



# PROBLEMAS HISTÓRICOS NO DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO DIDÁCTICO – UM PROJECTO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Fátima Regina Jorge<sup>1</sup>, Isabel Cabrita<sup>2</sup>, Fátima Paixão<sup>3</sup>

<sup>1,3</sup>Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Castelo Branco,

<sup>2</sup>Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa, Universidade de Aveiro

<sup>1</sup>[frjorge@mail.esse.ipcb.pt](mailto:frjorge@mail.esse.ipcb.pt), <sup>2</sup>[icabrita@dte.ua.pt](mailto:icabrita@dte.ua.pt), <sup>3</sup>[fatimapaixao@mail.esse.ipcb.pt](mailto:fatimapaixao@mail.esse.ipcb.pt)

## Introdução

Muitos organismos internacionais têm vindo a advogar de forma crescente a preocupação com os níveis de literacia científica, matemática e tecnológica não só dos adultos, mas também dos jovens no final da escolaridade obrigatória. No quadro do projecto PISA da OCDE, literacia matemática é definida como a *capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo* (GAVE, 2004, p.7). O conceito de competência matemática surge no contexto do PISA como o núcleo da literacia matemática: *Avaliar a literacia matemática inclui avaliar em que medida os estudantes possuem competências matemáticas que podem aplicar com êxito nas situações problemáticas* (op. cit., p. 13).

Se bem que exista muita discussão em torno da noção de competência e de competência matemática, esta está vinculada a um conhecimento em acção ou em uso (componente prática) e indelevelmente ligada ao desenvolvimento da compreensão de noções e procedimentos matemáticos (Llinares, 2003). De entre as várias dimensões envolvidas neste conceito destacam-se, para além da compreensão conceptual de conceitos e processos matemáticos e das suas relações, o desenvolvimento de atitudes e valores em relação à matemática (ME-DEB, 2001).

É neste quadro que devem ser lidas e interpretadas as actuais orientações curriculares para a escolaridade obrigatória que, sendo formuladas em termos de competências e experiências de aprendizagem, fazem emergir a competência matemática como um conceito central da educação em matemática (ME-DEB, 2001). Ora, como é explicitamente reconhecido, um currículo centrado no desenvolvimento da competência matemática implica perspectivas inovadoras no ensino da matemática, das quais se destacam: o desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes; a valorização dos processos matemáticos e não só dos conteúdos; o estabelecimento de conexões entre as ideias matemáticas; a promoção da compreensão de aspectos fundamentais da natureza e do papel da matemática (ME-DEB, 2001).

Hoje é consensual entre a comunidade de educadores em ciência e matemática que um ensino que promova o desenvolvimento da competência científica/matemática do aluno requer professores com um alto nível de literacia e que sejam capazes de transformar, de um modo adequado e acessível ao aluno, o seu próprio conhecimento e compreensão da disciplina (Abd-El-Khalick e BouJaoude, 1997). Aliás, vários autores têm alertado para a necessidade de delinear programas de formação inicial de professores de matemática que os eduquem em matemática e que contribuam para o real e efectivo desenvolvimento de conhecimentos de e acerca de matemática, de modo a

que o trabalho que desenvolverão futuramente na aula promova o desenvolvimento da competência e cultura/literacia matemática (Thompson, 1985).

### **Enquadramento Teórico**

Muitos são os autores que salientam que as vivências escolares do futuro professor têm uma profunda influência no seu pensamento e nas suas práticas futuras. Deste modo, um dos grandes desafios que se coloca à formação inicial de professores de matemática consiste em proporcionar aos futuros professores experiências formativas desafiadoras que permitam a aquisição de conhecimentos e a reconstrução de concepções e atitudes, de modo a que o trabalho na aula de matemática seja consentâneo com as orientações curriculares actuais (Thompson, 1985).

Borrvalho (1997) afirma que na formação inicial de professores em Portugal parece existir uma grande separação entre a teoria e a prática e que esse facto pode ser encarado como o fracasso mais significativo e generalizado dos programas de formação de professores. Também Fernandes (1997) aponta no mesmo sentido lembrando que uma das funções dos programas de formação de professores, a par do desenvolvimento dos seus conhecimentos de Matemática, é a de acompanhar os professores nas suas experiências práticas e formativas de modo a que, a partir delas, possam aplicar, integrar, relacionar ou questionar os conhecimentos teóricos e dar-lhes, assim, real significado. Nessa linha, Vale (2000) recomenda, referindo-se à formação inicial de professores para o 1º e 2º ciclos do ensino básico (CEB), a realização de seminários *em paralelo com as práticas pedagógicas que permitam de um modo mais alargado e sistemático o confronto directo entre a teoria e a prática e que funcionassem como suporte de discussão e reflexão. Este processo interactivo permitiria que os futuros professores reflectissem mais profundamente sobre questões directamente ligadas com as práticas o que não acontece no modelo actual da prática pedagógica onde apenas se reflecte após as aulas* (Op. Cit., p. 449). Por outro lado, Fonseca (2004) sugere que os professores das disciplinas da especialidade devem ter em conta, na organização das suas disciplinas, todas as contribuições que podem ser fornecidas pela didáctica. Referindo-se, em particular, à resolução de problemas, eixo organizador das actuais orientações curriculares para o ensino básico, afirma que *o ambiente de formação de disciplinas da especialidade da formação inicial de professores de matemática pode contribuir para que, de modo mais sistemático, os jovens professores integrem na sua prática profissional a resolução de problemas, quer quando iniciam um assunto, quer para levar os alunos a descobrir relações matemáticas quer ainda para aplicar conhecimento matemático* (Op. Cit., p. 474). Cabrita (1997) sugere também que a formação inicial e contínua deve dar uma atenção particular à resolução de problemas e às diversas fases envolvidas nesse processo, bem como ao estabelecimento de ligações entre conteúdos.

