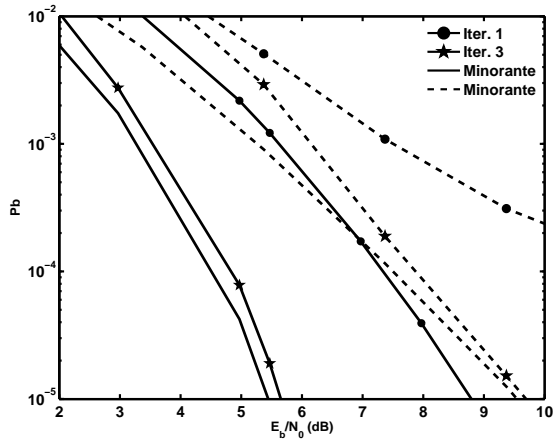
No capítulo 2 desta tese foram apresentadas comparações preliminares "SC vs OFDM", envolvendo conjuntamente aspectos de modulação, codificação de canal e flutuações de envolvente, quando a igualização no domínio da frequência e a subsequente descodificação se processa em receptores convencionais de baixa complexidade. Os múltiplos resultados numéricos dos capítulos 6, 7 e 8 desta tese, referentes a condições de canal e dimensionamento dos blocos de símbolos

que não diferem dos assumidos no capítulo 2, permitem generalizar as comparações "SC vs OFDM": em lugar dos receptores básicos considerados no capítulo 2, podem considerar-se agora receptores com alguma complexidade adicional, em que tem lugar um turbo-cancelamento de interferências, tanto para a opção SC como para a opção OFDM. Usando alguns dos resultados numéricos dos capítulos 6 e 7, é possível construir figuras que permitem uma comparação directa, como a Fig. 9.1: neste caso, a constelação usada é uma constelação QPSK, é utilizado o código convolucional de 16 estados e razão  $R = 1/2$ , e, na opção OFDM, é usada a técnica NLSP com  $k_M = 0.5$ , para reduzir substancialmente as flutuações de envolvente. Os resultados mostram que, apesar da inegável melhoria substancial com a alternativa OFDM, quando se passa da primeira iteração para as iterações subsequentes, a alternativa SC também tira grande partido do cancelamento iterativo de interferências, conduzindo esta a um desempenho  $P_b = f(E_b/N_0)$  claramente melhor do que a opção OFDM. Na Fig. 9.2, em que os desempenhos são apresentados sob a forma  $P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right) \left(E_b^{(p)}/N_0 (dB) = E_b/N_0 (dB) + PMEPR (dB)\right)$ , como no capítulo 2, mostra-se que a vantagem da opção SC, em termos de eficiência de potência global, é ainda maior, atendendo aos valores de PMEPR nos dois casos com constelação QPSK: 4.1 dB para OFDM com  $k_M = 0.5$  e 2.7 dB para SC.

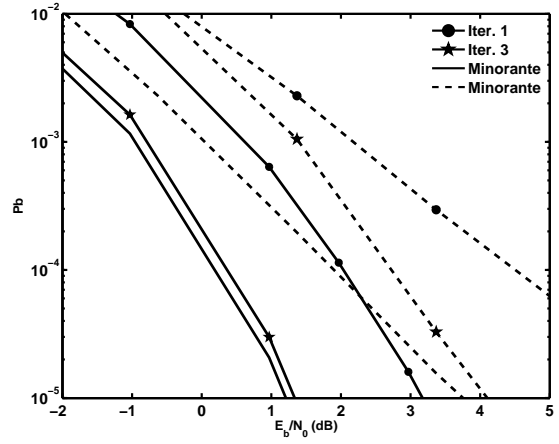
Interessa também alargar a comparação aos casos em que são usadas constelações de símbolos que permitem maior eficiência espectral que as constelações QPSK. Usando alguns dos resultados numéricos da secção 8.3, pode-se construir a Fig. 9.3, em que é assumida uma constelação 16QAM com ambas as alternativas, SC e OFDM. Tal como para as Figs. 9.1 e 9.2, considerou-se o código convolucional de 16 estados e razão  $R = 1/2$ , e a "técnica NLSP" com  $k_M = 0.5$  para a transmissão OFDM. Os resultados mostram a vantagem clara da opção SC, em termos de  $P_b = f(E_b/N_0)$ , continua a verificar-se. Uma comparação em termos de  $P_b = f\left(E_b^{(p)}/N_0\right)$ , está patente na Fig. 9.4 atendendo aos valores de PMEPR nos dois casos com constelação 16QAM: 4.1 dB para OFDM com  $k_M = 0.5$  e 4.7 dB para SC.

### *9.1. Conclusões e Observações Complementares*

Sublinhe-se, a terminar, que qualquer das quatro figuras aqui apresentadas mostram uma vantagem da alternativa SC que não se deve a um comportamento da técnica iterativa utilizada, para transmissão SC, superior ao da técnica iterativa usada para transmissão OFDM. Na realidade, as comparações entre os minorantes de desempenho, com as duas alternativas, revelam vantagens semelhantes da alternativa SC. É o formato de modulação que está em causa, a forma como a energia de cada símbolo é distribuída, no domínio da frequência, pela banda de transmissão, conjuntamente com o problema da flutuação de envolvente em transmissão OFDM, e as limitações inerentes à resolução deste problema através do "clipping".

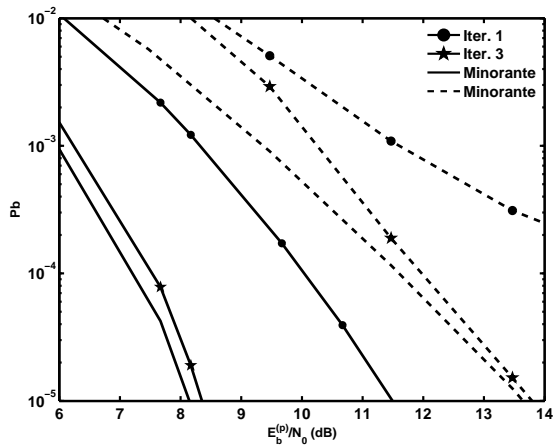


(a) Sem Diversidade

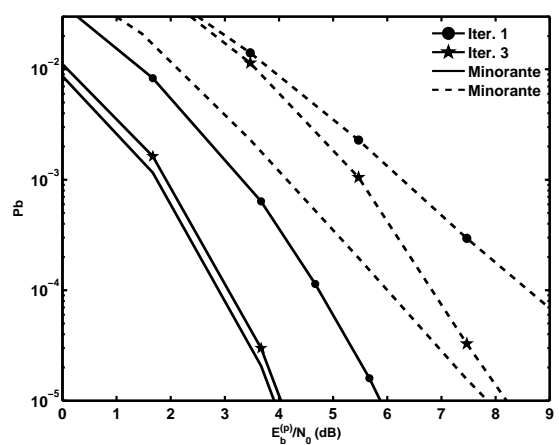


(b) Diversidade Dupla

Figura 9.1: Comparação do desempenho com QPSK e quando  $L_R = L$ , entre OFDM (linha a tracejado) e SC (linha a cheio).



