

Instituto Politécnico de Castelo Branco  
Escola Superior de Educação

# O Pensamento Algébrico em crianças com Necessidades Educativas Especiais - Um Estudo de Caso

Maria Terezinha Lopes Cristóvão Louro

Dissertação apresentada ao Instituto Politécnico de Castelo Branco para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Educação Especial Domínio Cognitivo e Motor 2008/2009, realizada sob a orientação científica do Professor Doutor Paulo José Martins Afonso, Professor da Unidade Técnico-Científica de Ciências, Desporto e Artes da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco.

Julho 2011

Aos meus Pais, marido e filhos e  
a todas as crianças diferentes

## Agradecimentos

Na realização deste projecto de investigação, onde uma orientação foi necessária e fundamental, vários foram os incentivos, reflexões e análises para uma orientação eficaz.

Desde já agradeço publicamente:

- Ao Professor Doutor Paulo José Martins Afonso, orientador deste estudo, pelo apoio firme e pertinência das suas observações e sugestões, bem como, pela sua disponibilidade e ajuda prestada no decurso deste trabalho.
- Aos professores da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco, responsáveis pelo Mestrado em Educação Especial Domínio Cognitivo e Motor, por toda a sabedoria transmitida.
- Às funcionárias da Biblioteca da Escola Superior de Educação, pela amabilidade, compreensão e simpatia que sempre manifestaram.
- Aos alunos que participaram neste estudo, pelo entusiasmo e empenho manifestado em todas as sessões de trabalho.
- À Professora Luisa Morgado, professora da turma onde esta investigação teve lugar; pela receptividade e disponibilidade, bem como todo o apoio prestado, através das suas sugestões e partilha de testemunhos vividos ao longo de muitos anos de experiência.
- Ao meu marido, pelo carinho, compreensão e apoio prestado em momentos decisivos, ao longo do curso e na elaboração desta investigação.
- Aos meus filhos, por terem compreendido algum silêncio, palavras fora do contexto dos seus pensamentos, mas também eles contribuíram com a sua forma de estar, com o seu olhar e com o seu sorriso.
- Aos meus pais, pelos seus exemplos, pelos seus conselhos e sacrifícios de uma vida inteira; também a eles devo o ter chegado aqui.

Dedico esta investigação a todas as crianças diferentes mas iguais, para uma melhor compreensão e integração na Família, na Escola e na Sociedade.

## Palavras chave

pensamento algébrico, necessidades educativas especiais, tarefas matemáticas.

## Resumo

A resolução de problemas constitui uma capacidade matemática fundamental e simultaneamente uma abordagem privilegiada para a aprendizagem de diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos. É, por isso, preocupante o insucesso apresentado, por vezes, pelos nossos alunos, no que se refere à resolução de problemas, tanto nas aulas de Matemática como em estudos de avaliação nacionais e internacionais. As tarefas que envolvem a exploração de padrões proporcionam um maior envolvimento dos alunos na actividade matemática, promovendo a utilização de um raciocínio organizado, baseado na formulação e teste de conjecturas, na generalização e na argumentação, o que pode contribuir para que melhorem não só a sua capacidade de resolver situações problemáticas, como também desenvolvam competências a nível de outras áreas. Por isso, é fundamental que na resolução destas tarefas, levemos os alunos a desenvolver um raciocínio flexível, tornando-os capazes de compreender e exprimirem o seu pensamento, isto é saber porque fazem.

Neste sentido, o presente estudo pretende compreender em que medida a realização de tarefas com padrões de repetição e de crescimento contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças com N.E.E.

Para substanciar a investigação utilizou-se uma metodologia de natureza descritiva - interpretativa, baseada na observação sistemática e na recolha e análise de tarefas/fichas. O estudo de carácter longitudinal foi desenvolvido durante 6 meses, durante o ano lectivo 2010/2011 com três alunos, um dos quais a beneficiar de Educação Especial e a frequentarem o terceiro ano de escolaridade. Como principais fontes de recolha de dados privilegiou-se as folhas de resolução das tarefas exploradas e das provas implementadas, no início e no final da observação, as entrevistas realizadas aos alunos - caso, relatórios e alguns documentos cedidos pela Escola.

A análise dos dados permitiu verificar que tarefas centradas na exploração de padrões conduziram os alunos ao desenvolvimento do pensamento algébrico e, por conseguinte, ao desenvolvimento da sua capacidade de generalização.

Identificou-se que há alguns factores que podem condicionar a resolução das tarefas por parte dos alunos e potenciar o surgimento de algumas dificuldades. Os resultados do estudo revelam ainda que o registo em tabelas foi útil sempre que os alunos tinham que generalizar. Revelaram algumas dificuldades no recurso a linguagem apropriada para a descrição de regras e sempre que tinham que explicar porque é que faziam desta ou daquela maneira.

Em termos gerais, a comparação dos resultados da prova inicial e da prova final permitiram concluir que houve uma evolução significativa no desempenho dos alunos ao nível dos padrões de repetição e de crescimento, através de tarefas matemáticas na sala de aula.

## Keywords

algebraical thought, special education needs, mathematical tasks.

## Abstract

Troubleshooting, is a fundamental mathematical capacity and simultaneously, a privileged approach, to learn multiple concepts, representations and mathematical procedures. That's why, it is quite worrying the failure of the majority of our students, regarding to the troubleshooting in mathematical classes and national and international evaluation studies. The tasks that involve exploring patterns provide a bigger involvement of the students in mathematics activities, promoting the use of an organized reasoning based on the formulation and conjecture test, in the generalization and argumentation, which can improve their capacity of solving problematic situations, as well as to develop skills in other areas. So, it is fundamental that during the resolution of these tasks, we take the students to develop a flexible reasoning in order to make them able to learn and express their thoughts, knowing why they do it.

Therefore the present study intends to understand how much the realization of these tasks with repetitive and growth patterns, contributes to develop the algebraical thought in a child with "Special Education Needs".

To strengthen the investigation it was used a nature descriptive methodology for interpreting, based on a systematic observation and in picking and analyzing tasks. The longitudinal study was developed during six months, in 2010/2011 school year, with three students who attended the third grade, one of them was with Special Education. The main data sources were the explored task resolution papers and the implemented tests, in the beginning and in the end of the observation, some interviews which were done to the students, reports and even some documents that were assigned by school.

The data analysis allowed us to check that tasks focused in the exploring of patterns led the students to develop the algebraical thought, and so, consequently to develop their generalization capacity.

It has been identified there are several factors which can condition the resolution of tasks by the students and potentiate the appearance of some difficulties. The study results revealed that registering in tables was useful whenever the students had to generalize. They revealed some difficulties in the use of an appropriate language to describe the rules and when they also had to explain how and why they did it.

In general terms, the comparison of the results between the initial and the final exam allowed us to come to the conclusion there was a significant evolution in the students' performance not only in the repetitive patterns but also in the growth ones through mathematical tasks in the classroom.

## Índice geral

|  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| Capítulo I .....   | 1                                   |
| 1. Introdução.....   | 1                                   |
| Capítulo II .....  | 5                                   |
| 1. - ENQUADRAMENTO TEÓRICO .....                                       | 5                                   |
| 1.1. - Álgebra e Pensamento Algébrica.....                             | 5                                   |
| 1.1.1. A Álgebra da Antiguidade ao Presente.....                       | 8                                   |
| 1.1.2. Orientações para o Ensino da Álgebra.....                       | 10                                  |
| 1.1.3. Abordagens didácticas.....                                      | 12                                  |
| 1.2. Padrões, sua importância .....                                    | 14                                  |
| 1.2.1. Padrões no Programa de Matemática do Ensino Básico.....         | 20                                  |
| 1.2.2. - Os Padrões e a resolução de problemas .....                   | 23                                  |
| 1.2.3. Os Padrões de repetição.....                                    | 28                                  |
| 1.2.4. Os Padrões de crescimento e a generalização .....               | 31                                  |
| 1.3 - Tarefas com potencial algébrico .....                            | 35                                  |
| Capítulo III .....   | 50                                  |
| 1. - METODOLOGIA.....  | 50                                  |
| 1.1. Nota Prévia .....   | 51                                  |
| 1.2. - Opções Metodológicas .....                                      | 52                                  |
| 1.3. - Sujeitos do Estudo .....  | 53                                  |
| 1.4. Descrição do Estudo .....   | 54                                  |
| 1.4.1. A turma: .....  | 54                                  |
| 1.4.2. Planificação/Escolha das Tarefas:.....                          | 54                                  |
| 1.4.3. Fases do Estudo e Procedimentos: .....                          | 55                                  |
| 1.5. - Recolha de Dados.....   | 57                                  |
| 1.6. - Tratamento de dados .....                                       | 59                                  |
| Capítulo IV .....  | 59                                  |
| 1 - Análise e Tratamento dos Dados.....                                | 59                                  |
| Capítulo V .....   | 82                                  |
| 1 - Conclusões, limitações e sugestões para investigações futuras..... | 82                                  |
| BIBLIOGRAFIA.....  | 87                                  |
| ANEXOS.....  | <b>Erro! Marcador não definido.</b> |

## Índice de figuras

|                |    |
|----------------|----|
| Figura 1.....  | 34 |
| Figura 2.....  | 34 |
| Figura 3.....  | 36 |
| Figura 4.....  | 38 |
| Figura 5.....  | 39 |
| Figura 6.....  | 40 |
| Figura 7.....  | 40 |
| Figura 8.....  | 40 |
| Figura 9.....  | 40 |
| Figura 10..... | 41 |
| Figura 11..... | 42 |
| Figura 12..... | 43 |
| Figura 13..... | 43 |
| Figura 14..... | 43 |
| Figura 15..... | 44 |
| Figura 16..... | 44 |
| Figura 17..... | 45 |
| Figura 18..... | 46 |
| Figura 19..... | 46 |
| Figura 20..... | 47 |
| Figura 21..... | 48 |
| Figura 22..... | 49 |

**Índice de tabelas**

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 .....  | 44 |
| Tabela 2. Calendarização do estudo .....  | 56 |
| Tabela 3. Descrição resumida dos métodos de recolha de dados aplicados no estudo..... | 58 |

## Índice de Gráficos

|                 |    |
|-----------------|----|
| Gráfico 1.....  | 62 |
| Gráfico 2.....  | 62 |
| Gráfico 3.....  | 65 |
| Gráfico 4.....  | 67 |
| Gráfico 5.....  | 70 |
| Gráfico 6.....  | 72 |
| Gráfico 7.....  | 75 |
| Gráfico 8.....  | 77 |
| Gráfico 9.....  | 79 |
| Gráfico 10..... | 80 |
| Gráfico 11..... | 81 |

## Lista de abreviaturas

DEB - Departamento de Educação Básica

DGEBS - Direcção Geral do Ensino Básico e Secundário

DGIDC - Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular

ME - Ministério da Educação

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics

NEE - Necessidades Educativas Especiais









# Capítulo I

## 1. Introdução

Os objectivos delineados para a Matemática escolar têm vindo a alterar-se, nestas últimas décadas, de forma a acompanhar a evolução e as necessidades da sociedade. Actualmente, é exigido que os indivíduos revelem capacidade de adaptação a novas situações, estejam aptos para aprender novas técnicas e sejam capazes de resolver problemas de forma flexível, demonstrando espírito crítico e criatividade. Uma Matemática centrada na resolução de exercícios rotineiros, privilegiando cálculos e procedimentos isolados, além de não responder às exigências colocadas actualmente ao sistema de ensino, não contribui para uma melhor compreensão do que é a matemática e do que significa fazer matemática (NCTM, 1991). Neste sentido, considera-se que a exploração de situações problemáticas envolve os alunos em momentos genuínos de actividade matemática, permitindo que se aproximem da actividade de um matemático (Polya, 1945).

As tarefas que têm subjacente a exploração de padrões poderão contribuir de forma significativa para o desenvolvimento de capacidades próprias da resolução de problemas, já que implicam a análise de casos particulares, a organização de informação de forma sistemática, o estabelecimento de conjecturas e a generalização de resultados. No contexto da resolução de problemas, a procura de padrões surge como uma estratégia poderosa que deve ser trabalhada com os alunos, já que promove o desenvolvimento do raciocínio e potencia o estabelecimento de conexões entre diversas áreas da Matemática (Abrantes, Ponte, Fonseca & Brunheira, 1999). Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006) referem que o trabalho com padrões possibilita uma aprendizagem mais significativa da Matemática e permite aos alunos um maior envolvimento na aprendizagem, melhorando desta forma as suas capacidades e competências. Efectivamente, a exploração de tarefas que envolvem a descoberta de padrões desafiam os alunos a recorrer a capacidades de pensamento de ordem superior, como o raciocínio e a comunicação, podendo, assim, contribuir para a melhoria do seu desempenho na resolução de problemas.

Nos últimos anos tem havido uma tendência de revalorização da geometria no currículo de Matemática. As ideias geométricas são úteis na representação e na resolução de problemas, em diferentes áreas da matemática e em situações em contexto real, o que fundamenta a sua relevância. Há também um forte consenso de que a geometria é uma fonte de problemas não rotineiros, que podem propiciar o desenvolvimento de capacidades relacionadas com: a visualização espacial, o raciocínio e a argumentação.

As representações de natureza visual constituem uma estratégia incontornável na resolução de problemas, actuando frequentemente como um elemento facilitador na compreensão das situações propostas e inspirando descobertas criativas.

Embora sejam apontadas diversas razões para o recurso a métodos visuais na actividade matemática, este tipo de abordagens não é muito comum na aula de Matemática, o que faz com que grande parte dos alunos apresente relutância em visualizar. Segundo Vale e Pimentel (2005), no nosso ensino é dada especial importância aos aspectos numéricos e algébricos, remetendo alguns alunos, possuidores de maiores capacidades no domínio visual, para situações de insucesso escolar, e impedindo outros, com menores capacidades nesta área, de se desenvolverem harmoniosamente. O ideal seria que o professor promovesse discussões significativas, centradas na resolução de problemas, nas quais os alunos pudessem analisar abordagens de natureza diferente e verificarem a sua equivalência. Este tipo de tarefas contribui para o desenvolvimento da flexibilidade do raciocínio, tornando os alunos melhores resolvidores de problemas, aptos para utilizar diferentes tipos de estratégias visuais e analíticas, e decidir quais as que mais se adequam a cada problema.

A investigação em Ciências da Educação e os dados estatísticos do Ministério, amplamente divulgados, indicam-nos que o insucesso escolar, no nosso Sistema de Ensino, incide principalmente na área da Matemática. Este insucesso poderá estar de alguma forma relacionado com a sobrevalorização do domínio de procedimentos e algoritmos e uma experiência reduzida com tarefas que envolvem o raciocínio e a resolução de problemas não rotineiros, na aula de Matemática. Parece-nos, pois, que esta disciplina, de alguma forma, tem contribuído para entravar os alunos ao longo do seu percurso escolar. Uma das tarefas principais que se impõe, sobretudo a professores e a educadores de crianças mais novas, é o desdramatizar o papel que, por vezes, a Matemática parece ter vindo a assumir.

As nossas crianças exigem resposta, informação, conhecimento, ajuda e saída para as mudanças rápidas que se operam neste mundo complexo que as rodeia, esperando encontrar resultados para alguns problemas através de processos de realização baseados em tentativas, erros e êxitos.

O aprender, com sucesso de uma forma estruturante, activa e construtiva, por parte de todos os alunos, certamente, conduzirá à diferença de forma, de método e de processo, o que deve ser respeitado. Será que existe a possibilidade de a Escola, a Sociedade e a Ciência reflectirem para pôr em marcha a valorização da pessoa humana na verdadeira dimensão universalista? Pensamos que sim, e para essa reflexão tentamos contribuir com este trabalho.

É pretensão nossa contribuir, de alguma forma, com esta investigação, na clarificação do processo ensino/aprendizagem da Matemática, no 1º Ciclo.

Não focalizamos, no estudo, métodos de ensino de Matemática, situamo-nos, sim, no processo estruturante e longitudinal da aprendizagem.

A escola de massas trouxe aos sistemas de ensino modernos vários desafios. O insucesso e a integração de todos os alunos em sistemas democráticos, são inseridos nos quadros legais existentes.

Tendo em conta a Declaração de Salamanca (1994, p. viii) “[...] cada criança tem características, interesses, capacidades e necessidades de aprendizagem que lhe são próprias. [...] Os sistemas de educação devem ser planeados e os programas educativos implementados, tendo em vista a vasta diversidade destas características e necessidades”.

Adoptamos, assim, a ideia referida no citado relatório (p. 7) que explicita que: “[...] assumindo que as diferenças humanas são normais e que a aprendizagem deve ser adaptada às necessidades da criança, em vez de se adaptar a concepções predeterminadas relativamente ao ritmo e à natureza do processo educativo”.

Para que crianças iguais, mas diferentes, possam atingir metas idênticas é fundamental que o processo ensino/aprendizagem seja diversificado.

Eis as razões que nos levam a realizar este trabalho:

- O permanente insucesso a que assistimos na aprendizagem da Matemática;
- A discriminação e a segregação a que são deixados os alunos com dificuldades de aprendizagem;
- A procura de desculpabilizar o insucesso por fenómenos exógenos e endógenos da Escola e da Sociedade;
- O interesse profissional, ao lidar diariamente com alunos com dificuldades de aprendizagem;
- A importância do ensino individualizado e o respeito pelas diferenças.

Pretendemos, pois, reflectir/analisar o processo de aprendizagem de uma criança com N.E.E., comparando-o com o de outras duas crianças: uma considerada a melhor da turma, a outra com mais dificuldades (não beneficiando de Educação Especial), numa perspectiva de sabermos em que medida as tarefas de aprendizagem baseadas em materiais manipulativos e na resolução de problemas de Matemática contribuem para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

Perante esta breve reflexão integradora, o problema que suporta esta investigação é a seguinte:

- Em que medida a realização de tarefas com padrões de repetição e de crescimento contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças com N.E.E?

Os Objectivos que pretendemos atingir são os seguintes:

- Identificar o percurso do desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças com dificuldades de aprendizagem.
- Comparar o desenvolvimento do pensamento algébrico de um aluno a beneficiar de Educação Especial com o de dois alunos numa turma: um considerado o melhor da turma, o outro de mais baixo rendimento; os dois últimos a trabalharem somente com a professora do Ensino Regular.

## Capítulo II

### 1. - ENQUADRAMENTO TEÓRICO

#### 1.1. - Álgebra e Pensamento Algébrico

Nos últimos anos, muitos investigadores têm-se dedicado a discutir o conceito sobre o que será o pensamento algébrico, sobretudo, no contexto do ensino da Matemática nos níveis elementares, correspondente aos 1º e 2º ciclos do ensino básico português. Desta discussão, destaca-se a associação de pensamento algébrico ao reconhecimento daquilo que é geral numa dada situação matemática e à expressão dessa generalização (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007, referenciados por Canavarro, 2009).

Maria Blanton e James Kaput, investigadores pioneiros neste domínio, designados por alguns autores como Early Algebra, caracterizam o pensamento algébrico como o “processo pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (Blanton & Kaput, 2005, citados por Canavarro, 2009, p. 6).

Esta conceptualização é consistente com a perspectiva de outros autores, como é o caso de Carolyn Kieran (2007) referenciada por Canavarro (2009), que sublinha a evolução trazida pelos defensores do pensamento algébrico:

“Álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos envolvendo os símbolos em forma de letra, mas consiste também na actividade de generalização e proporciona uma variedade de ferramentas para representar a generalidade das relações matemáticas, padrões e regras (e.g. Mason, 2005). Assim, a Álgebra passou a ser encarada não apenas como uma técnica, mas também como uma forma de pensamento e raciocínio acerca de situações matemáticas” (p. 7).

Um dos aspectos que distingue o pensamento algébrico da visão tradicional da Álgebra tem a ver com a relevância dos significados e compreensão. A Álgebra escolar tem estado ligada à manipulação dos símbolos e à reprodução de regras operatórias, muitas vezes aplicadas mecanicamente e sem compreensão, parecendo os símbolos ter adquirido um estatuto de primazia per si. Na verdade, o simbolismo algébrico concentra um poder insuperável, facilitando uma agilidade ímpar na tradução e manipulação de informação e na compactação de ideias que só assim se tornam operacionalizáveis (Smith, 2003, referenciado por Canavarro, 2009). Em virtude do uso dos símbolos e sistemas simbólicos se ter imposto, a Álgebra passou a ser vista como o estudo ou uso destes sistemas. No entanto, no centro do pensamento algébrico estão os

significados, está o uso dos símbolos como recurso para representar ideias gerais resultantes do raciocínio com compreensão. Trata-se de olhar através dos símbolos e não de olhar os símbolos (Kaput, Blanton, & Moreno, 2008, referenciados por Canavarro, 2009).

Desenvolver o pensamento algébrico implica desenvolver não só a capacidade de trabalhar com o cálculo algébrico e as funções, como a capacidade de lidar com estruturas matemáticas, relações de ordem e de equivalência, aplicando-as a diferentes domínios, quer da Matemática (interpretando e resolvendo problemas), quer a outros (Ponte, 2005). Segundo Day e Jones (1997) referenciados por Barbosa (2007), os alunos só dão início ao domínio do pensamento algébrico quando adquirem a capacidade de perceber e de construir relações entre variáveis.

Não é fácil definir pensamento algébrico. Segundo Arcavi (2006) referenciado por Barbosa (2007), o pensamento algébrico inclui a conceptualização e aplicação de generalidade, variabilidade, estrutura. O autor defende ainda que o principal instrumento da Álgebra é os símbolos, e apesar do pensamento algébrico e dos símbolos terem muito em comum, não significam exactamente a mesma coisa. Segundo o mesmo autor, pensar algebricamente consiste em usar os instrumentos simbólicos para representar o problema de forma geral, aplicar procedimentos formais para obter um resultado, e poder interpretar esse resultado (...) ter “symbol sense” implica (...) questionar os símbolos em busca de significados, e abandoná-los a favor de outra representação quando eles não proporcionam esses mesmos significados.

Neste contexto podemos afirmar que a capacidade de manipular símbolos faz parte do pensamento algébrico. Assim, torna-se essencial procurar uma forma de fazer com que os alunos entendam os símbolos. Segundo Arcavi (2006) referenciado por Barbosa (2007), são seis os aspectos fundamentais que caracterizam o sentido do símbolo (symbol sense):

- “familiarização com os símbolos, que inclui a sua compreensão e um “sentido estético” do seu poder (quando estes são usados com o objectivo de “mostrar” relações e generalizações);
- capacidade de manipular símbolos e de ler “através” de expressões simbólicas (agrega níveis de conexões e de reflexões sobre os próprios resultados);
- consciência de que podem representar, “exactamente”, relações simbólicas que expressem informações dadas ou desejadas;
- capacidade de seleccionar uma determinada representação simbólica, e em certos casos, a de reconhecer a nossa própria insatisfação perante a escolha efectuada, tendo a capacidade de procurar uma melhor;
- ter a consciência da importância de verificar o significado dos símbolos durante a aplicação de um procedimento, a resolução de um problema ou a verificação de um resultado, e comparar esses significados com os resultados, previamente, esperados;

- consciência de que os símbolos podem desempenhar “papéis” distintos em contextos distintos e desenvolver um sentido intuitivo dessas diferenças” (pp. 22,23).

### 1.1.1. A Álgebra da Antiguidade ao Presente

A História da Matemática é tão interessante e extensa quanto a própria história da humanidade e, por este motivo, é difícil escolher um critério para começar a relatá-la. Assim, decidimos relatar, de maneira sucinta, a evolução da Álgebra por meio do seu desenvolvimento em algumas civilizações importantes para a História da Matemática até chegarmos à Álgebra que é ensinada actualmente nas escolas.

A civilização Egípcia, de aproximadamente 4000 a.C., é considerada uma das mais antigas no que diz respeito ao desenvolvimento da Matemática. É uma das primeiras a possuir um sistema de numeração decimal e a representar quantidades a partir de símbolos. Muito sobre a matemática egípcia da antiguidade está registado no Papiro Ahmes copiado pelo escriba Ahmes por volta de 1650 a.C.

Apesar de este papiro conter, na sua maioria, problemas de origem aritmética, há alguns problemas que podem ser considerados já, de origem algébrica. Segundo Boyer (1974) referenciado por Carvalho (2007):

“Os problemas egípcios descritos até agora são de tipo, digamos, aritmético, mas há outros que merecem a designação de algébricos. Não se referem a objectos concretos, específicos, como pães e cerveja, nem exigem operações entre números conhecidos. Em vez disso, pedem o que equivale a soluções de equações lineares, da forma  $x + ax = b$  ou  $x + ax + bx = c$ , onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são conhecidos e  $x$  é desconhecido” (p. 15).

A civilização babilónica, de 2000 até aproximadamente 600 a.C., teve a sua importância nesse cenário: desenvolveu um sistema de escrita numérica de base sexagenal e registou as suas experiências em centenas de tabletas de barro, algumas delas encontradas em Uruk e datando cerca de 5000 anos atrás. Assim como os problemas egípcios, os problemas babilónicos também eram essencialmente aritméticos, porém também caminhavam para questões de origem algébrica. Segundo Eves (2004) referenciado por Carvalho (2007):

“Perto do ano 2000 a.C. a aritmética babilónica já havia evoluído para uma álgebra retórica bem desenvolvida. Não só se resolviam equações quadráticas, seja pelo método equivalente ao de substituição numa fórmula geral, seja pelo método de completar quadrados, como também se discutiam cúbicas (grau três) e algumas biquadradas (grau quatro)” (p. 16).

Os chineses também têm participação na história do desenvolvimento da Álgebra. Esta civilização é tão antiga quanto as civilizações egípcias e babilónicas, porém datar documentos produzidos pelos chineses da antiguidade é muito difícil e as datas podem variar por cerca de

1000 anos. Apesar de não se ter certeza sobre a data de surgimento desta civilização e da escrita de seus documentos, 2750 a.C. parece, entre os historiadores, uma data razoável para seu surgimento. Chou Pei Suang Ching, um dos clássicos mais antigos da matemática chinesa, com data aproximada de 300 a.C., continha problemas ligados à aritmética, geometria e álgebra. Segundo Boyer (1974), referenciado por Carvalho (2007):

“O Chou Pei indica que na China, como Heródoto dizia do Egípto, a geometria derivou da mensuração; e, como na Babilónia, a geometria chinesa era essencialmente um exercício de aritmética ou álgebra. Há, aparentemente, indicações no Chou Pei do teorema de Pitágoras, um teorema que os chineses tratavam algebricamente” (p.16).

Segundo Carvalho (2007), os hindus e os árabes deram uma grande contribuição para o desenvolvimento da Álgebra tal como as outras civilizações. Segundo este autor, Bhaskara, por exemplo, viveu na Índia no século XII e escreveu duas obras importantes, Lilavati e Vija-Ganita, contendo muitos problemas sobre equações lineares e quadráticas, progressões aritméticas e geométricas, radicais, ternas pitagóricas e outros. Também, Mohammed ibu - Musa al-Khowarismi, viveu em Bagdad no século VII e escreveu uma obra contendo informações sobre a numeração hindu e suas operações aritméticas. O seu livro mais importante é o Al-jabr wa'l muqabalah. Esta obra continha problemas de aritmética e álgebra e o seu primeiro nome, Al-jabr, deu origem ao termo álgebra, usado até hoje.

Ainda de acordo com Carvalho (2007):

“apesar das contribuições das civilizações egípcias, babilónicas, chinesas, hindus e árabes, foi a Matemática da civilização grega, com registos a partir do século V a.C., que deu os primeiros passos para a Álgebra como a conhecemos hoje. As primeiras escolas gregas, jónia e pitagórica, herdaram um pouco da álgebra aritmética dos babilónios, mas logo a transformam numa álgebra geométrica para tratar de problemas em que dados a soma e o produto de dois lados de um rectângulo se pediam as dimensões. A obra Elementos de Euclides (século III a.C.) é considerada o cume da álgebra geométrica, pois sistematiza a geometria com uma estrutura pouco vista anteriormente. Mesmo com essa evolução, a Álgebra ainda se apresentava de forma retórica onde todas as explicações eram escritas com palavras. Foi a partir da obra Arithmetica de Diofanto (aproximadamente século III d.C.) que a Álgebra passou a ser escrita com símbolos para simplificar as explicações. A obra de Diofanto é basicamente uma colecção de 150 problemas tratados de forma aritmética. Considera-se Diofanto importante para a evolução da álgebra pelo facto deste ter inserido a notação algébrica que deu origem aquela que usamos hoje” (pp. 16,17).

Segundo Eves (2004) referenciado por Carvalho (2007):

“O desenvolvimento da notação algébrica foi dividido em três estágios por Nesselmann em 1842. O primeiro estágio é classificado como álgebra retórica em que as argumentações nos problemas eram escritas com palavras. No segundo estágio, iniciado por Diofanto, temos a álgebra sincopada em que algumas quantidades e operações que se repetem com frequência numa argumentação foram substituídas por símbolos. O último estágio é chamado de álgebra simbólica, iniciada por François Viète (1540-1603)” (p. 17).

Esta pequena história do desenvolvimento da Álgebra nas civilizações antigas sugere-nos que esta noção matemática começou a partir de questões da aritmética tratadas na civilização egípcia e babilónica cerca de 4000 a.C. É interessante observarmos que os problemas da aritmética começaram com objectos concretos derivados, geralmente, das questões envolvendo a mensuração. Devido a esse facto, é comum encontrarmos registos de que a Álgebra começou a partir da geometria.

### 1.1.2. Orientações para o Ensino da Álgebra

Nos últimos anos tem-se assistido a um movimento que defende a integração do pensamento algébrico na Matemática escolar desde o seu início. Na sua origem está a crescente convicção de que as dificuldades dos alunos neste domínio, largamente documentadas pela investigação (Carraher & Schliemann, 2007; Schliemann, Carraher & Brizuela, 2007, referenciados por Canavarro, 2009), residem, em grande parte, no conteúdo que tem prevalecido nos programas de Álgebra, muito centrados na utilização de simbologia desprovida de significado, com ênfase na aplicação de regras e técnicas visando a manipulação simbólica e com elevado grau de abstracção. Além disso, frequentemente a Álgebra constituiu um domínio à parte, isolado dos outros temas do currículo de Matemática, e isolado, também, dos interesses dos alunos, que tendem a não lhe reconhecer valor.

“A investigação tem vindo, pois, a recomendar uma “algebrização do currículo”, significando com isso uma abordagem ao pensamento algébrico desde o início da escolaridade, integrando-o com outros temas matemáticos, incluindo diferentes vertentes, tendo por base as capacidades cognitivas e linguísticas dos alunos, e encorajando uma aprendizagem activa que valorize a construção de significados e a compreensão” (Kaput, 1999, citado por Canavarro, 2009, p. 92).

A opção pela introdução do pensamento algébrico nos novos programas implica uma enorme reflexão sobre a natureza das tarefas matemáticas a propor aos alunos para contribuir para o desenvolvimento do seu pensamento, raciocínio e abstracção. Afigura-se também, como uma oportunidade para o professor criar e recriar, experimentar e fazer sugestões, e quem sabe,

essas tarefas possam, em grande medida, ser uma mais valia nos currículos das crianças com necessidades educativas especiais.

“O nosso desafio é encontrar formas de tornar o poder da Álgebra (na verdade, de toda a Matemática) acessível a todos os alunos, encontrar formas de ensino que criem ambientes de sala de aula que permitam aos alunos aprender com compreensão” (Kaput, 1999, citado por Canavarro, 2009, p. 96).

A vertente que pretendemos abordar está relacionada com a preocupação cognitiva dos alunos no seu processo de aprendizagem algébrica segundo alguns teóricos, isto é, como se processa a representação mental do conhecimento matemático do aluno. Os problemas de aprendizagem da álgebra estão relacionados com o processo cognitivo do aluno, com os seus conhecimentos e com as ideias de álgebra que o discente tem como representação mental. O conhecimento do mundo (científico, cultural, histórico etc.) é importante no ensino/aprendizagem da matemática, tanto para o professor como para o aluno. Entendemos que a natureza dos comportamentos dos estudantes, ao resolverem situações matemáticas pode ser interpretada pela psicologia de algumas formas, a partir do Behaviorismo, e das teorias de Piaget, de Vygotsky, entre outros.

De acordo com (Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993, citados por Cury, Lannes, Brolezzi e Vianna, 2002), há três concepções de educação algébrica que, historicamente, vêm exercendo maior influência no ensino da matemática elementar. A primeira, chamada de **linguístico-pragmática**, foi predominante durante o século XIX e estendeu-se até metade do século XX e privilegia as técnicas do “transformismo algébrico”, dissociado das situações reais e preocupado apenas com o emprego de regras e propriedades no trabalho com expressões algébricas. A segunda concepção, **fundamentalista-estrutural**, predominante nas décadas de 1970 e 1980, trouxe consigo uma nova forma de interpretar a álgebra no ensino, tendo por base as propriedades estruturais das operações para justificar logicamente cada passagem usada no transformismo algébrico, mas procurando dar uma fundamentação aos vários campos da matemática. A terceira concepção, chamada **fundamentalista-analógica**, faz uma síntese das anteriores, procurando recuperar o valor instrumental da álgebra, mas fazendo uso de recursos analógicos, geométricos (uso da noção de área para ensinar produtos notáveis) ou físicos (uso da balança de dois pratos para ensinar resolução de equações).

O ponto problemático e comum entre essas três concepções, segundo (Fiorentini, Miorim e Miguel, 1993, citados por Fiorentini, Fernandes e Cristovão, 2005), é que as mesmas limitam o ensino da álgebra aos seus aspectos linguísticos e transformistas, dando mais importância à sintaxe da linguagem algébrica que ao pensamento algébrico e seu processo de significação (a semântica). O mesmo é dizer que as três concepções destacam o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, dando prioridade ao domínio de habilidades manipulativas das expressões algébricas, por parte do aluno. A álgebra é uma forma específica de pensamento e de

leitura do mundo e não apenas um instrumento técnico-formal que facilita a resolução de certos problemas.

Essa análise desafia-nos a repensar o ensino da Álgebra, trazendo como foco de reflexão a relação entre pensamento e linguagem. Para Vygotsky (1993), pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento da outra e vice-versa. Ou seja, no processo ensino-aprendizagem, a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico.

A iniciação ao desenvolvimento do pensamento algébrico poderá ocorrer já desde os primeiros anos de escolarização. Segundo o educador matemático Ken Milton (1989), citado por Fiorentin, Fernandes e Cristóvão (2005), “aquilo que ensinamos e a forma como ensinamos aritmética, têm fortes implicações para o desenvolvimento do pensamento algébrico” (p.5).

As tarefas exploratório-investigativas - que pretendem levar os alunos a pensar genericamente, perceber regularidades e explicitar essa regularidade através de estruturas ou expressões matemáticas, pensar analiticamente, estabelecer relações entre grandezas variáveis,... (Fiorentini; Miorim e Miguel, 1993, referenciados por Fiorentini, Fernandes e Cristóvão, 2005), poderão ser uma forte alternativa para o desenvolvimento inter-relacionado do pensamento e da linguagem algébrica.

Tomando por base a evolução história da álgebra, esses autores sustentam que, pedagogicamente, o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente antes mesmo da existência de uma linguagem algébrica simbólica. Isso acontece, sobretudo, quando a criança estabelece relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos.

### 1.1.3. Abordagens didáticas

Em estreita ligação com a questão dos conceitos centrais no ensino-aprendizagem deste tema, surgem as abordagens didáticas. A este respeito, devemos notar que o ensino da Álgebra elementar tem conhecido mudanças significativas através dos tempos.

Na opinião de Lins e Giménez (1997) citados por Ponte, Branco e Matos (2009), a primeira corrente corresponde à visão letrista, que:

“reduz a Álgebra exclusivamente à sua vertente simbólica. Esta visão tem uma versão (pobre), em que o objectivo é aprender a manipular os símbolos, apenas por treino e prática, e tem uma versão “melhorada” segundo a qual o objectivo é aprender a manipular correctamente os símbolos, recorrendo a apoios intuitivos como modelos analógicos, de carácter geométrico (como figuras, objectos) ou físico (como a balança).

Com estes apoios intuitivos procura dar-se significado às manipulações, o que raramente se consegue, dada a preocupação central com os aspectos sintácticos” (pp. 13,14).

Esta visão defende que a Álgebra constitui um instrumento técnico para a resolução de problemas mais poderoso que a Aritmética e coloca a ênfase no domínio das respectivas regras sintácticas para a transformação de expressões - actividade que Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) referenciados por Ponte, Branco e Matos (2009), designam de transformismo algébrico. Entende-se que se o aluno dominar essas regras, posteriormente é capaz de as aplicar a situações concretas.

Nesta abordagem, as situações extra-matemáticas têm um papel secundário. Nos manuais de há um século, tais situações apenas surgem nos capítulos de “Problemas” dos 1.º e 2.º graus, sendo consideradas como simples campo de aplicação. Nos manuais actuais estas situações têm uma presença muito mais significativa, servindo muitas vezes de ilustração na apresentação dos conceitos.

Segundo os investigadores, Ponte, Branco e Matos (2009), a segunda corrente corresponde à visão estruturalista subjacente ao movimento da Matemática moderna. Para esta corrente, a atenção deve centrar-se nas estruturas algébricas abstractas, ou seja, nas propriedades das operações numéricas ou das transformações geométricas. Nas tarefas com expressões algébricas e equações, dá-se especial atenção às propriedades estruturais para fundamentar e justificar as transformações a efectuar.

Para os mesmos investigadores, uma terceira corrente procura superar as limitações das duas anteriores, preservando, no entanto, os respectivos contributos. Assim, procura recuperar-se o valor instrumental da Álgebra, mas sem a limitar apenas à resolução de problemas susceptíveis de serem resolvidos através de uma equação ou um sistema de equações. Procura dar-se destaque aos significados que podem ser representados por símbolos levando os alunos a “pensar genericamente”, percebendo regularidades e explicitando essas regularidades através de estruturas ou expressões matemáticas e a “pensar funcionalmente”, estabelecendo relações entre variáveis. Procura agora valorizar-se a linguagem algébrica como meio de representar ideias e não apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas. Trata-se, no fundo, de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, tal como referimos no capítulo anterior. Esta perspectiva traduz-se num movimento que se desenha desde o início da década de 1980 que visa a revalorização da Álgebra no currículo da Matemática escolar. Isso passa por entender a Álgebra de uma forma ampla e multifacetada, valorizando o pensamento algébrico e tornando-o uma orientação transversal do currículo, tal como acontece desde há largas dezenas de anos com o pensamento geométrico.

Tornar o pensamento algébrico uma orientação transversal do currículo significa, como sugerem Kaput e Blanton (2005) referenciados por Ponte, Branco e Matos (2009):

- “Promover hábitos de pensamento e de representação em que se procure a generalização, sempre que possível;
- Tratar os números e as operações algebricamente - prestar atenção às relações existentes (e não só aos valores numéricos em si) como objectos formais para o pensamento algébrico;
- Promover o estudo de padrões e regularidades, a partir do 1.º ciclo” (p. 15).

Esta terceira corrente é a que informa o Programa de Matemática. Nela, as situações extra-matemáticas têm um papel importante como ponto de partida para a construção de modelos e exploração de relações. Mais do que simples ilustração ou aplicação, é nelas que os alunos encontram os elementos com os quais constroem representações e modelos para descrever fenómenos e situações, que estão na base de novos conceitos e relações matemáticas. Esta corrente favorece uma iniciação ao pensamento algébrico desde os primeiros anos de escolaridade, através do estudo de sequências e regularidades (envolvendo objectos diversos), padrões geométricos, e relações numéricas associadas a importantes propriedades dos números.

Uma questão que atravessa todas as correntes anteriores é a actividade que os alunos realizam. Nas duas primeiras correntes, esta actividade traduz-se essencialmente na resolução de exercícios e, eventualmente, alguns problemas. O que varia é o foco das tarefas propostas - expressões, equações e funções, no primeiro caso, conjuntos, grupos, espaços vectoriais, no segundo. Na terceira corrente, a actividade a realizar pelo aluno assume necessariamente outra natureza, desenvolvendo-se a partir de tarefas de cunho exploratório ou de investigação, seja em contexto matemático ou extra-matemático.

## 1.2. Padrões, sua importância

A identificação de um padrão é algo muito pessoal por estar relacionado com a forma como interpretamos o mundo. Mesmo os investigadores que se dedicam ao tema consideram o conceito de padrão muito variável, associando-o ao contexto em que é utilizado (Orton, 1999). Para Vale, Palhares, Cabrita e Borralho (2006), padrão é um conceito utilizado principalmente para referir disposições ou arranjos, sejam eles geométricos, numéricos ou mesmo sonoros.

Para Palhares e Mamede (2002), o facto de não se encontrar uma história específica dos padrões na História da Matemática, pode conduzir a dois tipos de problemas muito típicos na educação matemática: o empobrecimento do conceito por se assumir uma visão restrita e por outro lado o seu esvaziamento, por ser simultaneamente bastante amplo. O que caracteriza então um padrão? Vale et al. (2006) apontam a ideia de ser usado de diferentes formas no dia-a-dia e fornece alguns exemplos como o padrão cultural, usado na Sociologia, os padrões rítmicos da Música, de movimentos da Educação Física, os padrões espaciais ou de distribuição da

Geografia, entre outros. Contudo estas autoras defendem a idéia de todos eles poderem ser estudados à luz da Matemática.

Para Orton (1999) é provável o uso do termo padrão com diferentes significados; como uma disposição ou arranjo de formas, cores ou sons, sem regularidade evidente. Por outro lado, pode ser exigido que esse arranjo tenha determinada regularidade evidente, através, por exemplo, de simetria ou repetição. Este autor, no entanto, alerta para o facto de em Geometria o conceito de padrão incluir também ideias relacionadas com o reconhecimento de formas e com a congruência e semelhança.