#### **Conhecimento profissional do professor**

A preocupação pelo saber que os professores têm das suas matérias e pela relação entre os conhecimentos dos professores e a forma como traduzem esse conhecimento na aula e as aprendizagens dos alunos foi alvo de muita atenção por parte de Shulman (1986). Profundamente interessado nessa problemática, este autor desenvolveu uma proposta de categorias de conhecimento que os professores precisariam de adquirir para promoverem um bom ensino que incluía, além de conhecimento dos conteúdos específicos da área científica do professor, uma nova categoria de conhecimento a que chamou *pedagogical content knowledge* e que foi

traduzida, por alguns autores, por conhecimento didáctico, designação que dá a entender que esta forma de conhecimento *pressupõe sempre um conteúdo de ensino* (Vale, 2000, p. 105). O próprio Shulman (1986) enfatizou que, se o professor não possuir um profundo conhecimento dos conteúdos que ensina, não é possível falar em conhecimento didáctico mas, simultaneamente, afirmou que esta última forma de conhecimento é a marca mais distintiva do conhecimento profissional do professor e aquela que o diferencia de um especialista na matéria. Em 1993, Shulman (citado em Montero, 2005, p. 197) clarificou a sua noção de conhecimento didáctico, referindo que este envolve um processo de reflexão na acção que é mobilizado sempre que o professor, perante uma situação de ensino imprevista, corrige e improvisa, desenvolvendo novas compreensões, intuições e disposições. Ou seja, trata-se de um tipo de conhecimento a que se acede através da reflexão sobre o conteúdo, perante a necessidade de ensiná-lo (Brown e Borko, 1992).

Foi precisamente a partir dos trabalhos de Shulman que a comunidade de investigação em educação e, em particular, a comunidade de investigação em educação matemática, começou a centrar-se na articulação entre conhecimento de conteúdo e conhecimento didáctico, isto é, em formas do conhecimento de conteúdo do professor mais estreitamente relacionadas com o ensino de conteúdos específicos e a reclamar a relevância que a formação de professores deve dar a esta vertente de formação (Hill e Ball, 2004; Ball, 2000; Ma, 1999). Muitos estudos ajudaram a clarificar que matemática é que o professor necessita saber para a ensinar. Destacam-se, para além de conhecimento matemático, aspectos de natureza didáctica tais como a representação e formulação do conteúdo disciplinar, de modo a torná-lo compreensivo para quem está a aprender, a compreensão do que é que torna a aprendizagem de um determinado tópico fácil ou difícil e ainda o conhecimento de estratégias que permitam não só fazer ligações entre os que os alunos já sabem e o que estão a aprender, como também para eliminar concepções erróneas (Lamon, 2005; Clements & Bright, 2003; Carpenter et. al., 1993).

#### **Implicações para a didáctica das perspectivas contemporâneas da filosofia da matemática /ciência**

Tradicionalmente, a matemática foi considerada como uma ciência à parte das ciências físico-naturais, por se considerar que as suas metodologias de construção de conhecimento pouco ou mesmo nada tinham a ver entre si (Echeverría, 2003). Como afirmam vários autores, não só a emergência e influência do positivismo lógico na filosofia da ciência conduziu ao formalismo na filosofia da matemática, como também o domínio do formalismo esteve intimamente ligado à prevalência do positivismo lógico. Porém, esta mútua influência não surgiu porque os positivistas encarassem a matemática como uma ciência, mas sim porque a matemática, como estrutura formal, respondia ao objectivo máximo de unificar toda a ciência, que assim poderia ser codificada num cálculo lógico formal (Davis & Hersh, 1995; Lakatos, 1978).

Os vários episódios relacionados com a crise dos fundamentos e as várias tentativas falhadas da sua resolução desencadearam, do ponto de vista da filosofia da matemática, questões muito delicadas que fizeram com que durante quase todo o século XX a filosofia da matemática se confundisse com a procura de fundamentos seguros para a edificação da própria matemática. Porém, isso permitiu pôr em causa, ainda que timidamente, o paradigma euclidiano como um corpo de conhecimentos objectivo, seguro, incorrigível e rigidamente hierarquizado (Lakatos, 1978; Tymoczko, 1986; Ernest, 1994a).

A par dessa situação, a revolução da filosofia da ciência desencadeada pelas teses de Kuhn, desde a emergência da Nova Filosofia da Ciência (Popper, Lakatos,

Khun, Feyerabend, ...) até ao desenvolvimento de uma filosofia da actividade científica (Hacking, Echeverría, ...), deu origem a uma insatisfação crescente com os focos tradicionais da filosofia da matemática, limitados às questões relacionadas com os fundamentos e a natureza dos objectos matemáticos. Gradualmente começou a assistir-se a uma transformação e reorientação da filosofia da matemática. É posto em causa que a metodologia da construção do conhecimento matemático tivesse sido exclusivamente lógico-dedutiva e desenvolve-se uma perspectiva epistemológica falibilista do conhecimento matemático - a matemática é falível, não indubitável, desenvolve-se pela crítica e pela correcção de teorias (Davis & Hersh, 1995; Hersh, 1994; Lakatos, 1978; 1986; Putnam, 1986; Tymoczko, 1986).

À semelhança das Ciências, a História da Matemática deu um impulso imprescindível para a mudança de perspectivas epistemológicas da matemática (Paixão, 1998; Biehler, 1994; Ernest, 1994a; Lakatos, 1978).

Neste quadro, as perspectivas contemporâneas apontam para que a matemática é uma ciência, a par das outras, metodologicamente plural que se desenvolve principalmente pela resolução de problemas. Relacionada com outros saberes, é parte indissociável de todo o conhecimento e desde sempre influenciada pelos contextos sociais e humanos. Assim, a filosofia da matemática começa a aproximar-se da filosofia da ciência e procura atender às dimensões interna e externa da produção e justificação do conhecimento matemático, o que inclui a prática dos matemáticos, a história e as aplicações da matemática, e ainda questões de natureza axiológica e aspectos sociais e culturais (Echeverría, 2003; Ernest, 1994a, 1998).

A relevância epistemológica da história e da metodologia da construção do conhecimento matemático tem profundas implicações para a didáctica, nomeadamente ao nível da valorização da história da matemática, da resolução de problemas e do estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática como dimensões relevantes do ensino e aprendizagem da matemática (Swetz, 2000; Grugnetti, 2000; Barbin, 1994, 1996; Biehler, 1994; Ernest, 1994b).

