

DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA E INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL DA FACULDADE DE CIÊNCIAS

UNIVERSIDADE DE LISBOA



**MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA
PARA O PLANEAMENTO DA PRODUÇÃO
DE UMA EMPRESA DE TINTAS**

Maria Cristina Canavarro Teixeira

MESTRADO EM INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL

2002



Abstract

Resumo

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	2
2.1. Introdução	2
2.2. Definição dos produtos	2
2.3. Definição das operações	3
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3.1. Abordagem ao planeamento de produção na indústria química	7
3.2. Planeamento e sequenciamento da produção	8
3.3. Distinção entre planeamento e sequenciamento	8
3.4. Programação matemática	9
3.5. Métodos de resolução	10
3.6. O processo da produção em lotes na indústria química	11
3.7. Sequenciamento a curto prazo no processo de produção em lotes, em plantas multi-uso e multi-produto	13
4. MODELO PLIM DE PLANEAMENTO	24
4.1. Introdução	24
4.2. Índices e Conjuntos	25
4.3. Dados	25
4.4. Variáveis	27
4.5. Formulação	28
5. MODELO PLIM DE SEQUENCIAMENTO	35
5.1. Introdução	35
5.2. Escolha do intervalo de tempo	35
5.3. Input	36
5.4. Índices e conjuntos	37
5.5. Dados	37
5.6. Variáveis	40
5.7. Formulação	40
5.8. Simplificação do modelo de sequenciamento	41

6. APLICAÇÃO DOS MODELOS	43
6.1. Teste das restrições que eliminam soluções múltiplas	44
6.2. Instância de Inverno	47
6.2.1. Solução do PLIMP	49
6.2.2. Solução do PLIMS	50
6.3. Instância de Primavera	54
6.3.1. Solução do PLIMP	55
6.3.2. Solução do PLIMS	57
6.4. Instância de Outono	60
6.5. Instância de Verão	62
6.5.1. Solução do PLIMP	64
6.5.2. Solução do PLIMS	67
6.6. Experiências com o PLIMP	69
6.6.1. A máquina 16	70
6.6.2. Diminuição da disponibilidade de tempo de todas as máquinas	72
6.6.3. Diminuição do tempo de disponibilidade de algumas máquinas	76
6.6.3.1. Primavera	76
6.6.3.2. Verão	76
6.6.4. Reformulação da função objectivo	77
6.6.4.1. Primavera	77
6.6.4.2. Verão	77
6.6.5. Síntese das experiências	78
6.6.6. Solução para o PLIMS	78
6.6.6.1. Primavera	79
6.6.6.2. Verão	81
6.7. PLIMS novo	84
7. CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO	86

BIBLIOGRAFIA

LISTA DE ANEXOS

- ANEXO I: Tempos de *changeover*, MCL_{kfg}
- ANEXO II: *Changeovers*
- ANEXO III: Determinação dos instantes de disponibilidade e prazos de conclusão das tarefas
- ANEXO IV: Formulação indexada no tempo de Sousa e Wolsey, 1990
- ANEXO V: Nomenclatura dos ficheiros usados no PLIMP
- ANEXO VI: Nomenclatura dos ficheiros usados no PLIMS

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de <i>changeover</i> , MCL_{kfg} (ANEXO I)	27
Tabela 2: Modelos PLIMP resultantes dos diferentes tratamentos das restrições ESS	44
Tabela 3: Resultados computacionais do PLIMPinverno (Xpress-Mp)	45
Tabela 4: Resultados computacionais do PLIMPoutono (Xpress-Mp)	45
Tabela 5: Resultados computacionais do PLIMPprimavera (Xpress-Mp)	46
Tabela 6: Resultados computacionais do PLIMPverão (Xpress-Mp)	46
Tabela 7: Descrição das máquinas da instância de Inverno	48
Tabela 8: Capacidades das máquinas da instância de Inverno	48
Tabela 9: Tempos de ocupação das máquinas da instância de Inverno	49
Tabela 10: Tarefas para a instância de Inverno	50
Tabela 11: Solução do PLIMSinverno	52
Tabela 12: Resultados computacionais da instância de Inverno (XPress-Mp)	54
Tabela 13: Descrição das máquinas da instância de Primavera	55
Tabela 14: Capacidades das máquinas da instância de Primavera	55
Tabela 15: Tempos de ocupação das máquinas da instância de Primavera	57
Tabela 16: Tarefas para a instância de Primavera	57, 58
Tabela 17: Resultados computacionais do PLIMSprimavera (XPress-Mp)	59
Tabela 18: Resultados computacionais do PLIMSoutono (XPress-Mp)	61
Tabela 19: Descrição das máquinas da instância de Verão	64
Tabela 20: Tempos de ocupação das máquinas da instância de Verão	67
Tabela 21: Tarefas para a instância de Verão	67, 68
Tabela 22: Resultados computacionais do PLIMSverão (XPress-Mp)	69
Tabela 23: Tarefas para a instância de Verão com alterações à máquina 16	70, 71
Tabela 24: Tempos de ocupação das máquinas para a instância de Verão Com diminuição na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP	73
Tabela 25: Tarefas para a instância de Verão com diminuição na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP	73, 74
Tabela 26: Resultados computacionais do PLIMSverão com diminuição Na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP (XPress-Mp)	75
Tabela 27: Tempos de ocupação de algumas máquinas da instância de Primavera	76
Tabela 28: Tempos de ocupação de algumas máquinas da instância de Verão	77
Tabela 29: Quadro resumo dos resultados obtidos a variantes do PLIMP para as instâncias de Primavera e Verão	78
Tabela 30: Tarefas para a instância de Primavera DMCap120 + MinT	79
Tabela 31: Tarefas para a instância de Verão DMCap120 + MinT	81, 82
Tabela 32: Resultados computacionais do PLIMSprimaveraNOVO (Xpress-Mp)	84
Tabela 33: Resultados computacionais do PLIMSoutonoNOVO (Xpress-Mp)	85
Tabela 34: Resultados computacionais do PLIMSverãoNOVO (Xpress-Mp)	85
Tabela 35: Resultados computacionais do PLIMP (XPress-Mp)	86