Perante a questão “o que é um padrão?”, é comum fazer-se de imediato a associação aos frisos ou padrões de papel de parede mas esta perspectiva é bastante redutora, dada a abrangência deste conceito, como refere, por exemplo, Devlin (2002). Para este autor, o que o matemático faz é examinar “padrões” abstractos - padrões numéricos, padrões de formas, padrões de movimento, padrões de comportamento, etc.

Esta interpretação de Devlin (2002), realça a existência de padrões de diversos tipos no universo que nos rodeia. É possível identificá-los numa grande diversidade de contextos: nos elementos matemáticos; na natureza; na arquitectura; na arte; nos sistemas computacionais, entre outros.

A natureza multifacetada do conceito de padrão, assim como as suas múltiplas utilizações, fazem com que possa ser caracterizado e representado de diferentes formas, o que dificulta também a sua descrição. Efectivamente, o termo padrão pode ser utilizado com diferentes significados. Por um lado, pode ser usado simplesmente em relação a uma disposição ou arranjo particular de formas, cores ou sons, sem uma regularidade evidente. Por outro lado, pode ser exigido que esse arranjo possua algum tipo de regularidade evidente, por exemplo através de simetria ou repetição (Orton, 1999).

Para Vale et al. (2006), “o conceito de padrão tem-se revelado bastante fluído, com definições muito díspares, consoante a utilização que é pretendida” (p.195). Mais do que pretender definir padrão em Matemática, situação que tem sido contornada pela literatura, será mais útil perguntar o que é que o caracteriza. Vários autores, entre eles Smith (2003) referenciado por Alvarenga e Vale (2007), referem que identificamos um padrão nas situações em que vemos ou imaginamos a possibilidade de repetição ou um modo de continuação. Como estes autores indicam, as componentes de mudança, repetição ou extensão são centrais na ideia de padrão.

A procura de padrões está na base da tentativa de compreender e explicar os fenómenos e as relações entre eles, processo inerente ao funcionamento da inteligência humana. O instinto do cientista é tentar entender o mundo natural e o do matemático é entender a estrutura, os

processos, procurar regras, ou seja, padrões. Nesta perspectiva o estudo dos padrões é quase incontornável já que aparecem tanto no mundo à nossa volta como na própria Matemática. No entanto, a natureza multifacetada do termo padrão torna complexa a tarefa de formular uma definição que abranja todas as perspectivas e contextos em que pode ser identificado, por isso tem dado lugar a “definições muito díspares, consoante a utilização que é pretendida” (Vale et al., 2006, p. 195).

Como muito bem expressa Orton (1999) citado por Palhares e Mamede (2002), é muito difícil definir padrão, mesmo em Matemática. Uma das dificuldades reside no facto da palavra ter uma variedade de significados diferentes, podendo, por exemplo, ser usada para referir uma disposição particular ou arranjo de formas, cores ou sons sem óbvia regularidade, formando uma imagem ou representação reconhecível. Em Matemática, no entanto, o termo padrão está ligado à ideia de regularidade de algum tipo (Orton, 1999). Podemos distinguir padrões dentro do campo geométrico, onde o tipo de regularidade assenta na ideia de simetria, ou ainda dentro do campo numérico (sequência numérica). No entanto, os padrões relevantes para o pré-escolar não são de nenhum destes tipos.

Os padrões no pré-escolar assentam, fundamentalmente, no desenvolvimento do raciocínio lógico. Assim, podemos definir tais padrões como sendo as disposições que têm subjacentes regras lógicas de formação, podendo ser estritamente repetitivos ou não (Barros e Palhares, 2001; DEB, 1997).

Em Portugal, as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar salientam a importância dos padrões como forma de desenvolver o raciocínio lógico (DEB, 1997); também Barros e Palhares (2001) referem a sua contribuição para o desenvolvimento do raciocínio lógico, chamando a atenção que podem ser um veículo para que as crianças generalizem localmente, já que não é de esperar que o façam globalmente, salientando ainda a sua importância para a resolução de problemas.

Orton (1999), apoiando-se na psicologia de Gestalt, refere ser uma qualidade humana a interpretação das experiências e sensações como um todo organizado e não como uma colecção de unidades separadas de dados. Em todas as áreas parece que somos atraídos pela regularidade e tentamos, ao interpretar situações, procurar ou mesmo impor padrões. Assim, segundo o autor, ao integrar os padrões no ensino da Matemática, estamos a tentar ajudar os alunos a extrair significado e a facilitar posterior recollecção, para lá, é claro, do prazer que podemos proporcionar.

De acordo com Vale e Pimentel (2009), paralelamente ao desenvolvimento de conceitos matemáticos, o trabalho com padrões permite preparar os alunos para aprendizagens posteriores, para além do desenvolvimento de capacidades transversais de resolução de problemas, raciocínio e comunicação. Ainda, segundo as mesmas autoras, relativamente aos 1º e 2º ciclos do ensino básico, não se pretende ensinar os alunos a resolver equações ou mesmo a

manipular símbolos algébricos, mas a passar por diversas experiências de aprendizagem que valorizem, por um lado, a descoberta, continuação e construção de padrões e o percurso em direcção à explicitação de uma lei de formação e, por outro, a generalização de propriedades dos números ou das operações.

“Cada vez mais, educadores e matemáticos mostram-se interessados em analisar o papel dos padrões no ensino - aprendizagem da Matemática. A definição da Matemática como “a ciência dos padrões” parece mesmo ser consensual entre a maioria dos matemáticos. Esta forma de entender a Matemática acabou, também, por provocar alterações no modo como a disciplina é vista por alunos e professores. Deixa de ser considerada apenas como um produto, um corpo de conhecimentos altamente abstracto e especializado, e começa a ser entendida como um processo, onde os alunos podem aceder a uma profunda compreensão da “sua” Matemática e sejam capazes de explicar e justificar os seus procedimentos e pensamentos. Com base nesta perspectiva, vários investigadores apontam a exploração de padrões como uma actividade que proporciona contextos de aprendizagem bastante ricos e motivantes para os alunos, onde o seu poder matemático pode ser explorado e a apreciação pela beleza matemática pode ser desenvolvida (Kilpatrick, Martin e Schifter, 2003; NCTM, 1993, 2000; Orton, 1999; Vale e Pimentel, 2005, referenciados por Alvarenga e Vale, 2007, pp. 4,5)”.

Nourot e Van Hoorn (1991) referenciados por Palhares e Mamede (2002) puderam observar diferenças de estilo no jogo dramático, actividades artísticas e contagem de histórias entre “padronistas” (patterners) e “dramatistas” (dramatists). Os padronistas preocupam-se com as propriedades e os arranjos espaciais de objectos, enquanto que os dramatistas estão mais interessados nas relações interpessoais e na narrativa de acontecimentos. Também Garrick, Threlfall e Orton (1999), referenciados por Palhares e Mamede (2002) conseguiram observar um grupo de padronistas e outro de dramatistas no jogo livre com blocos de madeira. Conseguiram ainda observar um grupo de crianças que misturava os dois estilos. Parece, assim, poder concluir-se, pela necessidade de dar maior atenção aos dramatistas de forma a enriquecerem o desenvolvimento matemático no trabalho com padrões.

Como já referimos anteriormente, os padrões no pré-escolar podem ser muito variados quer no tipo como na concretização. Pensando apenas num dos tipos, ABABAB, existem dezenas de possíveis concretizações não sendo de esperar que a criança consiga aplicar a estrutura a cada um dos casos, sendo antes de esperar que vá lentamente abstraindo a estrutura através da exploração das variadas concretizações.

Trelfall (1999) referenciado por Palhares e Mamede (2002) descreveu como ajudar as crianças a gerar padrões com pauzinhos, tijolos de construção, berlindes, pedras ou com areia molhada, ou usando sons como, por exemplo, nos padrões de palmas, ou movimento como passo e salto; arranjando objectos como conchas, formas, bonecos, etc; produzindo imagens por

pintura, impressão ou desenho; usando instrumentos musicais; usando representações icônicas e simbólicas como pontos coloridos, letras, números, etc. Os padrões repetitivos podem contemplar um atributo, por exemplo a cor, o tamanho, a forma ou a orientação dos objectos, enquanto que os outros atributos ficam na mesma, ou variam de um modo arbitrário; podem contemplar mais do que um atributo e podem envolver o número como uma dimensão adicional, por exemplo usando dois de cada tipo numa repetição. Assim, podem existir padrões muito complexos usando materiais simples.

Baratta-Lorton (1995) referenciado por Palhares e Mamede (2002), no seu livro *Mathematics Their Way*, considera:

“que os padrões são o tema subjacente à Matemática, afirma que a capacidade de reconhecer e usar padrões é uma valiosa ferramenta na resolução de problemas e pode ainda ter um efeito profundo no desenvolvimento da compreensão matemática da criança. Considera que deve haver oportunidades de experimentar padrões em forma visual, auditiva e física, e dá grande importância à verbalização dos padrões. Propõe actividades muito variadas com padrões dando ênfase à transposição de padrões para outras formas, à observação de semelhanças e diferenças, à análise e comparação de padrões, ao reforço da progressão esquerda para a direita, ao raciocínio dedutivo, à conexão das ideias abstractas com o mundo real, à produção e verificação de conjecturas para lá, é claro, da reprodução e extensão e/ou criação de padrões” (p. 112).

As tarefas deste âmbito, a apresentar aos alunos no ensino básico, podem ser constituídas por sequências repetitivas ou por sequências crescentes. Nas sequências repetitivas, existe um conjunto de elementos (termos) que se repete, sendo a sequência formada pelos mesmos elementos repetidos pela mesma ordem infinitamente. A procura de padrões neste tipo de sequências leva os alunos à análise dos seus elementos, à identificação da unidade que se repete e, numa fase posterior, à generalização relativamente à ordem dos vários elementos da sequência. O trabalho com este tipo de sequências pode facilitar o desenvolvimento de capacidades de manipulação simbólica e de generalização, mesmo em crianças pequenas (Threlfall, 1999).

As sequências crescentes são formadas por elementos diferentes entre si (termos), mas relacionados uns com os outros e com a sua posição (ordem) na sequência (Ponte, Branco, & Matos, 2009). Segundo estes autores, a forma de crescimento destas sequências está sempre associado a uma sequência numérica, podendo os elementos dessa sequência ser números ou objectos dispostos em configurações pictóricas e cuja contagem permite obter o valor numérico da ordem correspondente.

Um tipo de sequências também muito presente na matemática escolar são as lineares, onde o padrão aumenta ou diminui sempre na mesma proporção (Hargreaves, Threlfall, Frobisher, & Shorrocks-Taylor, 1999, citados por Cunha, 2010). Também Liljedahl (2004) citado

por Cunha (2010) refere-se a este tipo de sequências como padrões numéricos, uma vez que a sua importância está, principalmente, relacionada com o valor numérico de cada elemento, e muitas vezes reconhecidos pelos alunos como sequências de números familiares, por exemplo, os múltiplos de certos números naturais.

Vale e Pimentel (2009) defendem que os padrões permitem que os alunos construam uma imagem mais positiva da Matemática por apelarem fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas, promovam uma melhor compreensão das suas faculdades matemáticas, desenvolvam a sua capacidade de classificar e ordenar informação e entendam a ligação entre a Matemática e o mundo em que vivem.

Ainda, de acordo com Vale e Pimentel (2009):

“Ser professor de Matemática significa, também, seleccionar, implementar e apresentar tarefas que maximizem o potencial de aprendizagem dos alunos e que proporcionem a oportunidade de:

- usar múltiplas representações de um padrão - concreta, pictórica e simbólica de uma representação para outra;
- averiguar se uma lista de números mostra alguma regularidade;
- descobrir o padrão numa sequência;
- descrever o padrão oralmente e por escrito;
- continuar uma sequência;
- prever termos numa sequência;
- generalizar;
- construir uma sequência.

Através da resolução de problemas, onde a procura de padrões seja uma estratégia fundamental, os estudantes podem experienciar a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos” (p.8).

As mudanças nas orientações do Programa de Matemática implicam uma reflexão aprofundada sobre as tarefas matemáticas propostas aos alunos, de modo a possibilitar o desenvolvimento do pensamento algébrico (Oliveira, 2009) e do raciocínio matemático. A exploração de sequências e padrões são um modo muito rico de trabalhar o currículo da matemática transversalmente “tanto a nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível e, também, na forte ligação que tem com a resolução de problemas, com actividades de exploração e de investigação” (Vale e Pimentel, 2009, p. 8). Alguns investigadores chegam a definir a matemática como a ciência dos padrões, pois faz parte da natureza humana a procura pela regularidade, pela ordem e pela existência de uma estrutura

(Vale e Pimentel, 2005). Na realidade, da mesma forma que a matemática se encontra presente em todos os aspectos da nossa vida quotidiana, também os padrões nos acompanham diariamente.

### 1.2.1. Padrões no Programa de Matemática do Ensino Básico

Nos novos programas é notória a ênfase nos padrões e regularidades, e onde as actividades à volta deste tema assumem um carácter transversal.

Fazendo uma análise aos currículos, apercebemo-nos que os padrões do Ensino Básico são um tema transversal a vários níveis de escolaridade e servem propósitos imediatos de diferentes conteúdos.

Se nos centrarmos no programa de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico (ME-DGEB, 1990), verificamos que o mesmo se encontra organizado em três grandes blocos: Números e Operações, Forma e Espaço, Grandezas e Medidas. Para além dos blocos, o programa refere suportes de aprendizagem, com indicações a material, actividades recorrentes e linguagem e representação. Na busca de referências a palavras relacionadas com os padrões foi possível detectá-las em todos os blocos do programa, com maior ou menor incidência.

No bloco dos Números e Operações faz-se referência explícita aos padrões, às regularidades, às sequências e a regras a partir do 2.º ano. Por exemplo, pode ler-se que os alunos devem: no 2º ano “explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção”, “descobrir regularidades nas contagens de 5 em 5, 10 em 10”, explorar e usar regularidades e padrões na adição e na subtracção”, “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,1 e por 10”; no 3º ano “explorar e usar regularidades e padrões na adição, na subtracção e multiplicação”, “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 100 e por 1000”; no 4º ano “ordenar números inteiros em sequências crescentes e decrescentes”, “descobrir a regra para obter o quociente de um número por 100 e por 1000”, “descobrir a regra para calcular o produto de um número por 0,01 e 0,001” (pp. 174-177).

No bloco Forma e Espaço é feita referência a padrão, a frisos e ao seguimento de regras. Por exemplo, pode ler-se que os alunos devem: no 1º ano “seguindo regras simples (nº de quadrícula)” (p. 181); no 2º ano “fazer desenhos decorativos frisos em papel quadriculado”; nos 3º e 4º anos “desenhar frisos e rosáceas” e “fazer uma composição a partir de um padrão dado” (p. 183).

No âmbito dos suportes de aprendizagem, na referência ao material, o programa dá relevância a jogos que favoreçam “a capacidade de aceitar e seguir uma regra” (p. 169).

Também aqui se utiliza a palavra disposição, mais uma vez se referindo aos materiais colocados à disposição do aluno e não podendo relacionar-se com o tema dos padrões.

Por fim, podemos constatar, pelas ideias expressas, que os padrões no ensino básico são um tema transversal a vários níveis de escolaridade e servem propósitos imediatos de diferentes conteúdos. Apesar de ser um tema que não aparece de forma expressa em todas as orientações programáticas nacionais, apresentam várias oportunidades para serem explorados em qualquer tema matemático desde o Jardim de Infância.

Já com mais clareza, o novo Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) enfatiza os padrões e regularidades assumindo as actividades à volta deste tema um carácter transversal. Este programa encontra-se organizado em quatro grandes temas: Números e Operações, Geometria e Medida, Álgebra e Organização e Tratamento de Dados.

Se fizermos uma pesquisa de palavras relativas a padrões encontramos-las nas Finalidades do Ensino da Matemática, nos Objectivos Gerais e nos Temas Matemáticos e Capacidades Transversais.

“Nas Finalidades e nos Objectos Gerais do Ensino da Matemática existem referências a regularidades e a generalizações. Indica-se, por exemplo, que a Matemática se constituiu como domínio autónomo ao estudo dos números e operações, das formas geométricas, das estruturas e regularidades, da variação, do acaso e da incerteza” (p. 2).

“Nos objectivos Gerais do Ensino da Matemática defende-se que os alunos devem ser capazes de raciocinar matematicamente, isto é, entre outros aspectos, devem ser capazes de reconhecer e apresentar generalizações matemáticas e exemplos e contra-exemplos de uma afirmação (p. 5) e explorar regularidades e formular e investigar conjecturas matemáticas” (p. 6).

Nos Temas Matemáticos e Capacidades Transversais referem-se as sequências como sendo essenciais ao desenvolvimento das primeiras ideias algébricas dos alunos. No 1º Ciclo do Ensino Básico, no tema Números e Operações, há alusão aos termos padrões, regularidades, sequências, regra, lei de formação e sucessões.

No tema Geometria e Medida, no 1º Ciclo do Ensino Básico, surgem também explicitamente referências a padrão, sequência, frisos, pavimentações e configurações. Por exemplo, nas indicações metodológicas é referido que observar trabalhos de arte decorativa (azulejos, bordados e tapetes) pode entusiasmar os alunos a explorarem aspectos relacionados com simetrias e pavimentações e a aperceberem-se da beleza visual que a matemática pode proporcionar (p. 21). A referência aos padrões geométricos surge pela primeira vez no 2º ciclo, apesar de, na articulação com o 1º Ciclo do Ensino Básico, se referir este tipo de padrão como sendo um meio de desenvolver nos alunos, já desde o ciclo anterior, o pensamento algébrico.

Espera-se que este ciclo possa contribuir para que os alunos ampliem e aprofundem esse trabalho explorando padrões, determinando termos de uma sequência a partir da sua lei de formação e uma lei de formação pelo estudo da relação entre os termos (p.40) e ainda que as isometrias, que começam a ser abordadas no 1º Ciclo e utilizadas no estudo dos frisos. Nos Objectivos Gerais de aprendizagem sobre este tema, refere-se que os alunos devem ser capazes de analisar padrões geométricos e desenvolver o conceito de simetria (p. 36) e também nos Objectivos Específicos do tópico Reflexão, Rotação e Translação salienta-se a importância de identificar as simetrias de frisos e rosáceas (...) construir frisos e rosáceas (p. 38).

Uma das apostas mais significativas deste programa é o facto da Álgebra ser considerada como forma de pensamento matemático, desde o 1º Ciclo do Ensino Básico.

Finalmente na Organização e Tratamento de Dados, no 1º Ciclo do Ensino Básico, refere-se a palavra regularidade nas indicações Metodológicas quando são focados conceitos específicos.

A realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluírem que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade ao fim de muitas realizações da experiência (p. 27).

No que respeita ao Raciocínio Matemático o Programa refere que o professor deve proporcionar situações em que os alunos raciocinem indutivamente (formulando conjecturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e dedutivamente (demonstrando essas conjecturas) (p. 64). Em relação à Comunicação Matemática aponta para a necessidade de descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (por exemplo, de um colega, de um texto, do professor) (p. 63).

A análise deste programa permite que se encontrem referências aos padrões desde os quatro temas em que o programa está organizado, com especial relevo para os temas da Álgebra e da Geometria, até às Capacidades Transversais a desenvolver, onde no tópico da Resolução de Problemas se encomenda a apresentação de problemas que possam ser resolvidos por diferentes estratégias, em particular a identificação de regularidades (p.46). Estes exemplos são um reconhecimento inequívoco do papel das tarefas com padrões no desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática.

Importa ainda referir que as provas de aferição dos 4º, 6º e 9º anos apresentam questões típicas de quem trabalha com padrões, e que, em nosso entendimento, já vinham fazendo a ponte entre os dois programas, ou seja o presente e o futuro dos padrões no ensino básico.

Estamos conscientes de que há um longo percurso a fazer junto dos alunos e professores, sobre as potencialidades dos padrões no desenvolvimento do conhecimento matemático. Estas vão muito mais além do que a exploração de padrões de repetição e além do campo da Geometria. A sua riqueza reside na sua transversalidade, tanto ao nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível, e também na forte ligação que tem com a resolução de problemas, como uma estratégia riquíssima que é a procura de padrões.

### 1.2.2.- Os Padrões e a resolução de problemas

Importância da resolução de problemas na Matemática:

“Atendendo às rápidas mudanças que a sociedade tem vindo a sofrer, há a necessidade de cada vez mais os indivíduos se tornarem capazes de resolver as inúmeras situações problemáticas com as quais se confrontam no seu dia a dia. Nesta perspectiva, a disciplina de Matemática poderá assumir um papel importante pois poderá propiciar condições para o desenvolvimento de indivíduos que sejam capazes de pensar de uma forma flexível, crítica eficaz e criativa” (Loureiro et al., 1992, citado por Afonso, 1995, p. 19).

Segundo o NCTM (2007) a resolução de problemas permite ao aluno desenvolver novas formas de pensar, assim como hábitos de persistência e de curiosidade, além de permitir ampliar e consolidar as aprendizagens realizadas. A resolução de problemas está intimamente ligada aos padrões, pois a forma utilizada para descobrir um padrão parte da utilização de poderosas estratégias para resolver problemas (Vale, Palhares, Cabrita, e Borralho, 2006).

A resolução de problemas envolvendo o estudo de padrões e sequências tornou-se assim numa forma de auxiliar o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos dos níveis de escolaridade mais elementares do que aqueles que até aqui contactavam com temas do âmbito da Álgebra. A resolução destas tarefas pressupõe que os alunos conseguem analisar a situação, organizar a informação obtida de modo a conseguir elaborar conjecturas, e chegar a uma generalização (Barbosa, Vale, e Palhares, 2008), o que auxilia o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. Segundo Vale e Pimentel (2009) a resolução de problemas envolvendo padrões é uma forma poderosa de levar os alunos a verbalizar as relações existentes dentro do padrão, e a analisar outras conjecturas e diferentes justificações apresentadas nas discussões em grande grupo.

O modo como se interpreta um padrão, como se reconhece uma regularidade, como se tenta procurar ordem no que aparentemente é caos, varia de pessoa para pessoa. No entanto, alguns estudos de Gardner (1993) e Krutetskii (1976) citados por Barbosa, Vale e Palhares (2008) revelam que o raciocínio predominantemente utilizado pelos alunos na resolução de problemas

com padrões tem características analíticas, embora nem sempre sejam a forma de resolução mais eficiente.

Krutetskii (1976), citado por Cunha (2010), debruçou-se sobre este problema e efectuou um estudo com uma amostra de alunos com bom desempenho em Matemática. Tendo como foco a análise do raciocínio evidenciado por esses alunos na resolução de problemas, identificou três categorias: analítico (não visual), geométrico (visual) e harmónico (capacidade de utilizar em simultâneo representações visuais e não visuais) (p. 10).

Ainda Stacey (1989), citado por Cunha (2010), num estudo em que alunos, entre os 9 e os 13 anos, resolviam tarefas com sequências crescentes, verificou que estes melhoram os seus resultados quando utilizam um processo harmónico na resolução das tarefas, isto é, quando conjugam as estratégias analíticas com as geométricas.

Para Herbert e Brown (1997), citados por Cunha (2010):

“o processo de análise e investigação de padrões em álgebra segue, frequentemente, as seguintes fases: primeiro o aluno analisa a sequência e tenta identificar um padrão; em seguida, o aluno compreende o padrão, conseguindo descrevê-lo e analisar os seus aspectos matemáticos; por fim, consegue determinar o termo de qualquer ordem, ou seja, consegue a generalização da situação através da análise que efectuou” (p. 11).

Também Stacey (1989), citado por Cunha (2010), refere que a procura de padrões é uma estratégia importante na resolução de problemas, uma vez que muitas situações matemáticas se podem resolver através da observação de casos especiais ou padrões.

Hargreaves, Threlfall, Frobisher e Shorrocks-Taylor (1999), citados por Cunha (2010), destacam que o trabalho de exploração de padrões e sequências e de generalização contribui significativamente para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos, ajudando-os a criar estratégias de raciocínio importantes para o trabalho mais avançado em Álgebra.

Parece-nos que a descoberta de um padrão é uma poderosa estratégia de resolução de problemas, e toda a resolução de problemas que recorra ao trabalho de investigação é um modo promissor de exploração da álgebra, sobretudo se se utilizarem problemas significativos para os alunos onde o uso da álgebra seja relevante. Segundo Herbert e Brown (1997), citados por Vale, Palhares, Cabrita, e Borralho (2006), o processo de investigação envolve três fases:

1. Procura de padrões – extrair a informação relevante;
2. Reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes, pela análise dos aspectos matemáticos;
3. Generalização do padrão - a interpretação e aplicação do que se aprendeu.

Estes investigadores efectuaram um estudo com alunos do 6.º ano em que utilizaram problemas de contexto real onde pressupunham estratégias de resolução diversificadas tais como dramatização, utilização de objectos, tabelas, diagramas, desenhos e trabalho em grupo. Qualquer que fosse a estratégia escolhida pelos alunos, utilizaram sempre o processo de investigação que aprenderam previamente para procurar padrões e generalizar. No final desta unidade, os investigadores verificaram que esta abordagem teve um impacto positivo nas capacidades dos alunos para generalizarem uma regra partindo de situações concretas, o que não é mais do que pensar algebricamente, além de terem ganho confiança nas suas capacidades para descobrir uma fórmula.

Segundo Vale e Pimentel (2009), uma aula de Matemática bem sucedida baseia-se em tarefas válidas e envolventes, onde o professor consegue construir um ambiente de aprendizagem estimulante e capaz de criar múltiplas oportunidades de discussão e de reflexão entre os alunos. Para estas autoras, resolver problemas através do processo de exploração e investigação “obriga” os alunos a formular questões, a elaborar e testar conjecturas, e a fazer demonstrações. Ainda segundo as autoras a procura de padrões é uma “forte” estratégia da resolução de problemas. A resolução de problemas não rotineiros e não tradicionais é um poderoso caminho que envolve os alunos na exploração e formalização de padrões, levando-os a conjecturar, a verbalizar relações entre os vários elementos do padrão e a generalizar.

Warren & Cooper (2008), referenciados por Vale e Pimentel (2009), continuam a defender a introdução precoce do pensamento algébrico através de padrões, formulando as seguintes características do seu trabalho na sala de aula: (a) acreditar que os alunos, desde muito novos, podem envolver-se em conversações acerca de generalizações e exprimir essas generalizações utilizando sistemas de notação; (b) usar materiais que concretizam as ideias matemáticas a ser exploradas; (c) escolher actividades adequadas ao domínio cognitivo dos alunos com quem se trabalha; (d) encorajar os alunos a partilhar e defender os seus entendimentos com colegas; (e) colocar questões directivas que atinjam o centro da matemática envolvida na actividade; (f) introduzir linguagem explícita que ajude os alunos a formular respostas verbais; (g) usar uma variedade de representações para ilustrar a mesma ideia matemática; (h) encorajar os alunos a visualizar os padrões de mais de uma maneira; e (i) aceitar que os alunos errem.

Estes autores apresentam, ainda, quatro acções importantes que apoiam o desenvolvimento do pensamento algébrico na escolaridade básica através de actividades de padrões:

“A primeira envolve a decomposição dum padrão de repetição no motivo que se repete para ajudar o aluno a distinguir os padrões de repetição dos de crescimento. Também apoia a evolução dos padrões de repetição para os de crescimento relacionando padrões de crescimento geométricos com padrões numéricos. A segunda acção inclui a

representação física dos conjuntos de dados que estão em discussão em relação à expressão da generalização. A observação dos grupos de repetição sucessivos e a introdução de cartões com linguagem posicional (e.g. 1º passo, 2º passo, 3º passo), para colocar debaixo dos passos dos padrões de crescimento, ajuda, certamente, os alunos a focarem-se nos elementos fundamentais em discussão que são os dois conjuntos de dados e a relação entre eles. A terceira acção abrange a continuação de padrões, registando os dados em tabelas de valores, usando discussões explícitas, linguagem e símbolos para ajudar os alunos a expressar generalizações. Em particular, o uso de regras “através”, regras de posição, regras “para baixo” e regras de crescimento ajuda os alunos a distinguir entre pensamento co-variacional e variação numa só direcção. A quarta acção envolve reconhecer a sinergia entre o padrão visual e as tabelas de valores e reconhecer a importância que cada um desempenha na expressão da generalização e na criação de múltiplas representações da mesma relação. A maior parte dos alunos acha difícil a manipulação visual de padrões para representar a generalização com diferentes expressões. As actividades centradas na desconstrução e reconstrução do próprio padrão facilitam este processo”. (pp. 10,11)

Pensamos que para os alunos conseguirem resolver problemas, explorar padrões, fazer conjecturas, em suma, desenvolver o pensamento algébrico, é preciso tempo, paciência, energia e muita perseverança por parte do professor.

A visão sobre a Matemática e sobre o que significa fazer matemática tem vindo a sofrer alterações significativas, nas últimas décadas. Evidencia-se uma perspectiva mais abrangente, do que apenas a mera consideração da Matemática como um corpo de conhecimentos construído dedutivamente e caracterizado pelo rigor absoluto, emergindo a ideia da matemática como ciência dos padrões (Barbosa, 2009). Esta investigadora referia que:

“A Matemática revela padrões escondidos que nos ajudam a compreender o mundo que nos rodeia. Agora, muito mais do que aritmética e geometria, a matemática é uma disciplina diversificada que lida com dados, medidas e observações; com inferências, deduções e provas; e com modelos matemáticos de fenómenos naturais, do comportamento humano e dos sistemas sociais...O processo de “fazer” matemática é muito mais do que apenas cálculos ou deduções, envolve observação de padrões, teste de conjecturas e estimativas de resultados”. ( pp. 53,54).

Estas ideias enfatizam os processos que devem ser valorizados na actividade matemática e não tanto nos conteúdos. Fazer matemática implica descoberta, implica a procura de padrões, o que favorece a utilização de processos não rotineiros como explorar, conjecturar, provar, modelar, simbolizar e comunicar (NCTM, 2000). Neste sentido, o papel do professor torna-se fundamental no que respeita à selecção de problemas desafiantes que permitam não só a compreensão de conceitos e processos matemáticos mas também a descoberta intuitiva de

resultados, estimulando as capacidades de resolver problemas, de raciocinar e de comunicar matematicamente (NCTM, 1989, 2000; MEDGIDC, 2007).

Polya (1945) entende a Matemática como uma actividade centrada fundamentalmente na resolução de problemas, na qual o professor tem um papel activo. Não basta ao aluno dominar algoritmos, técnicas e conhecimentos factuais, é fundamental que contacte e se envolva na resolução de problemas que lhes favoreçam uma experiência matemática significativa.

Da mesma forma, outros autores (e.g. NCTM, 2000; Schoenfeld, 1992, citados por Barbosa, 2009) acreditam que o conhecimento matemático tem origem na actividade humana, realçando também o papel da observação e da experimentação no estudo dos padrões existentes nos sistemas definidos axiomáticamente e nos modelos de sistemas abstraídos do mundo dos objectos reais.

Para que a actividade dos alunos se compare à actividade desenvolvida pelos matemáticos, devem estes ter a oportunidade de resolver problemas que, num nível apropriado, potenciem o estabelecimento de conjecturas e a prova. Esta componente da descoberta realça a importância da intuição como uma das principais fases na resolução de problemas.

Segundo Polya (1945), para desenvolver este tipo de trabalho, é necessário promover a sistematização do raciocínio que pode ser conseguida através dos seguintes passos: trabalhar com casos particulares e concretos; passar para a formulação de conjecturas; e posteriormente proceder à sua confirmação com novos casos particulares. Deste modo, pode considerar-se que a procura de padrões é a essência do raciocínio indutivo e que, através da exploração de padrões, os alunos revelam níveis mais avançados de compreensão e vão gradualmente manifestando maior segurança na formulação de conjecturas e no estabelecimento de regras (NCTM, 1989).

É ainda pertinente salientar que, de entre os métodos heurísticos salientados por Polya (1945), destaca-se a procura de padrões como uma das mais poderosas estratégias de resolução de problemas. Este tipo de abordagem é bastante intuitiva para os alunos e contribui de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio, para o estabelecimento de conexões entre diversas áreas da Matemática (Abrantes et al., 1999), mas principalmente, permite que se envolvam num contexto investigatório que se associa à actividade dos matemáticos.

Em síntese, através da resolução de problemas onde a procura de padrões é a estratégia fundamental, os alunos podem experienciar a utilidade da matemática e simultaneamente desenvolver o seu conhecimento acerca de novos conceitos. Este tipo de tarefas leva-os a propor e testar conjecturas, conduzindo-os posteriormente à formulação de regras e à sua formalização (Vale et al., 2006).

### 1.2.3. Os Padrões de repetição

Dada a diversidade de propostas associadas à exploração de padrões de repetição, Warren e Cooper (2006), citados por Barbosa (2009), propõem uma sequência didáctica que implica diferentes graus de complexidade. No entanto, todas as fases desta sequência são essenciais. Os alunos devem ter a oportunidade de: (1) copiar um padrão, ou seja, reproduzir uma sequência; (2) continuar um padrão, em ambas as direcções, tendo em atenção que normalmente continuar o padrão no sentido inverso afigura-se mais difícil para os alunos, já que envolve a reversibilidade do pensamento; (3) identificar a unidade de repetição; (4) completar um padrão, o que inclui continuá-lo ou completar espaços e identificar a unidade de repetição; (5) criar um padrão; (6) traduzir um determinado padrão para outro contexto, o que facilita o desenvolvimento da compreensão das conexões existentes entre representações equivalentes, pela identificação das diferenças e das semelhanças entre representações, principalmente espera-se que os alunos concluam que a propriedade fundamental do padrão não se altera.

De acordo com a mesma investigadora, o tratamento formal dos padrões, nos primeiros anos de escolaridade, centra-se inicialmente nos padrões de repetição. Um padrão de repetição pode ser definido como um padrão no qual se reconhece uma unidade que se repete ciclicamente. Esta estrutura cíclica é gerada pela aplicação repetida de uma pequena parte do padrão, a chamada unidade de repetição (Liljedahl, 2004, citado por Barbosa, 2009). Por exemplo, ABCABCABC... é um padrão de repetição com uma unidade de repetição de dimensão 3 e ABCabABCabABCab... constitui um padrão de repetição mais complexo com uma unidade de repetição de dimensão 5. No segundo exemplo variam as letras mas também os seus estilos. A variação de alguns atributos dos elementos que constituem o padrão (como o tamanho, a cor, a orientação, ...), mantendo outros constantes, aumenta o grau de dificuldade de um padrão de repetição (Threlfall, 1999).

O princípio subjacente aos padrões de repetição é a sua estrutura cíclica. Segundo Liljedahl (2004, citado por Barbosa, 2009), “dado um padrão desta natureza, com uma unidade de repetição de dimensão  $n$ , a identificação do termo seguinte pode ser concretizada de duas formas:

- há uma igualdade entre cada elemento do padrão e um dos primeiros  $n$  elementos;
- há uma igualdade entre cada elemento do padrão e o elemento situado  $n$  posições antes dele” (p. 69).

Rustigian (1976), referenciado por Barbosa (2009), propôs uma hierarquia associada à complexidade dos padrões de repetição, tendo estudado o desempenho de crianças entre os 3 e

os 5 anos de idade. Concluiu que encontrar um movimento físico (modo activo) era mais fácil do que encontrar uma representação pictórica (modo icónico) que por sua vez era mais simples do que o critério cor. Este autor encontrou ainda uma progressão nos procedimentos: (1) não é feita referência a elementos prévios, havendo uma escolha aleatória de novos elementos; (2) repetição do último elemento; (3) utilização dos elementos prévios mas por outra ordem; (4) abordagem simétrica, reproduzindo a sequência por ordem inversa; (5) continuação deliberada do padrão, olhando para o início de forma a confirmar.

Palhares (2000) desenvolveu uma investigação com crianças do Pré Escolar e do 1.º ano de escolaridade no âmbito da exploração de padrões de repetição. Verificou que, perante um padrão do tipo ABAB com diferença de cor, em geral as crianças foram capazes de o continuar e identificar padrões semelhantes na sala, no entanto a maioria revelou grandes dificuldades na tentativa de criar os seus próprios padrões. Este autor também destaca que é comum encontrar na mesma faixa etária crianças que não são capazes de produzir mais do que arranjos aleatórios e crianças que são capazes de produzir padrões com uma estrutura complexa.

Os padrões de repetição contribuem de forma significativa para o desenvolvimento de determinadas capacidades. Threlfall (1999) destaca algumas razões que estão na base da relevância atribuída a este tipo de tarefas: servem de contexto para ensinar outros conteúdos; podem conduzir às ideias de ordem e comparação se os alunos forem incitados a procurar o elemento que se segue; constituem um veículo para introduzir e interpretar símbolos, que são essenciais na álgebra, constituindo um contexto para desenvolver a capacidade de generalizar. Este autor refere ainda que a análise de um padrão de repetição envolve simultaneamente uma abordagem conceptual e procedimental, só assim é possível perceber o padrão e continuá-lo. Mas acrescenta que a percepção da unidade de repetição é crítica na exploração do padrão, valorizando desta forma a componente conceptual que potencia a análise e a reflexão.

Warren (2008), referenciado por Barbosa (2009), destaca também as potencialidades dos padrões de repetição para promover a generalização. Refere que os alunos são capazes de generalizar relações entre diferentes objectos dentro de padrões de repetição e ao longo de várias repetições. Uma das estratégias mais utilizadas é a partição do padrão nas sucessivas unidades de repetição que são associadas a uma ordem e colocadas numa tabela para dar posteriormente lugar à generalização, através da análise das colunas. É possível, através desta abordagem pedir ao aluno a descoberta de um termo colocado numa determinada posição na sequência sem ter necessidade de a continuar recursivamente. A identificação da unidade de repetição e a compreensão da estrutura global do padrão facilitam ao aluno ir além do mero processo de continuação do padrão e possibilitam a abordagem à generalização distante através da descoberta imediata do termo que ocupa uma dada ordem na sequência, abrindo, assim, o caminho para a abstracção.

Parece haver, segundo Threlfall (1999), duas razões para introduzir padrões repetitivos no fim do pré-escolar: uma é que os padrões repetitivos funcionam como uma base familiar e concreta para explorar outros conteúdos (como exemplo refere a proposta de Liebeck de exploração da seriação); outra é que o trabalho com padrões repetitivos servirá no futuro de suporte para a aprendizagem da Álgebra ou para a introdução de símbolos.

Piaget (1946/72), referenciado por Palhares e Mamede (2002), estudou os padrões repetitivos, primeiro com quatro cores repetidas com alternância, depois com seis cores repetidas com alternância. Usou um prisma quadrangular para as quatro cores e um hexagonal para as seis cores, rodando ambos sobre um eixo que os cortava pelas bases, e em que as faces laterais tinham cores diferentes. Começava por mostrar o prisma rodando e contando as cores com a criança. Depois o prisma era colocado dentro de uma caixa com uma fenda que permitia ver toda uma face lateral, sendo rodado lentamente enquanto a criança construía com papéis coloridos o padrão que se formava. Encontrou três estádios, sendo que, os dois primeiros foram divididos em dois subestádios. Subestádio IA (média de idades 4;3): durante a construção da série modelo as crianças não conseguiram traduzir para uma sequência linear. Subestádio IB (média 5;2): já conseguem traduzir mas não conseguem prever qual virá a seguir. Subestádio IIA (média 6;0): a criança consegue prever a sequência repetitiva ABCDABCD se se começar pelo termo inicial A, mas não consegue se se começar por outro qualquer; também não consegue prever a ordem inversa. Subestádio IIB (média 6;9): consegue prever a sequência a partir de um termo intercalar mas só até ao último termo (D ou F conforme tenha 4 ou 6 termos); consegue prever a ordem inversa a partir do último termo mas não a partir de um termo intercalar. No terceiro estádio /7-8 anos em média) consegue a mobilidade operatória e liberta-se dos erros precedentes.

De modo geral, as ideias manifestadas pelos vários autores referidos, apontam que ao conceito de padrão estão associados termos tais como: regularidade(s), sequência, regra e ordem. Neste estudo, os padrões explorados referem-se tanto a arranjos particulares de números, como de figuras ou objectos, onde podem ser detectadas regularidades. À medida que os exploram, os alunos terão oportunidades de continuar o padrão, detectar a regra de formação (baseada, por exemplo, na repetição ou nas características geométricas), formular uma lei geral de formação e chegar, assim, à generalização.

Segundo Threlfall (1999), a visão “oficial” do que deve ser o trabalho com padrões repetitivos é que as crianças copiem os modelos de padrão dos adultos como um pré-requisito para engendrar os seus próprios padrões, no pressuposto de que para tal é necessária a criação de uma regra e a sua aplicação consistente. No entanto, a observação das crianças a produzir padrões repetitivos sugere algo diferente, ocorrendo situações em que as crianças produzem tais padrões por via de um movimento repetitivo em alternância, sem necessariamente ter em mente o padrão que daí resulta. Por exemplo, tendo um carimbo em cada mão e alternando o movimento das mãos produz-se necessariamente um padrão repetitivo, no entanto o que foi planeado terá sido o movimento alternado e não o padrão que surge no papel.