### **Problema, questões e objectivos da investigação**

O problema de investigação centra-se na formação inicial de professores de matemática para a escolaridade básica, mais concretamente para os 1º e 2º ciclos do ensino básico. Consiste em compreender em que medida o desenvolvimento de um programa de formação inicial de professores de matemática com foco na exploração didáctica de História da Matemática e que toma como dimensões relevantes da actividade matemática a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática contribui para a construção do conhecimento didáctico de futuros professores e para a promoção de práticas de ensino inovadoras.

Do problema formulado resultam como questões de investigação perceber até que ponto o desenvolvimento de um programa de formação inicial com foco na exploração didáctica da História da Matemática:

- (a) contribui para a construção do conhecimento didáctico dos futuros professores?
- (b) promove a implementação intencional de práticas de ensino que relevem a história da matemática, a resolução de problemas e as conexões dentro e fora da matemática?

Deste modo, o estudo tem como principal objectivo desenvolver e avaliar um percurso de formação inicial de futuros professores de matemática com foco na

exploração didáctica da História da Matemática. Desta forma se traduz o que se pretende fazer para dar resposta às questões de investigação.

### Principais opções metodológicas

Dada a natureza do problema de investigação e das questões dele decorrentes, optou-se por uma abordagem investigativa de natureza qualitativa e longitudinal, de cunho descritivo e predominantemente interpretativo, que, de acordo com Erickson (1986) é uma perspectiva de investigação em ensino centrada na questão dos significados atribuídos pelos indivíduos aos acontecimentos e aos objectos, nas suas acções e interacções no âmbito de um contexto social, e na elucidação e exposição desses significados pelo investigador. Santomé (1988) acrescenta que as abordagens interpretativas permitem um maior entendimento crítico das situações e fenómenos educativos e uma intervenção que se deseja adequada e consciente.

No quadro das investigações qualitativas, a estratégia que pareceu mais adequada aos propósitos deste estudo de incidência curricular foi a de investigação-ação (Saraiva, 2001), por ser uma abordagem metodológica que visa melhorar a educação através da mudança, incitando os professores a serem conscientes das suas práticas, a serem críticos delas e a estarem disponíveis para implementar processos de inovação e mudança educativa (Cohen e Manion, 1994, McNiff, 1988). Põe-se, por conseguinte, a ênfase na melhoria da prática e no envolvimento consciente dos professores no seu processo formativo. Como afirma McNiff (1988) é uma estratégia de investigação realizada *com*, mais do que *sobre* professores.

O desenvolvimento desta estratégia de investigação pode ser caracterizado como uma espiral auto-reflexiva que envolve fases de planeamento, de actuação, de observação e de reflexão para, então, se re-planificar (Pérez Serrano, 1994). Todos os participantes estão assim envolvidos em processos contínuos de reflexão e aproximação empírica à realidade (op. cit, p. 174). Ou seja, trata-se de um ciclo de investigação que envolve a interacção progressiva entre investigadores e professores, a reflexão e a mudança nas práticas (Winter, 1996).

O trabalho que procurámos desenvolver enquadra-se na necessidade de promover a mudança e a inovação na prática de ensino de futuras professoras de matemática, nomeadamente promovendo práticas de ensino que relevem como experiências de aprendizagem: a história da matemática (HM), a resolução de problemas (RP) e o estabelecimento de ligações/conexões dentro e fora da matemática (EC). Trata-se, por isso, de uma investigação realizada com futuros professores que, estando num período formal de Prática Pedagógica (PP), no âmbito da formação académica, puderam ser envolvidos na investigação de forma activa e consciente.

O estudo desenrola-se em três fases distintas, que se desejam articuladas numa lógica de investigação/formação. Às diferentes fases correspondem percursos metodológicos diferenciados em função dos objectivos que se pretendem alcançar (Quadro I).

	<i>1ª fase</i> (Março de 2004 a Junho de 2004)	<i>2ª fase</i> (Julho de 2004 a Dezembro de 2004)	<i>3ª fase</i> (Janeiro de 2005 a Julho de 2007)
<b>Objectivos</b>	Identificar, em contexto de PP, áreas críticas de formação ao nível da exploração didáctica da HM, da RP e EC.	Delinear um percurso de formação nas perspectivas enunciadas; Desenvolver tarefas de ensino com foco na	Implementar e avaliar o percurso de formação.

		resolução de problemas históricos.	
<b>Metodologia</b>	Observação naturalista.	Investigação documental.	Investigação-acção.
<b>Intervenientes</b>	Um grupo de estágio (3 futuros professores em PP no 1º CEB).	Investigadora.	Dois grupos de estágio (4 futuras professoras em PP no 1º CEB e no 2º CEB).

Quadro I – Desenho da Investigação

Tratando-se de um estudo longitudinal e dada a estratégia de investigação adoptada, usou-se na recolha de dados: videogravação de aulas, entrevistas, questionários e notas de campo (relativas à observação de aulas, às sessões de formação e outras actividades desenvolvidas com as futuras professoras).

Na análise de dados adoptou-se a análise de conteúdo com base em categorias definidas recursivamente e modeladas pelo quadro teórico de referência.

### **Principais pressupostos para o desenvolvimento de um percurso de formação**

Um primeiro pressuposto para o desenvolvimento de um Percurso de Formação (PF) assenta na ideia de que é possível melhorar a formação inicial de professores de matemática, proporcionando aos futuros professores a oportunidade de visitar os tópicos de matemática elementar através de processos de formação que lhes permitam desenvolver um conhecimento mais profundo das matérias que vão ensinar. Tem sido salientado por vários educadores em ciência/matemática que o conhecimento histórico, em particular a compreensão dos contextos culturais e sociais dos quais emergiram conceitos e resultados científicos, desempenha um papel crucial na construção da literacia científica/matemática (Kafai & Gilliland-Swetland, 2001; Monk & Osborne, 1997). Como afirma Schubring (1997) a integração, na formação de professores, de aspectos da história e filosofia da ciência/matemática pode contribuir para desenvolver o meta-saber dos futuros professores, permitindo-lhes uma melhor organização dos conteúdos para as suas futuras aulas e a integração e a interpretação das contribuições dos alunos. Além disso, vários investigadores (Tzanakis et al., 2000; Barbin et al., 2000) salientam que o manancial de recursos didácticos proporcionado pelo conhecimento histórico pode conduzir a uma mudança efectiva das práticas de ensino ou, pelo menos, a uma modificação da forma como os professores concebem o ensino da matemática. Por exemplo, a aproximação cultural à matemática favorece o contexto para a interdisciplinaridade (Barbin, 1994; Grugnetti, 2000).