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de sequência de produção de 4 produtos intermédios conducentes a dois finais	3
Figura 2: Classification of chemical companies by process structure (Ashayeri, Teelen e Selen, s/d)	7
Figura 3: Classification of batch plants (Voudoris e Grossmann, 1996)	14
Figura 4: Recipe network representation of chemical processes (Kondili, Pantelides e Sargent, 1993)	16
Figura 5: State-task network representation of chemical processes (Kondili, Pantelides e Sargent, 1993)	17
Figura 6: Time representation (Mockus e Reklaitis, 1997)	19
Figura 7: RTN for Example Porcess (Schilling e Pantelides, 1997)	20
Figura 8: Rede STN para o processo de produção da empresa de tintas	24
Figura 9: Exemplificação das restrições de fluxo	30
Figura 10: Diagramas de Gantt para duas tarefas afectas à mesma máquina	38
Figura 11: Diagrama de Gantt para tarefas $q \in Stasks_p$ afectas a máquinas diferentes	39
Figura 12: Diagrama de Gantt para tarefas $q \in Stasks_p$ afectas à máquina k	39
Figura 13: Descrição dos produtos de instância de Inverno	47
Figura 14: Solução do PLIMP da instância de Inverno	49
Figura 15: Diagrama de Gantt da instância de Inverno	51
Figura 15a: Diagrama de Gantt da instância de Inverno	53
Figura 16: Descrição dos produtos da instância de Primavera	54
Figura 17: Solução do PLIMP da instância de Primavera	56
Figura 18: Diagrama de Gantt da instância de Primavera com períodos de 15 minutos	60
Figura 19: Diagrama de Gantt da instância de Outono com períodos de 15 minutos	62
Figura 20: Descrição dos produtos da instância de Verão	63, 64
Figura 21: Solução do PLIMP da instância de Verão	65, 66
Figura 22: Diagrama de Gantt da instância de Verão máquina 16, com períodos de 15 minutos	72
Figura 23: Diagrama de Gantt da instância de Verão com alteração no tempo de funcionamento das máquinas no PLIMP, com períodos de 15 minutos	75
Figura 24: Diagrama de Gantt da instância de Primavera DMCap120 + MinT	80
Figura 25: Diagrama de Gantt da instância de Verão DMCap120 + MinT	83
Figura 26: Esquema de resolução do planeamento versus sequenciamento	90

Aos meus Pais

Agradecimentos

Ao meu orientador, o Professor Miguel, pelo seu empenho e dedicação neste trabalho e por todos os seus comentários oportunos que foram fundamentais para me incentivar no desenvolvimento desta tese.

À minha escola, a Escola Superior Agrária de Castelo Branco, por permitir que eu pudesse concretizar este trabalho, sem esquecer a Dra. Eduarda Rodrigues pela eficácia com que sempre tratou da recolha do material bibliográfico.

A todos os meus amigos, que directa ou indirectamente me ajudaram nesta tarefa muitas vezes difícil de sequenciar no meio de tantas outras, a minha gratidão profunda, referindo em particular a Cristiana, a Clarinha e os pais do Rui.

Ao Rui, por todo o seu amor, pela sua paciência e por toda a dedicação aos nossos filhos quando eu não pude estar, e principalmente por me ter feito sempre acreditar que este projecto era possível de concretizar.