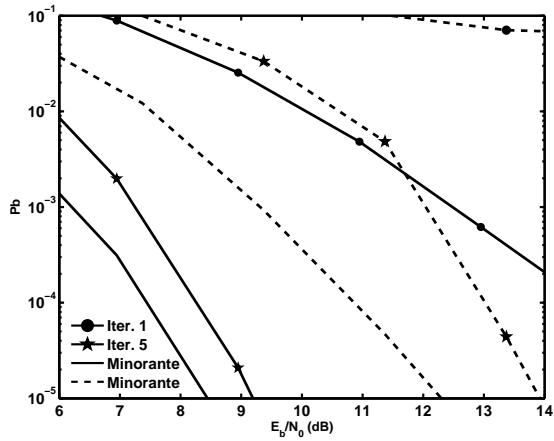
(a) Sem Diversidade



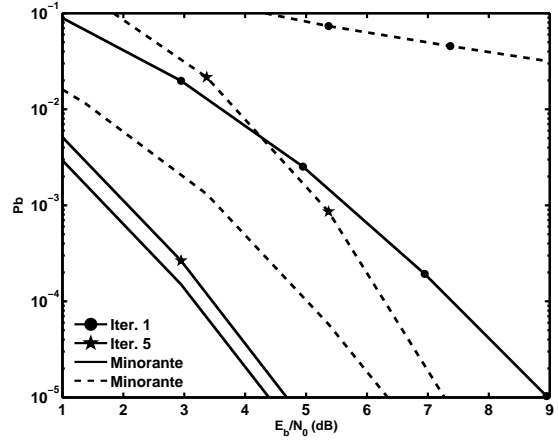
(b) Diversidade Dupla

Figura 9.2: Desempenhos correspondentes aos da Fig. 9.1, agora com  $P_b = f(E_b^{(p)}/N_0)$ .

9.1. Conclusões e Observações Complementares

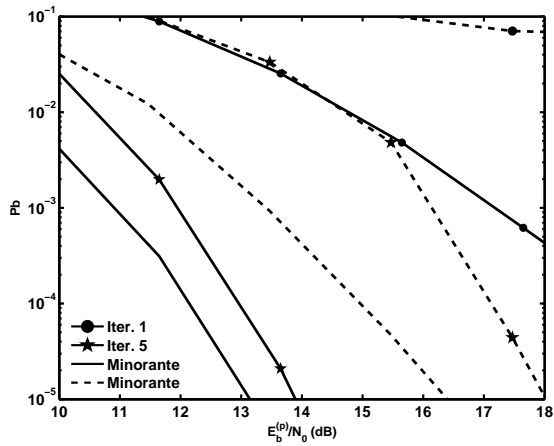


(a) Sem Diversidade

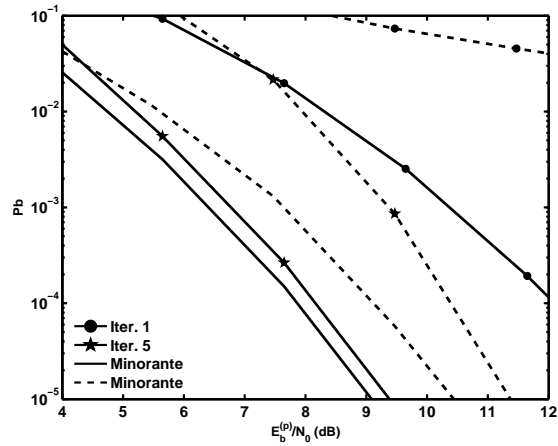


(b) Diversidade Dupla

Figura 9.3: Comparação do desempenho, com 16QAM e quando  $L_R = L$ , entre OFDM (linha a tracejado) e SC (linha a cheio).



(a) Sem Diversidade



(b) Diversidade Dupla

Figura 9.4: Desempenhos correspondentes aos da Fig. 9.3, agora com  $P_b = f(E_b^{(p)}/N_0)$ .

## **9.2 Perspectivas de Trabalho Futuro**

Alguns objectivos de trabalho futuro podem ser de imediato definidos, pois estão estreitamente ligados à investigação já levada a cabo, de alguma maneira completando essa investigação.

Salientam-se os seguintes:

- I.** Desenvolvimento de técnicas iterativas de descodificação/detecção para situações em que a codificação de canal envolve códigos concatenados;
- II.** Desenvolvimento de técnicas iterativas de descodificação/detecção para situações em que, com modulações SC da classe QAM (Quadrature Amplitude Modulation), as combinações com o código convolucional utilizado não estão subordinadas às limitações da "abordagem BICM" usada na secção 8.3, ou aproveitam eventualmente melhor essa abordagem, tirando partido do processo iterativo;
- III.** Generalização das técnicas iterativas de descodificação/detecção propostas nesta tese para aplicação em sistemas em que são usadas múltiplas antenas, tanto no emissor como no receptor (codificação espaço-temporal ou multiplexagem espacial);
- IV.** Generalização das técnicas iterativas de descodificação/detecção propostas nesta tese para aplicação em sistemas com um acesso múltiplo de "tipo OFDMA (Orthogonal Frequency-Division Multiple Access)", quer com blocos de símbolos directamente definidos no domínio da frequência, quer com blocos de símbolos directamente definidos no domínio do tempo.

Outros objectivos, talvez menos imediatos, poderiam também ser referidos. Entre eles deverá salientar-se a consideração dos problemas de sincronismo e estimação do canal (em especial quando este varia rapidamente no tempo), com eventual generalização das técnicas iterativas propostas nesta tese de modo a incluir ajustamentos de sincronização e de estimação de canal no processo iterativo.

# Apêndice A

## Códigos de Blocos Lineares

### A.1 Estrutura Algébrica dos Códigos de Blocos Binários Lineares

Uma das características de um código de blocos binário  $(n, k)$  é o facto de cada bloco de saída ( $n$  bits) depender apenas do bloco de entrada corrente ( $k$  bits) e não de blocos passados, ou seja, o código realiza uma "codificação sem memória". Sendo  $\mathbf{b} = [b_1 b_2 \cdots b_k]$  o bloco de entrada e  $\mathbf{c} = [c_1 c_2 \cdots c_n]$  o bloco de saída, pode dizer-se que  $\mathbf{c}$  é sempre uma função de  $\mathbf{b}$  ( $b_i = 1$  ou  $b_i = 0$ ,  $c_i = 1$  ou  $c_i = 0$ ).

Tratando-se de um código de blocos linear, em que  $\mathbf{G}$  representa a matriz geradora, com  $k$  linhas e  $n$  colunas, tem-se a relação seguinte:

$$\mathbf{c} = \mathbf{b} \times \mathbf{G} \quad (\text{A.1})$$

sendo  $\mathbf{g}_i$  a linha  $i$  da matriz  $\mathbf{G}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ), obtemos como saída

$$\mathbf{c} = \sum_{i=1}^k b_i \times \mathbf{g}_i \quad (\text{A.2})$$

Os cálculos inerentes à operação de codificação são realizados em GF(2), isto é, a adição e a multiplicação obedecem à tabela A.1.