Assume-se também como pressuposto uma visão construtivista da aprendizagem, isto é que os alunos não absorvem passivamente a informação. A aprendizagem é fruto do envolvimento activo do aluno na construção do seu próprio conhecimento e envolve ligar ideias e experiências novas com aquilo que já conhece (Liang & Gabel, 2005).

O “construtivismo social”, desenvolvido a partir das ideias de Vygotsky, enfatiza a ideia de que são as interações sociais do aluno com o(s) outro(s) (o professor, o adulto, os seus pares) que estão na origem do desenvolvimento cognitivo. Ou seja, o conhecimento é construído socialmente e a aprendizagem ocorre em contextos sociais e culturais, *como um processo de construção interpretativo e recursivo* (Fosnot, 1999, p.53). É através da linguagem que os alunos partilham ideias e procuram clarificações

de modo a alcançar a compreensão. Assim, o construtivismo social requer do aluno esforço na reconstrução de significados e atribui aos professores um papel central na orientação e apoio dos alunos (Palmer, 2005).

O construtivismo é uma teoria psicológica sobre o conhecimento e a aprendizagem e não uma teoria sobre o ensino (Fosnot, 1999). Porém, esta perspectiva, que esteve por detrás de reformas curriculares levadas a cabo a partir dos anos 80, teve profundas implicações no desenvolvimento de propostas de modelos de ensino informados e guiados pela visão construtivista da aprendizagem (Palmer, 2005). Embora existam muitas diferenças, um aspecto comum aos vários modelos de ensino é a defesa de abordagens que proporcionem ao aluno experiências concretas e contextualmente significativas que os levem a procurar padrões, a formular questões e a construir os seus próprios modelos, conceitos e estratégias (Fosnot, 1999, pp. 9-10). Por exemplo, no caso do ensino da matemática são defendidas estratégias de ensino centradas na compreensão de conceitos, na resolução de problemas, nas conexões dentro e fora da matemática e na comunicação de ideias matemáticas, através da promoção da discussão e da explicitação do modo de pensar (Vale, 2000).

A investigação revela que os professores, em geral, não adoptam nas suas aulas perspectivas construtivistas (Duit & Treagust, 2003; Rodriguez, 1998, referidos em Palmer, 2005). Por isso, importa que os programas de formação de professores adoptem perspectivas construtivistas. Como afirma Fosnot (1999) os professores em formação também constroem aprendizagens e significados e por isso é necessário que as experiências de formação desafiem, debatam, esclareçam as convicções dos professores/futuros professores, pois só *através da interrogação, da reflexão e da construção extensiva ocorrerá a deslocação de paradigma na educação* (p. 308).

## O Percorso de Formação

O problema enunciado conduziu-nos ao desenvolvimento de um conjunto de intervenções, articuladas e interrelacionadas, em disciplinas do plano curricular da licenciatura, com foco na história da matemática, na resolução de problemas e no estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática, percurso que doravante designaremos por percurso de formação (PF) e que passaremos a descrever de forma sucinta.

Importa reforçar que o PF foi desenvolvido com a finalidade de apoiar o desenvolvimento do conhecimento didáctico dos futuros professores de modo a permitir-lhes pôr em prática experiências de ensino/aprendizagem com foco nas dimensões acima enunciadas.

O PF desenrolou-se ao longo dos últimos anos de uma licenciatura em Ensino Básico, variante de Matemática/Ciências da Natureza de uma Escola Superior de Educação. Durante esse período, a primeira autora e investigadora no estudo em causa teve intervenções na modalidade de Seminário e de sessões de trabalho, nas disciplinas de Geometria (3º ano/1º semestre) e de História e Metodologia da Matemática (4º ano/1º semestre) e em três disciplinas de Prática Pedagógica (PP II<sup>1</sup>, 3º ano/2º semestre; PP IV<sup>2</sup>, 4º ano /1º semestre e PPV<sup>3</sup>, 4º ano/2º semestre). Nestas, a investigadora promoveu a realização de sessões de trabalho durante o período em que decorreram. Enquanto que os seminários envolveram a totalidade dos alunos inscritos nas disciplinas, isto é,

<sup>1</sup> Desenvolvida em turmas do 1º ciclo do ensino básico.

<sup>2</sup> No 2º ciclo do ensino básico.

<sup>3</sup> No 2º ciclo do ensino básico.

interacções entre investigadora e futuras professoras em plenário, as sessões de trabalho envolveram interacções entre a investigadora e quatro futuras professoras em pequenos grupos (2 grupos de estágio de 2 elementos cada).

Qualquer processo de formação de professores tem como objectivo último a introdução de alguma melhoria ou realização de alguma inovação nas práticas de ensino (Jiménez et al., 2000). Deste modo, as sessões de trabalho/formação constituíram-se como um espaço de planificação, discussão e reflexão sobre as aulas implementadas pelas futuras professoras. A investigadora assumia, frequentemente, o papel mais activo durante essas sessões, não só questionando opções propostas ou tomadas pelas futuras professoras na planificação mas, sobretudo, através da promoção da discussão de aspectos didácticos de conteúdos relacionados com a Medida e com Números e Operações. Como ponto de partida para a discussão, foram desenvolvidos materiais didácticos de apoio à prática de ensino de conteúdos no âmbito da Medida no 1º CEB e ainda um conjunto de tarefas de aprendizagem para o 2º CEB, procurando conjugar história da matemática, resolução de problemas e o estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática. Neste contexto, no 2º ano do estudo, as sessões de formação incidiram essencialmente na planificação de situações de aprendizagem a partir da discussão didáctica das tarefas desenvolvidas e ainda na reflexão sobre as práticas de ensino conduzidas em sala de aula, no âmbito dos domínios curriculares «Números e Operações» e «Medida».