Ainda Threlfall (1999), num estudo realizado com crianças entre três e cinco anos de idade, considera que o uso de sequências repetitivas constitui um veículo para o trabalho com símbolos, um caminho conceptual para a Álgebra e um contexto para a generalização. Faz notar, no entanto, que as crianças mais novas podem continuar as sequências repetitivas usando métodos rítmicos sem compreender a unidade. A regularidade que ocorre tem por base um ritmo que lhes permite continuar uma sequência. Aponta, no entanto, que a abordagem rítmica não é suficiente para generalizar a sequência. Para que tal aconteça, é necessário que os alunos compreendam qual é a unidade que se repete. As crianças mais pequenas nem sempre o conseguem. Assim, o autor sugere que o trabalho com sequências repetitivas seja continuado para além dos primeiros anos, com o intuito de aprofundar a exploração da sequência baseada na compreensão dessa unidade. Com alunos mais velhos, é possível estabelecer generalizações significativas.

As sequências repetitivas são normalmente mais simples de analisar (Ponte, Branco, e Matos, 2009). Os vários termos podem ser constituídos por elementos com apenas um atributo, isto é, diferentes apenas no tamanho ou apenas na cor, ou então ser constituídos por diferentes atributos. Threlfall (1999) salienta que estes padrões podem ser estudados por crianças no início do ensino básico, começando por sequências com unidades de repetição pequenas e poucos atributos, aumentando depois e progressivamente a sua complexidade. Segundo o autor, o trabalho com estas sequências auxilia os alunos a desenvolver as suas capacidades de manipulação de símbolos e de generalização.

Para Zazkis e Liljedahl (2002), referenciado por Cunha (2010), “a exploração de sequências repetitivas ainda permite introduzir ou evidenciar conceitos e relações numéricos, especialmente os associados com a multiplicação de números naturais” (p. 9).

Como Goldin (2002), citado por Alvarenga e Vale (2007) salienta que: “o poder matemático consiste não só em ser capaz de detectar, construir, inventar, compreender, ou manipular padrões, mas também em comunicar, verbalmente ou por escrito, esses padrões para os outros, representando-os das mais variadas formas. As diferentes representações acabam por influenciar o modo como o conceito de padrão é interpretado” (p. 5).

#### **1.2.4. Os Padrões de crescimento e a generalização**

Um padrão de crescimento pode ser descrito como uma sequência de números ou formas que se prolonga de forma regular (Moyer-Packenham, 2005, citado por Barbosa, 2009), o que faz com que cada termo mude de forma previsível em relação ao anterior.

Barbosa (2009) citando Warren (2008), afirma que os alunos tendem a revelar mais dificuldades na exploração de padrões de crescimento comparativamente aos de repetição. Este

facto pode dever-se a uma experiência de sala de aula que privilegia a exploração de padrões de repetição ou pode indiciar que os padrões de crescimento poderão ser cognitivamente mais difíceis do que os de repetição. Esta situação, segundo a investigadora, é preocupante uma vez que, tradicionalmente, a ponte entre a aritmética e a álgebra é feita a partir dos padrões de crescimento. Os padrões de repetição são muitas vezes associados ao pensamento sequencial enquanto os de crescimento se associam ao pensamento relacional. Ambos são necessários ao desenvolvimento do pensamento matemático, mas é o segundo tipo que conduz à relação entre duas quantidades variáveis, ou seja, ao pensamento funcional (Scandura, 1971, referenciado por Barbosa, 2009). Deste modo é provável que muitos alunos sintam dificuldades na transição da aritmética para a álgebra devido à falta de experiência prévia na exploração de padrões de crescimento, revelando também dificuldades com o pensamento co-variacional.

Segundo (Warren e Cooper, 2006, referenciados por Barbosa, 2009):

“o contexto visual funciona como um catalisador para a utilização de diferentes abordagens, visuais e não visuais, permitindo que os alunos recorram a diversas formas de representação. Potenciam ainda a emergência de diferentes modos de ver o padrão apresentado, proporcionando ao professor a oportunidade de promover a comunicação na sala de aula, com o objectivo de discutir as possíveis expressões que os alunos descobrem, e o desenvolvimento do pensamento matemático através da generalização” (p. 72).

Na exploração deste tipo de padrões, por norma, é pedido aos alunos que encontrem uma relação entre os elementos do padrão e a sua posição e que usem esta generalização para gerar elementos noutras posições, ou seja, são levados a pensar nos padrões de crescimento como funções em vez de se centrarem apenas na variação relativa a um dos conjuntos. Esta abordagem implica frequentemente representações visuais, registo e organização de dados em tabelas e a identificação de uma relação entre os dois conjuntos.

Ao longo de toda a escolaridade, a análise de sequências permite aos alunos progredir de raciocínios recursivos para raciocínios envolvendo relações funcionais. Como refere o NCTM (2007), o trabalho com sequências pode constituir uma base para a compreensão do conceito de função. Note-se, ainda, que nos primeiros anos, a generalização exprime-se na linguagem natural dos alunos. As tarefas envolvendo generalizações, para além de promoverem a capacidade de abstracção, visam também desenvolver a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático.

A utilização de sequências de imagens ou números e a realização de investigações sobre as regularidades nelas presentes permite trabalhar o pensamento algébrico. Os alunos podem eventualmente procurar generalizar as situações através de expressões simples criadas por si mesmos e que permitem que a aprendizagem da Álgebra vá ocorrendo de forma gradual, assim como a capacidade de abstracção que lhe está associada (Abrantes, Serrazina, e Oliveira, 1999).

Quanto à generalização, (Stacey, 1989, referenciado por Barbosa, 2009), refere a diferença entre generalização próxima e distante, tendo por base a ordem de grandeza do termo da sequência e as estratégias que estão envolvidas na sua descoberta. Quando é possível descobrir, de forma rápida e eficaz, um termo da sequência recorrendo a desenhos ou ao método recursivo, a generalização diz-se próxima. Se, pelo contrário, dificilmente as abordagens descritas anteriormente permitem o cálculo de um dado termo da sequência, envolvendo a compreensão e descoberta de uma regra geral, a generalização em causa é distante.

Mason (1996), referenciado por Vale e Pimentel (2009), utiliza respectivamente as designações generalização local e generalização global. Estes processos de generalização promovem e desenvolvem o pensamento algébrico mas também o exigem. Neste sentido, o ensino da matemática deveria ser direccionado para o desenvolvimento das capacidades de generalizar e fundamentar generalizações, segundo Kaput e Blanton (2001), referenciados por Vale e Pimentel (2009). Para estas investigadoras, trabalhar com padrões ajuda os alunos a procurar regularidades e relações e encoraja-os a generalizar.

A generalização surge com o reconhecimento de padrões e relações e da análise dessas relações. Como referem os Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000) os padrões são a base do pensamento algébrico e o trabalho com padrões convida os estudantes a identificar relações e a fazer generalizações. Neste sentido, devem propor-se actividades exploratórias que recorram a materiais manipuláveis diversificados para identificar, criar e continuar padrões e lidar com as diferentes propriedades das relações, em particular as que envolvem conceitos de proporcionalidade, que são aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com (Vale, Palhares, Cabrita, e Borralho, 2006):

“as actividades que envolvem o trabalho com padrões numéricos e com relações numéricas antes dos conceitos de álgebra fazem parte da pré-álgebra. Com a análise das regras e padrões os alunos desenvolvem um forte sentido do número ao mesmo tempo que desenvolvem o conceito de função. Os padrões lineares são, normalmente, os mais utilizados nesta abordagem com alunos do ensino básico, podendo ser utilizados também padrões não lineares, como por exemplo os que envolvam quadrados de números” (p. 6).

Vale e Pimentel (no prelo), referenciados, ainda, por Vale, Palhares, Cabrita, e Borralho (2006), têm trabalhado a nível da formação inicial de professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico algumas tarefas baseadas em padrões que têm potencialidades para estabelecer conexões entre os padrões, a resolução de problemas, a geometria, o número e álgebra podendo ser adaptadas a vários níveis de ensino. A título de exemplo, apresentamos a seguir algumas dessas tarefas:

1. Descubra os dois termos seguintes em cada uma das sequências:

1.1. 1, 2, 4, 7, 11,...

1.2. 3, 6, 11, 18, 27, ...

1.3. 

2. Investigue a relação entre a ordem da figura e o número total de segmentos unitários usados no desenho.



Figura 1.

3. A Moldarte faz molduras em espelhos rectangulares formadas por azulejos quadrados, como mostra a figura. Explique por palavras, recorrendo a números, a tabelas, etc., o número de azulejos que são necessários para colocar à volta de um espelho com quaisquer dimensões. Formule uma conjectura baseada nos resultados encontrados. Tente chegar a uma generalização.

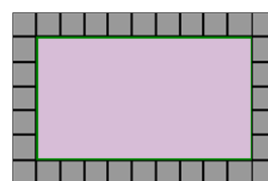


Figura 2

Neste momento, parece que podemos considerar o termo padrão numérico ligado à ideia de algum tipo de regularidade (e.g. repetição, recursiva) na qual se possa identificar uma lei que permita continuar a sequência numérica e chegar à generalização.

Uma questão que será interessante colocar, na abordagem da álgebra recorrendo aos padrões, é saber até que ponto os alunos são capazes de compreender e generalizar a diversidade de padrões numéricos que lhes são propostos e qual o desempenho que apresentam neste tipo de tarefas. Esta é uma questão importante uma vez que encontrar termos numa sequência é normalmente o primeiro passo para chegar à Álgebra. A questão é saber se os alunos conseguem encontrar a regra que conduz ao termo geral e como o fazem. Há estudos (e.g. APU, Orton, 1999, também citados por Vale, Palhares, Cabrita, e Borralho, 2006) que referem que:

1. encontrar termos numa sequência torna-se progressivamente mais difícil, para os alunos, à medida que se encontram mais distantes dos termos que lhes são apresentados;
2. muitos alunos têm mais dificuldade em explicar um padrão do que continuá-lo;
3. geralmente há mais alunos a explicar as regras, detectadas nas sequências, oralmente do que por escrito.

### 1.3 - Tarefas com potencial algébrico

Pensamos que as tarefas têm uma importância significativa em qualquer aula de Matemática e, em particular, naquelas em que se pretende desenvolver o pensamento algébrico. São elas que constituem o ponto de partida para a actividade matemática que os alunos desenvolvem. Pensamos ainda que o professor, na sala de aula, deverá proporcionar um ambiente de trabalho onde os alunos se identifiquem como uma comunidade de construção de conhecimento, onde impere a comunicação suportada pelo discurso argumentativo.

O desenvolvimento do pensamento algébrico coaduna-se bem com uma organização de aula em que os alunos têm oportunidade de trabalhar autonomamente sobre a tarefa proposta e que, posteriormente, confrontam as suas produções, retirando daí aprendizagens colectivas e crescendo para o apurar de generalizações amplas colectivamente construídas (Dolk, 2008, referenciado por Canavarro, 2009). De acordo com (Blanton & Kaput, 2008, referenciados por Canavarro, 2009), para criar um tal ambiente, o professor deve dar atenção a dois aspectos:

- O primeiro aspecto prende-se com a valorização do raciocínio dos alunos como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático;
- O segundo aspecto está associado à valorização da comunicação a estabelecer na sala de aula e à necessária vigilância para que esta se dê de forma desejável.

É importante disponibilizar aos alunos materiais que facilitem e apoiem a comunicação dos seus raciocínios de forma eficiente, tirando partido da tecnologia disponível, sendo também importante as questões que o professor coloca na apresentação e discussão dos trabalhos dos alunos (Boavida et al. 2008, referenciado por Canavarro, 2009).

Também Kieran (2007), referenciado por Canavarro (2009) sublinha a importância das tarefas, em articulação com as questões que o professor propõe na sua exploração, destacando como característica essencial que conduzam a sequências estruturadas de operações que foquem a atenção dos alunos em aspectos cruciais da forma e da sua generalização.

As tarefas de investigação nas aulas de Matemática é uma perspectiva de trabalho pedagógico que o professor pode utilizar para a realização de um ensino significativo da Matemática. Assim, uma aula que promove um ambiente de investigação matemática pode ser chamada de aula de investigação, pois implica o envolvimento dos alunos com tarefas de investigação que lhes permite realizar actividades de matemática (Castro, 2004, referenciado por Foirentini, Fernandes, e Cristovão, 2005).

Para melhor compreender o que diferencia uma tarefa de investigação de outros tipos de tarefas matemáticas, Ponte (2003) distingue, num diagrama, quatro tipos diferentes: exercícios, problemas, explorações e investigações.

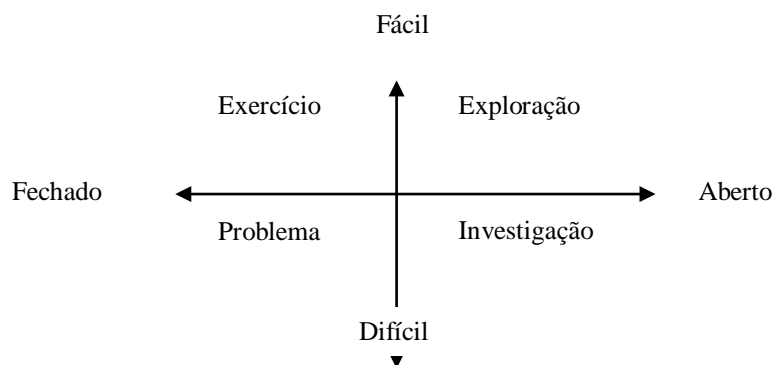


Figura 3

Os limites que diferenciam uma exploração de uma investigação nem sempre são objectivos. As explorações tendem a ser mais livres e menos sistemáticas, necessitando de um tempo relativamente pequeno de trabalho. As explorações são muitas vezes utilizadas para introduzir um novo tema de estudo ou para problematizar e produzir significados a um conceito matemático. As investigações, por sua vez, levam mais tempo, podendo ter duração de duas aulas a até um semestre lectivo e implicam, segundo Ponte (2003), quatro momentos principais:

- Exploração e formulação de questões de investigação (ou situações problemáticas);
- Organização de dados e construção de conjecturas;
- Realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas;
- E construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

Em síntese, podemos dizer que as investigações matemáticas diferenciam-se das demais por serem situações problemáticas desafiadoras e abertas, permitindo aos alunos várias alternativas de exploração e investigação. O conceito de investigação matemática, como actividade de ensino-aprendizagem, portanto, “ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da actividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor” (Ponte, Brocado e Oliveira, 2003, p. 23).

A utilização de sequências de imagens ou números e a realização de investigações sobre as regularidades nelas presentes permite trabalhar o pensamento algébrico. Os alunos podem eventualmente procurar generalizar as situações através de expressões simples criadas por si mesmos e que permitem que a aprendizagem da Álgebra vá ocorrendo de forma gradual, assim como a capacidade de abstracção que lhe está associada (Abrantes, Serrazina, & Oliveira, 1999). A generalização tanto pode surgir como um fim para a exploração das tarefas, assim como um meio para explorar e analisar a sequência apresentada (Steele & Johanning, 2004, citados por Cunha, 2010).

As tarefas deste âmbito a apresentar aos alunos no ensino básico podem ser constituídas por sequências repetitivas ou por sequências crescentes. Nas sequências repetitivas, existe um conjunto de elementos (termos) que se repete, sendo a sequência formada pelos mesmos elementos repetidos pela mesma ordem infinitamente. A procura de padrões neste tipo de sequências leva os alunos à análise dos seus elementos, à identificação da unidade que se repete e, numa fase posterior, à generalização relativamente à ordem dos vários elementos da sequência. O trabalho com este tipo de sequências pode facilitar o desenvolvimento de capacidades de manipulação simbólica e de generalização, mesmo em crianças pequenas (Threlfall, 1999).

As sequências crescentes são constituídas por elementos diferentes entre si (termos), mas relacionados uns com os outros e com a sua posição (ordem) na sequência (Ponte, Branco, & Matos, 2009). A forma de crescimento destas sequências está sempre ligada a uma sequência numérica, podendo os elementos dessa sequência ser números ou objectos dispostos em configurações pictóricas e cuja contagem permite obter o valor numérico da ordem correspondente. Um tipo de sequências muito presente na matemática escolar são as lineares, nas quais o padrão aumenta ou diminui sempre na mesma proporção (Hargreaves, Threlfall, Frobisher, & Shorrocks-Taylor, 1999, citados por Cunha, 2010). Ainda (Liljedahl 2004, referenciado por Cunha, 2010), refere-se a este tipo de sequências como padrões numéricos, visto a sua importância estar principalmente relacionada com o valor numérico de cada elemento, sendo muitas vezes reconhecidos pelos alunos como sequências de números familiares, por exemplo, os múltiplos de certos números naturais.

As sequências repetitivas são normalmente mais simples de analisar (Ponte, Branco, & Matos, 2009). Para estes autores, os vários termos podem ser constituídos por elementos com apenas um atributo, isto é, diferentes apenas no tamanho ou apenas na cor, ou então ser constituídos por diferentes atributos. Threlfall (1999) salienta que estes padrões podem ser estudados por crianças no início do ensino básico, começando por sequências com unidades de repetição pequenas e poucos atributos, aumentando depois e progressivamente a sua complexidade. Segundo o autor, o trabalho com estas sequências auxilia os alunos a desenvolver as suas capacidades de manipulação de símbolos e de generalização. Para Zazkis e Liljedahl (2002), citados por Cunha (2010), a exploração de sequências repetitivas ainda permite introduzir ou evidenciar conceitos e relações numéricas, especialmente os associados com a multiplicação de números naturais.

De acordo com Barbosa (2007), para promovermos o desenvolvimento do pensamento algébrico, será importante que se desenvolva o sentido do símbolo. Uma condição necessária para que tal aconteça é a utilização de práticas de ensino apropriadas onde todo o trabalho seja desenvolvido através de tarefas de natureza investigativa e exploratória, onde os alunos tenham a oportunidade de explorar padrões e relações numéricas e a possibilidade de explicitar as suas ideias e onde possam discutir e reflectir sobre as mesmas.

Os padrões ajudam, os alunos, a perceber a “verdadeira” noção de variável, que para a maioria é apenas vista como um número desconhecido (Star, Herbel-Eisenmann e Smith, 2000, citados por Barbosa, 2007, p. 24).

A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação permite desenvolver a capacidade dos alunos, partindo de situações concretas, generalizarem regras, ou seja, ajuda a pensar algebricamente. Poder-se-á afirmar que a integração de tarefas de investigação com padrões, no currículo da Matemática escolar, assume um papel de destaque na abordagem à Álgebra e nos primeiros anos de escolaridade como base ao pensamento “pré-algébrico” (Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, 2006).

Como refere o NCTM (2007), o trabalho com sequências pode constituir uma base para a compreensão do conceito de função. Note-se, ainda, que nos primeiros anos, a generalização exprime-se na linguagem natural dos alunos. As tarefas envolvendo generalizações, para além de promoverem a capacidade de abstracção, visam também desenvolver a capacidade de comunicação e o raciocínio matemático.

Aqui deixamos exemplos de tarefas, resultantes da investigação de João Pedro da Ponte, Neusa Branco e Ana Matos (2009, pp. 41-57) e a respectiva explicação feita por esses autores.

Numa **sequência repetitiva** há uma unidade (composta por diversos elementos ou termos) que se repete ciclicamente, como na figura seguinte:

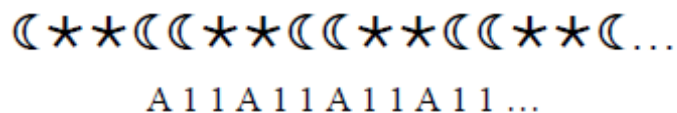


Figura 4

vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, vermelho, amarelo, verde, ...

Dada uma sequência repetitiva com uma unidade de comprimento  $n$ , a determinação do elemento seguinte pode ter por base duas características:

- a existência de uma igualdade entre cada elemento da sequência e um dos primeiros  $n$  elementos;
- a existência de uma igualdade entre cada elemento da sequência e o elemento  $n$  posições antes dele.

Segundo os investigadores, os alunos ao analisarem este tipo de sequências, têm oportunidade de continuar a sua representação, procurar regularidades e estabelecer

generalizações. A compreensão da unidade que se repete pode não ser facilmente conseguida pelos alunos nos primeiros anos do ensino básico, mas é possível desenvolvê-la progressivamente. A percepção da unidade que se repete permite determinar a ordem de diversos elementos da sequência por meio de uma generalização.

Pelo seu lado, as sequências crescentes são constituídas por elementos ou termos diferentes. Cada termo na sequência depende do termo anterior e da sua posição na sequência, que designamos por ordem do termo. As sequências crescentes podem ser constituídas por números ou por objectos que assumem uma configuração pictórica, como na figura seguinte:

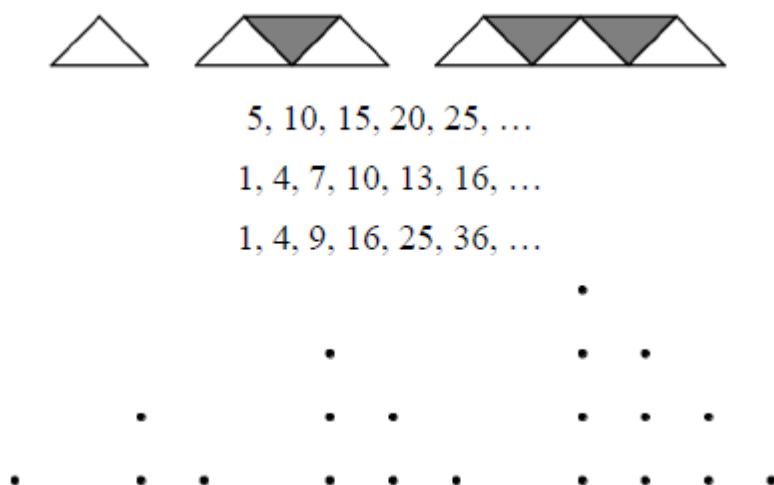


Figura 5

Diferentes possibilidades de continuação de uma sequência. Dados alguns termos de uma sequência, os alunos podem ser questionados quanto à continuação da sequência, identificando alguns dos termos seguintes. Nesta situação, o professor deve atender à possibilidade de os alunos interpretarem os termos apresentados de diferentes maneiras, identificando relações entre eles e, por isso, continuarem a sequência de modos distintos. Dada a possibilidade dos alunos apresentarem sequências diferentes mas com alguns termos em comum, torna-se fundamental solicitar-lhes que apresentem o seu raciocínio e justifiquem as suas opções. Além disso, em algumas tarefas podem ser dados um ou mais termos da sequência, que não sejam termos iniciais, pedindo aos alunos para indicar termos anteriores. Analisamos, de seguida, situações que proporcionam o surgimento de várias sequências.

**Exemplo 1 - Sequência repetitiva.** Consideremos os três primeiros termos de uma sequência repetitiva:



Figura 6

Os alunos podem, por exemplo, continuar a sequência dos seguintes modos:

a)



Figura 7

(o conjunto que se repete é formado por dois elementos: quadrado vermelho, retângulo não quadrado azul).

b)



Figura 8

(o conjunto que se repete é formado por três elementos: quadrado vermelho, retângulo não quadrado azul, quadrado vermelho).

c)



Figura 9

(o conjunto que se repete é formado por cinco elementos: quadrado vermelho, retângulo não quadrado azul, quadrado vermelho, círculo amarelo, círculo amarelo).

Além destas, existem muitas outras possibilidades de construir sequências repetitivas a partir dos três elementos dados.

**Exemplo 2 - Sequência numérica crescente.** Consideremos a sequência numérica cujos dois primeiros termos são:

1, 3, ...

Questionados, por exemplo, acerca dos quatro termos seguintes, os alunos poderão, também nesta situação, apresentar diferentes sequências crescentes cujos dois primeiros termos são 1 e 3:

1) 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

(sequência de números ímpares, justificando que a diferença entre dois termos consecutivos é sempre dois).

2) 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...

(sequência dos números triangulares, justificando que a diferença entre dois termos consecutivos tem sempre mais uma unidade que a diferença entre os dois termos consecutivos anteriores).

3) 1, 3, 7, 13, 21, 31, ...

(a sequência das diferenças entre termos consecutivos é a sequência de números pares).

#### Estratégias dos alunos na exploração de sequências

Numa sequência pictórica crescente, quando é solicitada a indicação de uma relação entre a ordem de um termo e algum aspecto da sua constituição, o aluno pode seguir diversas abordagens. De seguida, são apresentadas algumas das estratégias que surgem com maior frequência na investigação realizada neste âmbito, acompanhadas de exemplos. As duas primeiras referem-se à sequência que se segue:

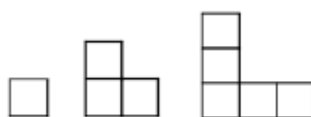


Figura 10

- **Estratégia de representação e contagem.** O aluno representa todos os termos da sequência até ao termo solicitado e conta os elementos que o constituem para determinar o termo da sucessão numérica correspondente.

Esta estratégia não evidencia uma generalização de carácter global por parte do aluno, pelo que é importante questioná-lo sobre o processo que usou para representar os termos da sequência. Esta questão permite compreender que análise o aluno faz da sequência e que estratégia está, efectivamente, por trás da sua representação e contagem.

- **Estratégia aditiva.** Esta estratégia tem por base uma abordagem recursiva. O aluno compara termos consecutivos e identifica a alteração que ocorre de um termo para o seguinte.

Esta estratégia muitas vezes constitui um obstáculo à determinação da relação entre cada termo e a sua ordem. Por outro lado, pode também conduzir a generalizações erradas. Por exemplo, dado que, de um termo para o seguinte, o número de quadrados aumenta duas unidades, alguns alunos tendem a apresentar como termo geral da sequência numérica relativa ao número de quadrados a expressão  $2n$ . No entanto, esta estratégia também permite chegar ao termo geral. Para isso basta partir do 1.º termo e considerar  $n$  “saltos” de 2 unidades. Assim, para obter o termo geral desta forma basta ter em conta o 1.º termo da sequência, o número de passos, enquanto número generalizado, e a diferença entre termos consecutivos.

- **Estratégia do objecto inteiro.** O aluno pode considerar um termo de uma dada ordem e com base nesse determinar o termo de uma ordem que é múltipla desta. Por exemplo, o aluno determina o termo de ordem 10 com base no termo de ordem 5 ou determina o termo de ordem 36 com base nos termos de ordem 4 e 9, multiplicando-os. Esta estratégia conduz, muitas vezes, a generalizações erradas, como no caso da sequência seguinte:

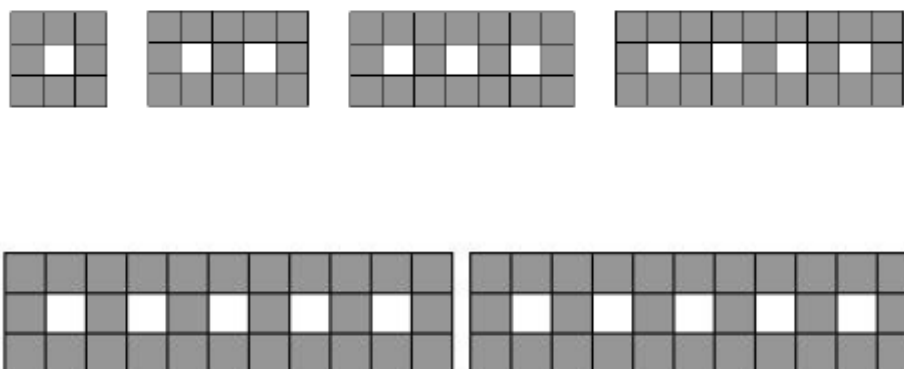


Figura 11

Após uma análise mais atenta da composição dos termos da sequência, os alunos poderão verificar que, ao fazer a duplicação do termo de ordem 5, ficam com uma figura muito semelhante ao termo que pretendem obter mas que tem mais 3 quadrados cinzentos.

Analisando cuidadosamente os termos da sequência, é possível determinar correctamente os termos de algumas ordens. No entanto, se não se observarem as propriedades da figura, a estratégia do objecto inteiro dificulta a generalização. Na verdade, esta estratégia funciona perfeitamente quando há proporcionalidade directa, mas não funciona quando não há proporcionalidade (caso em que é de usar outras abordagens) (Ponte, Branco, e Matos, 2009).

As sequências repetitivas são as mais simples e podem ser usadas para o trabalho inicial da procura de regularidades e da generalização. Na sala de aula podem ter diferentes explorações de acordo com o ano de escolaridade. Este trabalho pode incidir nos seguintes pontos:

1. Continuar a representação da sequência (representando os termos imediatamente a seguir aos dados);
2. Identificar a unidade que se repete ciclicamente;
3. Descrever uma relação entre os termos da sequência e a sua ordem (com base no comprimento da unidade que se repete);
4. Usar a relação entre o termo e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem (geralmente mais distante) e para indicar a ordem de um termo dado;
5. Expressar essa relação em linguagem natural e simbólica (generalizar).

Os termos de uma sequência repetitiva podem ter apenas um atributo, como por exemplo, o tamanho, a cor, a orientação dos objectos, a forma, etc., como se verifica nos três exemplos seguintes:

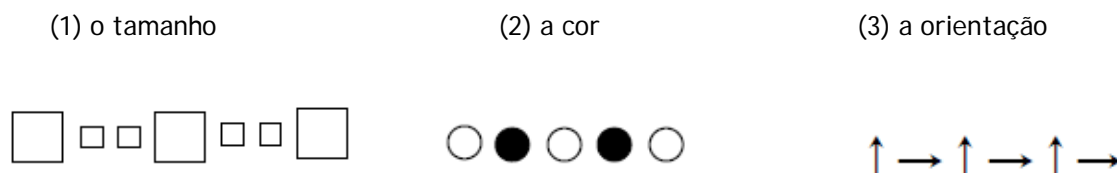


Figura 12

Numa sequência pode estar envolvido mais do que um atributo, como, por exemplo:



Figura 13

De seguida apresentamos vários exemplos que podem ser utilizados na sala de aula com o objectivo de desenvolver a capacidade de generalização dos alunos.

**Exemplo 3 - Compreensão da unidade que se repete.** A sequência repetitiva da figura seguinte tem apenas um atributo a considerar, o tipo de objecto. Além disso, tem apenas dois objectos diferentes:

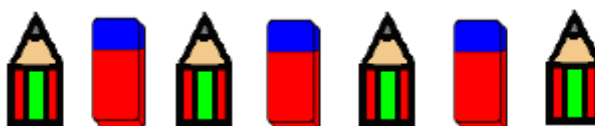


Figura 14

Os alunos podem fazer a representação de alguns dos termos seguintes da sequência, identificando a alternância entre os dois objectos. Devem, ainda, associar cada termo a uma posição na sequência. O professor pode, portanto, questionar, por exemplo, que objecto se encontra na quarta posição da sequência, ou na nona posição da sequência.

Para promover a generalização, pode pedir-se aos alunos que indiquem a ordem em que os termos surgem na sequência, nomeadamente as borrachas:

**Exemplo 4 - Raciocínio multiplicativo.** A sequência repetitiva da figura seguinte tem características semelhantes às dos exemplos anteriores. A unidade que se repete é constituída por quatro elementos, dois dos quais são iguais:



Figura 15

| Após a unidade | Número de ■ | Número de ► |
|----------------|-------------|-------------|
| 1              | 1           | 2           |
| 2              | 2           | 4           |
| 3              | 3           | 6           |
| 4              | 4           | 8           |
| 5              | 5           | 10          |

Tabela 1

A continuação de sequências apresentadas pelo professor e a exploração de regularidades das sequências repetitivas e a abordagem de questões sugeridas nos exemplos anteriores são importantes para o desenvolvimento da capacidade de abstracção. O professor pode, ainda, solicitar aos alunos que criem as suas próprias sequências repetitivas, que devem ser apresentadas e discutidas com os colegas.

**Exemplo 5 - Critérios de divisibilidade.** A sequência repetitiva da figura seguinte tem características semelhantes às do exemplo anterior. No entanto, as duas sequências diferem no número de elementos da unidade. Neste caso, a unidade é constituída por três objectos que se repetem ciclicamente:



Figura 16

Tal como na situação anterior, os alunos devem estabelecer relações entre cada polígono e a sua posição na sequência. Neste caso, o hexágono encontra-se nas posições correspondentes aos múltiplos de três. Para promover a discussão deste assunto, o professor pode perguntar

"Qual a posição do primeiro hexágono da sequência?" (3.<sup>a</sup> posição) e "Em que outras posições da sequência se encontra o hexágono?" (6.<sup>a</sup>, 9.<sup>a</sup>, 12.<sup>a</sup>, 15.<sup>a</sup>, 18.<sup>a</sup>, ...). O reconhecimento desta regularidade permite aos alunos identificar o polígono que está numa certa posição, qualquer que esta seja. Basta, para tal, que conheçam os múltiplos de três ou os critérios de divisibilidade por três. Perante questões como "Que polígono ocupa a posição 25 da sequência?" ou "Estará um hexágono na posição 61 da sequência?", os alunos usam estes critérios para justificar as suas conclusões, como exemplificam as respostas seguintes:

Logo nos primeiros anos de escolaridade, os alunos devem elaborar sequências numéricas e pictóricas de acordo com uma dada lei de formação, generalizar sequências numéricas crescentes usando a linguagem natural e explorar e investigar regularidades em tabelas e esquemas de números. Este trabalho deve ser efectuado em articulação com o desenvolvimento do sentido de número.

Assim de acordo com (Ponte, Branco, e Matos, 2009), no 1.º ciclo, o trabalho com estas sequências incide sobre os aspectos seguintes:

- a) Continuar a representação de uma sequência (representando os termos imediatamente a seguir aos termos dados);
- b) Descrever os termos da sequência pictórica de acordo com a sua ordem (com base na análise das propriedades de cada figura da sequência);
- c) Usar a relação entre o modo de constituição de cada figura e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma dada ordem (geralmente mais distante) e para indicar a ordem de um termo dado;
- d) Expressar essa relação em linguagem natural (generalizar);
- e) Indicar a lei de formação de uma sequência numérica;
- f) Escrever os termos de uma sequência numérica dada a lei de formação.

**Exemplo 6 - Números pares e ímpares.** Um exemplo do trabalho que pode ser realizado na sala de aula envolve a exploração dos números pares e ímpares e da relação entre eles. Estes números podem ser representados pelas sequências seguintes:

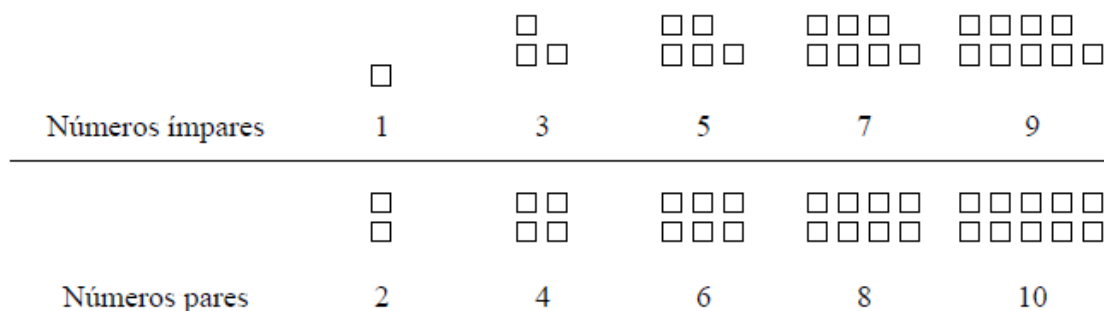


Figura 17

Os alunos podem referir, por exemplo:

- a) De um número ímpar para o seguinte aumentam-se duas unidades;
- b) De um número par para o seguinte aumentam-se duas unidades;
- c) Os números pares são múltiplos de 2, ou seja, qualquer número par pode ser obtido pela multiplicação do número 2 por um número natural (pela análise da disposição rectangular dos números pares);
- d) Um número par tem uma unidade a mais que o número ímpar anterior e uma unidade a menos que o número ímpar seguinte.

**Exemplo 7 - Utilização da recta numérica.** É natural que surjam outras sequências de números e a generalização a fazer pode ter por base a sua representação numa recta numérica. Por exemplo, pode pedir-se aos alunos que descrevam o que observam em situações como a da figura:

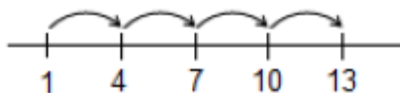


Figura 18

A representação corresponde à sequência 1, 4, 7, 10, 13,... que onde se começa em 1 e se adicionam sucessivamente 3 unidades. Pode também analisar-se a situação inversa, ou seja, dada a lei de formação, pedir aos alunos para determinarem os termos da sequência. Os alunos, se sentirem necessidade, podem apoiar-se, numa fase inicial, na representação numa recta não graduada.

**Exemplo 8 - Regularidades no quadrado 10 por 10.** A exploração do quadrado 10 por 10 (ver a figura seguinte) deve ser proposta aos alunos do 1.º ciclo com o objectivo de lhes proporcionar a oportunidade de explorarem sequências finitas de números e descreverem as regularidades que encontram, indicando a sua lei de formação:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Figura 19

Os alunos identificam regularidades relativas aos números em cada linha e em cada coluna. Por exemplo, em cada linha, da esquerda para a direita, de um número para o seguinte aumenta uma unidade, e em cada coluna, de cima para baixo, de um número para o seguinte aumenta 10 unidades. Assinalam ainda aspectos mais simples como as colunas de números pares, as colunas de números ímpares e a coluna dos múltiplos de 10. Podem também investigar as regularidades relativas à disposição dos múltiplos de 3 e de 7, como apresentam os dois quadrados da figura:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Figura 20

Com base na exploração da disposição dos múltiplos de um dado número, os alunos podem formar novas sequências, identificando, por exemplo, o número de múltiplos em cada linha do quadrado. Assim, após assinalarem os múltiplos de 6, verificam que na primeira linha há apenas um múltiplo, o 6, na segunda linha há dois múltiplos, o 12 e o 18, e assim sucessivamente, formando a sequência 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1...

Além de deixar os alunos explorarem livremente a tabela de números, o professor deve propor que assinalem no quadrado 10 por 10 os números que formam uma sequência dada a sua lei de formação. Por exemplo, pode pedir aos alunos para marcarem os números de 5 em 5, começando no 3, e identificar a regularidade no algarismo das unidades, como mostra a figura:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Figura 21

Os alunos obtêm, assim, a sequência 3, 8, 13, 18, 23, 28... (até 98). Os algarismos das unidades são, alternadamente, 3 e 8. No quadrado 10 por 10, os números desta sequência ocupam duas colunas, a terceira e a oitava. Com base nesta representação, o professor pode promover uma discussão com vista ao desenvolvimento de estratégias de cálculo mental e da capacidade de generalização dos alunos. Pode, também, questionar os alunos sobre o resultado de adições como:

$$3 + 10 =$$

$$3 + 15 =$$

$$3 + 20 =$$

$$3 + 25 =$$

$$3 + 50 =$$

$$3 + 55 =$$

Com base nos resultados obtidos, pode pedir-se aos alunos que indiquem o algarismo das unidades do resultado da adição de números que não estão representados no quadrado 10 por 10, como:

$$3 + 115 =$$

$$3 + 140 =$$

De seguida, sem efectuarem as marcações no quadrado, os alunos podem indicar o que acontece se marcarem os números de 5 em 5 começando, agora no 4, por exemplo.

Uma outra situação a investigar a partir da representação no quadrado 10 por 10, tendo em vista os mesmos objectivos, é começar num número e adicionar sucessivamente 9, como mostra o quadrado seguinte:

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Figura 22

O professor deve pedir que os alunos justifiquem esta disposição das somas. Atendendo às características do quadrado identificadas inicialmente, na mesma coluna, de uma linha para a seguinte, o número aumenta 10 unidades. Assim, esta disposição salienta que adicionar 9 equivale a adicionar 10 e subtrair 1. De seguida, os alunos devem proceder ao seu registo escrito para identificarem estratégias de cálculo mental e para identificarem a regularidade, procedendo depois à indicação da sua generalização:

$$7 + 9 = 16$$

$$16 + 9 = 25$$

$$25 + 9 = 34$$

$$34 + 9 = 43$$

$$43 + 9 = 52$$

$$52 + 9 = 61$$

$$61 + 9 = 70$$

$$70 + 9 = 79$$

$$79 + 9 = 88$$

$$88 + 9 = 97$$

A sequência numérica relativa ao algarismo das unidades da soma é, neste caso, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, 9, 8, 7... Outras sugestões de exploração desta sequência podem ver-se na brochura Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática.

#### Exemplo 9 - Sequência mista, parcialmente repetitiva e parcialmente crescente.

Nas sequências mistas há um atributo que se repete ciclicamente e outro atributo que varia de acordo com a posição que ocupa na sequência, como mostra a sequência da figura:

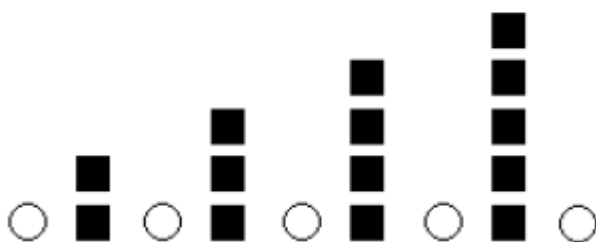


Figura nº 23

Situações como esta permitem, por um lado, promover a compreensão da unidade que se repete ciclicamente e, por outro lado, analisar sequências crescentes. Na exploração destas sequências os alunos podem manifestar dificuldades em responder a questões como “Descreve o termo de ordem  $n$ ”, mas podem começar por identificar as ordens dos termos que se repetem e não crescem. Neste exemplo podem referir que os termos de ordem ímpar são brancos e os termos de ordem par são pretos. O círculo é o termo que surge em todas as ordens ímpares; os termos de ordem par, pelo seu lado, são constituídos por quadrados. Nestes termos de ordem par, o número de quadrados que os constitui aumenta em cada passo, ou seja, de um termo par para o termo par seguinte, acrescenta-se um quadrado preto.

Será com base nestas tarefas que planearemos as tarefas para o nosso estudo.