Tabela A.1: Adição e multiplicação em  $GF(2)$ .

$\oplus$	0	1
0	0	1
1	1	0

$\otimes$	0	1
0	0	0
1	0	1

É óbvio que um código de blocos linear verifica simultaneamente as condições seguintes:

- a) Soma de duas palavras (blocos) de código resulta sempre numa palavra de código;
- b) Palavra constituída por  $n$  bits nulos pertence necessariamente ao conjunto de palavras de código.

Por outro lado, um código de blocos linear  $(n, k)$  em que a matriz  $\mathbf{G}$ , com dimensões  $k \times n$ , assumir a forma

$$\mathbf{G} = [\mathbf{I}_k | \mathbf{P}] \quad (\text{A.3})$$

sendo  $\mathbf{I}_k$  uma matriz identidade, diz-se um "código de blocos sistemático". Neste caso, em geral aquele que encontramos na prática, os  $k$  bits do bloco de informação ocupam as primeiras posições no âmbito do bloco de  $n$  bits codificados. Sendo

$$c_j = \sum_{i=1}^k b_i g_{ij} \quad (\text{A.4})$$

com  $j = 1, 2, \dots, n$ , e

$$g_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

para qualquer  $j \in \{1, 2, \dots, k\}$ , resulta  $v_j = c_j$  para esses primeiros  $k$  valores de  $j$ . Para exemplificar, considere-se o código (7,3) definido pela matriz geradora

$$\mathbf{G} = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (\text{A.6})$$

## A.2 Distâncias de Hamming no Âmbito de um Código de Blocos Linear

A distância de Hamming entre duas palavras de código é definida como o número de posições em que os seus símbolos diferem. As propriedades de controlo de erros de um dado código dependem do conjunto das distâncias de Hamming entre palavras de código diferentes. Tem particular interesse a distância de Hamming mínima,  $d_{min}$ , que é definida como a menor dessas distâncias. Contudo, as características dos códigos de blocos lineares permitem identificar  $d_{min}$  a partir do menor "peso" (número de 1's) verificado nas palavras de código, com excepção da palavra nula, dado que a distância entre duas palavras de código é o peso da sua soma, e, para códigos lineares, a soma de duas palavras de código é sempre uma palavra de código.

A distância de Hamming mínima revela a sua importância na determinação da capacidade de detecção e correcção de erros de um determinado código, quando a descodificação se baseia em decisões rígidas. Uma das propriedades desse parâmetro é o facto de verificar o chamado "majorante de Singleton", ou seja,

$$d_{min} \leq n - k + 1 \quad (\text{A.7})$$

(Com códigos binários a igualdade apenas é válida para códigos de repetição ou de paridade simples). Sendo  $\mathbf{e} = [e_1 e_2 \dots e_n]$  o "bloco de erro", e  $|\mathbf{e}|$  (peso de  $\mathbf{e}$ ) o número de erros, pode dizer-se que, em regime de detecção de erros, esta detecção está garantida se  $|\mathbf{e}| < d_{min}$ . Pretendendo-se corrigir erros, numa técnica convencional FEC (Forward Error Correction), pode dizer-se que a correcção é a apropriada sempre que  $2 \times |\mathbf{e}| < d_{min}$ .

### A.3 Matrizes de Teste de Paridade e Cálculo de Síndromes

A matriz de teste de paridade (também chamada matriz  $\mathbf{H}$ ) de um código de blocos linear com dimensões  $(n - k) \times n$ , verifica a relação

$$\mathbf{c} \times \mathbf{H}^T = \mathbf{0} \quad (\text{A.8})$$

para qualquer palavra  $\mathbf{c}$  do código.

A partir da matriz geradora na forma (B.2) obtém-se a matriz de teste de paridade na forma sistemática,

$$\mathbf{H} = [\mathbf{P}^T | \mathbf{I}_{n-k}] \quad (\text{A.9})$$

No caso particular do código definido por (B.2), obtém-se então

$$\mathbf{H} = \left[ \begin{array}{ccc|cccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (\text{A.10})$$

À igualdade (A.8) corresponde um sistema de  $(n - k)$  equações de teste de paridade. No exemplo citado, a partir da matriz de teste de paridade  $\mathbf{H}$  obtêm-se as seguintes equações de teste de paridade:

$$\begin{array}{rcl} c_2 + c_3 + c_4 & = & 0 \\ c_1 + c_3 + c_5 & = & 0 \\ c_1 + c_2 + c_6 & = & 0 \\ c_1 + c_2 + c_3 + c_6 & = & 0 \end{array} \quad (\text{A.11})$$

#### A.4. Código de Blocos Combinado com Modulação Binária Antipodal

Ao receber uma dada palavra  $\mathbf{v}$  pode-se saber se ela é ou não uma palavra de código, verificando se a síndrome, calculada pela expressão seguinte, é ou não nula:

$$\mathbf{s} = \mathbf{v} \times \mathbf{H}^T \quad (\text{A.12})$$

A síndrome não depende da palavra transmitida, mas apenas do "vector de erro" verificado:

$$\mathbf{G}(D) = (\mathbf{c} + \mathbf{e}) \times \mathbf{H}^T = \mathbf{c} \times \mathbf{H}^T + \mathbf{e} \times \mathbf{H}^T = \mathbf{e} \times \mathbf{H}^T \quad (\text{A.13})$$

Se  $\mathbf{e}$  pertence ao código, sendo  $\mathbf{e} \neq \mathbf{0}$  (ou seja, havendo  $|\mathbf{e}|$  erros), a síndrome calculada é nula pelo que os  $|\mathbf{e}|$  erros não são detectados.

Note-se que a relação (A.8) implica que a distância de Hamming mínima,  $d_{min}$ , pode ser determinada a partir da matriz  $\mathbf{H}$ , e corresponde ao menor número de colunas de  $\mathbf{H}$  cuja soma é nula.

## A.4 Código de Blocos Combinado com Modulação Binária Antipodal

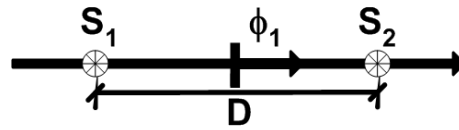
Numa modulação binária antipodal temos dois sinais simétricos,  $s_1(t)$  e  $s_2(t) = -s_1(t)$  associados à transmissão de cada bit, por exemplo  $s_1(t) \leftrightarrow 1$ , e  $s_2(t) \leftrightarrow 0$ . Pode assim escrever-se

$$\begin{aligned} s_1(t) &= -\sqrt{E_b}\phi_1(t) \\ s_2(t) &= \sqrt{E_b}\phi_1(t) \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

**Apêndice A. Códigos de Blocos Lineares**

em que  $\phi_1(t)$  representa um sinal de energia unitária e  $E_b$  é a energia média por bit. Na figura A.2 pode ver-se uma representação vectorial dos sinais em causa, evidenciando-se um parâmetro  $D$ , que define a distância euclidiana entre os sinais  $s_1(t)$  e  $s_2(t)$ , ambos associados a vectores com norma  $\sqrt{E_b}$ . Obviamente,  $D = 2\sqrt{E_b}$ , ou seja:

$$D^2 = 4 E_b \quad (\text{A.15})$$



*Figura A.1: Representação vectorial de uma modulação binária antipodal.*

Ao usar-se um código binário  $(n, k)$ , combinado com uma modulação binária antipodal, tem-se  $M = 2^k$  sinais  $s_i(t)$  com  $i = 1, 2, \dots, M$ , cada um deles associado a um bloco transmitido, e todos com a mesma energia  $kE_b$ .