Na disciplina de Geometria, os dez seminários dinamizados centraram-se na abordagem de tópicos relativos à Medida numa perspectiva epistemológica de construção do conhecimento matemático como resolução de problemas. Foram, em particular, enfatizadas as interrelações entre:

- o problema da medida e a extensão do conceito de número (Caraça, 1978; Lebesgue, *Sur la Mesure des Grandeurs*, 1956);
- os problemas sociais decorrentes do uso de antigos sistemas de unidades e o desenvolvimento do SI (e.g. Mendo Trigozo, 1815).

Neste contexto e com a finalidade de desenvolver a compreensão das futuras professoras de matemática do 1º e 2º ciclos do ensino básico relativa a conceitos e processos centrais da Medida e desenvolver-lhes competências de resolução de problemas, raciocínio e comunicação, bem como a apreciação do papel da matemática na sociedade e na cultura, foi-lhes proposto a resolução de um conjunto de problemas históricos envolvendo antigas unidades e sistemas de unidades (Jorge et. al, 2005). Finalmente, cabe referir que, em História e Metodologia da Matemática, os dez seminários dinamizados incidiram sobre as potencialidades didácticas da história da matemática.

Articulado com estes seminários, desenvolveu-se uma exposição interactiva centrada no problema da Medida, numa perspectiva histórica. As dez alunas, futuras professoras, inscritas na disciplina de História e Metodologia da Matemática no ano lectivo 2005/2006, foram desafiadas, em grupo de duas, a explorar, do ponto de vista didáctico, para um ambiente de aprendizagem não formal e interactivo, um conjunto de problemas históricos envolvendo antigas unidades. Todos os aspectos relativos à exploração didáctica dos problemas, à concepção e construção de recursos didácticos, à planificação e à construção de recursos didácticos que pudessem ser manipulados e usados pelas crianças na resolução dos problemas e outras tarefas propostas foram da responsabilidade das futuras professoras. As actividades decorreram em horário extracurricular, com o apoio, sempre que solicitado, da investigadora e da professora da disciplina.

A avaliação do PF ocorreu em dois momentos: o primeiro, durante o desenvolvimento do próprio PF, tendo tido como finalidade informar, complementar e reformular acções posteriores e o segundo surgiu após a implementação e incidiu sobre os produtos do envolvimento das futuras professoras participantes no estudo, isto é, sobre as próprias práticas de ensino e sobre as reflexões sobre as práticas. Ambos os momentos de avaliação implicaram a construção de documentos de análise das práticas de ensino e das reflexões sobre as práticas de ensino e o PF.

Como técnicas de validação dos constructos recorreu-se à análise, pelos participantes, das suas respostas e reflexões e à triangulação metodológica (Cohen & Mannion, 1994; Goetz e LeCompte, 1988), exigindo níveis de convergência entre investigadora, futuras professoras e professores cooperantes. Estes últimos foram observadores permanentes da prática pedagógica das futuras professoras e são os professores responsáveis pelas turmas em que aquelas realizam a sua PP. Deste modo, a opinião destes intervenientes reflecte também o impacto das propostas de ensino sobre os alunos do 1º e 2º ciclos.

### **Exemplos da operacionalização do programa de formação**

Como já foi referido, o PF envolveu intervenções em várias disciplinas curriculares da Licenciatura em Ensino Básico, Variante de Matemática/Ciências da Natureza. Vamos, a título de exemplo, referir-nos brevemente a actividades desenvolvidas no ano lectivo 2005/2006, em História e Metodologia da Matemática e em Prática Pedagógica IV e V<sup>4</sup>. Em ambas as disciplinas procurou-se proporcionar às futuras professoras a oportunidade de planear, implementar e reflectir sobre práticas de ensino que relevem como experiências de aprendizagem a história da matemática, a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática, quer na sala de aula, quer em contextos não formais. Defendemos que a actual formação de professores não pode descuidar tal aspecto do ensino em contextos não formais, pela importância que lhe é actualmente reconhecida (Oliva et. al., 2006; Guisasola et al., 2005; Anderson, Lucas e Ginns, 2003) e pelo seu valor enquanto contributo para o desenvolvimento de competências nos três domínios apontados.

#### **História e Metodologia da Matemática - Exploração didáctica de problemas históricos em ambientes de ensino não formais**

Com a finalidade de proporcionar às alunas, futuras professoras, situações e actividades de reflexão sobre Ensino e Aprendizagem em contextos não formais e suas relações com o ensino formal, propôs-se às alunas, futuras professoras, no âmbito da disciplina de História e Metodologia da Matemática a organização de uma exposição interactiva destinada a crianças dos níveis de ensino onde futuramente irão exercer a profissão.

A exposição centrou-se no problema da Medida, sob uma perspectiva histórica, e organizou-se em cinco módulos envolvendo tarefas e problemas históricos respeitantes a cinco grandezas: comprimento, volume, capacidade, massa e dinheiro. As futuras professoras foram desafiadas, em grupo de duas, a explorar, do ponto de vista didáctico, para um ambiente de aprendizagem não formal e interactivo, um conjunto de problemas históricos. Na selecção dos problemas, da responsabilidade da investigadora, teve-se em conta o currículo actual de matemática da escolaridade básica, de modo a potenciar a interligação entre as actividades realizadas na exposição e os conteúdos abordados na

---

<sup>4</sup> Em Jorge et al. (2005) apresentou-se e reflectiu-se sobre parte do trabalho desenvolvido em Geometria.

sala de aula, não só no âmbito da Medida como de outros conteúdos. Às futuras professoras coube a planificação das tarefas a propor aos alunos e a construção de recursos didáticos que pudessem ser manipulados e usados pelas crianças na resolução dos problemas e outras tarefas propostas e ainda a função de orientar as crianças visitantes da exposição.