À minha mana Paula, por ter conseguido sempre inculcar-me a sua enorme força e determinação, por ter sido a minha guia com as suas palavras sábias sempre presentes e por todo o apoio incondicional a nível familiar.

Ao meu pai por me ter inculcado desde pequenina, o espírito de não desistir e de conseguir sempre melhor, e à minha mãe por todo o seu carinho e conforto nas horas mais difíceis, sem esquecer a sua ajuda imprescindível familiar aos meus filhos e marido. É a eles que dedico este trabalho, num gesto de eterna gratidão, por tudo o que sou hoje.

E a Ti meu Deus, por seres a minha luz.

Resumo

Os Problemas de Sequenciamento ocorrem num grande leque de indústrias, incluindo as de engenharia química. A produção em lotes (*batch production*) é, desde há muito, o procedimento adoptado na manufactura de diversos tipos de produtos químicos, em particular naqueles em que a produção é feita em pequenas quantidades e para a qual os padrões de procura estão sempre a variar.

Nesta tese é estudado o Problema de Planeamento e Sequenciamento de tarefas numa planta multi-uso/multi-produto, com o objectivo de conseguir encontrar soluções para um problema real de produção de tintas numa determinada empresa. É usado o procedimento de produção em lotes, uma vez que a tinta, dadas as suas características, não pode ser produzida através de um processo contínuo.

Numa primeira fase, é construído um modelo de planeamento da produção que consiste em fazer a afectação de produtos a máquinas, de modo a satisfazer os pedidos diários dos clientes, sempre com o objectivo principal de minimizar ao máximo as encomendas entregues com atraso, sendo o objectivo secundário a minimização das quantidades enviadas para *stock*. O modelo de planeamento é modelado em programação linear inteira mista, onde as variáveis inteiras servem para indicar os lotes de produtos que são produzidos, assim como em que máquina.

De seguida, perante a solução obtida através do planeamento, o modelo de sequenciamento das tarefas pretende encontrar uma ordem de produção para um horizonte temporal de um dia. Foi também utilizado um modelo de programação linear inteira com variáveis binárias apenas, onde estas servem para indicar o início das tarefas.

Numa fase posterior, depois de efectuados alguns testes aos modelos com instâncias reais do problema de diferentes dimensões, houve necessidade de proceder a algumas modificações nas instâncias e/ou nos modelos de forma a conseguir encontrar uma solução considerada “boa” para a empresa. Resultados numéricos extensivos dos problemas descritos anteriormente são apresentados para todas as variantes desenvolvidas durante o trabalho, para ilustrar as *performances* das modificações introduzidas nos modelos propostos.

Conseguem obter-se soluções razoáveis quando se diminui a carga de produção no modelo de planeamento, tendo-se como consequência um ganho em termos de tempo para fazer o sequenciamento.

Minimizar o tempo total de ocupação das máquinas no modelo de sequenciamento revelou-se eficiente, em conjugação com o critério anterior, mas existe uma grande limitação na passagem do modelo de planeamento para o de sequenciamento, que consiste na afectação prévia dos produtos às máquinas de um modelo para o outro.

Introduzir alterações no modelo de planeamento, na recolha de dados e eventualmente no esquema de trabalho da referida empresa, podem ser caminhos a seguir na tentativa de encontrar o óptimo.

Abstract

Planing problems are present in a wide range of industries, including chemical industries. Batch production is, since long time ago, the adopted procedure for the manufacture of chemical products, namely for the ones that are produced in small quantities and with no regular patterns of demands.

The present thesis studies the planing and scheduling problem of tasks in a multipurpose/multiproduct plant. The main objective is to find solutions for a real problem of paint production of a particular factory. Batch production procedure is used because of the specific features of paint, that can not be continuously produced.

The first phase of the work focuses on a model for the production planing. It affects products to units in a way that all demands of paint of a day are satisfied. The main objective of the model is to minimize the number of demands with delay and the secondary one is to reduce at maximum the quantities that need to be sent to stock. Planing model is a MILP one, were integer variables indicates the batches of products being produced and the units used for its production.

The second phase of the work focuses on a model for scheduling production tasks, according to the solution provided by the model of producion planing. The objective is to define an order of production for the temporal horizon of a day. This model is also a MILP model, using exclusively binary variables indicating the beginning of the tasks.

At a posterior phase, after testing the models with some real instances, having different dimensions, of the problem, it was necessary to produce some changes at the instances and/or at the models, trying to achieve a "good" solution for the factory. Numerical extensive results of the problems described before are presented for all the variants developed along the work, illustrating the performances obtained by the changes on proposed models.

Reasonable solutions can be obtained when we reduce the amount of production in the production model, resulting this in more time for modeling the scheduling of production.

Minimize the total time of occupation of the units in the planing model was an efficient option in conjunction with the last criteria. Nevertheless, exists a strong limitation when we pass from the planing model to the scheduling model, that concerns the previous affectation of the products to the units.