Escolhendo um espaço de sinais com  $n$  dimensões, resultam sinais da forma

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^n s_{ij} \phi_j(t) \longleftrightarrow \mathbf{v}^{(i)} = [v_1^{(i)} v_2^{(i)} \dots v_n^{(i)}], \quad (\text{A.16})$$

com

$$s_{ij} = \begin{cases} -\sqrt{E_c}, & v_j^{(i)} = 1 \\ +\sqrt{E_c}, & v_j^{(i)} = 0 \end{cases}$$

em que  $E_c = R E_b$ , com  $R = k/n$ , designa a energia média por bit codificado ( $n E_c = k E_b$  é a energia média por bloco).

Para este caso, o quadrado da distância euclideana entre dois sinais,  $s_i(t)$  e  $s_{i'}(t)$ , é da forma

$$D_{ii'}^2 = \sum_{j=1}^n (s_{ij} - s_{i'j})^2 = 4 E_c d_{ii'} = 4 R d_{ii'} E_b \quad (\text{A.17})$$

em que  $d_{ii'}$  designa a distância de Hamming entre as palavras de código correspondentes.

Minimizando no âmbito do código  $(n, k)$ , pode-se concluir que o quadrado da distância euclidiana mínima associada à combinação do código com a modulação binária antipodal, é dado por

$$D_{min}^2 = 4 R d_{min} E_b. \quad (A.18)$$

Comparando (A.15) com (A.18), pode constatar-se que, se o canal for um "canal AWGN" e se usar um receptor óptimo, tem-se o ganho de codificação assintótico  $G_c$  dado por

$$G_c = 10 \log_{10}(R d_{min}) \quad [dB] \quad (A.19)$$

## A.5 Probabilidades "a posteriori" em Comunicação Binária Antipodal

Suponha-se que se pretende transmitir sequências binárias combinadas com uma modulação binária antipodal. Ao bit  $c_n$  corresponde então o símbolo  $x_n = (-1)^{c_n}$  pelo que  $x_n = 1$  ou  $x_n = -1$  consoante  $c_n = 0$  ou  $c_n = 1$ , respectivamente. Admitindo  $\text{Prob}(c_n = 0) = \text{Prob}(c_n = 1) = 1/2$  e um ruído aditivo gaussiano  $\nu_n$  de média nula e desvio padrão  $\sigma$ , a probabilidade "a posteriori"  $\text{Prob}(x_n = x|y_n)$ , com  $y_n = x_n + \nu_n$ , é dada por

$$\text{Prob}(x_n = x|y) = \frac{1}{1 + \exp(2 y_n x / \sigma^2)} \quad (A.20)$$

**Demonstração:**

Por aplicação do teorema de Bayes, tem-se

$$\begin{aligned} \text{Prob}(x_n = x|y_n) &= \frac{\text{Prob}(y_n|x_n = x) \times \text{Prob}(x_n = x)}{\text{Prob}(y_n)} \\ &= \frac{\text{Prob}(y_n|x_n = x) \times \text{Prob}(x_n = x)}{\text{Prob}(y_n|x_n = -1) \times \text{Prob}(x_n = -1) + \text{Prob}(y_n|x_n = 1) \times \text{Prob}(x_n = 1)} \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Para um canal gaussiano, a função densidade de probabilidade condicional é dada por:

$$\text{Prob}(y_n|x_n = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_n - x)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.22})$$

Como  $x_n = (-1)^{c_n}$  e  $\text{Prob}(c_n = 0) = \text{Prob}(c_n = 1) = 1/2$ , pode-se dizer que

$$\text{Prob}(x_n = -1) = \text{Prob}(x_n = 1) = \frac{1}{2} \quad (\text{A.23})$$

Por substituição de ( A.21) obtém-se assim

$$\begin{aligned} \text{Prob}(x_n = x|y_n) &= \frac{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_n-x)^2}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_n+1)^2}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{2} + \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_n-1)^2}{2\sigma^2}\right) \times \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\exp\left(-\frac{(y_n-x)^2}{2\sigma^2}\right)}{\exp\left(-\frac{(y_n+1)^2}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(-\frac{(y_n-1)^2}{2\sigma^2}\right)} \\ &= \frac{\exp\left(-\frac{y_n^2}{2\sigma^2}\right) \times \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \times \exp\left(-\frac{2x y_n}{2\sigma^2}\right)}{\exp\left(-\frac{y_n^2+1}{2\sigma^2}\right) \times [\exp\left(-\frac{2y_n}{2\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{2y_n}{2\sigma^2}\right)]} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Como  $x^2 = 1$ , pode-se simplificar:

$$\begin{aligned} \text{Prob}(x_n = x|y_n) &= \frac{\exp(x y_n/\sigma^2)}{\exp(-y_n/\sigma^2) + \exp(y_n/\sigma^2)} = \frac{1}{\exp\left(-\frac{y_n(1+x)}{\sigma^2}\right) + \exp\left(\frac{y_n(1-x)}{\sigma^2}\right)} \\ &= \begin{cases} \frac{1}{1+\exp(2 y_n/\sigma^2)}, & x = -1 \\ \frac{1}{1+\exp(-2 y_n/\sigma^2)}, & x = +1 \end{cases} = \frac{1}{1 + \exp(2 y_n x/\sigma^2)} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

## A.6 Probabilidade de uma Sequência Binária Ter Peso Par ou Ímpar

Dada uma sequência de  $m$  bits estatisticamente independentes  $\mathbf{a} = [a_1, a_2, \dots, a_m]$ , em que  $p_k = \text{Prob}(a_k = 1)$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ , a probabilidade de  $\mathbf{a}$  conter um número par de 1's é dada por

$$\text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}par) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{k=1}^m (1 - 2p_k) \quad (\text{A.26})$$

e a probabilidade de  $\mathbf{a}$  conter um número ímpar de 1's é dada por

$$\text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}impar) = 1 - \text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}par) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{k=1}^m (1 - 2p_k) \quad (\text{A.27})$$

**Demonstração:** A prova é feita por indução.

Seja  $z_l = a_1 \oplus a_2 \oplus \dots \oplus a_l$  a soma módulo 2 dos primeiros  $l$  bits que constituem a palavra  $\mathbf{a}$ , pelo que  $z_l = z_{l-1} \oplus a_l$ .