## Capítulo III

### 1. - METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os aspectos epistemológicos e metodológicos assumidos no desenvolvimento da investigação. Encontra-se dividido em seis secções: (a) nota prévia; (b) opções metodológicas; (c) sujeitos do estudo; (d) descrição do estudo; (e) recolha de dados; (f) tratamento dos dados.

Nas duas primeiras secções explicitam-se as grandes opções metodológicas do estudo enquadradas no debate paradigmático da investigação educacional.

Nas secções seguintes referem-se os procedimentos seguidos, indicam-se os participantes e descreve-se o contexto em que decorreu o estudo, bem como os instrumentos utilizados na recolha de dados.

Finalmente, na última secção, menciona-se como foi feita a análise e tratamento dos dados.

## 1.1. Nota Prévia

Durante as últimas décadas assistiu-se ao surgimento de múltiplas linguagens científicas, de pluralidade de posições epistemológicas e de novas perspectivas de investigação englobadas na denominação de paradigmas de investigação.

Guba e Lincoln (1994), referenciados por Pires (1995), definem paradigma “como um sistema de concepções básicas que um indivíduo possui permitindo-lhe uma dada visão do mundo e da natureza. É através desse sistema que o indivíduo percebe o seu lugar no mundo e o tipo de relações possíveis que pode estabelecer com ele e com as suas partes” (p. 52).

Essas concepções básicas que definem um paradigma de investigação podem ser sintetizadas através das respostas dadas a três questões fundamentais e interdependentes: (a) uma questão ontológica: Qual é a forma e a natureza da realidade e o que se pode conhecer acerca dela?; (b) uma questão epistemológica: Qual é a natureza das relações entre aquele que conhece, ou quer conhecer, e aquilo que pode ser conhecido?; e (c) uma questão metodológica: Como procede aquele que quer conhecer para descobrir o que crê pode ser conhecido?

No discurso científico são nomeados essencialmente dois paradigmas: o positivista e o interpretativo (Arnal, Rincón & Latorre, 1992; Borg & Gall, 1983; Entonado, 1991; Erickson, 1986, citados por Pires, 1995).

O paradigma positivista, referenciado como quantitativo, racionalista, experimental ou empírico - analítico, parte do pressuposto que os fenómenos podem ser estudados de modo objectivo mediante análises empíricas e desenhos experimentais. Assim, pretende basicamente a objectivar, quantificar e formular princípios ou leis explicativas dos fenómenos educativos ou dos processos de ensino - aprendizagem a partir de dados estatísticos.

O paradigma interpretativo, referenciado como qualitativo, fenomenológico, naturalista, humanista ou etnográfico, penetra no mundo pessoal dos participantes observando como interpretam as situações, o que significam para eles, quais as suas intenções. Enfatiza a compreensão e interpretação da realidade educativa a partir dos significados das pessoas envolvidas e estuda as suas crenças, intenções, motivações e outras características não observáveis directamente, nem susceptíveis de experimentação. Assim, os investigadores de orientação interpretativa centram-se na descrição e na compreensão do que é único e particular para o sujeito em vez da procura de generalizações. Analisam a prática educativa a partir do contexto, sentido, história e intencionalidade com dados observados.

Guba e Lincoln (1994), referenciados por Pires (1995), caracterizam quatro paradigmas especialmente dirigidos às ciências sociais: (a) o positivismo; (b) o neo-positivismo; (c) a teoria crítica; e (d) o construtivismo.

Ao construtivismo podem ser associadas muitas das características já apontadas para o paradigma interpretativo. Ainda, de acordo com Schwandt (1994), referenciado por Pires (1995), também os construtivistas argumentam que para compreender o mundo torna-se necessário interpretá-lo. O conhecimento é criado e construído, não é descoberto. É destacado o mundo da experiência tal como é vivida, sentida e realizada pelos sujeitos. Estes inventam conceitos, modelos e esquemas para explicar essa experiência e, a seguir, testam e modificam continuamente essas construções à luz das novas experiências.

## 1.2. - Opções Metodológicas

Sabemos que a opção por um dos paradigmas da investigação educacional não é fácil pois, cada vez mais, há consciência de que cada um deles revela vantagens e limitações.

A escolha do método - procedimentos ou conjunto de passos sucessivos para atingir um determinado fim - deve fazer-se tendo em conta a natureza do problema em estudo (Arnal, Rincón & Latorre, 1992; Borg & Gall, 1983; Erickson, 1986; Evertson & Green, 1986, referenciados por Pires, 1995).

Merriam (1988), referenciado por Barbosa (2009, p.101), descreve o estudo de caso como uma estratégia de investigação de carácter descritivo e não experimental. Destaca ainda, quatro características essenciais à definição deste design: (1) particularista, o estudo centra-se numa situação, num programa, num acontecimento, num fenómeno ou pessoa específica; (2) descritivo, o investigador recolhe dados que lhe permitem fazer uma descrição detalhada do objecto em estudo; (3) heurístico, o estudo enriquece e clarifica a compreensão do leitor; e (4) indutivo, os dados orientam e condicionam o conhecimento que emerge do estudo. Em síntese, o estudo de caso é definido como uma descrição holística e analítica de um fenómeno específico.

O estudo de caso é verdadeiramente útil quando se pretende efectuar uma descrição detalhada das experiências vividas pelos participantes, o que implica que o investigador desenvolva o seu estudo em contexto natural e recorra a múltiplas fontes de evidência (Cohen & Manion, 1996, referenciados por Barbosa, 2009).

Os estudos de caso podem ser utilizados com diferentes propósitos, o que motivou alguns autores a construir tipologias relacionadas com as possíveis abordagens (Stake, 1994; Yin, 1989), referenciados por Barbosa (2009). Por exemplo, Yin (1989), também citado por Barbosa (2009), refere que os estudos de caso podem ser: (1) exploratórios, quando são utilizados na definição de questões e hipóteses que servirão de base a um estudo posterior, ou seja, procede-se a um estudo piloto que fornece informação preliminar acerca do objecto que se está a investigar; (2) descritivos, se o objectivo passa pela descrição detalhada de um fenómeno associado a um contexto específico; ou (3) analíticos, se os resultados assentam em relações causa - efeito, de

forma a explicar como ocorreram os fenómenos, sendo usualmente aplicados na formulação de novas teorias ou teste de teorias já existentes.

Neste estudo, optou-se por combinar uma componente qualitativa e interpretativa, centrada na construção de Estudos de Caso, com uma componente quantitativa, centrada na obtenção de resultados relativos a indicadores de desempenho. Aqui, a abordagem qualitativa orienta o rumo da investigação, sendo-lhe por isso atribuída predominância. Ao longo da investigação serão recolhidos, através da aplicação de diversos procedimentos, dados de natureza diferente que serão integrados na fase de interpretação.

Este estudo parte assim, originariamente, de um paradigma racionalista de investigação, pois acreditamos que poderemos promover nos estudantes com N.E.E. o seu pensamento algébrico, com base em actividades/tarefas expressamente concebidas para esse fim.

Contudo, esta investigação assume, pois, a tipologia de estudo de caso, de natureza **descritiva-interpretativa**, baseada na observação sistemática e na recolha e análise de tarefas/fichas resolvidas pelos alunos durante seis meses. Este estudo assume-se como exploratório, porque, esperamos apenas que das suas conclusões resultem pistas para se poderem planear trabalhos de investigação subsequentes (Moore, 1983).

Apesar de a nossa atenção incidir sobre o desempenho dos alunos escolhidos, a sua evolução não pode ser analisada de forma descontextualizada. Por isso, a reflexão acerca dos acontecimentos vividos deve contemplar o ambiente de ensino e aprendizagem que estes alunos integram, neste caso a turma a que pertencem.

### **1.3. - Sujeitos do Estudo**

Farão parte do estudo 3 alunos a frequentar o terceiro ano de escolaridade, numa turma do Agrupamento de Escolas de Vila Velha de Ródão. O **Aluno E** com NEE, o único da turma a beneficiar de Educação Especial, mais 2 alunos propostos pela professora da turma, segundo o conhecimento que tem deles: o **Aluno L** sendo o melhor da turma e o **Aluno P** apresentando dificuldades mas, não beneficiando de Educação Especial.

O **Aluno E** tem 9 anos de idade, sofreu uma retenção no 2º ano de escolaridade. Tem manifestado, ao longo de todo o seu percurso escolar, dificuldades de aprendizagem. Manifesta dificuldades ao nível da linguagem oral (problemas de dicção) e tem pouco vocabulário; também tem dificuldades em ordenar as ideias no seu discurso. Tem dificuldades ao nível da compreensão verbal, conceitos quantitativos, relações espaciais, constância da forma e orientação espacial. Revela também, deficit de concentração. É um aluno muito imaturo que

progredir muito lentamente (por vezes tem regressões nas suas aprendizagens), características de acordo com relatório da Psicóloga (Anexo 1).

O **Aluno L** tem 8 anos, não apresenta dificuldades de aprendizagem; tem desenvolvido as competências de acordo com o seu nível etário, sendo considerado um bom aluno.

O **Aluno P** tem 8 anos, acompanha o currículo escolar com muita dificuldade: necessita de um ensino individualizado e muito concretizado. Tem muita dificuldade em se concentrar e pouca motivação pelas tarefas escolares. Contudo, não tem sido considerado um aluno para integrar a Educação Especial.

## **1.4. Descrição do Estudo**

### **1.4.1. A turma:**

É formada por 15 alunos e a professora, pertencente ao quadro de Agrupamento e com uma larga experiência de ensino, acompanha-os desde o 1º ano de escolaridade.

A investigação decorrerá de acordo com o horário das actividades lectivas da turma, no tempo destinado à leccionação da área da Matemática. Desenvolver-se-á na sequência da unidade didáctica, referente aos Padrões.

### **1.4.2. Planificação/Escolha das Tarefas:**

A professora da turma e a professora da Educação Especial terão conhecimento, previamente, das diversas tarefas a apresentar aos alunos, podendo dar a sua opinião, de modo a acautelar as preocupações e os interesses de todos os intervenientes.

No início do ano lectivo proceder-se-á à elaboração de uma série de tarefas centradas em padrões de repetição e de crescimento e generalizações de padrões. Será dada preferência a tarefas utilizadas em outras investigações e em documentos curriculares, uma vez que já terão sido alvo de validação, no entanto algumas das questões serão adaptadas tendo em vista a sua adequação aos objectivos do estudo. Este procedimento conduzirá, também, a adaptações de conteúdo relativas: à linguagem utilizada; ao número de questões efectuadas; à adequação dos enunciados à faixa etária; e ao tempo previsto para a sua exploração.

A selecção das tarefas será condicionada por três factores: o potencial das tarefas, no sentido de possibilitar e implementar o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos, principalmente naqueles que têm NEE; a exploração da generalização de padrões de vários tipos; e o estabelecimento de um contexto privilegiado para a abordagem de outros conteúdos matemáticos que atravessam o currículo do 3º ano de escolaridade.

Na concepção das tarefas considera-se, ainda, fundamental, incluir questões que potenciem também a generalização. O principal objectivo incide na identificação de regras que permitam caracterizar os padrões de repetição e de crescimento. Deste modo, a estrutura das tarefas será semelhante no que respeita à formulação das questões cuja incidência recairá sobre a generalização próxima e a generalização distante. Em alguns casos, procurar-se-á, ainda, promover a reversibilidade do pensamento, através da proposta de cálculo.

Os alunos podem facilmente passar do contexto visual para o numérico, estabelecendo a ligação entre as duas formas de representação, o que poderá contribuir para o reconhecimento do significado dos valores utilizados e para a descodificação das variáveis envolvidas. Por outro lado, os modelos visuais podem actuar como um elemento catalisador na identificação da estrutura do padrão que está subjacente nas figuras, promovendo assim uma abordagem funcional (Lannin, 2005, referenciado por Barbosa, 2009).

Serão ainda privilegiadas, nestas tarefas, situações problemáticas contextualizadas, conhecidas por potenciarem o recurso a experiências prévias e um raciocínio mais flexível, através da utilização de estratégias criativas e não rotineiras. Este tipo de problemas facilita ainda a reflexão acerca das representações matemáticas utilizadas e contribui para a compreensão dos tópicos matemáticos envolvidos (Kaput, 1999, referenciado por Barbosa, 2009).

### 1.4.3. Fases do Estudo e Procedimentos:

O estudo decorreu entre Setembro de 2010 e Junho de 2011. É possível diferenciar neste estudo três fases fundamentais, cuja calendarização se encontra sintetizada na Tabela 2:

| Datas                                  | Fases do Estudo                  | Procedimentos  |
|--|----------------------------------|--|
| Setembro de 2010<br>a Novembro de 2010 | Preparação do estudo             | Definição dos objectivos fundamentais;<br>Recolha bibliográfica;<br>Construção dos instrumentos;<br>Pilotagem dos instrumentos;                |
|  | Acesso à Escola e à turma        | Pedido de autorização ao órgão de gestão da Escola envolvida no estudo;<br>Primeiro contacto com a turmas e apresentação do estudo aos alunos; |
|  | Escolha das tarefas              | Seleção das tarefas, discussão da ordem de aplicação e validação;  |
|  | Primeira avaliação de desempenho | Aplicação da primeira tarefa a toda a turma;<br>Análise das entrevistas feitas a todos os alunos e dos relatórios escritos;                    |

|                              |  |   |
|------------------------------|--|---|
| Novembro de 2010             | Início da experiência de ensino            | Aplicação da prova inicial aos três alunos escolhidos para o estudo;<br>Análise das entrevistas;  |
| A Maio de 2011               | Continuação da experiência de ensino       | Aplicação das tarefas;<br>Análise dos relatórios escritos e das entrevistas aos sujeitos do estudo;                                     |
|                              | Estudo do impacto da experiência de ensino | Aplicação da prova final;<br>Comparação dos resultados obtidos na Prova inicial e na prova final;                                       |
| Maio de 2011 a Julho de 2011 | Redacção da tese                           | Continuação da análise de dados;<br>Redacção do relatório escrito correspondente ao trabalho realizado;<br>Revisão final de literatura; |

Tabela 2. Calendarização do estudo

A primeira fase decorrerá entre Setembro de 2010 e Novembro de 2010 e terá associados três grandes objectivos: preparar o estudo; aceder à Escola e conhecer a turma; e seleccionar os instrumentos e validá-los. Depois de delineado o projecto de tese, proceder-se-á ao levantamento de bibliografia relacionada com a temática específica do estudo, bem como sobre metodologias de investigação. Seguir-se-á a concepção das tarefas e instrumentos a utilizar na recolha de dados. As tarefas passarão por uma fase de pilotagem para averiguar a sua validade, a adequação à faixa etária dos alunos e aos objectivos do estudo. Neste período, será também formalizado o acesso à Escola (Anexo 2), à turma e aos participantes no estudo, através da concessão das respectivas autorizações. Antes de se passar à fase seguinte, as tarefas serão analisadas juntamente com as professoras da turma e da Educação Especial, de forma a discutir a sua adequação e a ordem de implementação mais adequada.

A segunda fase, período entre Novembro de 2010 e Maio de 2011, corresponderá ao trabalho de campo que foi programado da seguinte maneira:

1ª etapa (Prova inicial): todos os alunos da turma realizarão uma ficha com tarefas de Padrões de Repetição e de Crescimento; far-se-á análise dos dados de todos os alunos da turma.

2ª etapa, cinco aulas (1h 30m cada uma) com tarefas para ensinar Padrões de Repetição e de Crescimento.

3ª etapa (Prova final): aplicação da primeira ficha (1ª etapa) a todos os alunos, com tarefas de Padrões de Repetição e de Crescimento.

A terceira e última fase do estudo corresponderá à análise e tratamento dos dados. Simultaneamente proceder-se-á à redacção da tese e à leitura de novas referências bibliográficas consideradas pertinentes para a revisão dos capítulos já redigidos.

## 1.5. - Recolha de Dados

Nesta secção são descritos detalhadamente os métodos e os procedimentos utilizados ao longo da fase de recolha de dados, encontrando-se caracterizados de uma forma breve na Tabela 3.

**Observação.** Pensamos que a observação é um método de recolha de dados fundamental em qualquer estudo de carácter interpretativo. Utiliza-se com a finalidade de descobrir interacções complexas em contextos sociais e ambiente natural. Permite ao investigador observar o comportamento humano, analisando e confrontando várias componentes em simultâneo, em particular, aquilo que é dito pelos sujeitos e a sua linguagem corporal.

Através da observação, o investigador acede às perspectivas dos participantes e entende o que motivou as reacções observadas bem como o seu significado naquele momento. O grau de envolvimento do investigador no contexto é um ponto-chave na escolha do tipo de observação a efectuar. Pode assumir um papel passivo, sem qualquer interacção com os sujeitos, limitando-se a observar o que o rodeia, ou então, optar por uma participação activa nas actividades desenvolvidas, contactando directamente com os participantes. Neste último caso inclui-se a observação participante que se caracteriza pela completa integração do investigador no contexto em estudo, interagindo continuamente com os intervenientes, com o intuito de aprofundar a sua compreensão acerca da forma como experienciam determinados fenómenos (Yin, 1989, referenciado por Barbosa, 2009). Este tipo de observação, embora permita ter uma percepção mais consciente das perspectivas dos alunos, poderá apresentar algumas limitações, nomeadamente a dificuldade em registar todos os fenómenos que ocorrem no contexto.

Ao longo de aproximadamente seis meses, do ano lectivo 2010/2011, a investigadora observará grande parte das aulas de Matemática da turma envolvida no estudo. No decorrer de cada aula, haverá uma preocupação constante em efectuar o registo escrito do que irá ser observado, que será complementado, no mesmo dia, com outras notas consideradas relevantes, procedendo-se posteriormente a uma sistematização da observação sob a forma de relatório. A investigadora assumirá o papel de observadora participante, dialogando com os alunos e apoiando-os no desenvolvimento do seu trabalho.

**Entrevistas.** A entrevista é uma das técnicas de recolha de dados mais eficazes na obtenção de informação acerca dos fenómenos em estudo. Tem um papel muito importante na investigação de contextos sociais já que permite ao investigador perceber os significados que os indivíduos atribuem às experiências.

As entrevistas visam obter informações sobre concepções, atitudes e conhecimentos dos entrevistados, bem como clarificar o sentido das suas opiniões. Podem ser muito úteis para avaliar processos de pensamento dos alunos no cumprimento de uma tarefa (Fernandes, 1991).

O simples estabelecimento de um diálogo entre investigador e sujeito pode permitir, por exemplo, o acesso a opiniões, sentimentos, significados e processos cognitivos. Na investigação qualitativa, as entrevistas são usualmente utilizadas como uma forma de complementar as observações, possibilitando que o investigador aprofunde o seu conhecimento ou tenha mesmo acesso a determinado tipo de informações que não conseguiu observar (Mertens, 1998, referenciado por Barbosa, 2009).

Nos relatórios das sessões observadas procurar-se-á elaborar uma descrição fiel do contexto, focando reacções dos alunos, dificuldades detectadas, comentários, questões colocadas, atitudes, tempo gasto na resolução das tarefas e outros episódios relevantes. Além destes registos, a investigadora procederá ainda à organização de notas pessoais resultantes de outras situações e actividades nas quais poderá manter contacto com os alunos, incluindo-se neste leque notas relativas à observação de algumas situações marcantes que eventualmente surjam nas entrevistas.

Com estes procedimentos, pensamos ser possível recolher informações para fazer julgamentos acerca dos desempenhos dos alunos, mais concretamente, a nível de padrões de crescimento e de repetição.

Tabela 3 - Descrição resumida dos métodos de recolha de dados aplicados no estudo

| Método de recolha de dados | Descrição  |
|----------------------------|--|
| Observação                 | A investigadora assumirá o papel de observadora participante. Organizar-se-á um registo de observação com base nas anotações efectuadas durante e imediatamente após a aula observada.   |
| Entrevistas                | Realizar-se-ão 7 entrevistas semi-estruturadas aos alunos seleccionados, após a realização de cada uma das tarefas.  |
| Documentos                 | Recolher-se-ão vários tipos de documentos: relatórios de observação; folhas de resolução das tarefas; folhas de resolução relativas à prova inicial e prova final; inquéritos; registos biográficos; registos relativos ao percurso escolar. |

Tabela 3. Descrição resumida dos métodos de recolha de dados aplicados no estudo

## 1.6. - Tratamento de dados

Os registos escritos das tarefas matemáticas, promotoras do pensamento algébrico, serão analisados com base na seguinte Escala de avaliação:

|            |   |
|------------|---|
| 0 pontos - | Não fez nada.   |
| 1 ponto -  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio. |
| 2 pontos - | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente.      |
| 3 pontos - | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente.      |
| 4 pontos - | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio.     |
| 5 pontos - | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente.        |
| 6 pontos - | Acertou e apresentou um raciocínio coerente.            |

Por fim, compararemos o desenvolvimento do pensamento Algébrico desta criança com o das crianças ditas “normais”, através de tabelas com os resultados obtidos na resolução escrita das tarefas e, posteriormente, com gráficos de barras, comparando os três sujeitos do estudo

## Capítulo IV

### 1 - Análise e Tratamento dos Dados

Ao longo deste estudo, as tarefas implementadas, os relatórios de observação das aulas, as transcrições das entrevistas e os documentos constituíram as principais fontes de informação utilizadas pela investigadora. Após repetidas leituras e consultas, procedeu-se à codificação e classificação dos dados de forma a sistematizar e comprimir a informação para facilitar a interpretação dos resultados, tal como defende Denzin & Lincoln (2000), referenciados por Barbosa (2009).

É pertinente salientar que as fases de recolha e análise dos dados são muitas vezes, indissociáveis. Por norma, à medida que os dados vão sendo recolhidos, o processo de análise vai ocorrendo paralelamente, podendo daí resultar novos caminhos para a recolha de dados ou propostas alternativas para as questões de investigação (Tashakkori & Teddlie, 2003, referenciados por Barbosa, 2009).

Nesta perspectiva considera-se que a fase de análise é um processo de descoberta, ao longo do qual são desenvolvidos tópicos codificados e categorias, que podem surgir dos dados ou estar pré-determinados. Alguns investigadores dão início à análise recorrendo a categorias preestabelecidas que podem advir das seguintes fontes: questões de investigação; instrumentos

de investigação, por exemplo o guião de uma entrevista; experiência pessoal prévia que se torna relevante no trabalho de campo; e categorias encontradas na literatura (Stake, 1994; McMillan & Schumacher, 2001, referenciados por Barbosa, 2009).

Sendo este, um estudo essencialmente qualitativo e descritivo entendeu-se que as fases de recolha e análise de dados estavam intimamente ligadas, tendo-se adoptado um modelo de análise interactivo, como é proposto por Miles e Huberman (1994). O modelo referido defende que as regularidades e explicações encontradas ao longo da análise de dados podem ser confirmadas ou rejeitadas à medida que outros dados são recolhidos e analisados. Estes autores propõem que a análise seja dividida em três componentes: (1) redução dos dados; (2) apresentação dos dados; e (3) conclusões e verificação.

A redução dos dados é definida como o processo de seleccionar, focar, simplificar, abstrair e transformar os dados compilados, de modo a permitir a formulação de conclusões. Referem que os dados podem ser reduzidos e transformados através de processos como: a selecção; a síntese em parágrafos, frases ou números; ou ainda a integração em classes. Este é um processo contínuo que ocorre ao longo da recolha de dados, prolongando-se após o trabalho de campo até à determinação das conclusões finais.

A apresentação dos dados é a segunda maior actividade na fase de análise. O objectivo principal é a disposição e apresentação dos dados, previamente reduzidos, de forma organizada e condensada para facilitar a chegada às conclusões. Miles e Huberman (1994) explicam que o ser humano poderá não ter grandes capacidades de processar enormes quantidades de informação pelo que grandes textos poderão influenciar negativamente a sua capacidade de interpretação. A utilização de formas adequadas de sintetizar e apresentar a informação pode contribuir para que o investigador seja capaz de mais facilmente interpretar os fenómenos em estudo e decidir os passos que se seguem na análise.

A chegada às conclusões e a sua verificação constitui a fase final da actividade de análise. É neste momento que o investigador começa a decidir o significado das coisas. Este processo envolve a procura de regularidades, tentando identificar diferenças ou semelhanças, explicações, possíveis configurações, fluxos causais e proposições. No entanto, Miles e Huberman (1994) sugerem que o investigador deve encarar esta fase da análise com algum grau de abertura e cepticismo. As conclusões devem ser fundamentadas e refinadas ao longo do processo de análise dos dados.

Como já foi referido, a análise de dados seguiu o modelo proposto por Miles e Huberman (1994). À medida que os dados foram sendo recolhidos, procedeu-se à sua codificação e classificação, de modo a sistematizar e organizar a informação para posterior interpretação.

A análise dos dados foi sempre concretizada após a implementação das tarefas e depois das entrevistas. Os dados obtidos, de natureza quantitativa, eram baseados em indicadores de

desempenho na resolução de tarefas com padrões. Através deste conjunto de dados, ia sendo possível codificar e classificar o desempenho dos alunos.

As tarefas foram avaliados com base na escala construída e os resultados finais de classificação foram apresentados em gráficos, por tarefas e por alunos. Esta forma de representação gráfica dos dados permitiu analisar a distribuição e, conseqüentemente, a evolução dos alunos, da prova inicial para a prova final. Optou-se, assim, por uma análise estatística comparativa.

Passamos então a descrever a recolha e tratamento de dados.

### Relatório da 1ª Observação

Os alunos ficaram na expectativa, não era habitual verem-me na sala de aula, até ao momento, apenas se cruzavam comigo nos corredores. Manifestaram certa inibição que se foi esbatendo quando lhes expliquei porque estava ali. Compreenderam certamente e, pela reacção, quiseram “embarcar” na novidade.

Apresentei-lhes a ficha com tarefas de padrões de repetição e de crescimento, não houve qualquer explicação, apenas lhes ia lendo os enunciados das tarefas, porque o aluno com NEE, aluno E, não conseguia ler; assim lia para ele e lia para todos, iam-se entusiasmando de forma crescente.

O **aluno E** parecia entusiasmado na 1ª parte, senti que resolvia as tarefas com sucesso e sem dificuldades, no entanto, não manifestava expressão facial.

Na 2ª parte da ficha, esteve sério e concentrado, parecia entender o que os enunciados pediam, mas revelou limitações.

O **aluno L** esteve sempre muito à vontade enquanto realizava as tarefas; de vez em quando dizia: “para mim, isto não custa nada”.

Por vezes ouvia-se dentro da sala: “professora, nos nossos livros aparecem tarefas parecidas mas estas são mais interessantes, têm mais cor”, “A mim parece-me que até estou a brincar”. O **aluno P** trabalhou concentrado, parecendo confiante no resultado do seu trabalho, não fez qualquer comentário. No final da aula, veio-me perguntar se eu voltava mais vezes com trabalhos destes.

A professora do Ensino Especial não esteve presente e a professora titular da turma encontrava-se no fundo da sala a trabalhar individualmente, não interferindo nos trabalhos dos alunos nem nas suas reacções verbais.

Saí da sala confiante, pareceu-me poder contar com aquele grupo.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 3), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 4), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 5). Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

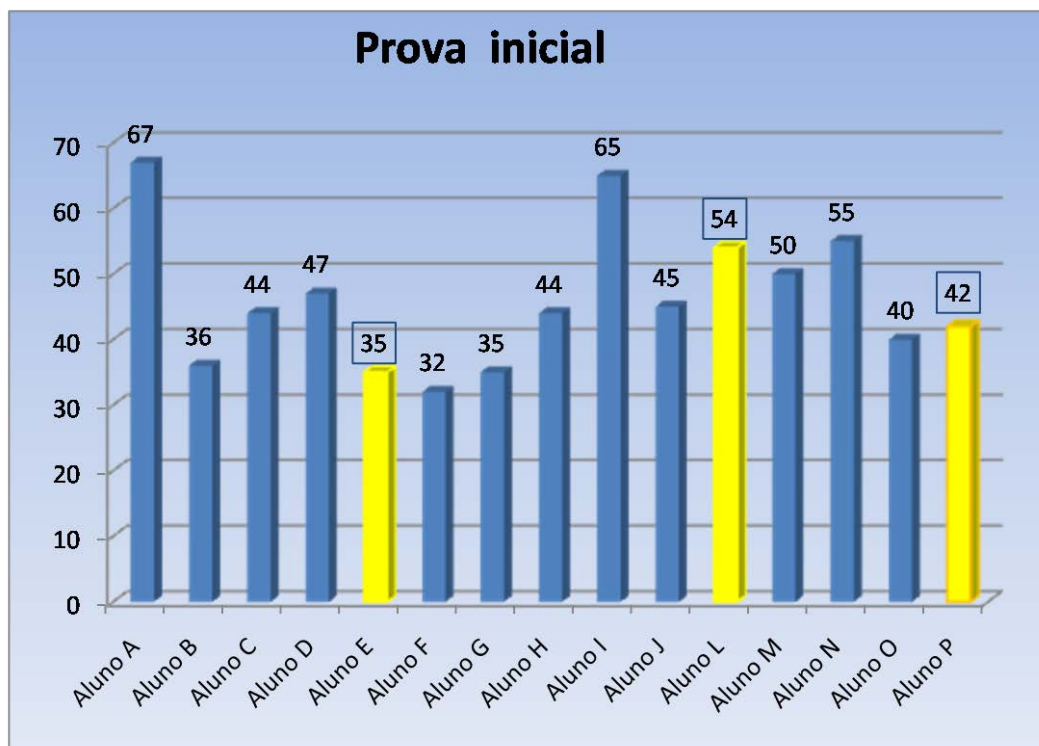


Gráfico 1

Neste gráfico apresentamos os resultados da pontuação obtidos por todos os alunos da turma na prova inicial. Assim, verificamos que o **aluno E**, nesta observação, apresenta resultado superior ao **aluno F**, igual ao **aluno G** e próximo do **aluno B**. Há número significativo de alunos que se distancia do **aluno E**, mas por outro lado, o resultado do **aluno P** não está muito afastado dos restantes. O resultado do **aluno L** é ultrapassado por 3 alunos. A diferença dos resultados dos alunos com maior e menos pontuação é de 35 pontos.

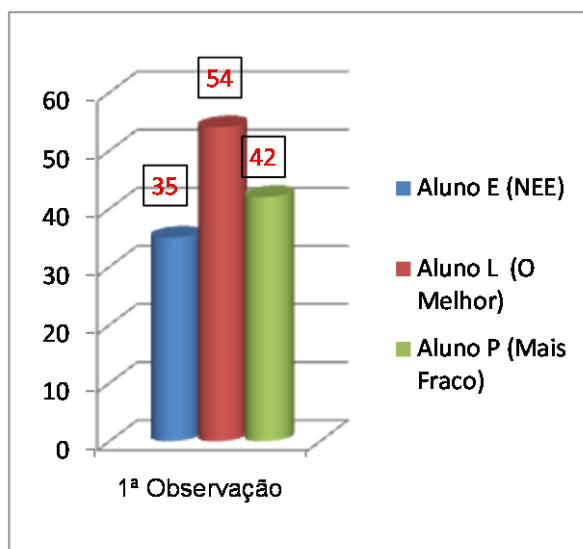


Gráfico 2

Nesta 1ª observação o aluno E fica abaixo do aluno P 7 pontos e do aluno L 19 pontos. Para compreendermos estes resultados apresentamos uma análise por tarefas para cada um deles.

**Aluno E**, Parte I; nas tarefas 1 e 2 ia dizendo silenciosamente “isto é fácil, basta pintar e neste até tenho que desenhar figuras geométricas”.

Tarefa 3, sentiu-se confuso, parecia não entender o que se pedia, talvez por isso acabasse por desenhar para o mesmo lado.

Tarefa 4, enquanto o aluno fazia a tarefa, tivemos a ideia que não acertou. Depois de falar com ele na entrevista tivemos que a considerar certa, ele explicou “ nesta repeti os 3 cubos, tal como estão atrás”.

Tarefa 5, não apresentou a noção de padrão, dizendo na entrevista “É um bocado difícil” não conseguiu justificar a sua opinião.

Na Parte II, tarefa 1 resolveu com rapidez dizendo “aqui é só contar 1,2,3,4,5”.

Tarefa 2, não acertou, dizendo na entrevista “esta fiz mal, devia ter posto 4 porque na legenda está o número 4”. Julgamos que o aluno talvez ficasse confuso com o número da legenda confundindo o seu pensamento.

Nas tarefas 3 e 4, não conseguiu resolver e não fez quaisquer comentários das tarefas nem enquanto as realizava nem na entrevista.

Na tarefa 5, não resolveu as sequências nem conseguiu descobrir a relação entre os termos, nem emitiu opinião.

Tarefa 6, não conseguiu criar padrão nem exprimir o pensamento.

O aluno teve que ser ajudado na leitura dos enunciados, pois não consegue ler ainda. Tarefa 7, mostrou preferência pelas tarefas da Parte I, porque teve que pintar.

**Aluno P**, nas tarefas da Parte I, embora as achasse fáceis dizendo que bastava olhar para elas para descobrir, apenas acertou a 1 e 2.

Tarefa 5 - Não conseguiu criar padrão, desenhou uma figura que nada tem que ver com padrões e ainda diz na entrevista “achei fácil, ia pensando”.

Na Parte II, tarefas 1 e 2, resolveu-as (acertou a 1, não acertou a 2) relacionando-as com o número da legenda.

Tarefas 3 e 4, não conseguiu resolvê-las dizendo apenas na entrevista “pareceu-me que era assim...”.

Tarefas 5 a) acerta e relaciona com a tabuada do 5. Tarefa 5 b) acerta conseguindo descobrir a relação dos termos “no princípio é +1, depois +2, +3, +4, +5, +6”.

Tarefa 6, não conseguiu construir um padrão, desenhando uma figura insignificante, não fez qualquer comentário sobre a figura 5 mas desenhou-a.

Tarefa 7, mostrou preferência pela Parte I, justificando porque gosta. Diz apenas ter dificuldade na Parte I, não conseguindo apresentar justificação.

**Aluno L**, acertou as tarefas 1,2,3,4 dizendo “acho fácil, só tive que pintar vendo o padrão”; Dá uma resposta mais coerente que os colegas e apresenta a palavra padrão.

Tarefa 5, não conseguiu apresentar padrão dizendo “achei difícil, não sei o que fazer...”.

Parte II, tarefas 1 e 2, acertou dizendo “é uma tarefa fácil porque só tínhamos que olhar, contar e acrescentar mais alguns como o padrão”.

Tarefas 3 e 4, não acertou explicando “ aqui só vi figuras a aumentar, não sei quanto, por isso é que não consegui”.

Tarefa 5 a) acertou relacionando com os números de 5 em 5.

Tarefa 5 b) acertou, “aqui descobri que se aumentava sempre +1 que o de trás”.

Tarefa 6, não acertou. Apresentou figuras que não têm que ver com padrões, afirmando na entrevista “aqui ia pondo triângulos e iam aumentando.

Tarefa 7, mostra preferências pelas tarefas da Parte I “são mais divertidas porque pintamos mais”. Escolheu as tarefas 3 (Parte I) e 4 (Parte II), como sendo as mais difíceis de resolver mas com argumentos pouco claros.

Nesta observação, os alunos emitiram poucas opiniões sobre as tarefas que realizavam. Apenas o **aluno L** referiu algumas vezes “ para mim não custa nada”.

### Relatório da 2ª Observação

Logo no início da aula os alunos mostraram-se muito receptivos às tarefas apresentadas ouvindo-se já por esta altura “quem me dera fazer todos os dias disto!”

A professora de Educação Especial coloca-se em pé, à retaguarda do **aluno E** com a intenção de o ajudar a ler os enunciados. Neste momento, enquanto iniciava a parte I, ele diz “professora Emília eu não preciso de ler nestas primeiras tarefas, eu olho para os desenhos e já sei o que é para fazer”. Antes de iniciar a tarefa 5, distribui letras móveis para treinarem. O **aluno L** diz logo: “eu não preciso!” Os **alunos E** e **P** ao receberem as letras móveis pediram logo para fazer com os colegas do lado. Assim, treinaram e todas as dúvidas foram esclarecidas também entre si. Ninguém solicitou ajuda das professoras. Pedi que treinassem o tempo que necessitassem e estaria ali para ajudar quem tivesse dificuldade.

O **aluno E** na 2ª sequência pede ajuda, pois não sabe como começar. Depois treina apenas com a professora de Educação Especial as 2ª e 3ª sequências. De seguida mando arrumar as letras e os números. Partimos para as tarefas no papel; depois ninguém pede ajuda e todos parecem seguros de si.

Na Parte II, dei logo indicações para que tentassem fazer todos ao mesmo tempo as tarefas, assim, só passariam à 2ª quando todos tivessem percebido e feito a 1ª.

Porque a concretização permite aos alunos tomar contacto com a tarefa, envolver-se nela (mesmo fisicamente) e iniciar a sua compreensão, praticámos com alunos da turma. Colocaram-se em fila de acordo com o papel e com eles exercitámos as tarefas que teriam que resolver no papel e que também já tinham sido reproduzidas no quadro. Todos, sem excepção, se envolveram com interesse e vontade para aprender. De vez em quando, ouvia-se um ou outro aluno “ parece que és burro não vês que o grupo que se vai repetindo é sempre 2 meninos e uma menina “ O **aluno P** diz: “então se continuarmos as meninas são sempre menos que os rapazes”. O **aluno L** diz: “sim, os rapazes são sempre o dobro das meninas, ou as meninas metade dos rapazes”. Nesta altura a professora de Educação Especial interage não apenas com o aluno que

ela apoia mas também com os outros. Parece haver ruído na sala, resultado da actividade e do envolvimento de todos.

Dei ordem para que se sentassem e fizessem “1 minuto de silêncio” para se concentrarem de novo! Assim aconteceu. Iniciou-se a execução das tarefas no papel. O **aluno P** pergunta se pode tirar as dúvidas com o colega do lado ao que respondi afirmativamente.

Apercebemo-nos que o **aluno E** sente dificuldades em identificar o motivo que se repete, manifestando ainda confusão em distinguir padrões de repetição dos de crescimento. A determinada altura pergunta: “isto é padrão de repetição ou de crescimento?”. Talvez o aluno não consiga fazer uma distinção clara entre o padrão apresentado e o seguinte. Continua a manifestar muitas dificuldades na resolução das restantes tarefas, talvez pela dificuldade da identificação do motivo de repetição. Foi muito difícil trabalhar com ele o resto do tempo uma vez que se remeteu ao silêncio, parecendo querer esconder as suas limitações ao nível da abstracção e ainda mais da generalização. O **aluno P** fica muito confusa com a palavra “repete” na tarefa 1.2, pois olhando para a figura achava que só os meninos se repetiam e não conseguiu sair desse pensamento, pensamos que daí as dificuldades reveladas.

Quanto ao **aluno L**, nada a referir, uma vez que nunca solicitou ajuda, pelo contrário ajudou alguns colegas.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 6), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 7), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 8). Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

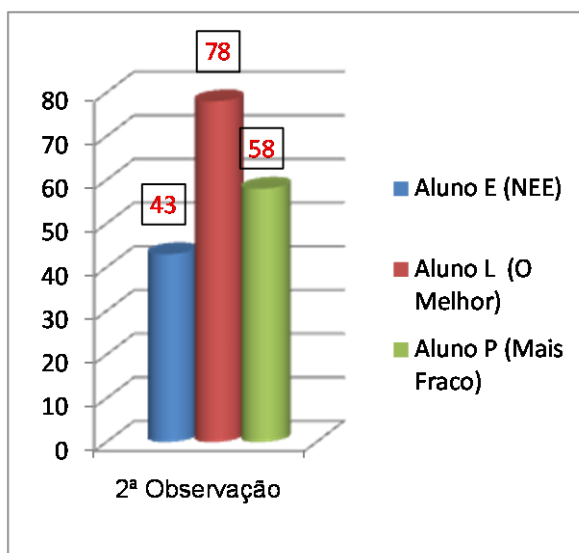


Gráfico 3

Nesta 2ª observação, o **aluno E** fica abaixo do **aluno P** 15 pontos e do **aluno L** com 35. O que quer dizer que os seus resultados estão mais longe dos resultados dos colegas nesta 2ª observação.

Relativamente ao **aluno E**, Parte I, tarefas 1,2,3 e 4 acertou. Enquanto as realizava: “professora eu não preciso de ler nestas primeiras tarefas, olho para os desenhos e já sei...”.

Leva mais tempo a resolver as tarefas 3 e 4: “foi difícil ver que começava com um chapéu para baixo”, “para mim começar é sempre mais difícil”.

Tarefa 5, acertou com facilidade a 1ª sequência, não acertou a 2ª sequência e relativamente à 3ª sequência diz “baralhei-me logo quando vi que tinha que pôr o 1º”. Parte II, não acertou qualquer tarefa. Na tarefa 1.1 “a professora explicou, fizemos

desenhos no quadro e treinámos com meninos e meninas, depois no lugar fiz confusão”.

Tarefa 1.2 - “só os meninos é que se repetem 2 vezes”.

Tarefa 1.3 - “afinal, isto é um padrão de repetição ou de crescimento?!”, “o grupo que se repete são os meninos”, “os rapazes são mais e as raparigas são menos”.

O aluno revelou muita dificuldade nesta parte. Começou logo por confundir a diferença entre padrão de repetição e de crescimento. Não conseguiu identificar o motivo de repetição e manifestou acentuadas dificuldades de abstracção e de generalização.

**Aluno P**, Parte I, acertou as tarefas 1, 2, 3, 4 e 5. Opiniões do aluno acerca das tarefas: 1 “Era só olhar”; 2 “era só olhar para trás e repetir”; 3 “foi difícil descobrir o 1º, depois vi que antes da que estava para cima, estava a debaixo”; 4 “3 a chorar, 3 a rir”.