A exposição denominada “Problemas com Conta, Peso e Medida”, esteve montada no hall de entrada da Escola Superior de Educação entre 30 de Janeiro e 1 de Fevereiro de 2006 e foi visitada por alunos de turmas de 3º, 4º, 5º e 6º anos de escolaridade.

Pode-se observar na figura 1 uma fotografia do módulo dedicado à grandeza “Comprimento”, na qual estão registadas, além de ilustrações alusivas à medição de comprimentos, algumas peças de tear e padrões de antigas unidades de comprimento.

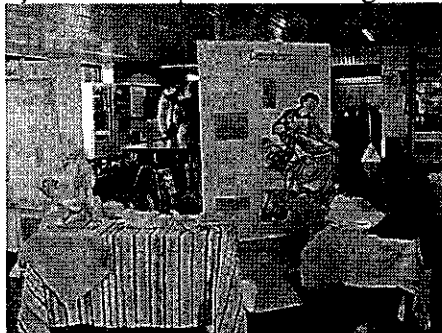


Figura 1 - Módulo “Comprimento”

Uma das primeiras tarefas propostas por Beatriz e Joana<sup>5</sup> consistiu precisamente em pedir aos alunos que medissem as dimensões de alguns dos panos de tear, usando as antigas unidades. Na figura 2 pode-se observar uma dessas medições. Trata-se de um pano com uma meia de comprimento e uma terça de largura, sendo a unidade fundamental o côvado<sup>6</sup>.



Figura 2 – Medição com antigas unidades

Embora não se pretenda fazer aqui uma análise dos dados refira-se que, na reflexão feita no final do ano lectivo, a maioria das futuras professoras inquiridas considerou que o trabalho desenvolvido no âmbito da exposição foi muito relevante em termos do desenvolvimento do seu conhecimento para ensinar matemática.

<sup>5</sup> Nomes fictícios das duas futuras professoras organizadoras do módulo.

<sup>6</sup> Destaca-se como curiosidade o facto de apesar de os panos serem recentes, as suas dimensões parecem estar mais relacionadas com as antigas unidades do que com o metro e seus submúltiplos

*Através da exposição, pude verificar, mais uma vez que usando materiais adequados para a motivação dos alunos estes resolvem as actividades de forma lúdica e muito enriquecedora para a compreensão (Joana, QT, 20/06/06)*

*A exposição permitiu-nos resolver problemas usando materiais manipulativos, o que nos deu uma outra perspectiva da resolução de problemas e que motivou os alunos (Inês, QT, 20/06/06).*

*Conseguimos explorar de uma outra forma, para uma melhor compreensão do problema (...) penso que desenvolvemos as competências e capacidades que se pretendiam, que conseguimos interligar instrumentos de medida com as unidades utilizadas e com o problema em si e ainda relacioná-lo com o quotidiano (feiras) (Isabel, QT, 20/06/06).*

Um dos Professores Cooperantes<sup>7</sup>, Manuel, afirmou a propósito da exploração didáctica feita pelas futuras professoras:

*Eu entendo que as mesas de actividades estavam bem cuidadas, houve o trabalho ... obviamente nada é de geração espontânea ... houve o trabalho preliminar muito cuidado na preparação da mesa de trabalho que de facto era notório. As miúdas<sup>8</sup> estavam à vontade ... as miúdas eram capazes de explicar aquilo que se pretendia e de facto os miúdos<sup>9</sup> chegavam ali e conseguiam ter rentabilidade (Manuel, ENT, 30/06/06).*

### **Prática Pedagógica - Exploração de problemas históricos na sala de aula**

Algumas das futuras professoras propuseram na aula de matemática, dos 5º e 6º anos de escolaridade, problemas históricos envolvendo antigas unidades abordadas na exposição. Duas delas exploraram na aula de 6º ano um dos problemas do módulo "Volume" inserido no tópico programático «Divisão de Números Racionais».

Não se pretendendo apresentar, neste momento, resultados relativos à exploração feita pelas futuras professoras, é oportuno destacar a reflexão feita pelos respectivos professores cooperantes. Fernanda, professora cooperante da ESE e sob cuja orientação trabalharam Joana e Beatriz, considerou como muito relevante para a formação das futuras professoras a exploração didáctica, na sala de aula, de problemas históricos. Referindo-se à reacção dos alunos, Fernanda afirmou:

*No início quando li ... e até sem ler as sugestões que apareciam, as sugestões de exploração ... hãem ... pensei que eles fossem ter alguma dificuldade e que fossemos demorar mais tempo... mas depois acho que até correu bem... e acho que mesmo os alunos todos acabaram por se envolver e achavam graça e estavam à espera de mais. Ou foi por eu também gostar (risos) que depois achei que eles próprios estavam a gostar, mas achei que eles reagiram bem. (...)*

*Mas eu lembro-me de comentários de um miúdo, que dizia «Ai, aqui aprendemos tanta coisa». Eles ficavam ...Notava-se que ele estava a ...alargar os horizontes dele, que não estava à espera de aprender ali coisas que não tinham a ver com ...directamente com a matemática (Fernanda, ENT, 29/06/06).*

Referindo-se à natureza dos problemas, Fernanda acrescentou:

<sup>7</sup> Professor titular da turma em que Inês e Mariana desenvolveram a sua prática pedagógica no 2º CEB e que desempenha a função de professor cooperante da ESE na formação dos futuros professores.

<sup>8</sup> Refere-se às alunas, futuras professoras.

<sup>9</sup> Refere-se a alunos do 2º ciclo do ensino básico.