Pode-se verificar (A.26) para  $m = 2$  :

$$\begin{aligned} \text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}par) &= \text{Prob}(a_1 \oplus a_2 = 0) = p_1 p_2 + (1 - p_1)(1 - p_2) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - p_1)(1 - 2p_2) \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

A verificação de (A.27) para  $m=2$  é directa:

$$\text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}impar) = 1 - \text{Prob}(|\mathbf{a}| = n^{\circ}par) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(1 - 2p_1)(1 - 2p_2) \quad (\text{A.29})$$

**Apêndice A. Códigos de Blocos Lineares**

Assumindo que (A.26) e (A.27) são verdadeiras para  $m = L - 1$ , pode-se verificar se ainda são válidas para  $m = L$ . Usando a definição de  $z_l$  obtém-se

$$\text{Prob}(z_L = 0) = \text{Prob}(z_{L-1} \oplus a_L = 0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(1 - 2\text{Prob}(z_{L-1} = 1))(1 - 2p_L) \quad (\text{A.30})$$

Como se assume que (A.26) e (A.27) são verdadeiras para  $m=L-1$ , vem

$$\begin{aligned} \text{Prob}(z_L = 0) &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( 1 - 2 \times \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{k=1}^{L-1} (1 - 2p_k) \right) \right) (1 - 2p_L) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{k=1}^L (1 - 2p_k), \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

verificando (A.26), e

$$\begin{aligned} \text{Prob}(z_L = 1) &= 1 - \text{Prob}(|a| = n^\circ \text{par}) = 1 - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{k=1}^L (1 - 2p_k) \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \prod_{k=1}^L (1 - 2p_k), \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

verificando (A.27).

# Apêndice B

## Códigos Convolucionais

### B.1 Códigos de Blocos Gerados por um Codificador Convulsional (2, 1).

Considere-se o emprego do codificador convolucionacional da Fig. 5.2, para um bloco de dados de 5 bits. O codificador é inicializado no "estado zero", e, graças a uma terminação apropriada (dois bits zero de entrada), é assegurado o retorno ao estado de partida. A treliça completa correspondente a esta situação é apresentada na Fig. B.1.

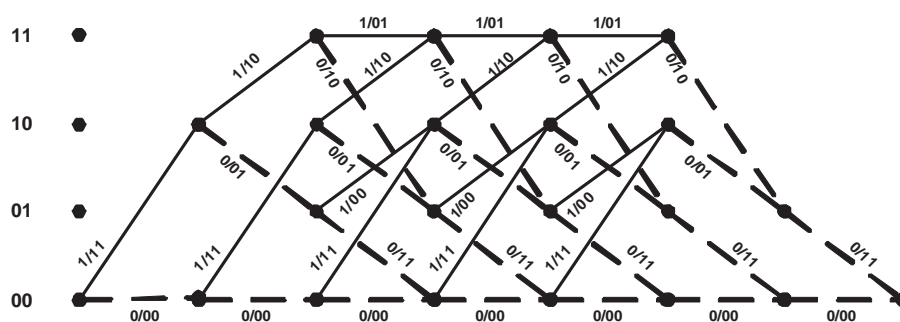


Figura B.1: Exemplo de treliça completa para  $G(D) = [1 + D^2 \quad 1 + D + D^2]$  e um bloco de dados com 5 bits (inicialização e terminação no estado 00).

Pode dizer-se que o código (14, 5) em questão equivale ao código de blocos linear com a

*Apêndice B. Códigos Convolucionais*

matriz geradora

$$\mathbf{G} = \left[ \begin{array}{cccccc|cc} 11 & 01 & 11 & 00 & 00 & 00 & 00 \\ 00 & 11 & 01 & 11 & 00 & 00 & 00 \\ 00 & 00 & 11 & 01 & 11 & 00 & 00 \\ 00 & 00 & 00 & 11 & 01 & 11 & 00 \\ 00 & 00 & 00 & 00 & 11 & 01 & 11 \end{array} \right] \quad (\text{B.1})$$

Esta matriz foi obtida, linha a linha, usando a treliça da Fig. B.1 para achar as sequências de saída correspondentes aos blocos de entrada  $[1\ 0\ 0\ 0\ 0]$ ,  $[0\ 1\ 0\ 0\ 0]$ ,  $\dots$ ,  $[0\ 0\ 0\ 0\ 1]$ .

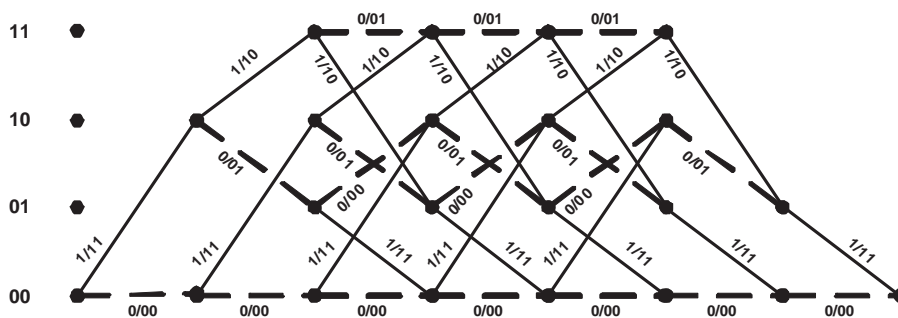


Figura B.2: Exemplo de treliça completa para  $G(D) = \left[ 1 \quad \frac{1+D+D^2}{1+D^2} \right]$  e um bloco de dados com 5 bits (inicialização e terminação no estado 00).

Considere-se agora o emprego do codificador convolucional da Fig. 5.8, recursivo e sistemático, também para um bloco de dados de 5 bits. O codificador é inicializado no "estado zero", e, graças a uma terminação apropriada (dois bits que dependem do estado atingido quando a terminação se inicia), é assegurado o retorno ao estado de partida. A treliça completa correspondente a esta situação é apresentada na Fig. B.2. Pode dizer-se que o novo código  $(14, 5)$

equivale ao código de blocos linear com a matriz geradora

$$\mathbf{G} = \left[ \begin{array}{cccccc|cc} 11 & 01 & 00 & 01 & 00 & 01 & 11 \\ 00 & 11 & 01 & 00 & 01 & 11 & 00 \\ 00 & 00 & 11 & 01 & 00 & 01 & 11 \\ 00 & 00 & 00 & 11 & 01 & 11 & 00 \\ 00 & 00 & 00 & 00 & 11 & 01 & 11 \end{array} \right] \quad (\text{B.2})$$

(matriz obtida de forma semelhante à usada com o codificador não recursivo).

## B.2 Distâncias de Hamming no Âmbito dos Códigos Convolucionais.

Nesta secção, é dado um exemplo referente ao cálculo das distâncias de Hamming no âmbito de um código convolucional. Atendendo à linearidade dos códigos, as distribuições de distâncias de Hamming correspondem às distribuições de pesos das sequências não nulas. Podem ser calculadas recorrendo a um diagrama modificado de transições de estado, em que o "estado zero" é desdobrado em dois estados: um estado inicial  $S_{in}$  e um estado final  $S_{out}$ .