Tarefa 5, “na primeira tive de treinar, primeiro com as letras móveis, nas duas a seguir já não precisei de treinar era só olhar para trás e repetir”.

Parte II, 1.1 acertou “olhei para trás foi só repetir”.

As tarefas 1.2, 1.3.1, 1.4 não acertou. A palavra repete deixa-o confuso: “oh professor, mas só os meninos é que se repetem!”.

Não consegue preencher a tabela nem consegue tirar uma conclusão sobre a sequência (nem oralmente nem por escrito).

**Aluno L**, Parte I, acertou todas as tarefas dizendo: “isto é muito fácil”, “basta olhar para trás”, “temos de estar com atenção à ordem dos desenhos”.

Tarefa 5, “nesta sequência até vi que é o contrário da de cima” (AABAABAAB / ABBABBABB).

Parte II, Resolve com facilidade todas as tarefas, identificou o modelo que se repetia e a relação entre os meninos e as meninas: “os meninos são sempre o dobro das meninas ou as meninas metade dos meninos”.

Conseguiu fazer generalizações com o auxílio da tabela onde ia registando os seus cálculos. Conseguir também apresentar uma conclusão credível sobre a sequência trabalhada: “descobri que o número de rapazes é o dobro de grupos e raparigas o mesmo número de grupos”.

### Relatório da 3ª Observação

Porque achámos que o **aluno E**, na última aula manifestou dificuldade em identificar o motivo que se repetia na Parte II da ficha, assim como alguma confusão na distinção de padrões de repetição e de crescimento preparámos tarefas com padrões de repetição que possam já conduzir à percepção da globalidade e ao caminho da generalização. Nesta aula não esteve presente a professora da Educação Especial e a professora da turma não interferiu uma vez mais.

Na Parte I, recusaram qualquer apoio dizendo que era fácil, bastava olhar para os exemplos. Circulei pela sala, a minha atenção dirigia-se para os 3 alunos em estudo, o **aluno L**

avançava sem hesitação na execução das tarefas, por vezes apagava e voltava a escrever mas penso que por mera distração. Ao ver que os **alunos E e P** não acertavam a tarefa 3 chamei-os à atenção que tinham que ter em conta que nessa sequência estão envolvidos mais do que um atributo, nomeadamente a forma, a cor e o tamanho. Não acertaram, penso que pelas dificuldades que têm de concentração, e de memória visual.

Na Parte II, os alunos, após lhes ser explicado o que significava cada unidade, passados momentos, confundiam, uma vez mais, as noções de unidades com elementos da unidade. Apenas o **aluno L** apresentou as noções metade e dobro adquiridas e ao resolver a tarefa 1.2, para dizer quantos elementos tinham as 4 unidades foi o único a calcular da seguinte maneira “ $4 \times 4 = 16$ ”; os **alunos E e P** contaram 1 a 1 os elementos das 4 unidades. Na tarefa 2.1, os **alunos E e P** apresentaram dificuldades a exprimirem o seu pensamento, apresentando uma conclusão objectiva e pertinente: Porém o **aluno L** já apresenta essa capacidade.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 9), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 10), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 11). Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

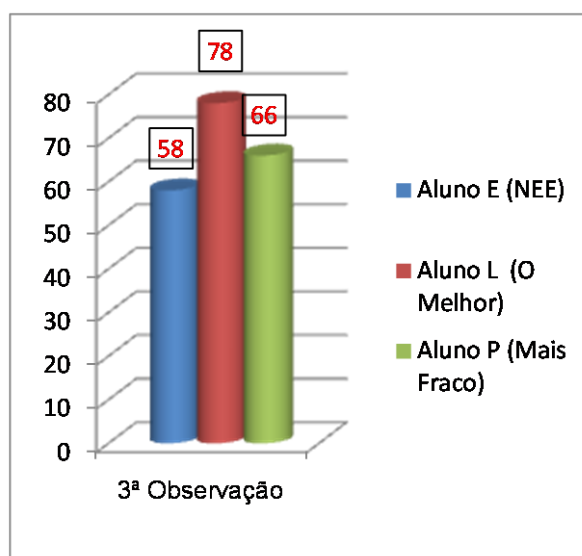


Gráfico 4

Nesta 3ª observação, o **aluno E** fica abaixo do **aluno P** 8 pontos e do **aluno L** 20 pontos. Nesta observação o **aluno E** volta a aproximar-se um pouco mais dos 2 colegas.

**Aluno E:** Parte I, nas tarefas 1 e 2 acertou. O **aluno** dizia “agora que fiz a primeira com as figuras que a professora trouxe, foi mais fácil para mim”.

Tarefa 3, não acertou “pensei que tinha feito bem”.

Tarefa 4 e 5, acertaram “só consegui fazer depois com o material que a professora trouxe”.

Tarefa 6, melhorou significativamente a criar o seu padrão, apenas se esqueceu da cor de um quadrado.

Parte II, só não acertou o 1.3. Revelou melhor compreensão da tarefa e apresentou os cálculos contando 1 a 1 os elementos das unidades. Na entrevista diz “na 1.3 errei porque já não me lembrava como é que se contavam, confundi figuras com unidades”.

Tarefa 2, “isto de tabelas é bom, é estar com atenção e fazermos tudo a seguir, nesta é só contar...”.

Na 2.1, não consegue apresentar conclusão acerca da sequência (nem oralmente, nem por escrito). Nesta observação apesar de não conseguir tirar conclusões, notou-se claramente que o aluno comunicou mais, gostando de emitir opinião sobre as tarefas. Fez contagens de 1 em 1, não fez alusão à multiplicação. Errou a tarefa 3 porque a sequência envolvia mais que 1 atributo, formação e tamanho.

**Aluno P**, Parte I, acerta as tarefas 1,2,4 e 5 e não fez muitos comentários. Apenas “isto, professora, basta ir olhando para trás e repetir a ordem”. Revela já uma linguagem, relativamente às sequências, mais elaborada.

Tarefa 6, também já consegue criar o seu próprio padrão e até com certa criatividade. “nesta ainda tive que apagar algumas vezes porque me esquecia de alguma figura”.

Parte II, apenas não acertou a tarefa 1.3 “aqui só precisei de contar”. Na entrevista concluímos que apenas não acertou porque confundiu os termos unidade com elementos. O aluno manifesta dificuldade em reter informação que lhe é dada oralmente.

Tarefa 2, acertou “adorei preencher esta tabela, mas tinha que ir lá acima contar”.

Na 2.1, embora a sua opinião ainda não seja a desejável, tem mais conteúdo que nas opiniões em observações anteriores.

O **aluno L** acertou em todas as tarefas. Nas tarefas 1,2,3,4,5 fez ao mesmo tempo que ia dizendo “basta olhar para o padrão e repeti-lo”.

Tarefa 6, também criou o seu padrão, mas com menos criatividade que os seus colegas “não tinha muitas ideias, até me enganei num”.

Na Parte II, 1.1, “ainda precisei que a professora explicasse o que era uma unidade”.

1.2 - “bastava contar, eu contei tudo seguido, de 1 em 1”.

1.3 - “foi só contar, eu já sabia o que era uma unidade”.

1.4 - “foi fácil, eu contei aos grupinhos de 2 em 2”.

1.5 - “aqui há tantos rectângulos como unidades e também os rectângulos são metade dos triângulos”.

2 - “fiz aqui estes números na tabela, nem precisei de olhar para cima”.

2.1 - Apresentou uma conclusão pertinente “conclui que era fácil, porque o número de rectângulos é a metade dos triângulos”.

O **aluno L** teve pontuação elevada, manifestou noção de padrão de repetição, identifica e retém com facilidade a ordem das figuras que se repetem. Continua sequências que envolvem mais que um atributo. Foi o único aluno que utilizou a multiplicação para saber o número de elementos das 4 unidades, utiliza a noção de metade ao dizer que os rectângulos são metade dos triângulos ou os triângulos o dobro dos rectângulos.

Manifesta alguma capacidade de generalização.

### Relatório da 4ª Observação

Na Parte I nas tarefas 1, 2 e 3 todos os alunos realizaram a ficha sem solicitar ajuda ou qualquer esclarecimento. Já na 4ª tarefa apenas o **aluno E** manifestou apreensão e fisionomia carregada olhando para a tarefa e para a professora. Aproximei-me e perguntei-lhe se queria ajuda e não conseguiu responder não avançando na execução da tarefa. Pedi-lhe que descrevesse para o colega aquilo que via representado: O colega pergunta ao **aluno E** “ Então isto não te parece um sinal de Matemática, o sinal maior quando anda à procura de um número pequeno?” O **aluno E** “ por isso é que ele não está sempre para o mesmo lado!” “claro”. Continua o colega. “Já reparaste no movimento dele?” “ ele não fica sempre no mesmo sítio !” “ Vá tenta lá, ele anda sempre da direita para a esquerda” “ Vou tentar”. O **aluno E** não acerta a tarefa e resolvemos não questionar mais o aluno para não o deixar constrangido.

Para a tarefa 5, levei autocolantes idênticos e todos treinam aos pares; enquanto 1 aluno fazia o outro orientava, estiveram assim, uns 10 a 15 minutos retirei os autocolantes e pedi-lhes que fizessem no papel, o aluno E falha 2 e acerta 1. Os **alunos L e P** fizeram com facilidade.

O **aluno L** diz “temos que fixar com os olhos, temos que nos habituar a olhar bem, fechar os olhos e depois fazer”.

Antes de iniciar a Parte II distribuí figuras geométricas em cartolina e sem que os alunos olhassem para a ficha exercitámos com elas: criaram padrões a gosto, todos eles aceitáveis. O **aluno E** chamou-me para me mostrar: “Olha professora o que eu fiz  $\bigcirc \triangle \square \bigcirc \bigcirc \triangle \square \bigcirc$ ” o colega do lado disse não concordar, pedimos-lhe que fizesse o seu e ele mostra: “ $\bigcirc \triangle \square \bigcirc \triangle \square$ ”. Passámos estes padrões no quadro e toda a turma comentava o que via. Chegou-se então à conclusão que ambas as situações estão certas. Como o **aluno E** não conseguia escrever com a correcção desejada, chamei o **aluno P** ao quadro e redigiu-se a seguinte frase: “ As duas sequências são de repetição, só que na primeira a unidade que se repete tem 4 elementos e a segunda tem 3.

As tarefas seguintes foram realizadas sem pormenores que mereçam registo. Apenas as dificuldades sentidas pelos **alunos E e P** em expressar o seu pensamento, justificando porque é que fazem assim.

O **aluno E** perdeu o entusiasmo quando chegou à tarefa 2, não proferindo qualquer palavra, mantinha-se silencioso quando tentávamos a interagir com ele. Por fim dissemos-lhe que estávamos ali para o ajudar e que lhe líamos as questões para ele as conseguir resolver. Do outro lado silêncio. Respeitámos e aceitámos a ficha como terminada.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 12), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 13), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 14) Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

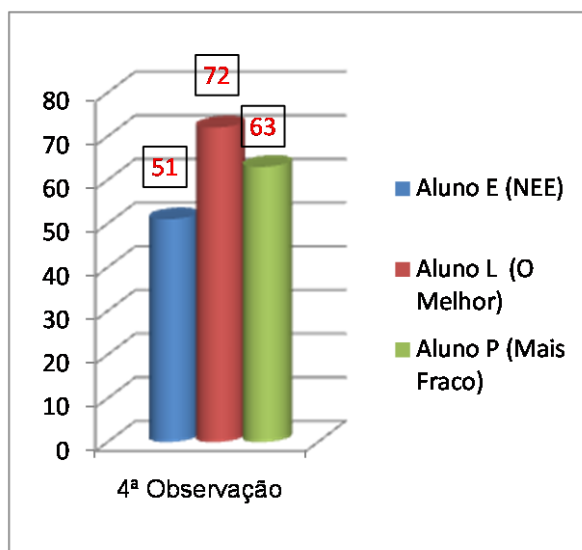


Gráfico 5

Nesta 4ª observação, o aluno E fica abaixo do aluno P com 12 pontos e do aluno L com 21 pontos. A diferença, relativamente ao aluno L é semelhante à da 3ª observação.

**Aluno E:** Parte I, tarefa 1, acertou, “nestas tarefas quando as professoras explicam, eu consigo aprender”; tarefa 2, e 3 acertou “agora já nem preciso de olhar muitas vezes.

Tarefa 4, não acertou “esta não parece igual às outras”, o colega esclarece “então isto não te parece um sinal de Matemática, o sinal maior quando anda à procura de um número pequeno?”. O aluno E “então é por isso que nunca está parado, anda-se sempre a voltar?” “Claro”.

Tarefa 5, aqui o aluno falha 2 e acerta 1. “pensei que tinha feito bem, se calhar enganei-me!”.

Tarefa 6, acertou, criou um padrão com criatividade.

Parte II, antes de iniciar as tarefas todas treinaram com figuras geométricas e criaram padrões livremente, o aluno chama-me e mostra: “ $\square \triangle \square \square \triangle \square \square$ ”, criou um padrão com uma unidade de 5 elementos.

Tarefas 1.1, 1.2, 1.3.1 acertou, identificou bem a posição que as figuras tinham na ordem.

Tarefa 1.4, não apresenta conclusão mas apresenta uma sequência de 3 em 3, de 33 a 51.

Tarefa 2, não conseguiu identificar a relação de ordem entre os termos da sequência e por isso não acertou a tarefa. Não consegue exprimir o seu raciocínio.

Aluno P, Parte I, acertou todas as tarefas, não apresentando qualquer dúvida “aqui era só olhar com atenção e ver como era o padrão”.

Tarefa 6, apresenta um padrão interessante  $\square \triangle \square \square \triangle \square \square \triangle \square \square \triangle \square \square \triangle$ .

Parte II, 1.1, 1.2, 1.3, acertou, não pediu esclarecimentos na entrevista e diz: “pensei logo nos números ordinários antes de a professora falar e vê logo que é de 3 em 3”.

Tarefa 1.4, já apresentou uma conclusão razoável “eu chego à conclusão que se vai acrescentando sempre 3”.

Tarefa 2.1, 2.2, não acerta porque não identifica que na sequência temos contagens progressiva e regressiva (+6-3), apenas descobre +6. Na entrevista diz: “ah! contei pelos dedos +6”.

**Aluno L:** acertou todas as tarefas.

Parte I, respondeu que foi fácil descobrir o padrão para continuar as sequências, no entanto na tarefa 6 apresenta um padrão menos criativo que os **alunos E e P**.

Parte II, 1.1, 1.2: “nestas foi muito fácil, até fiz pelo cálculo mental!”.

Tarefa 1.3: “aqui foi fácil, pensei nos números ordinários e já sabia que era de 3 em 3”.

Tarefa 1.4, apresenta conclusão plausível “concluo que para vermos a posição dos triângulos vamos acrescentando só mais 3.

Tarefas 2.1 e 2.2, acertou-as e apresenta conclusão certa e objectiva: “descobri que é sempre acrescentar 6 e tirar 2”.

O **aluno E** teve bastante sucesso nestas tarefas porque identifica bem os padrões com imagens e soube continuá-las; parece-nos que a sua abstracção está no bom caminho, consegue generalizar posições do triângulo; gosta de descobrir padrões numéricos chegando a dizer “estes às vezes parece que têm rasteiras”.

### Relatório da 5ª Observação

No momento de ultimar a preparação das tarefas a apresentar aos alunos, a investigadora, a professora titular de turma e a professora de educação especial acordaram dar destaque às relações numéricas, números pares e ímpares, conceitos de ordem e de comparação, enquanto os alunos interagem e realizavam as suas tarefas matemáticas.

Logo que as fichas foram distribuídas a investigadora informou, tal como nas aulas anteriores, resolveriam as tarefas todas ao mesmo tempo para que as dificuldades surgidas fossem, na altura imediata, esclarecida entre todos.

A tarefa 1 foi primeiramente treinada com material manipulativo (triângulos vermelhos e azuis). Faziam individualmente e tiravam dúvidas com os colegas. A Professora de Educação Especial dá uma pequena ajuda. O **aluno L** diz: “2 triângulos vermelhos ficam com 1 azul, 3 vermelhos com 2 azuis, 4 vermelhos com 3 azuis”. O **aluno P**: “cada vez que se aumenta é sempre mais 1 para os vermelhos e mais 1 para os azuis”. Quando deduzimos que todos tinham compreendido passámos para o papel e não revelaram qualquer dúvida.

As tarefas 2, 3 e 4 não necessitam de ajuda. A investigadora aproxima-se do **aluno E** e incentiva-o para que fale sobre as tarefas. Ele diz que todas são a aumentar e não custa nada, “na tarefa 2 aumentava de 2 em 2 em sentidos diferentes”, “na tarefa 3 aumentava também de 2 em 2 todas para o lado direito”, “na quarta contei-os e era também sempre mais 2, mas aqui saíram os números ímpares”. Nesta altura, o aluno vai ao quadro e representa uma sequência de números pares até 30, fez com correcção. Depois, a pedido da investigadora, o **aluno P** vai ao quadro e escreve uma sequência de números ímpares; o **aluno E** diz logo com rapidez inesperada “está certo!”.

Na tarefa 5 apresentaram mais dúvidas e hesitações. Promoveu-se a discussão entre os alunos todos, alguns (não os alunos do estudo) foram tentar fazer no quadro. Os **alunos E, L e P** concluíram que aquilo era uma sequência crescente de cima para baixo a aumentar em cada fila. Surpresa da investigadora, ao ver que apenas o **aluno E** acerta a tarefa no papel.

Na parte II os **alunos L e P** não manifestaram dificuldades. O **aluno L** descobre as sequências e tira conclusões pertinentes sem solicitar ajuda. O **aluno P**, depois de realizar todas as tarefas: “descobrir as sequências não custa nada, eu gosto de números mas, dizer e escrever as conclusões, isso...”. O **aluno E** descobre as sequências lentamente, apagando por vezes. Na 1.3 conseguiu construir um esquema para a descoberta dos números e chamou as professoras para mostrar. Resolveu as tarefas com sucesso mas não conseguiu tirar conclusões sobre o que fez. Pareceu-nos que tinha receio de exprimir a sua opinião.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 15), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 16), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 17) Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

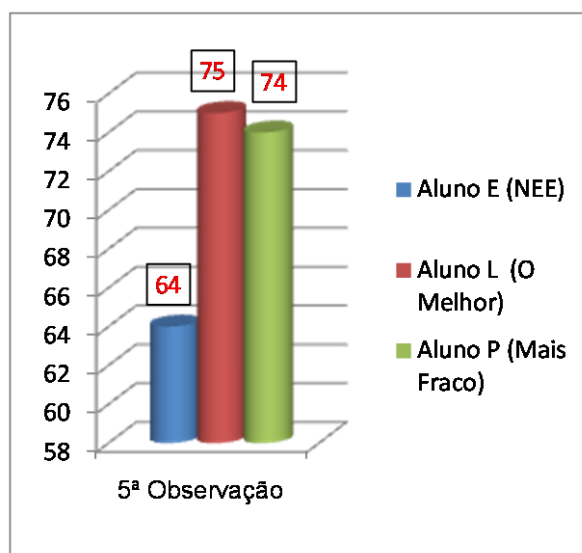


Gráfico 6

Nesta 5ª observação, os valores dos **alunos P e L** estão muito próximos, estando estes acima do **aluno E** com 10 e 11 pontos respectivamente. Todos os alunos subiram significativamente a sua pontuação.

**Aluno E**, Parte I, acertou todas as tarefas. Tarefa 1, na entrevista o aluno diz: “oh professora, até consegui descobrir que quando temos que quando temos 2 triângulos temos 1 cinzento; 3 brancos, 2 cinzentos, 4 brancos, 3 cinzentos”.

Tarefa 2, “não custa nada, aumentar 2, 1 para cima, 1 para a direita”.

Tarefa 3, “aumentar de 2 em 2 para o lado direito”.

Tarefa 4, “aqui contei-os e era sempre mais 2 e saíram-me os números ímpares”.

Tarefa 5, na entrevista o aluno refere “aqui temos linhas com pontinhos: 1 só; 2/1; 3/2/1; 4/3/2/1; 5/4/3/2/1.

Nesta tarefa o aluno já mostrou alguma capacidade de generalização.

Tarefa 6, apresentou padrão criativo “gosto de padrões que cresçam, este só cresceu 1 de cada vez”.

Parte II, tarefa 1, descobre com rapidez a sequência de 5 em 5, mas não consegue exprimir uma conclusão.

Tarefa 1.2, acertou a sequência de 10 em 10, alterando apenas o algarismo das dezenas, não conseguiu tirar conclusões.

Tarefa 1.3 acerta e monta um esquema para o ajudar 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28.

Tarefa 1.3.1, apresentou regra aceitável apenas na entrevista “agora estou a ver que se ia somando daquela maneira que eu fiz”.

Tarefa 2, acertou “aqui pôs os números todos a seguir”.

Aluno P, Parte I, tarefa 1, acertou, “no princípio não percebi, depois, a professora explicou e vi que tinha que ir sempre aumentando; os cinzentos sempre menos 1 que os brancos”.

Tarefa 2, “aqui juntei-os de outra maneira, até parece que formei pares!”.

Tarefa 4, “aumentar 1 para cima, outro para o lado, mas tinha que deixar um sem nada”.

Tarefa 5, “aqui achei parecido com as tarefas de trás, depois perdi-me” “eu sabia que era uma sequência crescente a aumentar em cada fila, de cima para baixo”.

Tarefa 6, apresenta padrão e diz: “neste padrão aumenta de 2 em 2”.

Parte II, acertou todas as tarefas, em todas apresentou conclusão coerente e bem estruturada. No final referiu: “descobrir padrões e continuá-las não custa nada, mas dizer e escrever conclusões, isso...”.

**Aluno L**, Parte I, acertou as tarefas 1,2,3 e 4 sem hesitações nem dúvidas, apresentando justificação clara e coerente.

Tarefa 5, não acertou. Esta tarefa sendo praticada no quadro e compreendida, não a conseguiu fazer no lugar. Na entrevista refere: “este era como os outros exercícios, indo de baixo para cima, o da frente tem sempre menos 1”.

Parte II acerta todas as tarefas, justificando sempre correctamente e com clareza, algumas opiniões acerca desta tarefa: “na 1.1.1 vê-se logo que o algarismo das unidades é sempre 5 ou 0”, “temos treinado muito estas tarefas, basta ver como se aumentavam”.

Tarefa 2, “aqui nem precisei de fazer as minhas contas”.

Na verdade o **aluno L**, interioriza bem as noções relacionadas com padrões, através de desenhos, figuras pictóricas e sequências numéricas. Entende o que faz e porque faz.

### Relatório da 6ª Observação

Os alunos apresentaram-se bastante motivados para as tarefas que iam resolver. A tarefa 1 foi resolvida sem dificuldades.

Para a tarefa 2 treinaram primeiramente com letras móveis. Aqui reparávamos que faziam individualmente e não conversavam com os colegas, olhavam apenas para o papel. Retirámos as letras e com facilidade resolveram no papel.

Na tarefa 3 o **aluno E** ficou um pouco desorientado. Explicámos-lhe que já tínhamos feito tarefas idênticas. Diz o **aluno P**: “olha não te lembras daquele sinal maior, dentro de um quadrado que se ia rodando da direita para esquerda?”, “então já sei!”. Sem mais explicações o **aluno E** resolveu a tarefa.

A tarefa 4 é resolvida com mais facilidade, mas o **aluno E**, começando bem o seu raciocínio perde-se e acaba por não acertar. Consegue apenas dizer: “o 1º passo é +3, o 2º é + 5”, termina mal a tarefa.

Na tarefa 5, apenas o **aluno P** não acerta dizendo: “isto já é muito grande para a minha cabeça!”. O **aluno L** trabalha não se manifestando. O **aluno E** fica satisfeito quando lhe dissemos que estava certo e diz: “aqui acrescentei, pensei sempre nos números a seguir e ia pondo: 1 e fica 1 1s, 2 2s, 3 3s, 4 4s e 5 5s”.

Na tarefa 6, os 3 alunos mantêm-se confiantes e o **aluno E** escreve números de 10 em 10 até 120; o **aluno P** escreve os números ímpares do 1 ao 30 e o **aluno E**, na linha superior, construiu um padrão de repetição, na linha inferior representou os números de forma crescente, todos seguidos. Perguntámos-lhe porque fez assim, recusou-se a responder.

Na Parte II, antes de iniciarmos as tarefas, distribuímos por grupos de 2 alunos, fósforos. Pedimos que olhassem para o papel e que representassem as duas primeiras figuras com os fósforos. Descobriram rapidamente que a primeira figura tinha 4 linhas e a segunda 7 linhas. Depois, os **alunos L e P** foram ao quadro desenhar o que tinham feito no lugar com os fósforos. Continuou-se com este trabalho até conseguirem uma figura com 16 linhas, fazendo com os fósforos no lugar e transpondo para o quadro. Passaram ao papel, não houve dificuldades.

Uma vez mais o **aluno E** revela dificuldades em exprimir o seu pensamento. Acertou os resultados na tabela parecendo-nos ter feito por intuição.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 18), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 19), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 20) Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

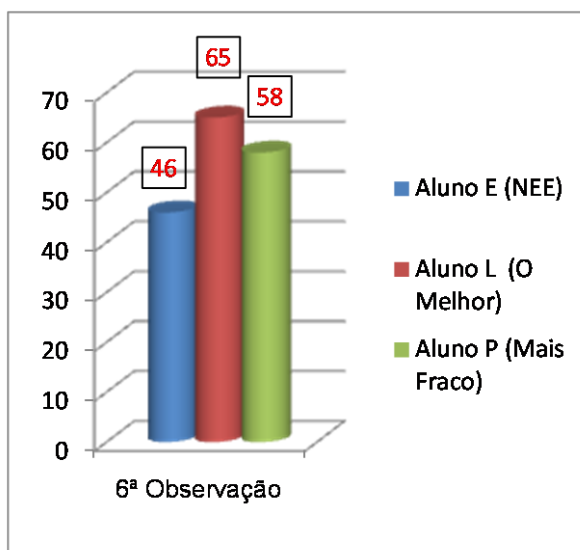


Gráfico 7

Nesta 6ª observação, relativamente à observação anterior, a distância entre os alunos acentua-se. O **aluno E** fica abaixo do **aluno P** com 12 pontos e do **aluno L** com 19 pontos.

**Aluno E**, Parte I, tarefas 1,2 e 3, acertou-as conseguindo explicar o seu raciocínio. Só conseguiu resolver a tarefa 3 quando o colega do lado lhe diz: “olha não te lembras daquele sinal maior dentro de um quadrado que se rodava da direita para a esquerda?”. Foi bastante positivo relacionar esta tarefa com outra que já tinha feito anteriormente.

Tarefa 4, não acertou “perdi-me para a frente, os números são cada vez maiores”; ainda consegue dizer “o 1º passo é +3, o 2º é +5”.

Tarefa 5, acertou apresentando um raciocínio interessante “eram os números a começar do 1 mas tinha que aumentar muito, não sei quanto” “olha como ficou a sequência, 1s, 2 2s, 3 3s, 4 4s e 5 5s”.

Tarefa 6, apesar de o aluno conseguir apresentar padrões com imagens, nesta tarefa não conseguiu criar com números.

Parte II, tarefa 1, depois de ter treinado com fósforos acerta a tarefa.

Tarefa 1.1.1, não acertou porque não consegue fazer generalizações no abstracto.

Tarefa 1.1.2, guiando-se pelos exemplos, já feitos vai registando com interesse, os resultados na tabela.

Tarefa 2.1, acertou “há sempre 2 que servem para trás e para a frente”.

Tarefa 2.2, acertou “aqui era sempre mais um, aqui era de 4 em 4 “ oh professora assim com as tabelas não me perco!”.

**Aluno P**, Parte I, ta, acertou as tarefas 1,2,3 e 4.

Tarefa 1, “aqui tive que fazer linhas para não me enganar, tínhamos que repetir o padrão acrescentando um”.

Tarefa 2, “vi logo que tínhamos que aumentar os Bs um de cada vez, os As nunca se aumentam”.

Tarefa 3, “olhei para trás, vi a ordem das setas, repeti tudo”.

Tarefa 4, acerta e forma um esquema para se orientar na entrevista e diz: “descobri que tínhamos que aumentar +2 do que tínhamos aumentado antes, só aumentei com números pares.

Tarefa 5, não acertou, não fez comentários relevantes.

Tarefa 6, apresenta uma sequência de números ímpares de 1 a 39.

Parte II, acertou todas as tarefas não revelando dificuldades. Conseguiu exprimir o seu raciocínio.

Tarefa 1, “estas figuras todas dão 4,7,10,13,16, é uma sequência de 3 em 3”.

Tarefa 1.1.1, só conseguiu fazer depois de ter feito na tabela.

Tarefa 1.1.2, “acertei a tabela” fiz assim porque cada vez que acrescentava 1 figura precisava de +3 palitos”.

Tarefa 2.1, conseguiu fazer ajudado pelo desenho e com a interacção da investigadora. “afinal nesta, 2 pétalas também dão para a flor da frente”.

Tarefa 2.2, acertou “oh professora as tabelas ajudam-nos nos cálculos, assim já não nos enganamos.

Aluno L, acertou todas as tarefas sem dificuldades e apresentou em todas elas uma justificação clara e plausível. Durante a execução das tarefas não emitia opiniões e mantinha-se concentrado. A destacar uma descoberta interessante na Parte II, tarefa 1 “aqui juntamos sempre 2 quadrinhos, poupa-se 1 palito, repare na 2ª figura poupamos 1, na 2ª poupamos 2, depois 3 e na última poupamos 1”.

As tarefas 1.1, e 1.1.1, foram realizadas com facilidade pelos 3 alunos porque anteriormente foram praticadas com os fósforos no lugar e com desenhos no quadro.

### Relatório da 7ª Observação

Iniciei a aula explicando aos alunos, que sendo a última ficha que lhes ia entregar, esta seria igual à primeira, pois queria saber o que é que eles aprenderam. Disse-lhes que não utilizaria materiais nem podiam perguntar nada, apenas o aluno E por ainda ter dificuldades na leitura poderia pedir algum esclarecimento nesse sentido.

Estiveram todos muito calmos na execução da ficha. Penso que, de uma maneira geral, estavam demasiado confiantes e talvez por isso, alguns alunos não acertavam certas tarefas que poderiam ter acertado, facilitaram demasiado e executaram-nas com muita rapidez. O **aluno E** manteve-se, como é seu hábito, sossegado, nunca proferindo palavras, parecia calmo e sorria quando olhava para mim. O **aluno L** integra o grupo dos demasiado confiantes, parecendo querer dizer que, para ele, aquelas tarefas são demasiado fáceis afirmando: “eu até queria fazer outras mais difíceis”. O **aluno P**, enquanto fazia as tarefas 3.1 e 4.1 tentou pedir ajuda, ao que lhe respondi que tínhamos que cumprir o combinado, tinham que fazer sozinhos.

Se compararmos o comportamento geral da turma nesta aula relativamente à 1ª observação, os alunos estiveram mais soltos e desinibidos e mais confiantes; como já afirmei, nalguns casos, demasiado confiantes.

Passada uma semana e após correcção das tarefas (Anexo 21), fizeram-se entrevistas a todos os alunos, individualmente (Anexo 22), e, posteriormente, registou-se a cotação numa grelha (Anexo 23) Para uma melhor observação dos resultados apresentamo-los num gráfico.

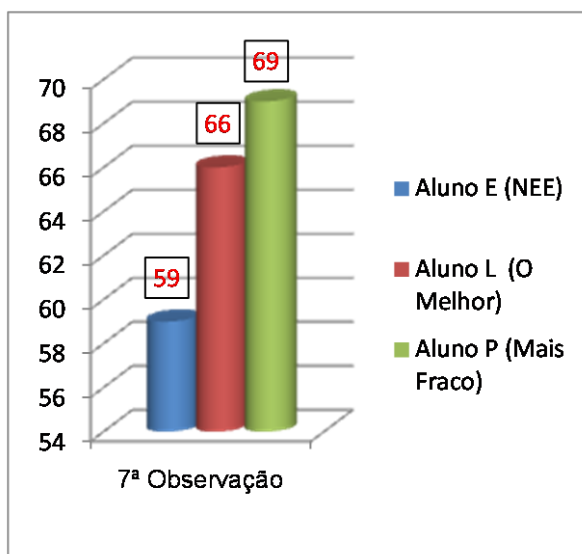


Gráfico 8

Nesta 7ª observação, como podemos observar, agora a pontuação do **aluno E** está mais próxima da pontuação dos colegas. É interessante verificarmos que a pontuação do **aluno P** supera a do **aluno L**.

**Aluno E**, Parte I acertou todas as tarefas à excepção da tarefa 3. Na entrevista disse: “nesta não percebi por causa dos desenhos de dentro, não os entendi”. Apresentou justificação plausível e coerente, sem rodeios. Conseguiu criar padrão o que não tinha acontecido na prova inicial.

Parte II, acertou as tarefas 1,2 e 3, apresentado justificação coerente.

Tarefa 3, “parecem triângulos cheios com bolas, quase que me enganava a pô-las”. Tarefa 4, não acertou “isto é que foi mais complicado” não fez mais comentários.

Tarefa 5 a) e b), acertou, descobrindo com facilidade as sequências.

Tarefa 6, apresentou padrão criativo.

Tarefa 7, mostra preferência pelas tarefas da Parte I porque as gostou de pintar, nem precisou de as contar.

Referiu que teve mais dificuldade na tarefa 3 da Parte I porque se desorientou, não sabia para onde se voltar.

Achou que não teve dificuldade na Parte II.

**Aluno P**, na Parte I, acertou todas as tarefas, à excepção da tarefa 3.1. Nas tarefas 3.1. e 4.1, sente-se inseguro e tenta pedir ajuda apresentou um raciocínio claro e coerente.

Tarefa 6, apresenta padrão criativo utilizando cor e forma.

Parte II, tarefas 1 e 2, acertou-as apresentado um raciocínio coerente.

Tarefa 3, não acertou “não consegui descobrir como se aumentavam as bolas”.

Tarefa 5 a), acertou “guiei-me pela tabuada do 5”.

Tarefa 5 b), acertou “acrescentava 1, depois 2, depois 3, depois 4”.

Tarefa 6, apresentou um padrão interessante envolvendo apenas um atributo, a forma.

Tarefa 7, apresentou a sua preferência sem justificção. Não foi explícito a esclarecer onde teve mais dificuldades.

**Aluno L**, Parte I, apenas não acertou a tarefa 3 por distração. Na entrevista referiu “nesta, distraí-me, deveria ter feito primeiro para o lado direito”. Nos restantes apresentou raciocínio coerente.

Parte II acertou todas as tarefas apresentando raciocínio coerente e claro.

Na Tarefa 4 acertou a figura 4 e não acertou a figura 5 “era parecida com a de cima, mais uma bola de lado e outra para baixo e ficava assim a crescer”, “a última também sabia, se calhar perdi-me a conter, são muitas!”.

Tarefa 5, descobre a relação entre os elementos da sequência.

Tarefa 6, apresenta padrão criativo.

Tarefa 7 mostrou preferência pelas tarefas da Parte I “são mais interessantes os padrões, usaram cores e tinham formas engraçadas”.

Achou que não teve dificuldades nas tarefas realizadas.

Síntese comparativa dos resultados obtidos

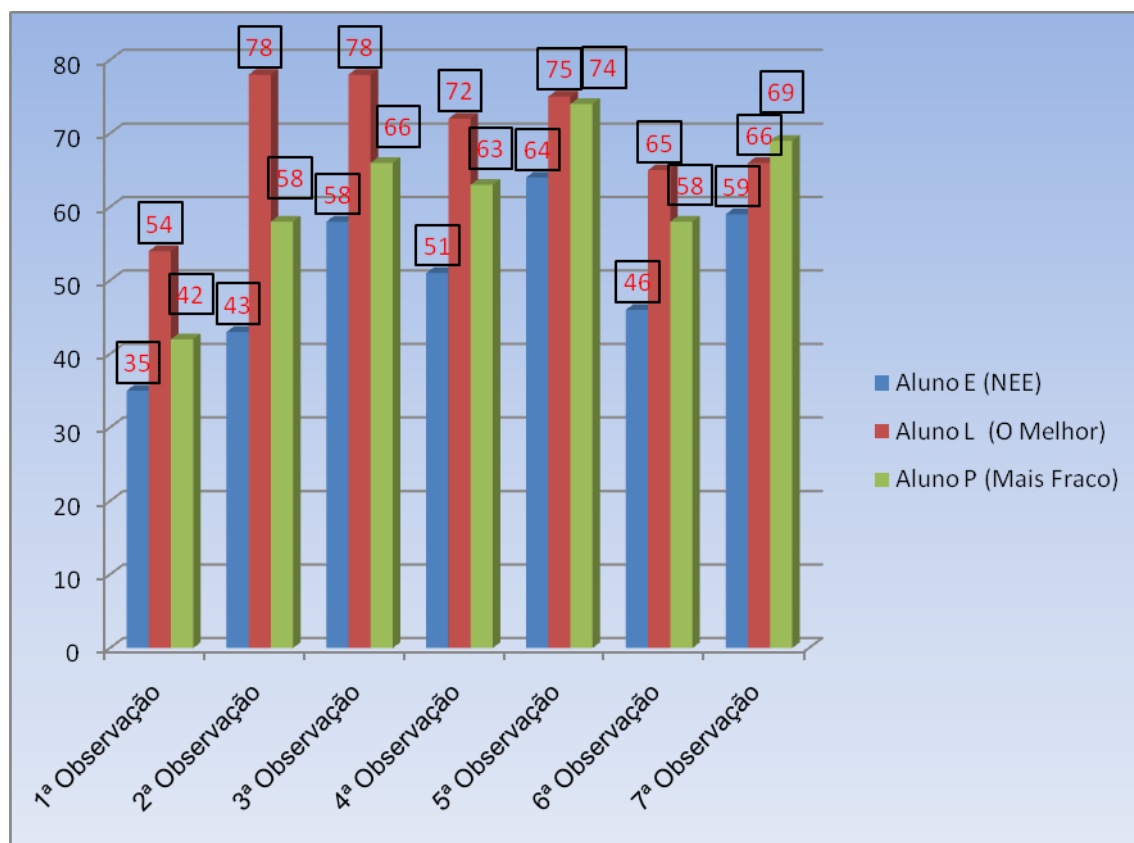


Gráfico 9

Ao observarmos este gráfico, não será prioritário fixarmo-nos no valor das cotações mas, sim, na pontuação entre os três alunos. Assim, conclui-se que os alunos tiveram pontuação mais próxima na última observação, o que poderá querer dizer que as actividades desenvolvidas ao longo do estudo foram bastante positivas na medida em que os três alunos desenvolveram competências, neste caso, favoreceram o desenvolvimento do pensamento algébrico.

As pontuações verificam-se também próximas na 5ª observação. Nesta aula, motivaram-se bastante nas actividades, talvez por terem começado a manipular materiais. Mostraram bom desempenho também nas sequências numéricas, descobrindo regularidades com certa facilidade.

Há maior diferença de pontuação nas tarefas onde se exige capacidade de generalização. Aí o **aluno L** distancia-se mais dos colegas principalmente do **aluno E** como se pode verificar na 2ª observação.

O que fez ainda distanciar o **aluno L** dos colegas, principalmente do **aluno E** é a sua capacidade de argumentar e apresentar conclusões com coerência. Porém os alunos **E** e **P** também melhoraram significativamente nesse aspecto. É notório o **aluno E** na fase final já falar das tarefas que realizava, manifestando alguma capacidade de generalização através de tabelas.

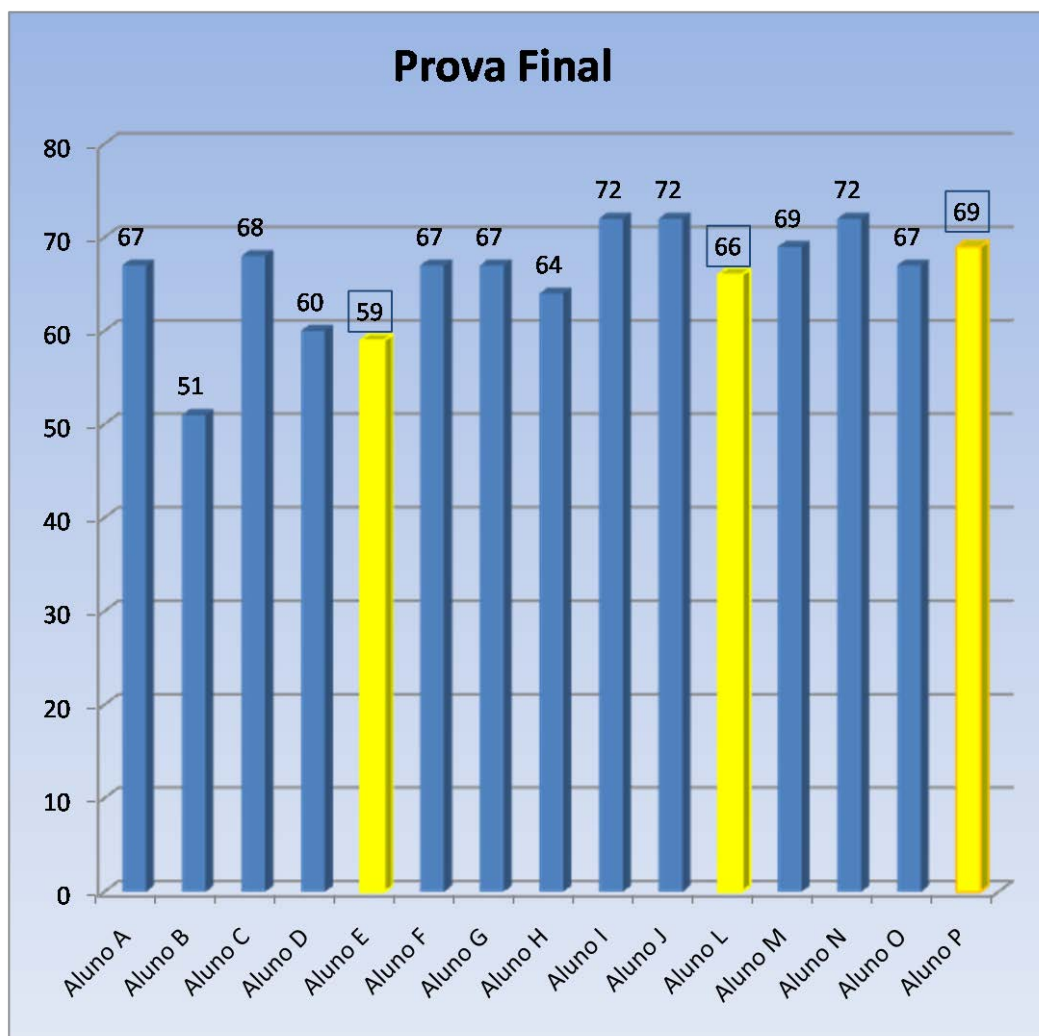


Gráfico 10

Apresentamos os resultados da pontuação obtidos por todos os alunos da turma na prova final. Todos subiram significativamente e os resultados estão mais próximos entre si.