*Não é qualquer um que tem acesso a esse tipo de problemas. Eles não estão assim tão divulgados, eu, por exemplo, não sei onde é que iria encontrá-los. Teria que ter muito trabalho para ir à procura deles ou então era capaz de olhar para eles e nem sequer ver a beleza que está dentro daqueles problemas, porque são interessantíssimos (Fernanda, ENT, 29/06/06).*

Manuel avaliou do seguinte modo a relevância dos problemas históricos explorados na aula:

*Estas questões ... a falta de uma certa paragem, de uma certa ...de tempo para respirar outras coisas e outras ... outras motivações parece-me importante. Nós estamos às vezes a descurar isso e que se às tantas parássemos um bocadinho para pensar e pronto ... de aliviar o ambiente de números e de x's e de y's ... às tantas era capaz de os resultados serem outros e pronto... as aprendizagens serem ...mais vivas e eficientes (Manuel, ENT, 30/06/06).*

Referindo-se, em particular, à aula em que uma das suas estagiárias, Inês propôs o problema da exposição. Manuel foi de opinião que os alunos o encararam com muito interesse e se envolveram activamente na sua resolução e que a exploração feita por Inês foi bem conseguida:

*Havendo 3 ou 4 problemas mais fáceis, os miúdos empenharam-se muito menos nesses problemas do que no da exposição (...). O problema foi bem explorado, ela apelou à motivação remota dos alunos, eles conseguiram repor a situação, recordaram-se da mesa de trabalho, da forma como compararam as medidas... explorou a relatividade das unidades ao longo do tempo (Manuel, NC, 23/01/06).*

Relativamente ao aluno que foi ao quadro resolver o problema, Manuel afirmou:

*O aluno usou os termos correctamente, referiu-se correctamente ao alqueire pequeno e ao alqueire grande e conseguiu explicar o seu raciocínio e a forma como resolveu o problema. Partiu das mesmas quantidades e percebeu e conseguiu explicar o que se tinha passado, a essência do problema (Manuel, NC, 23/01/06)*

A investigadora observou a aula em que Joana propôs o mesmo problema aos seus alunos e é curioso reproduzir o comentário de um aluno ao ouvir o toque da campainha, no final do 1º segmento do bloco de 90 minutos, dirigindo-se às outras estagiárias: *Toque da 2ª hora. Passou tão rápido! Quando se gosta de uma coisa passa tão rápido!* (NC, 21/03/06). Alguns momentos antes esse mesmo aluno tinha também comentado sorridente e entusiasticamente: *Ganhou! Fez mais 20 réis* (NC, 21/03/06).

### **Comentário final**

Uma primeira análise dos dados sugere que o envolvimento das futuras professoras na planificação e exploração de problemas históricos, para ambientes formais e não formais, constituiu um autêntico desafio didáctico. As futuras professoras não só compreenderam os problemas históricos, como também conseguiram delinear e executar um plano de exploração que envolveu e motivou os alunos para a sua resolução. Destaca-se também como importante para o desenvolvimento do seu conhecimento didáctico, a concepção e construção de materiais didácticos para apoio à execução manipulativa das tarefas integrantes da exposição.

Como salientam Oliva et. al. (2006), a participação de professores em experiências de ensino não formal é uma etapa importante da sua formação que contribui para o desenvolvimento do conhecimento profissional e que potencia o desenvolvimento de inovações na sala de aula. Nomeadamente, através da aproximação

a estratégias didáticas características do construtivismo, tais como o ser capaz de conceber a tarefa docente como uma prática que facilita e orienta a aprendizagem dos alunos, proporcionando-lhes oportunidades de trabalho activo e participativo em equipa.

### Referências Bibliográficas

- Abd-El-Khalick, F. e BouJaoude, S. (1997). An Exploratory study Knowledge for Science Teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, vol. 34(7), 673-699.
- Anderson, D., Lucas, K. B. e Ginns, I. S. (2003). Theoretical perspectives on learning in an informal setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 40(2), 177-199.
- Ball, D. L. (2000). Brinding Pratices. Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Barbin, E. (1994). Les Mathématiques comme Processus Historique et comme Objet Culturel. *Actas do ProfMat 94* (pp.27-36). Lisboa: APM.
- Barbin, E. (1996). The Role of Problems in the History and Teaching of Mathematics. In R. Calinger (Ed). *Vita Mathematica* (pp.17-25). NY: The Mathematical Association of America.
- Barbin, E. et. al. (2000). Integrating history: research perspectives. Em John Fauvel and Jan van Maanen (Eds), *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (63-65). Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Biehler, R. (1994). History and epistemology of mathematics and mathematica education. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, B. Winkelmann (Eds), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp.327-333). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Borrvalho, A. (1997). O Ensino da Resolução de problemas de matemática por parte de futuros professores: relações com a sua formação inicial. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borrvalho e I. Vale (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp.129-149). Aveiro: GIRP.
- Brown, C. A. & Borko, H. (1992). Becoming a Mathematics Teacher. Em D. A.Grouws (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 209-239). New York: Mcmillan.
- Cabrita, I. (1997). Resolução de problemas envolvendo o conceito de proporcionalidade: desempenhos e perspectivas didáticas de futuros professores de matemática. Em D. Fernandes, F. Lester, A. Borrvalho e I. Vale (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp.71- 98). Aveiro: GIRP.
- Caraça, B. J. (1978). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa.
- Carpenter, T, Fennema, E. & Romberg, T. (Eds) (1993). *Rational Numbers. An Integration of Research*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Clements, D. & Bright, G. (Eds) (2003). *Learning and Teaching Measurement, 2003 Yearbook*. Reston: NCTM.
- Cohen, L., Manion, L. (1994). *Research Methods in Education*. London: Routledge.
- Davis, P. e Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.
- Echeverría, J. (2003). *Introdução à metodologia da Ciência*. Coimbra: Almedina.