O exemplo escolhido refere-se ao codificador da Fig. 5.2, com o diagrama em treliça representado na Fig. 5.3. O diagrama modificado de transições de estado é, neste caso, como a Fig. B.3 indica, com ramos de ganho  $X^i Y^j Z$ , em que  $i$  e  $j$  designam, respectivamente, os pesos do bloco de  $k = 1$  bits de entrada e do bloco de  $n = 2$  bits de saída. O conjunto de equações que descreve as transições de estado é o seguinte:

$$S_1 = XZS_2 + XZS_3$$

$$S_2 = YZS_1 + X^2YZS_{in}$$

Apêndice B. Códigos Convolucionais

$$\begin{aligned}
 S_3 &= XYZS_2 + XYZS_3 \\
 S_{out} &= X^2ZS_1
 \end{aligned}
 \tag{B.3}$$

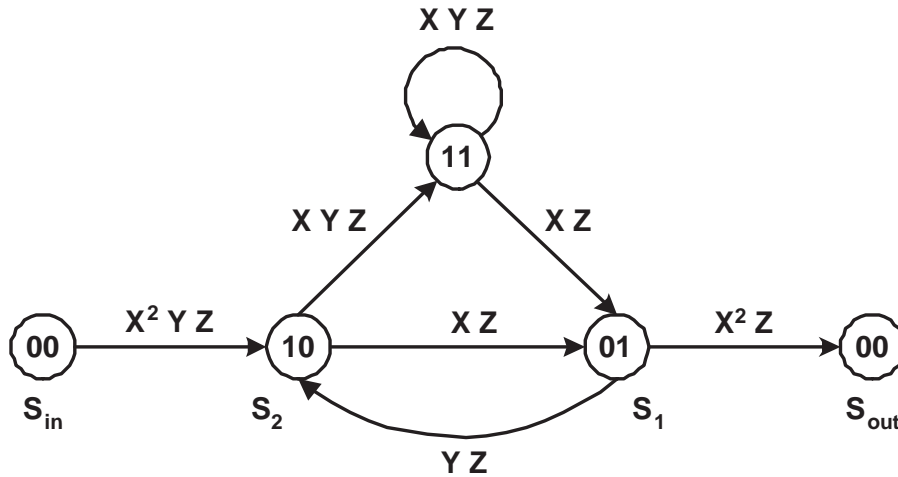


Figura B.3: Diagrama modificado de transições de estado para a codificação convolucional da Fig. 5.2.

Definindo a "função geradora"  $T(X, Y, Z) = S_{out}/S_{in}$ , as equações (B.3) conduzem-nos à função

$$T(X, Y, Z) = \frac{X^5YZ^3}{1 - XYZ(1 + Z)}
 \tag{B.4}$$

A função  $T(X, Y, Z)$  pode ser apresentada sob a forma de uma série de potências. Neste caso,

$$T(X, Y, Z) = X^5YZ^3 + X^6Y^2Z^4 + (X^6Y^2 + X^7Y^3)Z^5 + \dots
 \tag{B.5}$$

Este resultado indica que a "distância livre" deste código convolucional, peso mínimo das seqüências codificadas não nulas quando o estado zero é simultaneamente o estado inicial e o

estado final, é igual a 5. Indica também, por exemplo, que a sequência de estados que gera a sequência codificada de peso 5 tem peso 1, e que esta sequência codificada de peso 5 engloba três ramos. Outras sequências de dados, com peso 2, originam duas sequências codificadas de peso 6, englobando quatro e cinco ramos, etc.

Fazendo  $Z = 1$  e  $Y = 1$  na expressão de  $\mathbf{T}(X, Y, Z)$ , obtém-se simplesmente a distribuição de pesos (distâncias de Hamming) associada à sequência de saída:

$$\mathbf{T}(X, Y, Z) \Big|_{Z=1, Y=1} = X^5 + 2X^6 + 4X^7 + \dots \quad (\text{B.6})$$

(uma sequência de peso 5, duas de peso 6, etc.). Fazendo

$$\frac{\partial \mathbf{T}(X, Y, Z)}{\partial Y} \Big|_{Z=1, Y=1} = X^5 + 4X^6 + 12X^7 + \dots \quad (\text{B.7})$$

obtém-se a informação directa sobre o número de bits de dados não nulos em todos os percursos na treliça (entre o estado zero inicial e o estado zero final) com peso  $j$  no que diz respeito à sequência codificada. Neste caso, verifica-se que no percurso (único) com  $j = 5$ , só há um bit de dados não nulo, e que no conjunto dos vários percursos (dois, como se viu atrás) com  $j = 6$ , há quatro bits de dados não nulos. A distância livre ( $d_l = 5$ ), como não podia deixar de ser, coincide com a distância de Hamming mínima do código de blocos equivalente considerado no Anexo B.1, referente ao emprego do codificador aqui analisado com um sequência de dados com um número finito de bits e uma terminação que provoca o retorno ao estado zero.

### B.3 Algoritmo de Viterbi

Muitas vezes, quando se usa um código convolucional, é necessário obter no receptor apenas a "melhor estimativa" da sequência de dados transmitida, não interessando a fiabilidade das

## Apêndice B. Códigos Convolucionais

decisões quanto a cada símbolo da sequência. Além disso, as probabilidades "a priori" de todas as sequências possíveis são consideradas idênticas, na ausência de qualquer informação prévia sobre as mesmas. Nestas situações, a decodificação não precisa de ser uma "decodificação SISO". O algoritmo de decodificação pode ser muito mais simples, e é bem conhecido desde a publicação de [Vit67]. Operando com entradas brandas no que diz respeito aos bits codificados, para o melhor desempenho possível, o algoritmo de Viterbi é usado para obter o conjunto de decisões rígidas inerentes à obtenção da sequência de dados de máxima verosimilhança (e da correspondente sequência codificada de máxima verosimilhança). Esta corresponde a um percurso na treliça entre o "nó zero" inicial e o "nó zero": sendo o percurso mais verosímil.

O algoritmo de Viterbi com entradas brandas pode ser formulado como uma versão consideravelmente simplificada do algoritmo Max-Log-MAP. Basta apenas o procedimento recursivo progressivo, com a selecção de percursos sobreviventes conducentes a cada nó/estado, ao longo da treliça, associada ao cálculo das métricas acumuladas desde o início da treliça. Não é também necessário incluir qualquer informação "a priori" sobre os bits da sequência de dados (assume-se que o 0 e o 1 ocorrem com igual probabilidade 1/2). As métricas de ramo poderiam assim ser definidas por

$$\lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} c^i(e) \lambda_t(c^i; I), \quad (\text{B.8})$$

com

$$\lambda_t(c^i; I) = 2 \frac{A}{\sigma^2} r_t^i \quad (\text{B.9})$$

(ver equações ( 5.32) e (5.33)). Dado que a constante  $2A/\sigma^2$  é irrelevante para a selecção do percurso da máxima verosimilhança, pode-se usar simplesmente

$$\lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} c^i(e) r_t^i. \quad (\text{B.10})$$

com  $c^{(i)}(e) = 0$  ou  $1$  ( $i = 1, 2, \dots, n_0$ ), consoante o ramo da treliça. Sendo  $x^i(e) = -A$  para  $c^i(e) = 0$  e  $x^i(e) = A$  para  $c^i(e) = 1$ , isto é, sendo

$$c^i(e) = \frac{x^i(e) + A}{2A}, \quad (\text{B.11})$$

é fácil concluir que também se podem usar métricas de ramo dadas por

$$\lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} x^{(i)}(e)r_t^i \quad (\text{B.12})$$

A Tabela B.1 sintetiza os procedimentos do algoritmo de Viterbi, com entradas brandas, tomados como simplificação dos procedimentos do algoritmo Max-Log-MAP (Tabela 5.2).