O aluno E apresenta resultados superiores, uma vez mais, em relação a um dos alunos, que não é o mesmo da primeira observação. A pontuação do aluno L é ultrapassada por 10 alunos, um dos quais o aluno P.

Agora a diferença dos resultados dos alunos com maior e menor pontuação é de 21 pontos.

Evolução dos resultados por aluno

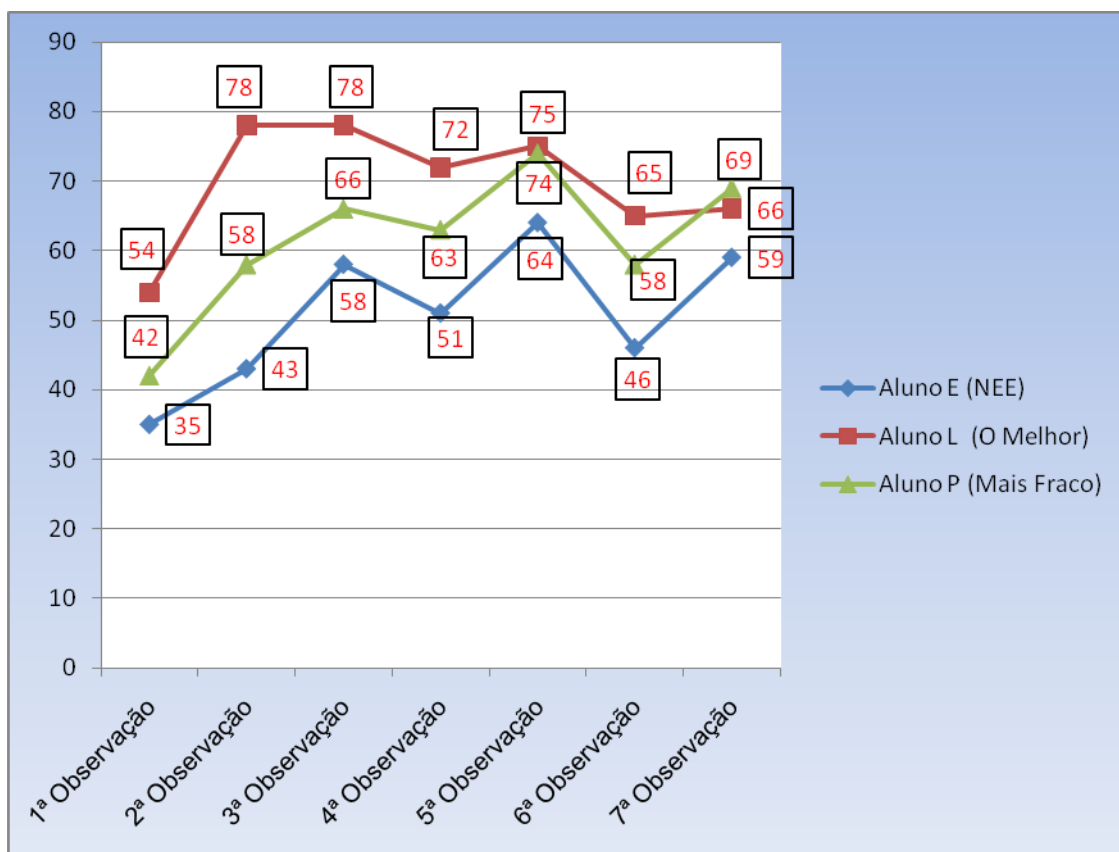


Gráfico 11

O gráfico 11 representa a evolução dos resultados dos alunos ao longo das sete observações. Com base nesses resultados apresentamos;

As médias: **aluno E= 51**    **aluno L=70**    **aluno P=61**

As amplitudes: **aluno E=24**    **aluno L=29**    **aluno P=32**

Pelo que se observa relativamente às médias, a diferença entre a média do **aluno E** e a média do **aluno P** é muito idêntica à diferença da média do **aluno P** e a média do **aluno L**.

No que respeita às amplitudes das cotações, o **aluno E** tem uma amplitude inferior à dos colegas, no entanto, é curioso verificar-se que o **aluno P** teve maior amplitude que o **aluno L**. Logo o **aluno P** teve evolução superior relativamente aos dois colegas.

## Capítulo V

### 1 - Conclusões, limitações e sugestões para investigações futuras

Este capítulo organiza-se em quatro secções. Na primeira, é feita uma introdução com o propósito de realçar alguns aspectos centrais do estudo, focando o objectivo e as orientações que nortearam este trabalho, bem como algumas opções metodológicas. Na secção seguinte apresentam-se as principais conclusões do estudo, organizando a discussão em torno da questão delineada inicialmente. Na terceira secção é feita uma reflexão acerca das limitações do estudo. Finalmente, são propostas algumas recomendações, decorrentes dos resultados desta investigação, com enfoque na prática profissional e em sugestões para futuras investigações

O presente estudo pretendia investigar em que medida a realização de tarefas com padrões de repetição e de crescimento contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico em crianças com N.E.E.

De modo a atingir o objectivo proposto, foram traçadas orientações para o nosso trabalho, nomeadamente: identificar o percurso do desenvolvimento do pensamento algébrico nas crianças com dificuldades de aprendizagem; comparar o desenvolvimento do pensamento algébrico de um aluno a beneficiar de Educação Especial com o de dois alunos numa turma: um considerado o melhor da turma, o outro de mais baixo rendimento; os dois últimos a trabalharem somente com a professora do Ensino Regular.

Tratou-se de um estudo longitudinal, com a duração de seis meses, nos quais se optou por uma metodologia interpretativa, predominantemente qualitativa, em que os três alunos seleccionados constituíram os casos neste estudo, sendo importante analisar o seu desempenho e evolução ao longo do estudo. Para isso, contemplou-se uma componente quantitativa, caracterizada por um design que inclui uma prova inicial e uma prova final.

Optamos por efectuar uma entrevista semi-estruturada aos alunos - caso, após a exploração de cada uma das tarefas propostas, tendo sido assim realizadas 7 entrevistas deste tipo com cada aluno individualmente. Em geral, as questões seleccionadas estavam orientadas para a compreensão do trabalho por eles desenvolvido.

A investigadora reunia com os alunos, de acordo com a disponibilidade apresentada pelos mesmos, normalmente na semana seguinte à da implementação da tarefa. As entrevistas, na sala dos directores de turma, tinham uma duração variável, dependendo da tarefa em causa, rondando, em média, os 20 minutos. Nestas sessões a investigadora começava por devolver aos alunos as folhas de resolução, sem qualquer comentário escrito de forma a não influenciar as

suas respostas. O principal objectivo destas entrevistas era compreender o modo como pensaram na resolução de cada tarefa, tentando que verbalizassem o seu raciocínio.

A relevância da recolha de documentos, prévios ao estudo ou elaborados no decorrer do mesmo, é também mencionada por diversos autores. Ao contrário das observações e das entrevistas, o recurso a documentos é considerado um método não intrusivo e a sua utilização é frequentemente referida como fundamental na confirmação de evidências recolhidas por outros métodos (Yin, 1989, referenciado por Barbosa, 2009).

Neste trabalho foram recolhidos e analisados documentos de natureza diversa, os produzidos pelos alunos, no âmbito do estudo, outros mais formais, cedidos pela Escola e ainda documentos elaborados pela investigadora. Logo no início do ano lectivo, os alunos responderam a um inquérito que tinha como objectivo aceder a algumas informações de índole pessoal e simultaneamente de natureza académica, incidindo sobre opiniões e preferências. Este documento contribuiu para uma melhor caracterização da turma e, em particular, dos alunos - caso.

Foram ainda, gentilmente, cedidos pela Escola, registos relacionados com o percurso escolar dos alunos bem como as fichas biográficas preenchidas no início do ano lectivo. Estes documentos permitiram aceder a informação acerca: das habilitações e profissões dos pais, idade dos alunos, número de irmãos e aproveitamento escolar. Estes dados contribuíram de forma significativa para a caracterização das turmas e dos alunos caso. Destacam-se ainda os registos escritos elaborados pela investigadora ao longo do estudo, e notas de carácter pessoal.

Após a exploração de cada uma das tarefas propostas ao longo do estudo, procedeu-se à recolha das respectivas folhas de resolução. Estes documentos foram essenciais na identificação de alguns processos cognitivos dos participantes, permitindo analisar o tipo de estratégias, e detectar dificuldades no seu desempenho.

Nesta secção são apresentadas as **conclusões** deste trabalho, organizadas de acordo com a questão de investigação proposta inicialmente. Para isso é feita uma síntese dos aspectos mais relevantes identificados nos três estudos de caso, focando, sempre que se considerar pertinente, alguns resultados referentes à turma a que pertenciam.

Indicam-se, de seguida, algumas **limitações** a ter presentes na leitura das conclusões do estudo.

Gostaríamos de ter recorrido a mais fontes bibliográficas para esta investigação. Nesse sentido, ficámos um pouco limitados, pelo facto de haver pouca literatura em Portugal acerca da temática do Pensamento Algébrico, mais propriamente Padrões. No entanto, pensamos ter

superado essa dificuldade, recorrendo a trabalhos de investigação orientados por estudiosos, conceituados e entendidos na matéria.

A investigadora conduziu um estudo centrado no trabalho de uma turma que não era sua. O facto de ser um elemento externo ao contexto educativo dos alunos em causa, poderia ter constituído uma limitação da investigação, implicando alguma inibição e perturbação na sala de aula. No entanto, como se tratou de um estudo longitudinal, foi possível minimizar, consideravelmente, esses constrangimentos, ao longo dos seis meses.

Apesar de a investigação ter tido a duração de seis meses, proporcionando um acompanhamento prolongado dos alunos que nela participaram, uma experiência desenvolvida com os mesmos alunos, ao longo de mais tempo, permitiria uma compreensão mais aprofundada do problema em estudo. Estes alunos tinham uma experiência muito limitada com padrões, a continuidade deste tipo de estudo permitiria, por exemplo, investigar se as características do seu trabalho se iriam manter ou não.

Neste estudo privilegiou-se uma metodologia de natureza descritiva - interpretativa, baseada na observação sistemática e na recolha e análise de tarefas/fichas resolvidas pelos alunos. Assim, por forma a obter informação rica em pormenores, para dar resposta à questão de investigação, optou-se por estudar três alunos, pelo que, os resultados deste estudo não estão directamente associados à respectiva turma. Atendendo a estes pressupostos, os resultados obtidos não podem ser generalizados a outros contextos; no entanto, podem constituir um contributo importante para que se possa analisar a mesma temática noutros contextos, tendo por base algum conhecimento acerca da mesma.

Ainda, atendendo às características próprias do modelo de investigação seguido, deve naturalmente aceitar-se a interferência da investigadora sobre o problema em estudo, quer através do seu quadro de referências pessoais quer pelo contacto directo com os participantes. Por isso, houve a preocupação constante de clarificar e fundamentar as intenções e pressupostos da investigadora, assim como as opções metodológicas assumidas.

Dada a grande importância atribuída às opiniões expressas pelos participantes, a dificuldade de comunicação (oral e escrita) revelada por alguns deles, nem sempre permitiu captar, com a clareza desejada, os seus pontos de vista.

A prova inicial e a prova final eram iguais o que poderia implicar um efeito de habituação nas respostas dadas. Tentou-se minimizar esta limitação estabelecendo um período de diferença de seis meses entre a primeira e a segunda aplicação do teste.

As conclusões, ainda que modestas, a que se chegou após este estudo, permitem que sejam sugeridas algumas recomendações que envolvem, de uma forma geral, duas vertentes. Por um lado, são apresentadas implicações relacionadas com a prática profissional, realçando o

papel do professor, mas, considerou-se ainda relevante, estruturar propostas para investigação futura, associadas à temática estudada.

### **Implicações para a prática profissional**

A resolução de problemas ocupa um lugar central nos currículos de Matemática, como “uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático” (ME-DGIDC, 2007, p. 6). Através deste estudo poderemos concluir que a resolução de tarefas envolvendo padrões de repetição e de crescimento e generalizações, permite trabalhar uma grande diversidade de tópicos matemáticos, potenciando a utilização de múltiplas estratégias. Assim, pensamos que o professor deve propor este tipo de tarefas já que lhe permite criar oportunidades para que os alunos desenvolvam um raciocínio mais flexível, procurando que usem e compreendam as potencialidades de diferentes tipos de representações matemáticas.

Deverá o professor proporcionar espaços de discussão na aula de Matemática, para que os alunos possam verbalizar as suas ideias, interagindo, com o objectivo de discutir estratégias adoptadas e abordagens alternativas. Este momento de partilha e reflexão poderá contribuir para que os alunos estabeleçam conexões entre diferentes tipos de representações, aumentando a flexibilidade do seu raciocínio, tanto na resolução de uma tarefa específica como de tarefas distintas, através da comparação das estratégias utilizadas.

Para além da promoção de um pensamento cada vez mais flexível, o professor deve ainda ter a preocupação de criar oportunidades para que os alunos reflectam acerca dos erros cometidos e das dificuldades sentidas no desenvolvimento do seu trabalho, para que possam compreender a sua desadequação às situações propostas (Hiebert & Wearne, 1993, referenciados por Barbosa, 2009). Dar aos alunos a possibilidade de reflectir acerca destas situações pode contribuir de forma significativa para o desenvolvimento do seu conhecimento matemático e para aprofundar a sua compreensão acerca do processo de generalização.

Tal como já tinha sido apontado por outros autores (Lannin, Barker & Townsend, 2006, referenciados por Barbosa, 2009), verificou-se que alguns factores, relacionados com a estrutura das tarefas, podem influenciar o trabalho dos alunos. Os resultados deste estudo evidenciam que a resolução de tarefas centrados em padrões e generalização pode ser, por exemplo, condicionada pelo modo como a questão é formulada, ou seja, se é dada a ordem e é solicitado o termo respectivo ou, se pelo contrário, se fornece o termo e é pedida a ordem ocupada na sequência. Deste modo, e porque as tarefas têm um papel central nas aulas de Matemática, torna-se fundamental que o professor contemple, na sua construção, a diversidade de factores que poderão influenciar o desempenho dos alunos, antecipando situações como o tipo de estratégias de resolução que poderão utilizar e dificuldades que poderão emergir.

Tarefas com padrões poderão proporcionar: oportunidades para diversificar as abordagens dos conteúdos, analisando-os segundo diferentes pontos de vista; flexibilização do pensamento; oportunidade dos alunos poderem comunicar, partilhar e discutir opiniões próprias, contribuindo para que se sintam mais motivados e empenhados, como participantes activos.

Reconhece-se como importante que todas estas considerações devam merecer uma atenção especial em programas quer da formação inicial quer da formação contínua e que os professores as considerem relevantes na planificação e concretização das actividades.

### **Recomendações para futuras investigações**

O Programa do Ensino Básico (ME-DGIDC, 2007) constitui um ponto de viragem em relação aos programas que vigoraram longos anos em Portugal, no que refere à expressão curricular dos padrões. De acordo com este documento, o pensamento algébrico atravessa, de forma clara, todos os ciclos de ensino, devendo dar-se especial atenção à investigação de padrões, à identificação de relações e à generalização. Assim, seria ainda interessante, estudar o modo como alunos de outros níveis de ensino resolveriam tarefas desta natureza. Que tipo de dificuldades iriam evidenciar? Quais os erros mais comuns? Que estratégias de generalização utilizariam?

Os alunos que participaram neste estudo não tinham experiência prévia na exploração de padrões, principalmente em generalizações, neste sentido, achamos ser relevante estudar os resultados evidenciados por alunos com experiência na resolução deste tipo de tarefas.

Parecendo-nos haver poucos estudos sobre a temática relativamente com crianças com Necessidades Educativas Especiais, quem sabe se o recurso a este tipo de tarefas não será uma mais valia para o desenvolvimento das suas competências?

## BIBLIOGRAFIA

Abrantes, P., Ponte, J., Fonseca, H. & Brunheira, L. (1999). Introdução. In P. Abrantes, J. Ponte, H. Fonseca, e L. Brunheira (Orgs.). *Investigações matemáticas na aula e no currículo*. pp. 1-12). Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.

Afonso, P. (1995). *O Vídeo como recurso didáctico para a identificação e desenvolvimento de processos metacognitivos em futuros professores de Matemática durante a resolução de problemas*. Universidade do Minho, Instituto de Educação de Braga, Tese de Mestrado.

Alvarenga, D. e Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão. Um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante*, XV.1, pp.27-55

Barbosa, A., Vale, I., & Palhares, P. (2008). A resolução de problemas e a generalização de padrões: estratégias e dificuldades emergentes. In *Investigação em Educação Matemática XII*. pp. 461-475). Badajoz: Sociedade Espanhola de Investigação em Educação Matemática.

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º Ciclo do Ensino Básico*. Instituto de Estudos da Criança - Universidade do Minho, tese de Doutoramento.

Barbosa, E.(2007). *A Exploração de problemas num contexto de investigação com alunos do 8º ano de escolaridade*. Universidade de Évora, tese de Mestrado.

Barros, M. G. & Palhares, P. (2001). *Emergência da Matemática no Jardim-de-Infância*. Porto: Porto Editora.

Canavarro, A. P. (2009). O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, 6(2), 81-118.

Carvalho, C. (2007). *Uma Análise Praxeológica das tarefas de prova e demonstração em Tópicos de Álgebra abordados no primeiro Ano do Ensino Médio*. Pontifícia Universidade Católica de S. Paulo, Tese de Mestrado.

Cunha, C. (2010). *A Utilização de Ferramentas Tecnológicas e os Processos de Aprendizagem: Um estudo na Introdução à Álgebra no 2º Ciclo*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Tese de Mestrado

Cury, H., Lannes, W., Brolezzi, A., Vianna, C. (2002). Álgebra e Educação Algébrica: Concepções de Alunos e Professores de Matemática. *Educação Matemática*, vol.4, nº4. pp. 9-15.

Declaração de Salamanca (1994) *Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais Acesso e Qualidade*. Ed. UNESCO.

Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas da investigação em educação. *Noesis*, p. 18, pp. 64-66.

Foirentini, D., Fernandes, F., & Cristovão, E. (2005). *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Faculdade de Educação - Unicamp - Brasil.

Mason, J., Graham, A., & Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing thinking in algebra*. London: Paul Chapman.

ME-DEB (1997). *Orientações Curriculares para a educação pré-escolar*. Lisboa: Ministério da Educação.

ME-DGEBS (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral do Ensino Básico e Secundário.

ME-DGIDC (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Miles, M. & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis*. Newbury Park, CA: Sage Publications.

Moore, G. (1983). *Developing and Evaluating Educational Research*. Boston, Toronto: Little, Brown Company.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

NCTM (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston: NCTM.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.

NCTM. (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

- Oliveira, H. (2009). A Álgebra no Novo Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática* p. 105, pp. 83-86.
- Orton, A. (1999) (ed). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. London: Cassell.
- Orton, J. (1999). Children´s Perception of Pattern in Relation to Shape. In Anthony Orton (Ed.). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. (pp. 149-177). London: Cassell.
- Palhares, P. e Mamede, E. (2002). Os padrões na matemática do pré-escolar, *Educare-Educere*, 10,107-123.
- Pires, M. (1995) *Os Conceitos de perímetro e área em alunos do 6º ano: concepções e processos de resolução de problemas*. Instituto Politécnico de Bragança - Escola Superior de Educação.
- Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: MEDGIDC
- Ponte, J.P. (2003). *Investigar, Ensinar e Aprender*. Actas do ProfMat, (CD-ROOM, p. 25-39). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2005). Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática*, (p. 85, pp. 36-42).
- Polya, G. (1945). *How to solve it: a New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the early primary years. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* pp. 18-30). London: Cassell.
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., e Borralho, A. (2006). Os padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra. Em I. Vale, T. Pimental, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Org), *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. (pp. 193-212). Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal no currículo. *Educação e Matemática*, (p. 85, pp. 14-20).

Vale, I., & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática: Propostas curriculares para o Ensino Básico*. Viana do Castelo: ESE de Viana do Castelo.

Vygotsky, L.S. (1993). *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes.

**ANEXO Nº 1**

Relatório da Psicóloga



Ministério da Saúde

# HOSPITAL AMATO LUSITANO

Castelo Branco

SERVIÇO DE PEDIATRIA

Centro Distrital de Desenvolvimento da Criança

## Relatório de Observação Psicológica

Nome: Diogo

D. Nascimento: 26/10/01

O Diogo é acompanhado na consulta de psicologia, a pedido da pediatra, devido a dificuldades de aprendizagem.

Revela pouco interesse pelas actividades escolares, tem dificuldade em se concentrar e é pouco autónomo na realização dos tarefas.

A mãe também refere que o Diogo é muito irrequieto e faz birra quando não lhe fazem as vontades.

Nas consultas efectuadas, o Diogo colabora com pouco interesse nas actividades propostas, necessitando de incentivo para a realização das mesmas.

Tem dificuldade em estabelecer diálogo e em manter o contacto ocular.

foi avaliado ao nível do domínio cognitivo, com a Escala de Inteligência de Wechsler para crianças-ivsu

obtendo um nível intelectual muito abaixo do esperado para a sua idade cronológica; com maiores dificuldades nas seguintes áreas:

- concentração, raciocínio e organização visual;
- memória visual e auditiva imediata;
- orientação e estruturação visual;
- rapidez motora e previsão associativa;
- raciocínio e cálculo numérico;
- pensamento abstrato e associativo;
- compreensão e fluidez verbal.

Pela CIF, podemos referir que estão gravemente comprometidas as funções b140 e b164. Necessita do apoio do Ensino Especial com as medidas educativas adequadas às suas necessidades.

HOSPITAL ADATO LUGITANO  
CASTEL S. FRANCISCO  
Cristina Santos  
CENTRO DISTRICTAL  
DESENVOLVIMENTO DA CRIANÇA  
30/10/09

## ANEXO Nº 2

Solicitação de autorização ao Director  
do Agrupamento de Escolas de Vila  
Velha de Ródão.

Exm<sup>o</sup> Senhor:

Director do Agrupamento de Escolas de

Vila Velha de Ródão

Maria Terezinha Lopes Cristóvão Louro, Professora do 1<sup>o</sup> Ciclo do Ensino Básico a exercer funções no Agrupamento de Escolas de Vila Velha de Ródão, estando neste momento a preparar a tese de dissertação do Mestrado em Educação Especial Domínio Cognitivo e Motor sob o tema " O Pensamento Algébrico em crianças com Necessidades Educativas Especiais – Um Estudo de Caso", para o qual, na parte prática pretende trabalhar com alunos do 3<sup>o</sup> ano de escolaridade.

Neste sentido solicito a V.Ex<sup>a</sup> autorização para poder trabalhar com a turma, conforme o calendário estabelecido.

Aguardo deferimento.

Com os melhores cumprimentos

Vila Velha de Ródão, 30 de Setembro de 2010

A Professora

Maria Terezinha Lopes Cristóvão Louro

## ANEXO Nº 3

**1ª OBSERVAÇÃO**  
Tarefas com Padrões de repetição e  
Padrões de crescimento

# MATEMÁTICA

Nome     E    

Ano 3º

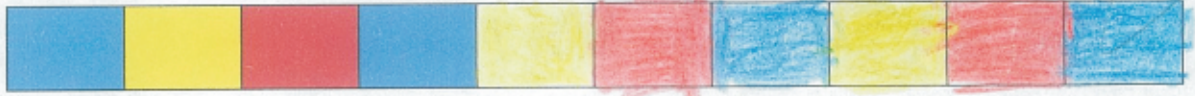
Data 29/10/2020

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

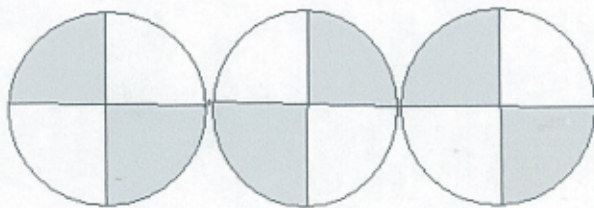


Figura 5

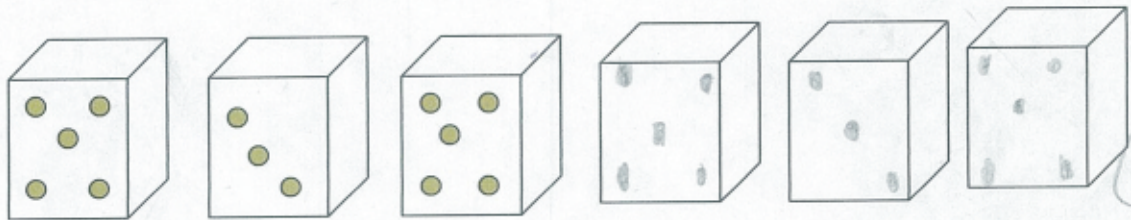


Figura 6

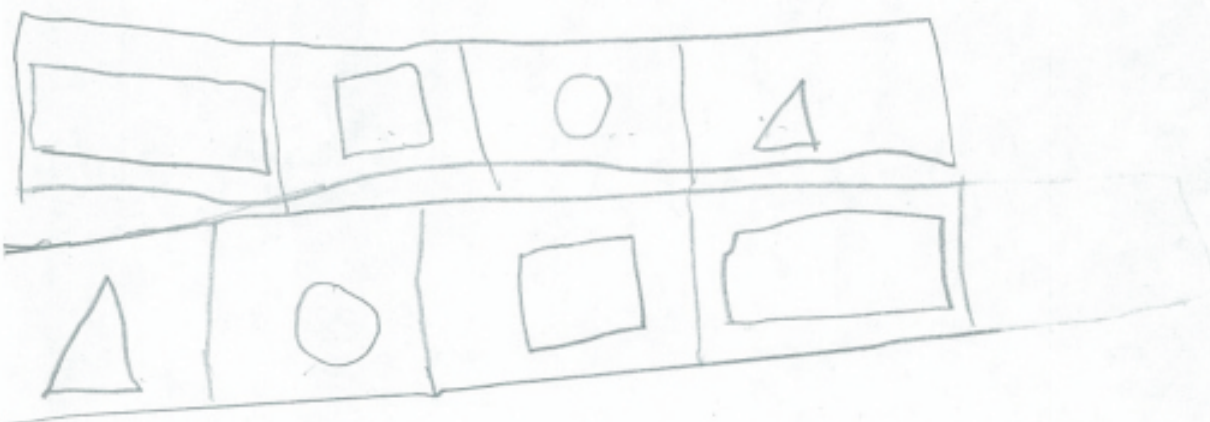
3 -



4 -



5 - Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 -



Figura 1

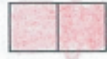


Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

1.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

2 -



Figura 1



Figura 2

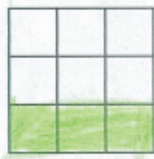


Figura 3



Figura 4



Figura 5

2.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

3 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

3.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

4 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3

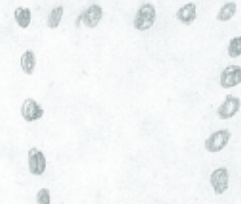


Figura 4

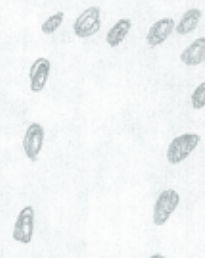


Figura 5

4.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

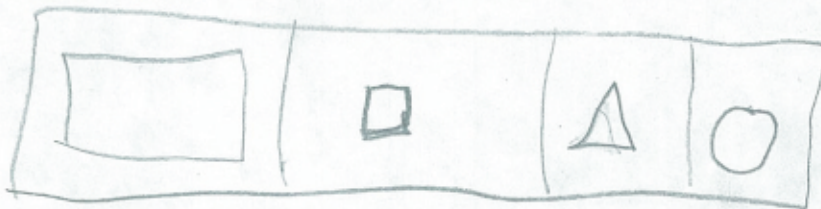
5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30.  $\times$

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 21.  $\times$

6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.



7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

7.1 Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

gostei mais do grupo I  
Porquê? por pintar (para pintar)

7.2 No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? parte 2

Porquê? Foi na 3 (Não consegui desenhar)

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? \_\_\_\_\_

Porquê? Foi na 2 (pague é difícil)

# MATEMÁTICA

Nome SP

Ano 3º

Data 29 / 10 / 2010

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

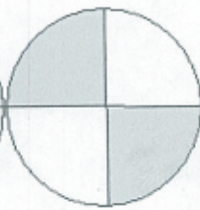
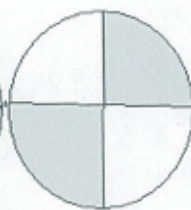


Figura 5

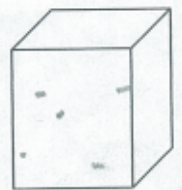
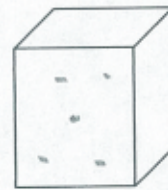
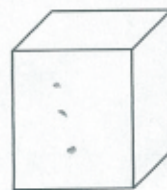
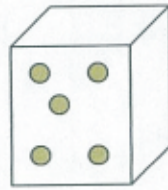
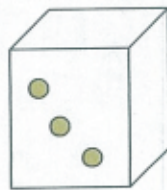
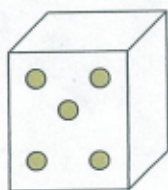


Figura 6

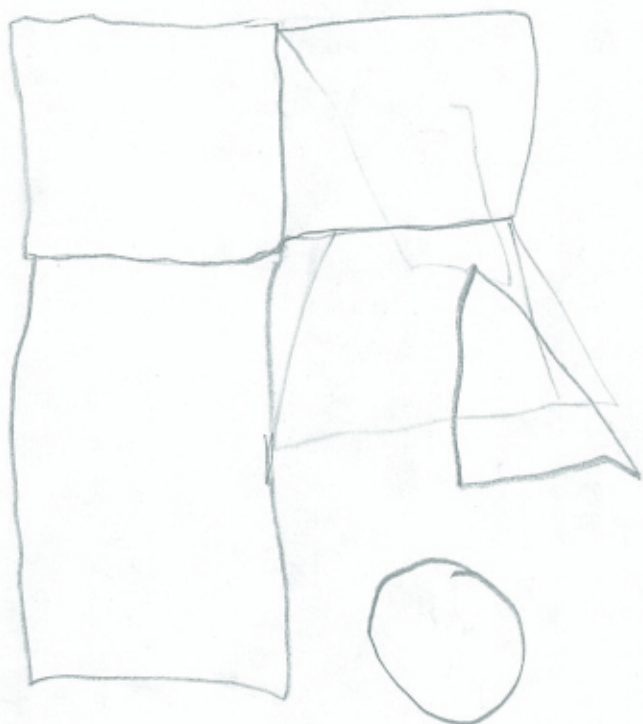
3 -



4 -



5 – Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



X

## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

1.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

2 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3

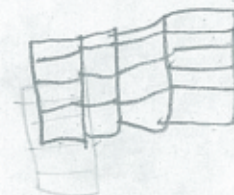


Figura 4



Figura 5

2.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

3 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

3.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

4 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

4.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30. ✓

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22. ✓

6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.



7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

Gosto mais do grupo 1.

Porquê? Porque gosto muito do grupo 1.

No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? Em nenhuma.

Porquê? Eu não tive em nenhuma.

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? foi na 5.

Porquê? Porque irei que perguntar a professora.

# MATEMÁTICA

Nome L. ...

Ano 3º

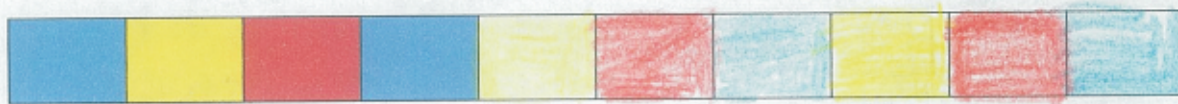
Data 29 / 10 / 2010

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

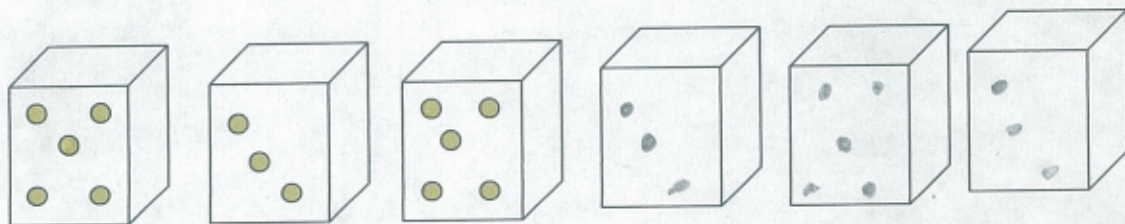


Figura 6

3 -



4 -



5 – Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 4

Figura 5

1.1 - Desenha as figuras 4 e 5.



2 -



Figura 1



Figura 2

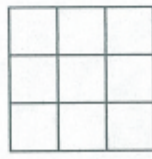


Figura 3

Figura 4

Figura 5

2.1 - Desenha as figuras 4 e 5.



3 -



Figura 1



Figura 2

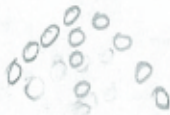


Figura 3

Figura 4

Figura 5

3.1 - Desenha as figuras 4 e 5.



4 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Figura 4

Figura 5

4.1 - Desenha as figuras 4 e 5.



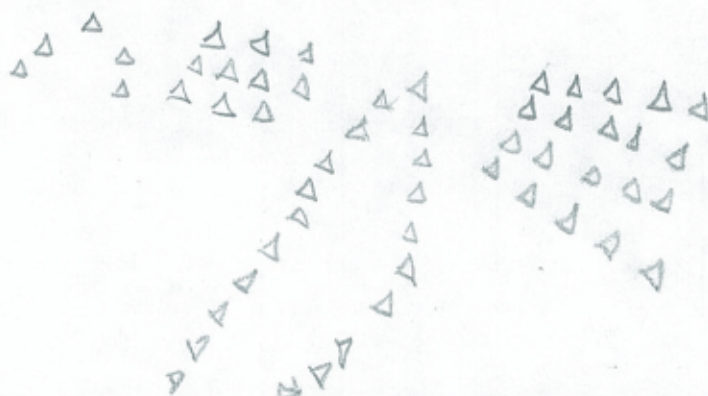
5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30.

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22.  
1+ 2+ 3+ 4+

6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.



7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

gostei mais da parte I

Porquê? Ela é mais divertida e fizemos mais.

No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? Foi na 3

Porquê? Tivemos de fazer uma pesquisa com erros

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? na 4

Porquê? Levamos consigo cartas e contamos vai de uma pra outra

**ANEXO Nº 4**

**1ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

# 1ª Observação

Data: 29/10/2010

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |   | DADOS                            |  |
|----------|---|----------------------------------|--|
|          |   | Resultados Obtidos               | Opinião do Aluno   |
| Parte I  | 1 | Acertou                          | "Gostei de pintar. Achei fácil porque era para pintar"   |
|          | 2 | Acertou                          | "Aqui achei fácil porque desenhei figuras geométricas"   |
|          | 3 | Não acertou                      | "Achei difícil porque foi difícil fazer isto" (silêncio)   |
|          | 4 | Acertou                          | "Não sei para fazer linhas como se fosse um logo"<br>"Sei repetir os 3 cubos como estão antes"       |
|          | 5 | Não acertou                      | "Não um bocado difícil, mas era fácil"   |
| Parte II | 1 | Acertou                          | "Achei fácil porque comecei a contar, 1, 2, 3, 4, 5"   |
|          | 2 | Não acertou                      | "Não difícil por causa da pintura. Aqui difícil ter posto o 4 porque as legendas também estão o 4"   |
|          | 3 | Não acertou                      | "Não sei" (silêncio)   |
|          | 4 | Não acertou                      | "Não sei" (silêncio)   |
|          | 5 | a) Não acertou<br>b) Não acertou | a) foi fácil porque foi só olhar para trás e fazer<br>b) não para olhar para o número atrás e fazer" |
|          | 6 | Não acertou                      | "Não sei"  |
|          | 7 |                                  |  |

# 1ª Observação

Data: 29/10/2010

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |   | DADOS                     |  |
|----------|---|---------------------------|--|
|          |   | Resultados Obtidos        | Opinião do Aluno   |
| Parte I  | 1 | Aceitou                   | "Achei fácil, era só olhar para trás e ver como era!"                                |
|          | 2 | Aceitou                   | " "  |
|          | 3 | <del>Não</del><br>aceitou | "Bastava olhar para trás já se descobria"  |
|          | 4 | Não aceitou               | "também se descobria a olhar para trás"  |
|          | 5 | Não aceitou               | "Achei fácil, ia pensando"   |
| Parte II | 1 | Aceitou                   | "Achei fácil porque olhei para a legenda"  |
|          | 2 | Não aceitou               | "fiz como pediu a legenda"   |
|          | 3 | Não aceitou               | "olhei e pareceu-me que era assim..."<br>(Não conseguiu explicar mais)               |
|          | 4 | Não aceitou               | "contei as bolas da figura de trás e a da frente contei + 1"                         |
|          | 5 | a) Aceitou<br>b) Aceitou  | a) "base a tabuada do 5"<br>b) "Nesta contei +1, +2, +3, +4, +5 + 6" (ia apontando)" |
|          | 6 | Não aceitou               | "fiz este"<br>(Silêncio...)"   |
|          | 7 |                           |  |

# 1ª Observação

Data: 29/10/2010

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |   | DADOS                    |  |
|----------|---|--------------------------|--|
|          |   | Resultados Obtidos       | Opinião do Aluno   |
| Parte I  | 1 | Aceitou                  | "Achei fácil porque só tive que pintar sendo o padrão"   |
|          | 2 | Aceitou                  | "  |
|          | 3 | Aceitou                  | "  |
|          | 4 | Aceitou                  | "  |
|          | 5 | Não aceitou              | "Achei difícil porque não sabia o que fazer lá"  |
| Parte II | 1 | Aceitou                  | "Foi uma tarefa fácil porque só tinhamos que olhar e contar e acrescentar mais alguns como o padrão"       |
|          | 2 | Aceitou                  | (opinião igual à anterior)   |
|          | 3 | Não aceitou              | "Não fui capaz" (abanava a cabeça)   |
|          | 4 | Não aceitou              | "Aqui só vi as figuras a acrescentar mas não em grupo nem quanto acrescentar" "Não sei o que fazer"        |
|          | 5 | a) Aceitou<br>b) Aceitou | a) "Aqui só tive que contar de 5 em 5"<br>b) "Aqui até descobri que se acrescentar sempre +1 é o del três" |
|          | 6 | Não aceitou              | "Aqui ia pôdo tranquilos as grupos que iam acrescentando"  |
|          | 7 |                          |  |

**ANEXO Nº 5**

**1ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

**TABELA DE RESULTADOS DA 1ª OBSERVAÇÃO**

| TAREFA       | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------|--|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|              |  | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |
| <b>1</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>2</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |        |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>3</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x      |   |   | x |   |   |   | x | x |   | x |   | x |   | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   | x |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>4</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   | x |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Parte I

| TAREFA  | PONTOS | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|--------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         |        | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |   |
| Parte I | 6      | x      |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      | x      | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 1      |        |   | x | x | x | x | x |   |   |   |   |   |   |   | x | x |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1       | 6      | x      |   |   |   | x |   | x |   | x |   | x |   | x |   |   |   |   |
|         | 5      |        |   | x |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      | x      |   |   |   |   | x |   | x |   |   |   |   |   |   |   | x |   |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2       | 6      | x      |   |   |   |   |   |   |   | x |   | x |   |   |   |   |   |   |
|         | 5      |        |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |
|         | 2      | x      | x |   | x | x | x | x | x |   |   |   |   |   |   |   |   | x |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   | x |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3       | 6      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |
|         | 2      | x      | x |   | x | x | x | x | x |   |   |   |   |   |   |   | x |   |
|         | 1      |        |   | x | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x | x |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA        | PONTOS | ALUNOS |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------|--------|--------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
|               |        | A      | B  | C  | D  | E  | F  | G  | H  | I  | J  | L  | M  | N  | O  | P  |
| 4             | 6      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 5      | x      |    |    |    |    |    |    |    |    |    | x  |    |    |    |    |
|               | 4      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 3      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    | x  |    |    |    |    |
|               | 2      | x      |    | x  |    |    | x  | x  | x  |    |    |    |    | x  | x  | x  |
|               | 1      |        |    | x  |    |    | x  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 0      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 5 a)          | 6      | x      | x  | x  | x  |    | x  | x  | x  | x  | x  | x  | x  | x  |    | x  |
|               | 5      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 4      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 3      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 2      |        |    |    |    | x  |    | x  |    |    |    |    |    |    |    | x  |
|               | 1      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 0      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 5 b)          | 6      | x      |    |    |    |    |    |    | x  |    |    | x  | x  | x  | x  | x  |
|               | 5      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 4      |        |    |    | x  |    |    |    | x  |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 3      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 2      |        |    | x  |    |    | x  | x  |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 1      |        | x  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 0      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| 6             | 6      | x      |    |    |    |    |    |    |    | x  |    |    |    |    |    |    |
|               | 5      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 4      |        |    |    | x  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 3      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 2      |        |    |    |    |    | x  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|               | 1      |        |    | x  |    |    |    | x  |    |    |    |    |    |    | x  | x  |
|               | 0      |        |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| <b>TOTALS</b> |        | 67     | 36 | 44 | 47 | 35 | 32 | 35 | 44 | 65 | 45 | 54 | 50 | 55 | 40 | 42 |

**ANEXO Nº 6**

**2ª OBSERVAÇÃO**  
**Tarefas com Padrões de repetição**

# MATEMÁTICA

Nome E

Ano \_\_\_\_\_

Data 9 / 12 / 2010

## Parte I

Observa com muita atenção os padrões que te apresentamos! Tenta compreendê-los e completa-os ...