- Erickson, F. (1986). Qualitative Methods in Research on Teaching. In M. Wittrock (Ed), *Handbook of research on teaching* (pp.119-161) New York: Macmillan.
- Ernest, P. (Ed) (1994a). *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective*. London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1994b). The Philosophy of Mathematics and the Didactics of Mathematics. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. SträBer, B. Winkelmann (Eds), *Education and Philosophy: an International Perspective* (pp.335-350). London: Falmer Press.
- Ernest, P. (1998). *Social Constructivism as a philosophy of Mathematics*. Albany: State University of New York Press.
- Fernandes, D. (1997). Introdução. In D. Fernandes, F. Lester, A. Borralho e I. Vale (Coords), *Resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas* (pp.xv-xix). Aveiro: GIRP.
- Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de Matemática: A demonstração em geometria*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro). Lisboa: APM.
- Fosnot, C. T. (1999). *Construtivismo e educação. Teoria, perspectivas e prática* (tradução da edição inglesa de 1996). Lisboa: Instituto Piaget.
- GAVE (2004). *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação da literacia matemática*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Goetz, J.P., LeCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata.
- Grugnetti, L. (2000). The History of Mathematics and Its Influence on Pedagogical Problems. Em Victor Katz (Ed), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective* (29-36). Washington DC: The Mathematical Association of América.
- Guisasola, J., Azcona, R., Etxaniz, M., Mujika, E. e Morentin, M. (2005). Diseño de estratégias centradas en el aprendizaje para las visitas escolares a los museos de ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 2(1), 19-32. Em [www.apac-eureka.org/revista/index.htm](http://www.apac-eureka.org/revista/index.htm) (consultado em Setembro de 2006).
- Hersh, R. (1994). Fresh Breezes in the Philosophy of Mathematics. In P. Ernest (Ed). *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective* (pp.11-20). London: Falmer Press.
- Hill, H. & Ball, D. L. (2004). Learning Mathematics for Teaching: Results from California's Mathematics Professional Development Institute. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 330-351.
- Jiménez, B., Bordas, I., Coronel, J., Domínguez, G., Gairín, J., González, A., Santos, M., Tejada, J. (2000). *Evaluación de programas, centros e profesores*. Madrid: Editorial Síntesis.
- Jorge, F.R., Cabrita, I., Paixão, M. F. (2005). Contributos históricos para a compreensão de conceitos relativos a medição. In J. Brocado, F. Mendes e A. M. Boavida (orgs), *XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática – Actas* (pp. 319-338). Setúbal: APM.
- Kafai, Y. B & Gilliland-Swetland, A. J. (2001). The use of historical materials in elementary science classrooms. *Science Education*, 85, 349-367.
- Lakatos, I. (1978). *A lógica do descobrimento matemático. Provas e refutações* (original publicado em 1976). Rio de Janeiro: Zahar Editores.

- Lakatos, I. (1986). A Renaissance of Empiricism in the recent Philosophy of Mathematics? In T. Tymoczko (Ed), *New Directions in the Philosophy of Mathematics* (pp.29-48). Boston: Birkhäuser.
- Lamon, S. J. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essencial Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (2<sup>nd</sup> edition). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates..
- Lebesgue, H. (1956). *Sur la Mesure des Grandeurs*. Paris : Gauthier-Villars.
- Liang, L. L., Gabel, D.L. (2005). Effectiveness of a constructivist approach to science instruction for prospective teachers. *International Journal of Science Education*, 27(10), 1143-1162.
- Llinares, S. (2003). Matemáticas escolares y competencia matemática. In M. C. Chamorro (Coord), *Didáctica de las Matemáticas* (pp.4-29). Madrid: PEARSON Prentice Hall.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- McNiff, J. (1988). *Action research. Principles and practices*. London: MacMillan Education.
- ME-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico – competências essenciais*. Lisboa: ME.
- Mendo Trigozo, S. F. (1815). Sobre os Pesos e Medidas Portuguezas, e sobre a Introdução do Systema Metro-Decimal. In *Memórias Económicas da Academia Real das Sciencias de Lisboa para o Adiantamento da Agricultura, das Artes e da Indústria em Portugal, e suas Conquistas*. Tomo V (pp. 336 – 411). Lisboa, Typografia da Academia Real das Sciencias.
- Monk & Osborne (1997). Placing the History and Philosophy of Science on the Curriculum: A Model for the development of pedagogy. *Science Education*, 81, pp. 405-424.
- Montero, L. (2005). *A construção do conhecimento profissional docente*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Oliva, J. M., Acevedo, J. A., Matos, J. (2006). Alguns contributos das exposições científicas escolares para os alunos e os professores participantes. *Educare, Educere*, 18, 51-71.
- Paixão, M.F. (1998). *Da Construção do Conhecimento Didáctico na Formação de Professores de Ciências*. Tese de doutoramento (não publicada). Universidade de Aveiro.
- Palmer, D. (2005). A Motivational View of Constructivist-informed teaching. *International Journal of Science Education*, 27(15), 1853-1881.
- Pérez Serrano, G. (1994). *Investigación cualitativa. Retos e interrogantes*. Madrid: Editorial L Muralla.
- Putnam, H. (1986). What is mathematical truth? In *New Directions in the Philosophy of Mathematics* (pp. 29-48). Boston: Birkhäuser.
- Santomé, J. T. (1988). La investigación etnográfica y la reconstrucción crítica en educación. In J.P. Goetz, M. D. LeCompte, *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa* (pp. 11-22). Madrid: Ediciones Morata.

- Saraiva, M. J. (2001). *O conhecimento e o desenvolvimento profissional dos professores de matemática. Um projecto colaborativo* (tese de doutoramento). Lisboa: APM.
- Schubring, G. (1997). Relações entre a história e o ensino da matemática. Em Sérgio Nobre et al. (Org), *Actas do II Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática & II Seminário Nacional de História da Matemática* (pp.157-163). São Paulo: Brasil.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15 (2), 4-14.
- Swetz, F. (2000). Problem Solving from the History of Mathematics. Em Victor Katz (Ed), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective* (pp.59-68). Washington DC: The Mathematical Association of America.
- Thompson, A. (1985). Teacher's conceptions of mathematics and the teaching of problem solving. In A. Silver (Ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: multiples research perspectives* (pp.281-294). New York: Lawrence Elbaum Associates.
- Tymoczko, T. (Ed.) (1986). *New Directions in the philosophy of Mathematics*. Boston: Birkhäuser.
- Tzanakis, C., Arcavi, A. et al (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. Em John Fauvel and Jan van Maanen (Eds), *History in Mathematics Education. The ICMI Study* (201-248). Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Vale, I. (2000). *Didáctica da matemática e formação inicial de professores num contexto de resolução de problemas e de materiais manipuláveis*. (Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro). Lisboa: APM.
- Winter, R. (1996). Some principles and procedures for the conduct of action. In Zuber-Skerritt (Ed), *New Directions in Action Research*. London: Falmer Press.