*Tabela B.1: Algoritmo de Viterbi*

---

Inicializar a treliça com 
$$\alpha_0(s) = \begin{cases} 0 & s = s_0 \\ -\infty & s \neq s_0 \end{cases} .$$

---

**I.** *Cálculos de métricas de ramo para toda a treliça:*

$$\lambda_t(\mathbf{c}(e); I) = \sum_{i=1}^{n_0} c^{(i)}(e)r_t^i$$

**II.** *Seleção de percursos sobreviventes conducentes a cada nó/estado, ao longo da treliça, através do cálculo das métricas acumuladas no sentido progressivo:*

$$\alpha_t(s) = \max_{e: s_t^E(e)=s} \{ \alpha_{t-1}(s_t^S(e)) + (\lambda_t(\mathbf{c}(e); I)) \}$$

**III.** *O percurso sobrevivente no nó terminal (estado zero) é o percurso a que a sequência de máxima verosimilhança corresponde.*

---

*Apêndice B. Códigos Convolucionais*

# Bibliografia

- [BB99] S. Benedetto and E. Biglieri.  
”Principles of Digital Transmission with Wireless Applications”.  
Kluwer Academic/Plenum Publishers, 1999.
- [BCJR74] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv.  
”Optimal Decoding of Linear Codes for Minimizing Symbol Error Rate”.  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT’74*, vol. 20(2):284–287, March  
1974.
- [BDMP98] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, and F. Pollara.  
”Serial concatenation of interleaved codes: performance analysis, design, and  
iterative decoding”.  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT’98*, vol. 44(3):909–926, May 1998.
- [BGT93] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima.  
”Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes”.  
*IEEE International Conference on Communications, ICC’93*, vol. 2:1064–1070,  
May 1993.
- [BS92] P. Balaban and J. Salz.  
”Optimum Diversity Combining and Equalization in Digital Data Transmission

## ***Bibliografia***

- with Applications to Cellular Mobile Radio - Part I: Theoretical Considerations”.
- IEEE Transactions on Communications, TCOM’92*, vol. 40(5):885–894, May 1992.
- [BT02] N. Benvenuto and S. Tomasin.  
”Block Iterative DFE for Single Carrier Modulation”.
- IEE Electronics Letters, EL’02*, vol. 38(19):1144–1145, September 2002.
- [CF02] J. Chen and M. P. C. Fossorier.  
”Near Optimum Universal Belief Propagation Based Decoding of Low Density Parity Check Codes”.
- IEEE Transactions on Communications, TCOM’02*, vol. 50(3):406–414, March 2002.
- [CFRU01] S. Chung, G. Forney, T. Richardson, and R. Urbanke.  
”On the Design of Low Density Parity Check Codes Within 0.0045dB of the Shannon Limit”.
- IEEE Communications Letters, CL’01*, vol. 5(2):58–60, February 2001.
- [Cim85] L. Cimini.  
”Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing”.
- IEEE Transactions on Communications, TCOM’85*, vol. 33(7), July 1985.
- [CS00] L. J. Cimini and N. R. Sollenberger.  
”Peak-to-Average Power Ratio Reduction of an OFDM Signal Using Partial Transmit Sequences”.
- IEEE Communications Letters, CL’00*, vol. 4(3):86–88, March 2000.
- [CTB98] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri.

- ”Bit-interleaved Coded Modulation”.  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM’98*, vol. 44(3), May 1998.
- [DG04] R. Dinis and A. Gusmão.  
A Class of Nonlinear Signal Processing Schemes for Bandwidth-Efficient OFDM Transmission with Low Envelope Fluctuation.  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM’04*, vol. 52(11):2009–2018, November 2004.
- [DGE03] R. Dinis, A. Gusmão, and N. Esteves.  
On Broadband Block Transmission over Strongly Frequency-Selective Fading Channels.  
*in Proc. Wireless’03*, pages 261–269, July 2003.
- [Dou95] C. Douillard.  
”Iterative Correction of Intersymbol Interference: Turbo Equalization”.  
*European Transactions on Telecommunications, ETT’95*, vol. 6(5):507–511, September 1995.
- [DSG05] R. Dinis, P. Silva, and A. Gusmão.  
An Iterative Frequency-Domain Decision-Feedback Receiver for MC-CDMA Schemes.  
*IEEE Vehicular Technology Conference, VTC’05(Spring)*, vol. 1:271–275, May 2005.
- [Eli54] P. Elias.  
”Error-Free Coding”.  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT’54*, vol. 4(4):29–37, September 1954.

## *Bibliografia*

- [FA02] D. Falconer and S. Ariyavisitakul.  
"Broadband Wireless Using Single Carrier and Frequency Domain Equalization".  
*IEEE International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications, ISWPMC'02*, vol. 1:27–36, October 2002.
- [FABSE02] D. Falconer, S. Ariyavisitakul, A. Benyamin-Seeyar, and B. Eidson.  
"Frequency Domain Equalization for Single Carrier Broadband Wireless Systems".  
*IEEE Communications Magazine, CM'02*, vol. 40(4):58–66, April 2002.
- [Fer85] E. Jr. Ferrara.  
"*Frequency-Domain Adaptive Filtering in Adaptive Filters*".  
C.F. Cowan and P. Grant, ed., Prentice-Hall, 1985.
- [For66] G. D. Forney.  
"Concatenated Codes".  
*MIT Press*, 1966.
- [Gal62] R. G. Gallager.  
"Low-Density Parity-Check Codes".  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT'62*, vol. 8:21–28, January 1962.
- [GD04] A. Gusmão and R. Dinis.  
Iterative Receiver Techniques for Cancellation of Deliberate Nonlinear Distortion  
in OFDM-type Transmission.  
*Int. OFDM Workshop'04*, September 2004.
- [GDCE00] A. Gusmão, R. Dinis, J. Conceição, and N. Esteves.  
Comparison of Two Modulation Choices for Broadband Wireless Communications.  
*IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'00 (Spring)*, vol. 2:1300–1305, May  
2000.