1 -



2 -



3 -



4 -



5 – Completa os padrões:

A A B A A B A A B A A B A A B A A B ✓

B B B A B A A A B A B B A B A B B A A

4, 4, 6, 2, 2, 6, 5, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6 ✗

## Parte II

Imagina meninos e meninas da tua idade e a frequentarem o 3º ano de escolaridade

1.1 – Continua a sequência:



Elas são 4.

1.2 – Qual é o grupo que se repete? O grupo que se repete são os meninos.

1.3 – Se se construir uma sequência de grupos repetidos com 10 rapazes, quantas raparigas há? As raparigas contadas são dois raparigas.

1.3.1 – E quantos grupos repetidos? O grupo que se repete são os meninos.

1.4 – É muito importante fazer-se registos numa tabela. Assim, regista as tuas descobertas na tabela que te apresento?

| Nº de grupos | Nº de rapazes | Nº de raparigas | Nº total de Crianças |
|--------------|---------------|-----------------|----------------------|
|              |               |                 |                      |
| 1            | 5             | 10              | 11                   |
| 2            | 7             | 8               | 20                   |
| 3            | 8             | 11              | 30                   |
| 4            |               |                 |                      |

1.4.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Eu fiz os exemplos meus.

# MATEMÁTICA

Nome JP

Ano 3º

Data 9 / 12 / 2012

## Parte I

Observa com muita atenção os padrões que te apresentamos! Tenta compreendê-los e completa-os ...

1 -



2 -



3 -



4 -



5 – Completa os padrões:

✓ A A B A A B A A B A A B A A B A A B

✓ A B B A B B A B B A B B B A B B A B B

✓ 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6

## Parte II

Imagina meninos e meninas da tua idade e a frequentarem o 3º ano de escolaridade

1.1 – Continua a sequência:



1.2 – Qual é o grupo que se repete? É o dos meninos.

1.3 – Se se construir uma sequência de grupos repetidos com 10 rapazes, quantas raparigas há? Há 5 raparigas.

1.3.1 – E quantos grupos repetidos? Á 10 grupos repetidos

1.4 – É muito importante fazer-se registos numa tabela. Assim, regista as tuas descobertas na tabela que te apresento?

| Nº de grupos | Nº de rapazes | Nº de raparigas | Nº total de Crianças |
|--------------|---------------|-----------------|----------------------|
| 70           | 5             | 5               | 10                   |
| 73           | 10            | 3               | 13                   |
| 20           | 10            | 10              | 20                   |
| 14           | 5             | 9               | 14                   |
| 16           | 6             | 6               | 16                   |
| 17           | 7             | 10              | 17                   |
| 30           | 10            | 20              | 30                   |
| 29           | 20            | 9               | 29                   |

1.4.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Fiz as contas mentalmente.

# MATEMÁTICA

Nome L

Ano 3º

Data 9 / 12 / 2012

## Parte I

Observa com muita atenção os padrões que te apresentamos! Tenta compreendê-los e completa-os ...

1 -



2 -



3 -



4 -



5 - Completa os padrões:

A A B A A B A A B A A B A A B A A B ✓

A B B A B B A B B A B B A B B A B B ✓

2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6, 2, 4, 6 ✓

## Parte II

Imagina meninos e meninas da tua idade e a frequentarem o 3º ano de escolaridade

1.1 – Continua a sequência:



1.2 – Qual é o grupo que se repete?

o grupo que se repete é o grupo de 2 rapazes e 1 menina

1.3 – Se se construir uma sequência de grupos repetidos com 10 rapazes, quantas raparigas há?

há 5 raparigas numa sequência de 10 rapazes

1.3.1 – E quantos grupos repetidos?

há 5 grupos repetidos

1.4 – É muito importante fazer-se registos numa tabela. Assim, regista as tuas descobertas na tabela que te apresento?

| Nº de grupos | Nº de rapazes | Nº de raparigas | Nº total de Crianças |
|--------------|---------------|-----------------|----------------------|
| 4            | 8             | 4               | 12                   |
| 8            | 16            | 8               | 24                   |
| 12           | 24            | 12              | 36                   |
| 16           | 32            | 16              | 48                   |
| 20           | 40            | 20              | 60                   |
| 24           | 48            | 24              | 72                   |
| 28           | 56            | 28              | 84                   |
| 32           | 64            | 32              | 96                   |

1.4.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Descobri que o número de rapazes é o dobro de grupos e raparigas e o mesmo número de grupos.

**ANEXO Nº 7**

**2ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

## 2ª Observação

Data: 9 / 12 / 2010

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |       | DADOS              |   |
|----------|-------|--------------------|---|
|          |       | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1     | Aceitou            | "Só pra só olhar pra trás e fazer igual"  |
|          | 2     | Aceitou            | "   |
|          | 3     | Aceitou            | "Foi só mais difícil ver que começava com um chapéu pra deixar"                             |
|          | 4     | Aceitou            | "Demorei mais tempo, ganhei-me porque não sabia como comer, era <sup>1</sup> difícil parte" |
|          | 5     | Aceitou            | "Aqui foi fácil" 2A, 1B/2A, 1B"   |
|          |       | Não aceitou        | "Nesta fiquei confuso, perdi-me"  |
|          |       | Não aceitou        | "Barulhei-me quando vi que tinha que ser o primeiro"  |
| Parte II | 1.1   | Não aceitou        | "A professora explicou, pareceu-me que compreendi, mas depois vi que errei"                 |
|          | 1.2   | Não aceitou        | "Só os meninos é que se repetem 2 vezes"  |
|          | 1.3   | Não aceitou        | "Fiz assim porque os rapazes são mais e as raparigas são menos"                             |
|          | 1.3.1 | Não aceitou        | "Os rapazes são mais e as raparigas são menos"  |
|          | 1.4   | Não aceitou        | "Os rapazes são mais e as meninas menos" (Não sabe distinguir)                              |
|          | 1.4.1 | Não aceitou        | "Não conseguiu ter opinião"   |

## 2ª Observação

Data: 9/12/2010

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |       | DADOS              |  |
|----------|-------|--------------------|--|
|          |       | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |
| Parte I  | 1     | Acertou            | "Só só olhar"  |
|          | 2     | "                  | "Só só olhar para três e repetir"  |
|          | 3     | "                  | "Eu dei a desobediência o primeiro" "Depois não antes de que estava para cima estava a de baixo"               |
|          | 4     | "                  | "Só assim, 3 a chegar e 2 a vir" "Se não fosse a prof. eu evas o primeiro"                                     |
|          | 5     | "                  | "Aqui acertei, só depois de ter treinado com os blocos de plástico"  |
|          |       | "                  | "Aqui nem precisei de treinar com os de plástico, depois aqui com o meu colega"                                |
| Parte II | 1.1   | "                  | "Aqui bastou olhar para três"  |
|          | 1.2   | Não acertou        | "Pareceu-me entender quando fizemos com os minutos de sorte, só que depois no papel baralhei-me outra vez"     |
|          | 1.3   | Acertou            | "Olhei, pensei e descobri que eram 5" "Sei que 10 rapazes mais 5 raparigas faz 15"                             |
|          | 1.3.1 | Não acertou        | "Aqui baralhei-me sempre quando quisemos saber os que se repetem, parece-me que são os minutos que se repetem" |
|          | 1.4   | Não acertou        | "Achei fácil, olhei e pensei logo que era assim..."  |
|          | 1.4.1 |                    | (Não conseguiu ter opinião)  |

## 2ª Observação

Data: 9/12/2010

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |       | DADOS              |   |
|----------|-------|--------------------|---|
|          |       | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1     | Acertou            | "Consegui descobrir o padrão mas a professora explicou"   |
|          | 2     | "                  | "   |
|          | 3     | "                  | "Foi fácil olhar para a frente e descobrir"   |
|          | 4     | "                  | "Aqui levei mais tempo mas gostei estar com atenção"  |
|          | 5     | "                  | "Foi fácil descobrir"   |
|          |       | "                  | "Aqui até vi que foi o contrário de cima"   |
|          |       | "                  | "É engraçado até descobri que a sequência começa em 2 e termina em 6"   |
| Parte II | 1.1   | "                  | "O padrão está feito e só continuar"  |
|          | 1.2   | "                  | "Quase que me enganez pensei que eram só os meninos e se repetiam, depois ao descobrir descobrimos que as meninas também."                |
|          | 1.3   | "                  | "Depois de descobrir, em vez de descobrir-se que os meninos são o dobro das raparigas"  |
|          | 1.3.1 | "                  | "Aqui só consegui depois de experimentarmos no quadro e fazer os grupos, mas nesse caso, até chei giro"                                   |
|          | 1.4   | "                  | "Só consegui fazer porque tinha uma tabela e ia fazendo, e não perdi-me"  |
|          | 1.4.1 | "                  | "Descobri porquê: o nº de raparigas é sempre o dobro de de grupos e de meninas e o número de meninas é sempre igual ao número de grupos." |

**ANEXO Nº 8**

**2ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

**TABELA DE RESULTADOS DA 2ª OBSERVAÇÃO**

| TAREFA   | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------|--|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|          |  | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| <b>1</b> | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>2</b> | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>3</b> | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>4</b> | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Parte I

| TAREFA       | PONTOS   | ALUNOS   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------|--|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|              |  | A  | B  | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |   |   |
| Parte I      | 1ª Sequência   | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |   |
|              |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 2ª Sequência   | 3  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 2  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 1  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 0  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 6  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |
|              |  | 5  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 4  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3ª Sequência | 3  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 2  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |  |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 1  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 0  | Não fez nada   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 6  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |   |
|              | 5  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | 4  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II     | 1.1  | 3  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 2  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 1  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 0  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 6  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X | X |
|              |  | 5  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |  | 4  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3            | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2            | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1            | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |
| 0            | Não fez nada   |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA       | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------|--|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|              |  | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |
| <b>1.2</b>   | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>1.3</b>   | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |
|              | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>1.3.1</b> | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>1.4</b>   | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |
| <b>1.4</b>   | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não fez nada   | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA            | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|-------------------|--|--------|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|----|
|                   |  | A      | B | C | D | E  | F | G | H | I | J | L  | M | N | O | P  |
| Parte II<br>1.4.1 | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |        |   |   |   |    |   |   |   |   |   | X  |   |   |   |    |
|                   | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                   | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                   | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                   | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                   | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |    |
|                   | Não fez nada   | 1      |   |   |   |    | X |   |   |   |   |    |   |   |   | X  |
| <b>TOTAIS</b>     | 0  |        |   |   |   | 43 |   |   |   |   |   | 78 |   |   |   | 58 |

**ANEXO Nº 9**

**3ª OBSERVAÇÃO**  
Tarefas com Padrões de repetição

# MATEMÁTICA

Nome E. L. F.

Ano 3º

Data 15 / 2 / 2011

## Parte I

Uma vez mais, vamos realizar pequenas tarefas com padrões. Tenta compreendê-los, certamente o teu desempenho vai melhorar.

1 -



2 -



3 -



4 -



5 - Continua a mesma ordem mas para trás:



6 – Com muita criatividade, cria o teu próprio padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



1.1 – Quantos elementos têm as duas primeiras unidades? 8 ✓

1.2 – Quantos elementos têm as quatro primeiras unidades? 16 ✓

1.3 – Quantas unidades estão representadas? 10 ✓

1.4 – Quantos triângulos estão representados? 10 ✓

1.5 – E quantos rectângulos? 5 ✓

2 – Regista numa tabela o resultado das tuas contagens:

| Após a unidade | Número de ■ | Número de ► |
|----------------|-------------|-------------|
| 1              | 1           | 2           |
| 2              | 2           | 4           |
| 3              | 3           | 6           |
| 4              | 4           | 8           |
| 5              | 5           | 10          |
| 6              | 6           | 12          |
| 7              | 7           | 14          |

2.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Foi uma sequência difícil a

# MATEMÁTICA

Nome P. P. Lopes da Silva

Ano 3<sup>o</sup>

Data 15 / 01 / 2014

## Parte I

Uma vez mais, vamos realizar pequenas tarefas com padrões. Tenta compreendê-los, certamente o teu desempenho vai melhorar.

1 -



2 -



3 -



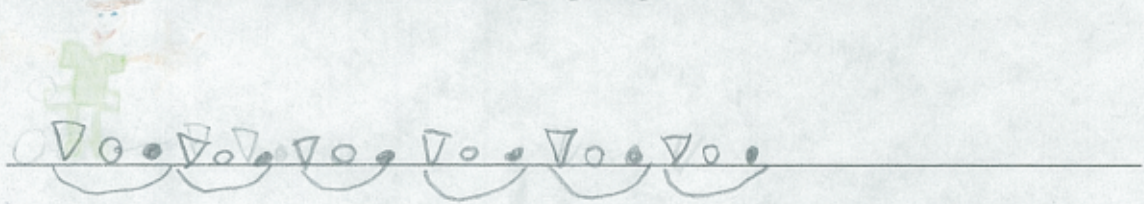
4 -



5 - Continua a mesma ordem mas para trás:



6 – Com muita criatividade, cria o teu próprio padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



1.1 – Quantos elementos têm as duas primeiras unidades? oito ✓

1.2 – Quantos elementos têm as quatro primeiras unidades? dezanove ✓

1.3 – Quantas unidades estão representadas? vinte X

1.4 – Quantos triângulos estão representados? deiz ✓

1.5 – E quantos rectângulos? cinco ✓

2 – Regista numa tabela o resultado das tuas contagens:

| Após a unidade | Número de ■ | Número de ► |
|----------------|-------------|-------------|
| 1              | 1           | 2           |
| 2              | 2           | 4           |
| 3              | 3           | 6           |
| 4              | 4           | 8           |
| 5              | 5           | 10          |
| 6              | 6           | 12          |
| 7              | 7           | 14          |

2.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Esta sequência foi muito fácil. Só consegui fazer com a ajuda dos meus colegas e da professora.

# MATEMÁTICA

Nome L. P. ...

Ano 3.º

Data 15 / 2 / 2011

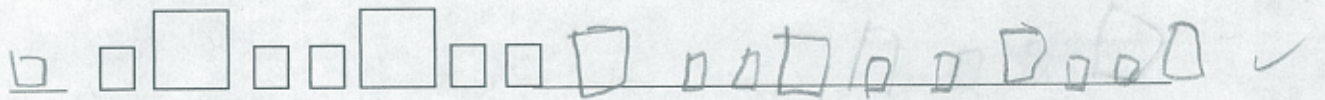
## Parte I

Uma vez mais, vamos realizar pequenas tarefas com padrões. Tenta compreendê-los, certamente o teu desempenho vai melhorar.

1 -



2 -



3 -



4 -



5 - Continua a mesma ordem mas para trás:

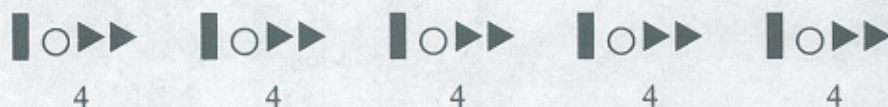


6 – Com muita criatividade, cria o teu próprio padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



- 1.1 – Quantos elementos têm as duas primeiras unidades? tem 8 elementos
- 1.2 – Quantos elementos têm as quatro primeiras unidades? tem 16 elementos
- 1.3 – Quantas unidades estão representadas? Estão representadas 5 unidades
- 1.4 – Quantos triângulos estão representados? 10 triângulos
- 1.5 – E quantos rectângulos? 5 rectângulos

2 – Regista numa tabela o resultado das tuas contagens:

| Após a unidade | Número de ■ | Número de ► |
|----------------|-------------|-------------|
| 1              | 1           | 2           |
| 2              | 2           | 4           |
| 3              | 3           | 6           |
| 4              | 4           | 8           |
| 5              | 5           | 10          |
| 6              | 6           | 12          |
| 7              | 7           | 14          |

2.1 – Escreve uma frase, explicando o que concluíste sobre esta sequência:

Concluí que era fácil - porque o número de rectângulos era a metade dos triângulos

**ANEXO Nº 10**

**3ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

### 3ª Observação

Data: 15/2/2011

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |     | DADOS              |  |   |
|----------|-----|--------------------|--|---|
|          |     | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |   |
| Parte I  | 1   | Aceitou            | "Primeiro fizemos com figuras a a mat. Inicial, depois no papel foi fácil e era só olhar para trás". |   |
|          | 2   | "                  | "Bastava olhar para trás"  |   |
|          | 3   | Não aceitou        | "Pensei que tinha feito bem... Agora..."   |   |
|          | 4   | Aceitou            | "Era só reparar com atenção para trás"   |   |
|          | 5   | Aceitou            | "Aqui parecia mais difícil andar para trás, só com o que, depois de tentar com a professora".        |   |
|          | 6   | Não aceitou        | "Pensei que fizesse um pedrão, mas esqueci-me de cor do quadrado"                                    |   |
| Parte II | 1   | 1.1                | Aceitou  | "Só consegui descoler quando a prof. explicou o que era uma verdade". |
|          |     | 1.2                | "  | "Aqui só precisei de conteúdo de verdade".                            |
|          |     | 1.3                | Não aceitou  | "Só tive de contar"<br>"E não me lembro, como e que se contavam..."   |
|          |     | 1.4                | Aceitou  | "Era só contar um de cada vez"  |
|          |     | 1.5                | "  | "   |
|          | 2   | Aceitou            | (Não conseguiu dizer como e porque fez assim!)   |   |
|          | 2.1 | Não aceitou        | (Não conseguiu apresentar opinião)   |   |

### 3ª Observação

Data: 15 / 02 / 2014

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |     | DADOS              |  |  |
|----------|-----|--------------------|--|--|
|          |     | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |  |
| Parte I  | 1   | Aceitou            | "Bastava ir olhando para trás e repetir a ordem"                             |  |
|          | 2   | "                  | "  |  |
|          | 3   | Não aceitou        | "Pensava que tinha feito bem, afinal aqui estão eu me de umas figuras"       |  |
|          | 4   | Aceitou            | "Era só ir vendo e fazendo"  |  |
|          | 5   | "                  | "Só consegui fazer de pois e treinar com as figuras q o prof. trouxe"        |  |
|          | 6   | "                  | "Aqui tive que chegar as coisas vezes, porque me esqueci de algumas figuras" |  |
| Parte II | 1   | 1.1                | "  | "No principio não sabia o que era uma unidade e como q agora já não sei outra vez" |
|          |     | 1.2                | "  | "Aqui acho que só precisei de contar"  |
|          |     | 1.3                | Não aceitou  | "Aqui só precisei de contar"   |
|          |     | 1.4                | "  | "Contei e j"   |
|          |     | 1.5                | "  | "Contei, e tornou-se muito fácil, dava gosto aceitar"                              |
|          | 2   | "                  | "Aqui tive que contar sempre"  |  |
|          | 2.1 | Não aceitou        | (Não emitiu opinião desfavorável)  |  |

### 3ª Observação

Data: 15/2/2011

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |     | DADOS              |   |   |
|----------|-----|--------------------|---|---|
|          |     | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |   |
| Parte I  | 1   | Aceitou            | "Basta olhar para o pedaco e afeti-lo"                      |   |
|          | 2   | "                  | "   |   |
|          | 3   | "                  | "   |   |
|          | 4   | "                  | "   |   |
|          | 5   | "                  | "   |   |
|          | 6   | "                  | "Não tinha muitas ideias e te me enganei na cor de um"      |   |
| Parte II | 1   | 1.1                | "   | "Ainda precisei que o prof. explicasse o que era uma unidade"   |
|          |     | 1.2                | "   | "Basta contar, eu contei tudo seguido, de 1 em 1"   |
|          |     | 1.3                | "   | "Foi só contar, eu já sabia o que era uma unidade"  |
|          |     | 1.4                | "   | "Foi fácil, contei aos quadrados de 2 em 2"   |
|          |     | 1.5                | "   | "Foi fácil... na verdade não quis como unidades, e tem bem os retângulos do mesmo tamanho dos triângulos" |
|          | 2   | "                  | "Aqui foi igual ao de cima, nem precisei de contar"         |   |
|          | 2.1 | "                  | (emitiu uma opinião coerente com as afirmações anteriores). |   |

**ANEXO Nº 11**

**3ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

## TABELA DE RESULTADOS DA 3ª OBSERVAÇÃO

| TAREFA | PONTOS | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|--------|--------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|        |        | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |  |
| 1      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |  |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 2      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |  |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 3      | 6      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   |  |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |  |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |  |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
| 4      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   | X |  |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |

Parte I

| TAREFA   | PONTOS   | ALUNOS   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|          |  | A  | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| Parte I  | 5  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   | x |
|          |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | 6  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   | x |
|          |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II | 1.1  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | 1.2  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   | x |
|          |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |



## ANEXO Nº 12

**4ª OBSERVAÇÃO**  
Tarefas com Padrões de repetição

Nome 2. E

Ano 3º

Data 23 / 3 / 2017

Parte I

Completa os Padrões apresentados:

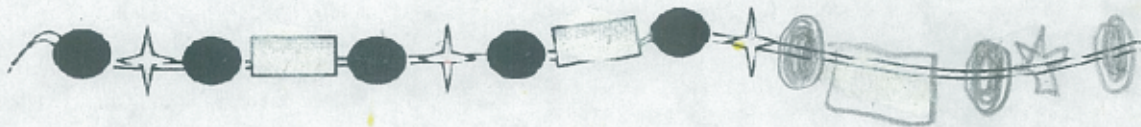
1 -



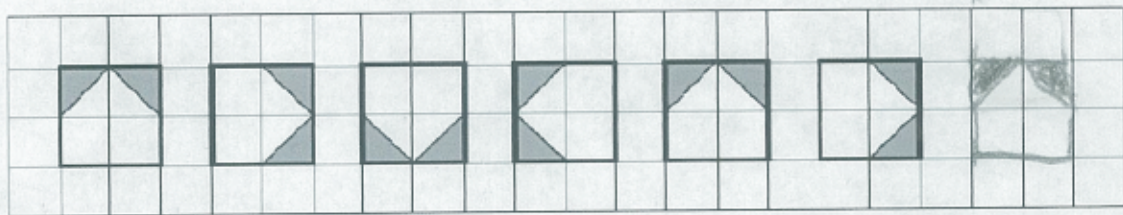
2 -



3 -



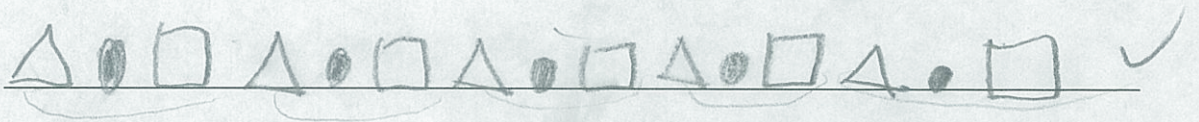
4 -



5 - A Vera tem uma fita com autocolantes pretos e brancos, dispostos segundo um padrão. A Vera já retirou três autocolantes da fita. Desenha os respectivos autocolantes que a Vera retirou.



6 – Agora, ainda com mais criatividade, cria um novo padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



1.1 – Qual a posição do 1º triângulo na sequência? 7, 13 ✓

1.2 – Em que outras posições da sequência se encontra o triângulo? 6, 9 ✓

1.3 – Se continuares a sequência, em que lugares ficará o triângulo? 12, 15 ✓  
18, 21, 24, 27, 30

1.4 – Pensando nas posições do triângulo ao longo da sequência, a que conclusão chegas? 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51 ✓

2 – Observa a seguinte sequência de números:

5 11 9 15 13 15 9 5

2.1 – Quais são os dois números que vêm a seguir ao 13? \_\_\_\_\_

2.2 – Explica, por palavras tuas, como os descobriste. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Nome P. Silva

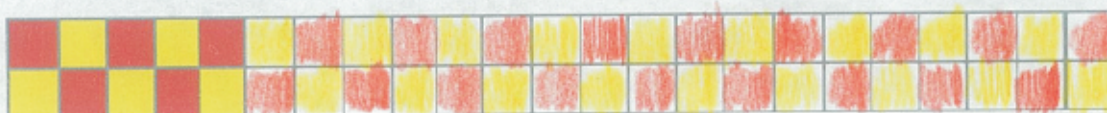
Ano 3º

Data 23 / 3 / 2011

Parte I

Completa os Padrões apresentados:

1 -



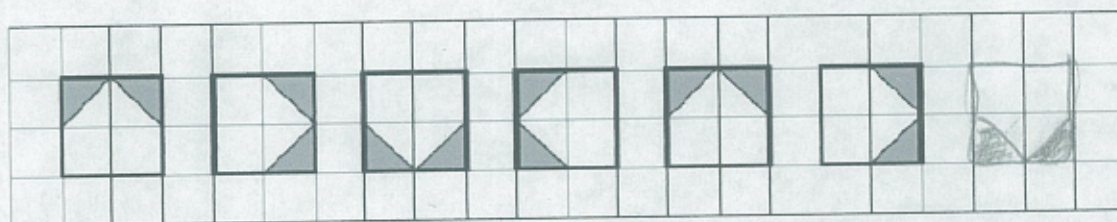
2 -



3 -



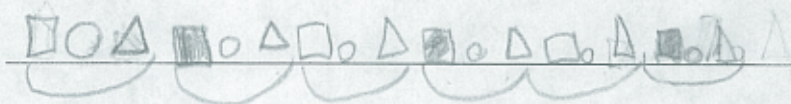
4 -



5 - A Vera tem uma fita com autocolantes pretos e brancos, dispostos segundo um padrão. A Vera já retirou três autocolantes da fita. Desenha os respectivos autocolantes que a Vera retirou.

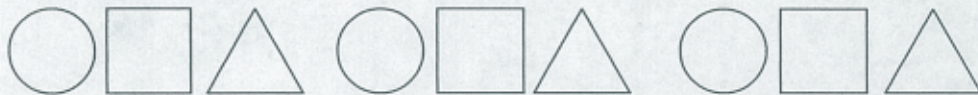


6 – Agora, ainda com mais criatividade, cria um novo padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



1.1 – Qual a posição do 1º triângulo na sequência? 8º e 3º.

1.2 – Em que outras posições da sequência se encontra o triângulo? 11ª, 14ª, 17ª, 20ª, 23ª, 26ª, 29ª, 32ª, 35ª, 38ª, 41ª, 44ª, 47ª, 50ª, 53ª, 56ª, 59ª, 62ª, 65ª, 68ª, 71ª, 74ª, 77ª, 80ª, 83ª, 86ª, 89ª, 92ª, 95ª.

1.3 – Se continuares a sequência, em que lugares ficará o triângulo? 11ª, 14ª, 17ª, 20ª, 23ª, 26ª, 29ª, 32ª, 35ª, 38ª, 41ª, 44ª, 47ª, 50ª, 53ª, 56ª, 59ª, 62ª, 65ª, 68ª, 71ª, 74ª, 77ª, 80ª, 83ª, 86ª, 89ª, 92ª, 95ª.

1.4 – Pensando nas posições do triângulo ao longo da sequência, a que conclusão chegas? Eu chego à conclusão que ele vai aparecendo sempre 3.

2 – Observa a seguinte sequência de números:

5 11 9 15 13 19 24 26 +

2.1 – Quais são os dois números que vêm a seguir ao 13? 19, 25

2.2 – Explica, por palavras tuas, como os descobriste. Eu pensei bem e contei pelos dedos sempre mais 6.

Nome L. J. ...

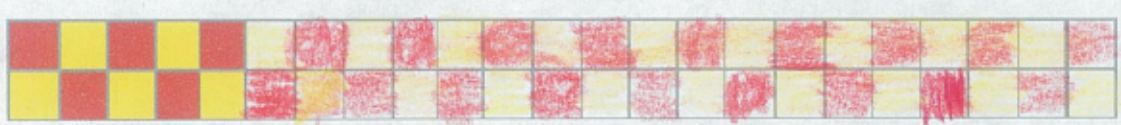
Ano \_\_\_\_\_

Data 23/3/2015

Parte I

Completa os Padrões apresentados:

1 -



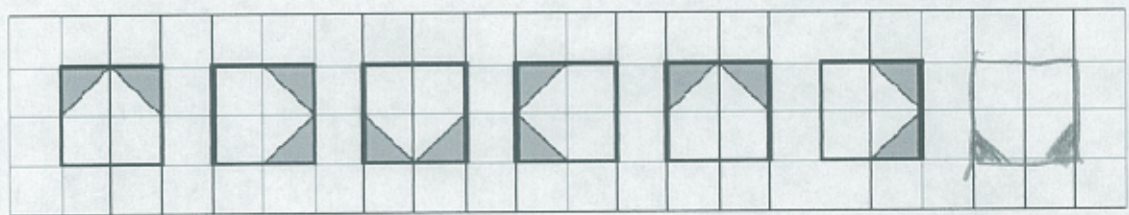
2 -



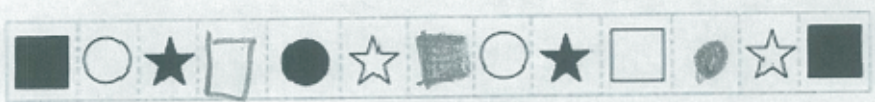
3 -



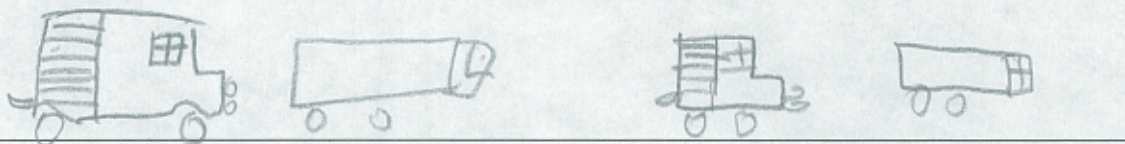
4 -



5 - A Vera tem uma fita com autocolantes pretos e brancos, dispostos segundo um padrão. A Vera já retirou três autocolantes da fita. Desenha os respectivos autocolantes que a Vera retirou.



6 – Agora, ainda com mais criatividade, cria um novo padrão:



## Parte II

1 – Repara na sequência repetitiva:



1.1 – Qual a posição do 1º triângulo na sequência? é em 3ª posição ✓

1.2 – Em que outras posições da sequência se encontra o triângulo? em 6ª e 9ª posição ✓

1.3 – Se continuares a sequência, em que lugares ficará o triângulo? O triângulo ficará em 12ª, 15ª, 18ª, 21ª, 24ª, 27ª, 30ª etc. ✓

1.4 – Pensando nas posições do triângulo ao longo da sequência, a que conclusão chegas? Até conclusão que chega e que mostra vamos a posição dos triângulos e só apures estar sempre 3. ✓

2 – Observa a seguinte sequência de números:

5 11 9 15 13 17 17 23 ✓

2.1 – Quais são os dois números que vêm a seguir ao 13? São o 17 e o 17

2.2 – Explica, por palavras tuas, como os descobriste. Descobri o porque o padrão é sempre acrescentar 6 tiras 2.

**ANEXO Nº 13**

**4ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

#### 4ª Observação

Data: 23 / 3 / 2011

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |   | DADOS              |  |   |
|----------|---|--------------------|--|---|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |   |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | "O gosto destas atividades de traçar, quando as professoras explicam seu conteúdo detalhadamente." |   |
|          | 2 | "                  | "Agora já não preciso de outras muitas vezes"  |   |
|          | 3 | "                  |  |   |
|          | 4 | Não aceitou        | "Aqui não ensinei fazer rápido porque era difícil saber qual o modo de voltar."                    |   |
|          | 5 | Não aceitou        | "Pensei que tinha feito bem e que tinha respeito do conteúdo."                                     |   |
|          | 6 | aceitou            | "Foi fácil desenvolver um padrão com figuras!"   |   |
| Parte II | 1 | 1.1                | Aceitou  | "Bom só olhar e ver!"   |
|          |   | 1.2                | Aceitou  | "Bom não contou!"   |
|          |   | 1.3                | Aceitou  | "Aqui foi um pouco mais difícil porque tinha que contar de 3 em 3!" |
|          |   | 1.4                | Não aceitou  | "Contei de 3 em 3!"   |
|          | 2 | 2.1                | Não aceitou  | (silêncio)  |
|          |   | 2.2                |  | (Não fez nem emitiu opinião)  |

#### 4ª Observação

Data: 23/3/2011

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |   | DADOS              |   |   |
|----------|---|--------------------|---|---|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |   |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | "Nestes exercícios eu só olho com atenção e ver como era o padrão"  |   |
|          | 2 | "                  | "   |   |
|          | 3 | "                  | "   |   |
|          | 4 | "                  | "   |   |
|          | 5 | "                  | "Aqui só descobri, depois de falar e tentar com a minha colega, ele chamou-me atenção da minha enganação" |   |
|          | 6 | "                  | "Agora que já sei como funcionam os padrões é muito fácil e fácil"  |   |
| Parte II | 1 | 1.1                | "   | "Foi fácil e adorei estas coisas novas. Agora, já não me engano e faço mais coisas antes" |
|          |   | 1.2                | "   | "Pensei nos números ordinários, antes de prof. falar e ver-se logo q é de 3 em 3."        |
|          |   | 1.3                | "   | "É de 3 em 3, está-se a ver"  |
|          |   | 1.4                | "   | (Aproximadamente com ele sou plausível)   |
|          | 2 | 2.1                | Não aceitou   | (Fez silêncio, não sabendo explicar como fez)   |
|          |   | 2.2                | Não aceitou   | (Não conseguiu expressar o seu raciocínio, fez silêncio)                                  |

"Ah! contei pelos dedos sempre + 6"

#### 4ª Observação

Data: 23/3/2011

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |   | DADOS              |   |  |
|----------|---|--------------------|---|--|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |  |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | "foi fácil descobrir o pedrão e andar para a frente"  |  |
|          | 2 | "                  | "   |  |
|          | 3 | "                  | "   |  |
|          | 4 | "                  | "   |  |
|          | 5 | "                  | "Aqui teve mais tempo a pensar e descobri que era com exemo, era aliado" (exemo, era aliado...) |  |
|          | 6 | "                  | (Pedrao ficou significativo)  |  |
| Parte II | 1 | 1.1                | Aceitou   | "foi muito fácil, ter descobri pelo cálculo mental"              |
|          |   | 1.2                | "   | "  |
|          |   | 1.3                | "   | "Seu pai sabia, de três que era de 3 em 3 com números ordinais." |
|          |   | 1.4                | "   | (Apresentou uma conclusão plausível)                             |
|          | 2 | 2.1                | "   | "Aqui tive que jogar e depois tirar, mas tirar me nos!"          |
|          |   | 2.2                | "   | (Apresentou uma conclusão bastante plausível)                    |

**ANEXO Nº 14**

**4ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

**TABELA DE RESULTADOS DA 4ª OBSERVAÇÃO**

| TAREFA | PONTOS | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|--------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|        |        | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |
| 1      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   | X |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   | X |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3      | 6      |        |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |   | X |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 4      | 6      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   | X |
|        | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |
|        | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|        | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Parte I

| TAREFA   | PONTOS | ALUNOS   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|----------|--------|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|---|
|          |        | A  | B  | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |  |   |   |   |
| Parte I  | 5      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |  | X |   |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |  |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Não fez nada   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   | X |   |   |  |   | X |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
| Parte II | 1      | 1.1  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |  |   |   | X |
|          |        |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
| Parte II | 1      | 1.2  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   | X |   |   |  |   |   | X |
|          |        |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |
|          |        |  | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |   |   |   |



**ANEXO Nº 15**

**5ª OBSERVAÇÃO**  
**Tarefas com Padrões de**  
**crescimento**

Nome E

Ano 3º

Data 7 / 14 / 2017

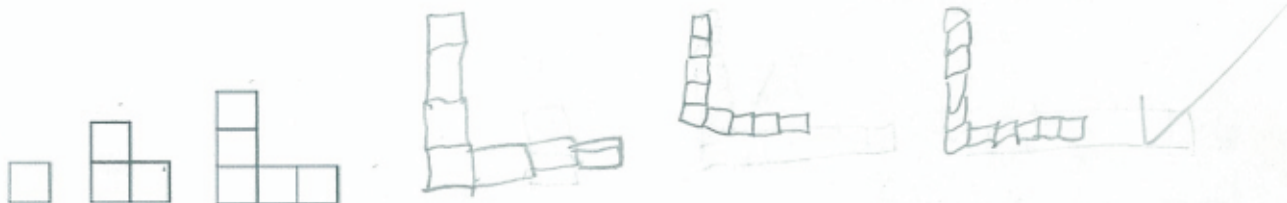
Parte I

Completa os padrões de crescimento apresentados:

1 -



2 -



3 -



4 -



5 -



6 – Agora, a teu gosto, cria um novo padrão de crescimento:



## Parte II

1 – Completa as sequências:

1.1 – 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40

1.1.1 – Que conclusão tiras desta sequência? \_\_\_\_\_

1.2 – 32; 42; 52; 62; 72; 82; 92; 102; 112

1.2.1 – Que conclusão tiras desta sequência? \_\_\_\_\_

1.3 – 1; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; 45; 55; 66

1.3.1 – Que regra utilizaste na descoberta dos números da sequência anterior? \_\_\_\_\_

(Na entrevista apresentou a regra oralmente)

2 – Observa as regularidades e padrões existentes e completa mentalmente:

$$28 + 30 = 58$$

$$28 + 31 = 59$$

$$28 + 32 = 60$$

$$28 + 33 = \underline{61}$$

$$28 + 34 = \underline{62}$$

$$50 + 10 = 60$$

$$50 + 11 = 61$$

$$50 + 12 = 62$$

$$50 + 13 = \underline{63}$$

$$50 + 14 = \underline{64}$$

**Bom trabalho...**

# MATEMÁTICA

Nome P

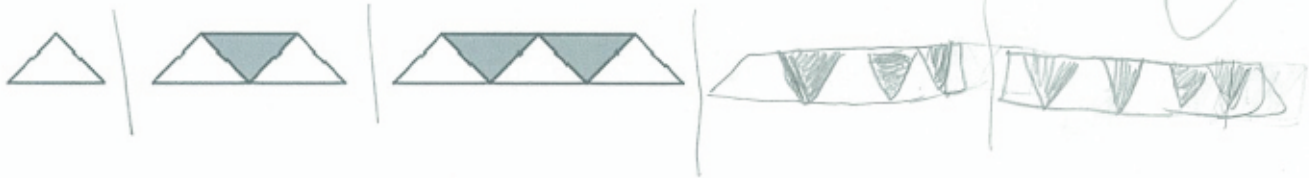
Ano 3<sup>o</sup>

Data 7 / 4 / 2011

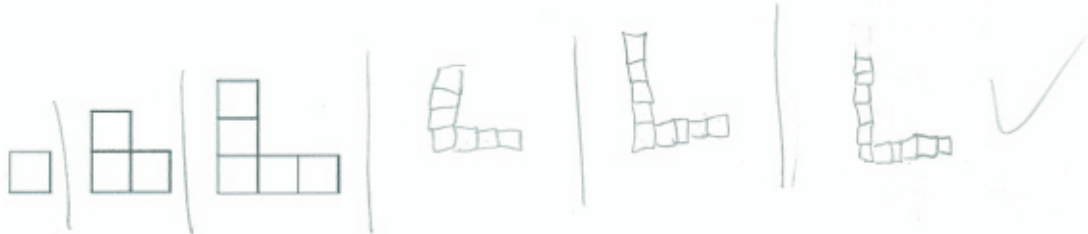
## Parte I

Completa os padrões de crescimento apresentados:

1 -



2 -



3 -



4 -



5 -



6 – Agora, a teu gosto, cria um novo padrão de crescimento:



## Parte II

1 – Completa as sequências:

1.1 – 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55

1.1.1 – Que conclusão tiras desta sequência? A conclusão que me  
tinei foi sempre acrescentando mais cinco e a tabuada do cinco.

1.2 – 32; 42; 52; 62; 72; 82; 92; 102.

1.2.1 – Que conclusão tiras desta sequência? A conclusão a que  
cheguei é que fui contando sempre mais 10.

1.3 – 1; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; 45;

1.3.1 – Que regra utilizaste na descoberta dos números da sequência anterior? A

sequência anterior foi sempre contado mais 2 mais 3 mais 4 mais 5  
mais 6

2 – Observa as regularidades e padrões existentes e completa mentalmente:

$$28 + 30 = 58$$

$$28 + 31 = 59$$

$$28 + 32 = 60$$

$$28 + 33 = \underline{61}$$

$$28 + 34 = \underline{62}$$

$$50 + 10 = 60$$

$$50 + 11 = 61$$

$$50 + 12 = 62$$

$$50 + 13 = \underline{63}$$

$$50 + 14 = \underline{64}$$

**Bom trabalho...**

# MATEMÁTICA

Nome L. ...

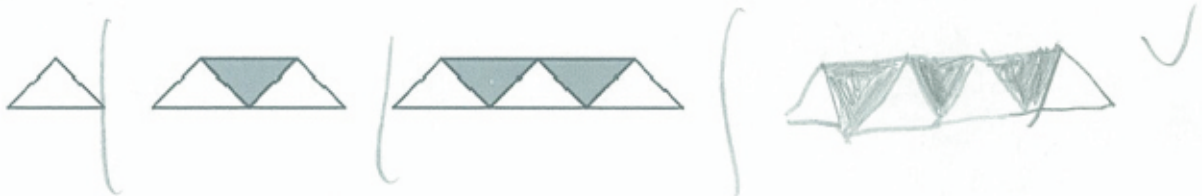
Ano 3º

Data 7/4/2011

## Parte I

Completa os padrões de crescimento apresentados:

1 -



2 -



3 -



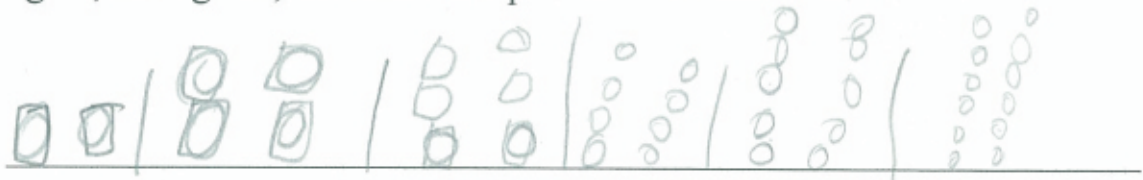
4 -



5 -



6 – Agora, a teu gosto, cria um novo padrão de crescimento:



## Parte II

1 – Completa as sequências:

1.1 – 0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45 ✓

1.1.1 – Que conclusão tiras desta sequência? Esta sequência é sempre de cinco em cinco por algoritmo das unidades até sempre 0,5 ✓

1.2 – 32; 42; 52; 62; 72; 82; 92; 102; 112 ✓

1.2.1 – Que conclusão tiras desta sequência? Esta sequência é sempre de 10 em 10 e das dezenas e sempre de 1 em 1 e o das unidades não muda

1.3 – 1; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; 45; 55; 68;

1.3.1 – Que regra utilizaste na descoberta dos números da sequência anterior? Eu descobri que se acrescentava sempre mais um ao algoritmo de formar

2 – Observa as regularidades e padrões existentes e completa mentalmente:

$$28 + 30 = 58$$

$$28 + 31 = 59$$

$$28 + 32 = 60$$

$$28 + 33 = \underline{61}$$

$$28 + 34 = \underline{62}$$

$$50 + 10 = 60$$

$$50 + 11 = 61$$

$$50 + 12 = 62$$

$$50 + 13 = \underline{63}$$

$$50 + 14 = \underline{64}$$

**Bom trabalho...**

**ANEXO Nº 16**

**5ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**



## 5ª Observação

Data: 7/04/2011

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |   | DADOS              |  |  |
|----------|---|--------------------|--|--|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |  |
| Parte I  | 1 | Acertou            | "No princípio não pareceu, depois a prof. explicou e aí que fiquei aí pensando: os números sempre menos um que o braco 2, sim juntava 2" |  |
|          | 2 | "                  | "Aqui foi sempre a Ralton 2, sim juntava 2"  |  |
|          | 3 | "                  | "Aqui também juntava 2, mas puz os de maneira diferente, parece-me que a forma puzes, não sei bem!"                                      |  |
|          | 4 | "                  | "Aumentar 2 1 para cima e 1 para o lado mas tinha que deixar um zero modo"   |  |
|          | 5 | Não acertou        | "Aqui era parecido com as perguntas de trás e depois perdi-me"   |  |
|          | 6 | Acertou            | "Neste padrão aumentei de 2 em 2"  |  |
| Parte II | 1 | 1.1                | "  | "Aqui era a tabela do 5".  |
|          |   | 1.1.1              | "  | "Foi fácil vermos o que se fez atrás"  |
|          |   | 1.2                | "  | "Os depois de prof. chamou a atenção que reparassemos no algoritmo das dezenas e que era 11" |
|          |   | 1.2.1              | "  | (Apresentou explicação idêntica à de ficha)  |
|          |   | 1.3                | "  | "Era o mesmo de eu me mas a maneira de contar é diferente"                                   |
|          |   | 1.3.1              | "  | (Apresentou explicação igual à de ficha)   |
|          |   | 2                  | "  | "Aqui bastou olhar para as filas e ver que os números eram sempre 2 unidades"                |

### 5ª Observação

Data: 7/10/2011

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |   | DADOS              |   |  |
|----------|---|--------------------|---|--|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |  |
| Parte I  | 1 | Acertou            | "Aqui começou-se 1 branco, 2 brancos e 1 cinzento, 3 brancos, 2 cinzentos e segue-se desta maneira" |  |
|          | 2 | "                  | "Aqui era, aumentou 1 quadrado para cima e outro para a direita"                                    |  |
|          | 3 | "                  | "Aqui ia aumentando 2, 1 em cima outro em baixo"  |  |
|          | 4 | "                  | "Aumentou-se 1 em cima e outro em baixo e deixava-se um quadradinho de distância"                   |  |
|          | 5 | Não acertou        | "Fez-se como o exemplo de trás, o da frente, tinha sempre 1 a menos"                                |  |
|          | 6 | Acertou            | "Pôs o pedrão a crescer em altura"  |  |
| Parte II | 1 | 1.1                | Acertou   | "Aqui foi de 5 em 5, viu-se logo"  |
|          |   | 1.1.1              | "   | "Ve-se que o algoritmo, das unidades é 5 ou 0"                                   |
|          |   | 1.2                | "   | (Apresentou uma justificação correta e breve)<br>"sempre mais 10"                |
|          |   | 1.2.1              | "   | "como foi fácil de fazer também consegui concluir"<br>"acho cada vez mais fácil" |
|          |   | 1.3                | "   | "Agora que já estou treinado nestas coisas só ver como se vai aumentando"        |
|          |   | 1.3.1              | "   | (Apresentou regra bastante plausível)  |
|          | 2 | "                  | "Aqui nem precisei de fazer as miúdas contas foi por tudo de sequência"                             |  |

**ANEXO Nº 17**

**5ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

**TABELA DE RESULTADOS DA 5ª OBSERVAÇÃO**

| TAREFA   | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------|--|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|          |  | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| <b>1</b> | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |        |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>2</b> | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>3</b> | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 6      |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>4</b> | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|          | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>5</b> | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
| <b>6</b> | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          | Não fez nada   | 0      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA       | PONTOS | ALUNOS   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------|--------|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|              |        | A  | B  | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |   |   |
| Parte I      | 5      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |  |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |
|              |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Não fez nada   |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6  |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   | x |   |
|              |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II     | 1      | 1.1  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   | x |
|              |        |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0      |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 1.1.1        | 1      | 1.1.1.1  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |
|              |        |  | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              |        |  | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA       | PONTOS | ALUNOS |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|--------------|--------|--------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|---|--|---|---|
|              |        | A      | B  | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |  |  |   |  |   |   |
| Parte II     | 1      | 1.2    | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |  |  | X |  |   |   |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |  |  |   |  | X |   |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
| 1.2.1        | 1      | 1.2.1  | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não fez nada   |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |  |  |   |  | X |   |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
| 1.3          | 1      | 1.3    | Não fez nada   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   | X |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  | X |   |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |  |  |   |  |   | X |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
| 1.3.1        | 1      | 1.3.1  | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |  |  |   |  |   | X |
|              |        |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
|              |        |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |
| Não fez nada | 0      |        |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |   |  |   |   |

| TAREFA            | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|-------------------|--|--------|---|---|---|-----------|---|---|---|---|---|-----------|---|---|---|---|-----------|
|                   |  | A      | B | C | D | E         | F | G | H | I | J | L         | M | N | O | P |           |
| Parte II<br><br>2 | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |        |   |   |   | X         |   |   |   |   |   | X         |   |   |   |   | X         |
|                   | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|                   | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|                   | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|                   | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|                   | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
|                   | Não fez nada   | 0      |   |   |   |           |   |   |   |   |   |           |   |   |   |   |           |
| <b>TOTAIS</b>     |  |        |   |   |   | <b>64</b> |   |   |   |   |   | <b>75</b> |   |   |   |   | <b>74</b> |

**ANEXO Nº 18**

**6ª OBSERVAÇÃO**  
Tarefas com Padrões de  
crescimento

Nome E

Ano 3º

Data 5 / 5 / 2011

Parte I

Continua as seqüências indicando os **dois** termos seguintes:

1 -



2 -

✓ A B A BB A BBB A BBBB AB B BBB

3 -



4 -

<sup>+3</sup> <sup>+5</sup> <sup>+7</sup> <sup>+9</sup> <sup>+11</sup>  
1, 4, 9, 16, 25, 36, X

5 -

1, 22, 333, 4444, 55555, ✓

6 – Utilizando apenas números, cria um padrão de crescimento:

9 444557 449551 444557 444557 444557 444557  
 5/6/7/8/9/10/11/12/13/14/15/16/17

Parte II

1 – Utilizaram-se palitos para construir a sequência de figuras:



4

7

10

13

1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte? 16

1.1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a 10ª figura? 31

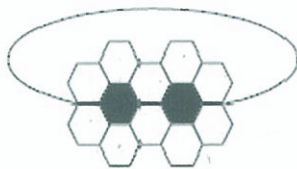
Explica como pensaste: \_\_\_\_\_

1.1.2 – Preenche a tabela seguinte registando as tuas descobertas; verifica se pensaste bem.

| Figura | Palitos | Palitos |
|--------|---------|---------|
| 1      | 4       | 4       |
| 2      | 7       | 4+3     |
| 3      | 10      | 7+3     |
| 4      | 13      | 10+3    |
| 5      | 16      | 13+3    |
| 6      | 19      | 16+3    |
| 7      | 22      | 19+3    |
| 8      | 25      | 22+3    |
| 9      | 28      | 25+3    |
| 10     | 31      | 28+3    |

2 -

A Joana tem como passatempo fazer colares de missangas usando flores como motivo. Ela utiliza missangas brancas para as pétalas e missangas pretas para o centro de cada flor. A figura mostra um colar com uma flor e um colar com duas flores.



2.1 - De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com três flores? 14 pretas e 24 brancas Explica como chegaste a essa conclusão: 6 + 9 + 4 = 19

A cor que eu quero chegar com as quantas

2.2 - Transpõe para a tabela os teus cálculos:

| Colares | Missangas pretas | Missangas brancas |
|---------|------------------|-------------------|
| 1       | 1                | 6                 |
| 2       | 2                | 10                |
| 3       | 3                | 14                |
| 4       | 4                | 18                |
| 5       | 5                | 22                |
| 6       | 6                | 26                |
| 7       | 7                | 30                |
| 8       | 8                | 34                |

Bom trabalho...

# MATEMÁTICA

Nome P

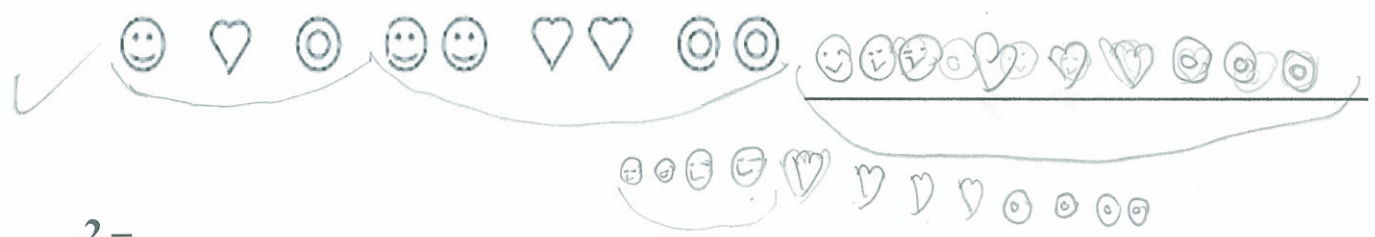
Ano 3º

Data 5 / 5 / 2017

## Parte I

Continua as seqüências indicando os dois termos seguintes:

1 -



2 -

✓ **A B A BB A BBB** A BBBB A BBBB

3 -



4 -

✓ <sup>+3</sup> <sup>+5</sup> <sup>+7</sup> <sup>+9</sup> <sup>+11</sup>  
**1, 4, 9, 16, 25, 36,**

5 -

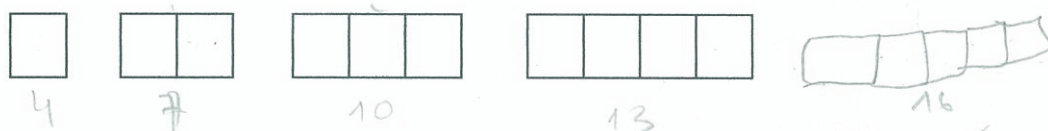
✗ <sup>+21</sup> <sup>+</sup>  
**1, 22, 333, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_,**

6 – Utilizando apenas números, cria um padrão de crescimento:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39.

## Parte II

1 – Utilizaram-se palitos para construir a sequência de figuras:



1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte? 8 + 16 ✓

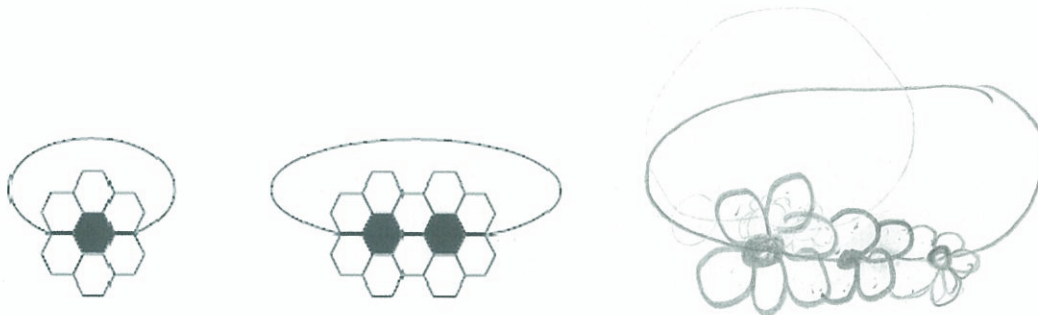
1.1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a 10ª figura? São necessários 37 palitos  
 Explica como pensaste: Eu fiz primeiro de baixo

1.1.2 – Preenche a tabela seguinte registando as tuas descobertas; verifica se pensaste bem.

| Figura | Palitos | Palitos |
|--------|---------|---------|
| 1      | 4       | 4       |
| 2      | 7       | 4+3     |
| 3      | 10      | 7+3     |
| 4      | 13      | 10+3    |
| 5      | 16      | 13+3    |
| 6      | 19      | 16+3    |
| 7      | 22      | 19+3    |
| 8      | 25      | 22+3    |
| 9      | 28      | 25+3    |
| 10     | 31      | 28+3    |

2 –

A Joana tem como passatempo fazer colares de missangas usando flores como motivo. Ela utiliza missangas brancas para as pétalas e missangas pretas para o centro de cada flor. A figura mostra um colar com uma flor e um colar com duas flores.



2.1 – De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com três flores? 19 de 20 Explica como chegaste a essa conclusão: Eu cheguei a conclusão que precisei de 19 profenbra ajkldome um bocadinho.

2.2 – Transpõe para a tabela os teus cálculos:

| Colares | Missangas pretas | Missangas brancas |
|---------|------------------|-------------------|
| 1       | 1                | 6                 |
| 2       | 2                | 10                |
| 3       | 3                | 16                |
| 4       | 4                | 24                |
| 5       | 5                | 30                |
| 6       | 6                | 36                |
| 7       | 7                | 42                |
| 8       | 8                | 48                |

**Bom trabalho...**

# MATEMÁTICA

Nome L

Ano 3º

Data 5 / 5 / 2011

## Parte I

Continua as seqüências indicando os **dois** termos seguintes:

1 -



2 -

**A B A BB A BBB** ABBBB ABBBBA

3 -



4 -

**1, 4, 9, 16,** 25, 36,

5 -

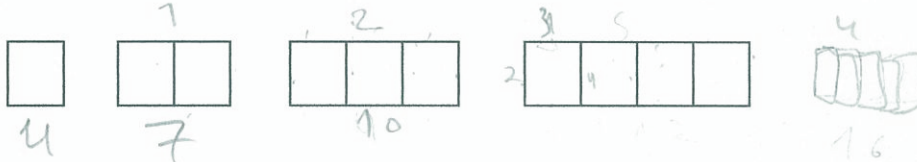
**1, 22, 333,** 4444, 55555,

6 – Utilizando apenas números, cria um padrão de crescimento:

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 ✓

## Parte II

1 – Utilizaram-se palitos para construir a sequência de figuras:



1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a figura seguinte? São 16 ✓

1.1.1 – Quantos palitos são necessários para construir a 10ª figura? São 31

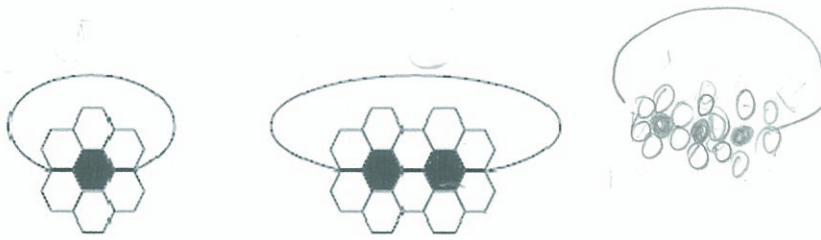
Explica como pensaste: Em chegar a este resultado somando mais três ao número de três. ✓

1.1.2 – Preenche a tabela seguinte registando as tuas descobertas; verifica se pensaste bem.

| Figura | Palitos | Palitos |
|--------|---------|---------|
| 1      | 4       | 4       |
| 2      | 7       | 4+3     |
| 3      | 10      | 7+3     |
| 4      | 13      | 10+3    |
| 5      | 16      | 13+3    |
| 6      | 19      | 16+3    |
| 7      | 22      | 19+3    |
| 8      | 25      | 22+3    |
| 9      | 28      | 25+3    |
| 10     | 31      | 28+3    |

2 -

A Joana tem como passatempo fazer colares de missangas usando flores como motivo. Ela utiliza missangas brancas para as pétalas e missangas pretas para o centro de cada flor. A figura mostra um colar com uma flor e um colar com duas flores.



2.1 – De quantas missangas brancas e pretas precisa a Joana para fazer um colar com três flores? vão 14 brancas Explica como chegaste a essa conclusão: Sei chegou a esta conclusão porque contei de quatro em quatro

2.2 – Transpõe para a tabela os teus cálculos:

| Colares | Missangas pretas | Missangas brancas |
|---------|------------------|-------------------|
| 1       | 1                | 6                 |
| 2       | 2                | 10                |
| 3       | 3                | 14                |
| 4       | 4                | 18                |
| 5       | 5                | 22                |
| 6       | 6                | 26                |
| 7       | 7                | 30                |
| 8       | 8                | 34                |

Bom trabalho...

**ANEXO Nº 19**

**6ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

## 6ª Observação

Data: 5/5/2011

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |   | DADOS              |   |   |
|----------|---|--------------------|---|---|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |   |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | era difícil. Depois, quando a professora disse que tivesse mais atenção e que olhassemos bem, foi que não se repetiu de mesma maneira, fomos aumentando a sempre. |   |
|          | 2 | "                  | Aqui foi que treinar primeiro com as letras móveis com o nome escrito   |   |
|          | 3 | "                  | era só ver para que lado as setas mudavam e ficar. Depois fiz só da mesma maneira   |   |
|          | 4 | Não aceitou        | "Não sabia quanto tinha que juntar para a frente.   |   |
|          | 5 | Aceitou            | "Foi fácil, era os números a começar do 1 mas tinha que aumentar muito, não sei quanto  |   |
|          | 6 | Não aceitou        | "Fiz desta maneira porque queria fazer um fácil. São todos a seguir mas são de 23 números   |   |
| Parte II | 1 | 1.1                | Aceitou   | (silêncio)  |
|          |   | 1.1.1              | Não aceitou   | (silêncio)  |
|          |   | 1.1.2              | Aceitou   | "Aqui sei que era de 3 em 3, depois fiz estas caixas, mas não sei explicar" |
|          | 2 | 2.1                | Aceitou   | "Há sempre 2 que servem para trás e para a frente"<br>(silêncio)            |
|          |   | 2.2                | Aceitou   | "Aqui era sempre mais um, aqui era de 2 em 2."                              |

## 6ª Observação

Data: 5/5/2014

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |   | DADOS              |   |
|----------|---|--------------------|---|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | "Aqui tive que fazer linhas para não me enganar, tinha que repetir o padrão acrescentando um"                                 |
|          | 2 | "                  | "Vi logo que tinhamos que acrescentar o B, um de cada vez"  |
|          | 3 | "                  | "Olhei bem para tres e vi a ordem das setas, repeti tudo"   |
|          | 4 | "                  | "A mãe deu uma pegueiro aqui de desobediência tinha que acrescentar +2 do que tinhamos acrescentado antes só números ímpares" |
|          | 5 | Não fez nada       | "Não consegui ver quanto tinhamos que acrescentar"  |
|          | 6 | Aceitou            | "A acrescentar sempre +2 e apareciam os números ímpares"  |
| Parte II | 1 | 1.1                | "Batalhei-me com os fatores, foi melhor com o desenho"<br>"juntava sempre dois quadradinhos"                                  |
|          |   | 1.1.1              | "Olhei para a tabela e eu precisei a pensar, vi os que estão fatores, ia fazendo de mesmo jeito"                              |
|          |   | 1.1.2              | "(Respondeu de maneira idêntica à 1.1.1)"   |
|          | 2 | 2.1                | "Tive que fazer desenhos para descobrir mas já não sei porque eram 14 bancas"   |
|          |   | 2.2                | "As tabelas são fáceis, é só ver como se faz e depois a seguir"   |

## 6ª Observação

Data: 5 / 5 / 2011

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |   | DADOS              |  |
|----------|---|--------------------|--|
|          |   | Resultados Obtidos | Opinião do Aluno   |
| Parte I  | 1 | Aceitou            | "Bom padrão de enfileiramento e eu fui acrescentando, juntava um a cada"   |
|          | 2 | "                  | "Neste padrão sempre letra fica sempre igual, a outra vai aumentando"  |
|          | 3 | "                  | "Aqui bastava ver como o padrão andava, andava neste sentido"  |
|          | 4 | "                  | "Tui aumentando sempre os ímpares"   |
|          | 5 | "                  | "Ae acrescentava-se 1 algarismo a cada um e depois contava de um em um"  |
|          | 6 | "                  | "Para fazer uma coisa fácil, fiz um padrão de 10 em 10"  |
| Parte II | 1 | 1.1                | "Aqui foi fácil, nem precisava de estenograma, com o palito das para das não se acrescenta 3"  |
|          |   | 1.1.1              | "Aqui tive que fazer primeiro na tabela, tinha medo de me enganar. Não na tabela e de não me esquecer"   |
|          |   | 1.1.2              | "Com a tabela já não me enganava, etc. expliquei ao estenógrafo, bastava estar com atenção, li como se faz com as primeiras 11 notas depois continuei isso de mesma maneira" |
|          | 2 | 2.1                | "No primeiro cheguei difícil, mas com o desenho descobri a ordem 14 brancas e 3 pretas"  |
|          |   | 2.2                | "Adora tabelas, é fácil de descobrir."   |

**ANEXO Nº 20**

**6ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

**TABELA DE RESULTADOS DA 6ª OBSERVAÇÃO**

| TAREFA  | PONTOS | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|--------|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|         |        | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| 1       | 6      |        |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 2       | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 6      |        |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| 3       | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 6      |        |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
| 4       | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte I | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 6      |        |   |   |   | x |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 6      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   | x |
|         | 5      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 4      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 3      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 2      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 1      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|         | 0      |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA   | PONTOS | ALUNOS   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|----------|--------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|---|---|
|          |        | A  | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |  |  |  |  |  |   |   |
| Parte I  | 5      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | X |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        |  | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | X |   |
|          |        |  | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  | X |   |
| Parte II | 1      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        |  | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        |  | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   | X |
| 1.1      | 1.1.1  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 5 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 4 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 3 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 2 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 1 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        |  | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          |        |  | 6 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   | X |
|          | 5      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 4      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 3      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 2      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 1      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 0      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 6      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 5      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 4      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 3      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 2      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 1      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 0      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 6      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 5      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 4      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 3      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 2      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 1      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |
|          | 0      |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |  |   |   |

| TAREFA        | PONTOS | ALUNOS   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|---------------|--------|--|---|---|---|----|---|---|---|---|---|----|---|---|---|---|----|---|
|               |        | A  | B | C | D | E  | F | G | H | I | J | L  | M | N | O | P |    |   |
| 1             | 1.1.2  | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    | X |   |   |   | X  |   |
|               |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   | X  |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não fez nada   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
| 2             | 2.1    | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |    |   |   |   |   |   | X  |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   | X  |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    | X |
|               |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não fez nada   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
| 2             | 2.2    | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   |   |    |   |   |   | X |   |    | X |   |   |   | X  |   |
|               |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
|               |        | Não fez nada   |   |   |   |    |   |   |   |   |   |    |   |   |   |   |    |   |
| <b>TOTAIS</b> |        |  |   |   |   | 46 |   |   |   |   |   | 65 |   |   |   |   | 58 |   |

## **ANEXO Nº 21**

### **7ª OBSERVAÇÃO**

**Tarefas com Padrões de repetição e  
Padrões de crescimento**

# MATEMÁTICA

Nome D. V. E.

Ano 3º

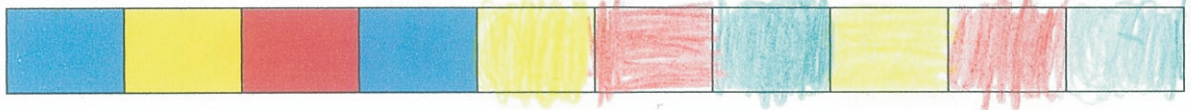
Data 26/5/2017

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -

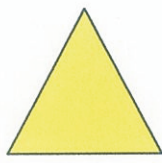


Figura 1



Figura 2



Figura 3

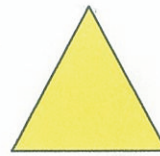


Figura 4

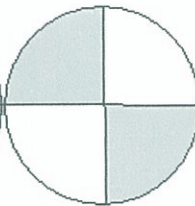
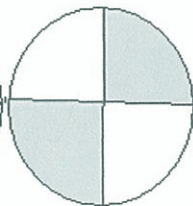
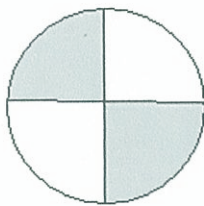


Figura 5

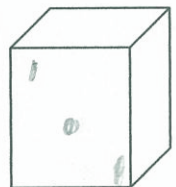
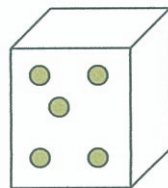
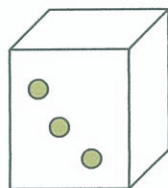
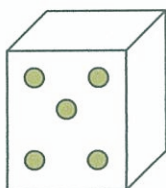


Figura 6

3 -



4 -



5 – Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 –



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5 ✓

1.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

2 –



Figura 1



Figura 2

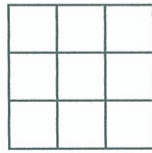


Figura 3



Figura 4



Figura 5 ✓

2.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

3 –



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5 ✓

3.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

4 –



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5 ✓

4.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30.

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22.



6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18

7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

Grupo I

Porquê? porque pintei com cores que eu gostei e achei fácil de desenhar, nem precisava de contar

No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? 3

Porquê? desorientei-me já, nem sabia se era para o direito ou para a esquerda

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? não tive

Porquê? nenhuma dificuldade

# MATEMÁTICA

Nome \_\_\_\_\_

Ano 3<sup>ª</sup>

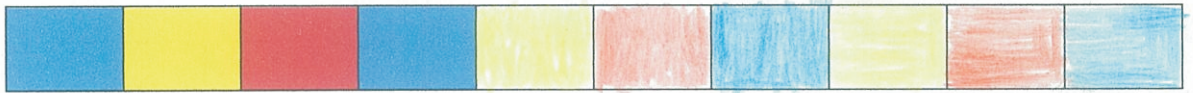
Data 26 / 05 / 2011

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -

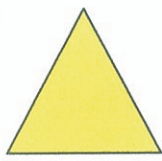


Figura 1



Figura 2



Figura 3

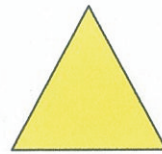


Figura 4

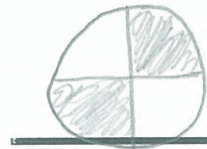
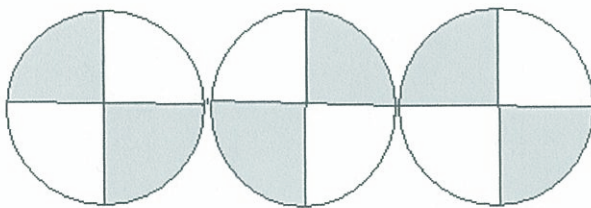


Figura 5

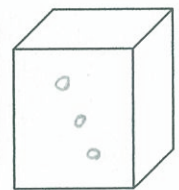
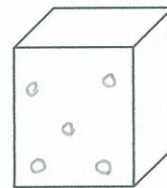
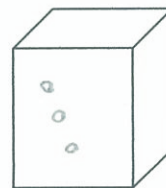
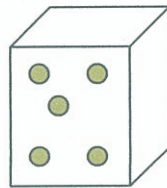
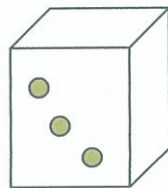
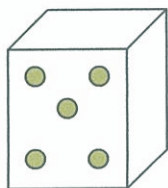


Figura 6

3 -



4 -



5 – Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

1.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

2 -



Figura 1



Figura 2

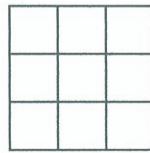


Figura 3



Figura 4



Figura 5

2.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

3 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

3.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

4 -



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

4.1 - Desenha as figuras 4 e 5.

5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30.

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22.

6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.



7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

Eu gostei mais das tarefas do grupo II.

Porquê? Porque eram mais variadas.

No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? Foi na 4.

Porquê? Porque era 5 depois 3 e 5 e 3.

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? Foi na 6

Porquê? Porque tive que fazer um padrão de crescimento, é sempre acrescentando mais um, mais dois, e mais 3.

# MATEMÁTICA

Nome L

Ano 3º

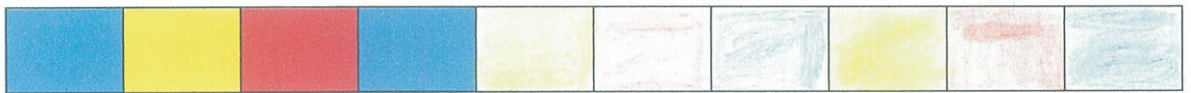
Data 20 / 5 / 2011

## Parte I

### Padrões de repetição

- Continua os padrões que se seguem:

1 -



2 -

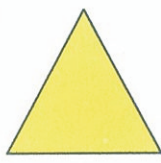


Figura 1



Figura 2



Figura 3

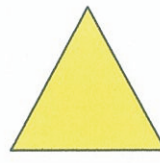


Figura 4

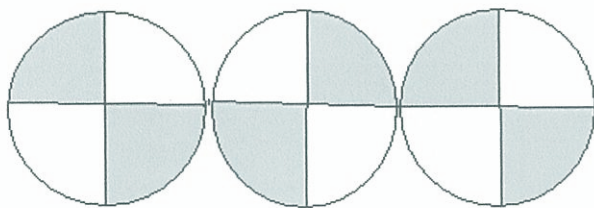


Figura 5

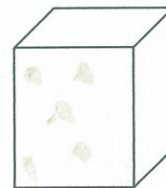
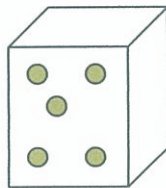
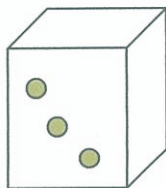
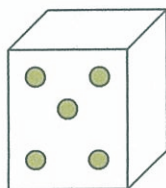


Figura 6

3 -



4 -



5 – Depois de fazeres as tarefas anteriores consegues construir um padrão a teu gosto? Podes desenhar figuras ou objectos que conheças.



## Parte II

### Padrões de crescimento

As figuras que se seguem mostram o início da formação de padrões:

1 –



Figura 1

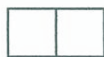


Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

1.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

2 –



Figura 1



Figura 2

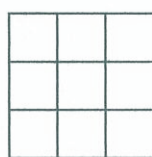


Figura 3



Figura 4



Figura 5

2.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

3 –



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4

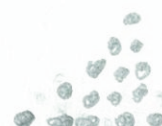


Figura 5

3.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

4 –



Figura 1



Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

4.1 – Desenha as figuras 4 e 5.

5 – Agora vamos passar das figuras aos números, usando a mesma técnica.

Descobre os 2 termos seguintes nas sequências que se seguem:

a) 10, 15, 20, 25, 30.

b) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22.

6 – Consegues criar figuras para originar um padrão parecido com algum da Parte II desta ficha.

o o o o , o o o o o , o o o o o o , o o o o o o o , o o o o o o o o , o o o o o o o o

7 – Gosto imenso de saber a tua opinião sobre as tarefas que realizaste:

Gostaste mais das tarefas do grupo I ou das tarefas do grupo II?

gostei mais das tarefas do grupo I

Porquê? porque eram muito divertidas e interessantes e não me dá com problemas

No grupo I, em que tarefa tiveste mais dificuldade? em aprender

Porquê? porque eram muito fáceis

No grupo II, em que tarefa tiveste mais dificuldade? aprender

Porquê? porque eram muito fáceis

**ANEXO Nº 22**

**7ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE REGISTO DAS  
ENTREVISTAS**

## 7ª Observação

Data: 26/5/2011

Nome do Aluno: E

| TAREFA   |   | DADOS                    |   |
|----------|---|--------------------------|---|
|          |   | Resultados Obtidos       | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1 | Acertou                  | "Aqui viu-se que era pedras de repetição, tinhamos que estar com atenção para não nos enganarmos mas não!"                                  |
|          | 2 | Acertou                  | "Era como a de cima, só que aqui tinhamos que de senhar também os formatos!"  |
|          | 3 | Não acertou              | "Nesta parece-me que não podei por cause dos desenhos de dentro, não entendi!"  |
|          | 4 | Acertou                  | "Era mesmo fácil, nem tive que me esforçar muito, foi só desenhos pintas como as de trás"   |
|          | 5 | Acertou                  | "Ajudei muito de fazer isto já está muito habituado e acho engraçado" "Ué, também está a repetir!"  |
| Parte II | 1 | Acertou                  | "Aqui tinhamos que ir aumentado como estava até!"<br>"Muito fácil!"   |
|          | 2 | Acertou                  | "Aqui aumentava só para eu!"<br>"Não demorei nada a acertar isto!"  |
|          | 3 | Acertou                  | "Aqui demorei mais, pensei mais e quase que me ia enganando mas bolas, disse que as contar muitas vezes!"                                   |
|          | 4 | Não acertou              | "Está é que foi mais complicada!"<br>(silêncio)   |
|          | 5 | a) Acertou<br>b) Acertou | a) "Foi fácil de ver que eram os números de 5 em 5!"<br>b) "já está habituado a fazer deste!"<br>(silêncio) "Somei números sempre e casei!" |
|          | 6 | Não acertou              | "Eu penso que isto é um pedras quase também ou seja sim, mas este não é bem igual!"   |
|          | 7 |                          |   |

## 7ª Observação

Data: 26/ 5/ 2011

Nome do Aluno: P

| TAREFA   |   | DADOS                    |   |
|----------|---|--------------------------|---|
|          |   | Resultados Obtidos       | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1 | Acentou                  | "Não só repetiu o padrão que estava antes"  |
|          | 2 | Acentou                  | "   |
|          | 3 | Acentou                  | "   |
|          | 4 | Acentou                  | "   |
|          | 5 | Acentou                  | "Escolhi este porque gosto de fazer figuras geométricas e pintá-las, habituei-me"   |
| Parte II | 1 | Acentou                  | "Aumentava sempre um para a frente"   |
|          | 2 | Acentou                  | "Aumentava sempre um para cima"   |
|          | 3 | Não Acentou              | "Aqui não sabia fazer" (Porque é que tivesse dificuldade?)<br>"Não sabia como se acrescentavam as bolas"                                |
|          | 4 | Acentou                  | "Adorei fazer este fei, não me confundiu com as bolas, reservei os números por cima e não me enganar, aumentava os lados dos quadrados" |
|          | 5 | a) Acentou<br>b) Acentou | a) "esqueci-me pelo tamanho dos"<br>b) "Aqui tá acrescentando 1, depois, 2, depois 3, depois 4..."                                      |
|          | 6 | Acentou                  | "Esqueci de fazer este um bocó de lado diferente, fiz quadrados de figuras cada vez maiores"  |
|          | 7 |                          |   |

## 7ª Observação

Data: 26/5/2011

Nome do Aluno: L

| TAREFA   |   | DADOS                                     |   |
|----------|---|---|---|
|          |   | Resultados Obtidos                        | Opinião do Aluno  |
| Parte I  | 1 | Acentou                                   | "Tarefa fácil, era só repetir como o que estava a trás"   |
|          | 2 | Acentou                                   | "   |
|          | 3 | Não acentou                               | "Aqui pra desbrair me, sei que fiz mal deveria ter feito primeiro para o lado direito, só depois para o esquerdo" |
|          | 4 | Acentou                                   | "Este padrão super fácil de decolar, era só olhar"  |
|          | 5 | Acentou                                   | "Achei fácil, até era capaz de fazer um, mais completo cedo, mas...."   |
| Parte II | 1 | Acentou                                   | "Era só crescer para o lado"  |
|          | 2 | Acentou                                   | "Era só crescer para cima"  |
|          | 3 | Acentou                                   | "Eu fiz de cima para baixo, fiz o número de cima e ia acrescentando o bolinho para baixo"                         |
|          | 4 | Acentou a fig. 4 e não acentou a figura 5 | "Parecido com o de cima, mais uma bola de lado e outra por baixo e ficar assim a crescer"                         |
|          | 5 | a) Acentou<br>b) Acentou                  | a) "Aqui fiz de 5 em 5"<br>b) "Aqui acrescentei sobre o 1, ao que acrescentava atrás"                             |
|          | 6 | Acentou                                   | "Basta este passo só tinha que acrescentar um bolinho"  |
|          | 7 |   |   |

**ANEXO Nº 23**

**7ª OBSERVAÇÃO  
TABELA DE RESULTADOS**

## TABELA DE RESULTADOS DA 7ª OBSERVAÇÃO

| TAREFA       | PONTOS   | ALUNOS |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------|--|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|              |  | A      | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| <b>1</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>2</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>3</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   | x |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| <b>4</b>     | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | 6      | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|              | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        | 5      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | 4      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      | 3      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      | 2      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|              | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio | 1      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Não fez nada | 0  |        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

Parte I

| TAREFA   | PONTOS | ALUNOS   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|----------|--------|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|          |        | A  | B | C | D | E | F | G | H | I | J | L | M | N | O | P |   |
| Parte I  | 5      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x |   |   | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II | 1      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II | 2      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   | x |   | x | x |   | x | x | x | x | x | x | x |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   | x | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| Parte II | 3      | Acertou e apresentou um raciocínio coerente            |   |   | x |   | x | x | x | x | x | x | x | x | x | x |   |
|          |        | Acertou mas apresentou um raciocínio incoerente        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio     | x |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou mas apresentou um raciocínio coerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e apresentou um raciocínio incoerente      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não acertou e não conseguiu expressar o seu raciocínio |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|          |        | Não fez nada   | 0 |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |

| TAREFA        | PONTOS | ALUNOS    |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|---------------|--------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---|
|               |        | A         | B         | C         | D         | E         | F         | G         | H         | I         | J         | L         | M         | N         | O         | P         |   |
| <b>4</b>      | 6      | x         | x         | x         | x         |           |           |           |           | x         | x         |           |           |           |           |           | x |
|               | 5      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 4      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 3      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           | x         | x         |           |           |           |   |
|               | 2      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 1      |           |           |           |           | x         | x         | x         |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 0      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
| <b>5 a)</b>   | 6      | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x |
|               | 5      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 4      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 3      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 2      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 1      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 0      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
| <b>5 b)</b>   | 6      | x         |           | x         |           | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x |
|               | 5      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 4      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 3      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 2      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 1      |           | x         |           | x         |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 0      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
| <b>6</b>      | 6      | x         |           |           | x         |           | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x         | x |
|               | 5      |           |           |           |           | x         |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 4      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 3      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 2      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 1      |           | X         |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
|               | 0      |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |           |   |
| <b>TOTALS</b> |        | <b>67</b> | <b>51</b> | <b>68</b> | <b>60</b> | <b>59</b> | <b>67</b> | <b>67</b> | <b>64</b> | <b>72</b> | <b>72</b> | <b>66</b> | <b>69</b> | <b>72</b> | <b>67</b> | <b>69</b> |   |