- [GDE03] A. Gusmão, R. Dinis, and N. Esteves.  
On Frequency-domain Equalization and Diversity Combining for Broadband Wireless Communications.  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM'03*, vol. 51(7):1029–1033, July 2003.
- [GLL97] A. Glavieux, C. Lahot, and J. Labat.  
"Turbo Equalization Over a Frequency Selective Channel".  
*IEEE International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, ISTC'97*, pages 96–102, September 1997.
- [GTDE06] A. Gusmão, P. Torres, R. Dinis, and N. Esteves.  
"A Class of Iterative FDE Techniques for Reduced-CP SC-Based Block Transmission".  
*IEEE International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, ISTC'06*, 71(Session 13), April 2006.
- [GTDE07a] A. Gusmão, P. Torres, R. Dinis, and N. Esteves.  
"A Reduced-CP Approach to SC/FDE Block Transmission for Broadband Wireless Communications".  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM'07*, vol. 55(4):801–809, April 2007.
- [GTDE07b] A. Gusmão, P. Torres, R. Dinis, and N. Esteves.  
"A Turbo FDE Technique for Reduced-CP SC-Based Block Transmission Systems".  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM'07*, vol. 55(1):16–20, January 2007.
- [HEAD01] Xiao-Yu Hu, E. Eleftheriou, Dieter-Michael Arnold, and A. Dholakia.

## *Bibliografia*

- ”Efficient Implementation of the Sum-Product Algorithm for Decoding LDPC Codes”.
- IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM’01*, vol. 2:1036 – 1036, 2001.
- [HH89] J. Hagenauer and P. Hoecher.
- ”A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and its Applications”.
- IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM’89*, pages 1680–1686, November 1989.
- [HL03] T. Hwang and Y. Li.
- ”Iterative Cyclic Prefix Reconstruction for Coded Single Carrier Systems with Frequency Domain Equalization (SC-FDE)”.
- IEEE Vehicular Technology Conference, VTC’03(Spring)*, vol. 3:1841–1845, April 2003.
- [JW96] A. E. Jones and T. A. Wilkinson.
- ”Combined Coding for Error Control and Increased Robustness to System Nonlinearities in OFDM”.
- IEEE Vehicular Technology Conference, VTC’96, ”Mobile Technology for the Human Race”*, vol. 2(28):904–908, April 1996.
- [KS98] D. Kim and G. Stüber.
- ”Residual ISI Cancellation for OFDM with Applications to HDTV Broadcasting”.
- IEEE Journal on Selected Areas on Communications, JSAC’98*, vol. 16(8):1590–1599, October 1998.
- [LC98] X. Li and L. J. Cimini.
- ”Effects of Clipping and Filtering on the Performance of OFDM”.
- IEEE Communications Letters, CL’98*, vol. 2:131–133, May 1998.

- [LC04] Shu Lin and Daniel J. Costello.  
”*Error Control Coding, Second Edition*”.  
Pearson Prentice-Hall, 2004.
- [Mac06] D. J. C. Mackay.  
”<http://www.inference.phy.cam.ac.uk/mackay/codes/data.html>”.  
*Cambridge University Press*, 2006.
- [MB01] Y. Mao and A. H. Banihashemi.  
”A Heuristic Search for Good Low-Density Parity-Check Codes at Short Block Lengths”.  
*IEEE International Conference on Communications, ICC’01*, pages 2173–2181,  
June 2001.
- [MH97] S. H. Muller and J. B. Huber.  
”OFDM with Reduced Peak-to-Average Power Ratio by Optimum Combination of Partial Transmit Sequences”.  
*IEE Electronics Letters, EL’97*, vol. 33(5):368 – 369, February 1997.
- [MN95] D. J. C. Mackay and R. M. Neal.  
”Good Codes Based on Very Sparse Matrices”.  
*5th IMA conference Colin Boyd in Cryptography and coding*, vol. 1025:100–111,  
March 1995.
- [MN97] D. J. C. Mackay and R. M. Neal.  
”Near Shannon Limit Performance of Low Density Parity Check Codes”.  
*IEE Electronics Letters, EL’97*, vol. 33(6):457–458, March 1997.
- [NL95] R. O’ Neill and L. Lopes.  
”Envelope Variations and Spectral Splatter in Clipped Multicarrier Signals”.

## *Bibliografia*

- IEEE Personal, Indoor, Mobile Radio Conference*, vol. 1(5):71–75, September 1995.
- [PI04] C. Park and G. Im.  
"Efficient DMT/OFDM Transmission with Insufficient Cyclic Prefix".  
*IEEE Communications Letters, CL'04*, vol. 8:576–578, September 2004.
- [RS00] D. Raphaeli and A. Sagui.  
"Turbo Equalization Over a Frequency Selective Channel".  
*IEEE International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, ISTC'00*, pages 371–374, September 2000.
- [Rya01] W. Ryan.  
"An Introduction to Low Density Parity Check Codes".  
*University of Arizona*, April 2001.
- [Sha48] C. E. Shannon.  
"A mathematical theory of communication".  
*IEEE Bell Systems Technical Journal, BSTJ'48*, vol. 27:397–423, 623–656, 162, 1948.
- [SKJ94] H. Sari, G. Karam, and I. Jeanclaude.  
"An Analysis of Orthogonal Frequency Division Multiplexing for Mobile Radio Applications".  
*IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'94*, vol. 3:1635–1639, June 1994.
- [Tan81] R. M. Tanner.  
"A Recursive Approach to Low Complexity Codes".  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT'81*, vol. 27(5):533–547, September 1981.

- [TH00] M. Tüchler and J. Hagenauer.  
"Turbo Equalization Using Frequency Domain Equalizers".  
*IEEE Allerton Conference'00*, pages 1234–1243, October 2000.
- [TH01] M. Tüchler and J. Hagenauer.  
"Linear Time and Frequency Domain Turbo Equalization".  
*IEEE Vehicular Technology Conference, VTC'01(Spring)*, vol. 2:1449–1453, May 2001.
- [THC03] J. Tellado, L. Hoo, and J. Cioffi.  
"Maximum Likelihood Detection of Nonlinearly Distorted Multicarrier Symbols by Iterative Decoding".  
*IEEE Transactions on Communications, TCOM'03*, vol. 51(2):218–228, February 2003.
- [Vit67] A. J. Viterbi.  
"Error Bounds for Convolutional Codes and an Asymptotically Optimum Decoding Algorithm".  
*IEEE Transactions on Information Theory, TIT'67*, vol. 13(2):97–100, April 1967.
- [Vit98] A.J. Viterbi.  
"An intuitive justification and a simplified implementation of the MAP decoder for convolutional codes".  
*IEEE Journal on Selected Areas on Communications, JSAC'98*, vol. 16(2):260–264, February 1998.
- [VY02] B. Vucetic and J. Yuan.  
"Turbo Codes: Principles and Applications".  
Kluwer Academic Publications, 2002.

***Bibliografia***

[Zeh92] E. Zehavi.

”8PSK Trellis Codes for a Rayleigh Channel”.

*IEEE Transactions on Communications, TCOM’92*, vol. 40(5):873–884, May 1992.