The introduction of changes in the planing model, in the process of collecting data and, eventually, in the working scheme of the factory, may go towards the finding of the optimal solution.

1. INTRODUÇÃO

O estudo desenvolvido nesta dissertação tem como objectivo propor modelos de Programação Linear Inteira Mista, PLIM, que permitam encontrar soluções em tempo útil para o planeamento da produção de uma empresa de tintas.

Nos modelos apresentados consideramos um horizonte temporal de apenas um dia, uma vez que na referida empresa todos os dias se faz a planificação da produção consoante as encomendas que surgem diariamente.

O delineamento da produção está dividido em duas fases: uma de planeamento e outra de sequenciamento. Um dos motivos a que se deve esta separação é a simplificação, uma vez que um modelo global teria um maior grau de complexidade, ficando em aberto essa outra possibilidade para estudos futuros. O outro motivo está relacionado com o modo como a empresa de tintas funciona no que respeita às tomadas de decisão. Numa primeira fase as encomendas são analisadas, e em coordenação com o material existente em *stock*, são emitidas ordens de fabrico diárias, e numa segunda fase os produtos que constam das ordens de fabrico vão ser produzidos. Estas duas fases são respectivamente, o planeamento e o sequenciamento. Em termos de modelação, significa que vai existir uma correspondência entre os resultados obtidos no modelo de planeamento de forma a serem utilizados como *input* no modelo de sequenciamento.

Para a realização deste estudo, foram testadas várias instâncias reais do problema obtidas junto da empresa de tintas, usando um *software* de modelação de programação matemática e de optimização, o XPRESS-MP (Release 13, Dash Associates).

No capítulo seguinte é feita a descrição do problema real da referida empresa de tintas.

No terceiro capítulo apresenta-se uma revisão bibliográfica aprofundada sobre modelos de Programação Inteira Mista em processos de produção descontínuos na indústria química, como é o caso desta empresa de tintas.

No quarto capítulo procede-se à descrição do modelo PLIM de planeamento para um dia.

No quinto capítulo são apresentados dois modelos PLIM de sequenciamento para o mesmo horizonte temporal. O primeiro adapta-se a problemas com tempos de *changeovers* que dependem da sequência, que é o caso do problema das tintas, e o segundo, que resulta de uma simplificação, utiliza esses tempos de forma a não dependerem da sequência.

No sexto capítulo são apresentados alguns testes realizados e discutidos os resultados obtidos com a experiência computacional que foi efectuada, tendo por base os dois modelos referidos nos capítulos anteriores.

No sétimo capítulo apresentam-se algumas conclusões que se podem retirar do estudo efectuado, fazendo referência a alguns aspectos pertinentes deixados em aberto que podem ser alvo de estudos futuros.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

2.1. Introdução

A empresa de tintas em questão neste estudo produz tintas, vernizes e diluentes em duas linhas de produção: uma linha para produtos de Base Aquosa (*WBP*) e outra para produtos de Base Solvente (*SBP*). É sobre esta última linha que incide o presente estudo.

Esta empresa produz cerca de 800 produtos, sendo 10% usados para a produção de outros produtos e não para vender. Na linha de produção da Base Aquosa são produzidos 35% dos produtos, e os restantes 65% produzidos na linha da Base Solvente, embora 80% do valor total de vendas seja proveniente da linha de produção da Base Aquosa.

As linhas de produção podem partilhar alguns recursos e “facilidades” comuns. No entanto, podem ser consideradas separadamente em termos de planeamento de produção, resultando assim dois problemas distintos, embora com muitas características em comum.

A estrutura da linha de produção da Base Aquosa é mais complexa do que a estrutura da linha da Base Solvente. A principal diferença é que na Base Solvente os produtos são fabricados em cubas móveis, uns recipientes que se podem deslocar de máquina em máquina para se efectuarem as diferentes operações, e por isso não existem problemas nas mudanças entre máquinas. São, por assim dizer, os produtos “que vão ter com as máquinas”, transportados nestas cubas móveis. Por outro lado, na linha de Base Aquosa, a maioria dos produtos passa de máquina em máquina através de um sistema de tubos e bombas.

Na fase de planeamento da empresa, é ao Armazém que cabe a tarefa de emitir as ordens de fabrico diárias com base no *stock* existente e nas encomendas recebidas. Em face das ordens de fabrico emitidas pelo Armazém, o sector da Produção da empresa faz o sequenciamento das mesmas.

Presentemente, o planeamento da produção é feito diariamente, prevendo-se que no futuro se possa fazer um planeamento num horizonte temporal de duas semanas. Normalmente, existem 5 dias de trabalho na semana, com um período de 8 horas por dia. No entanto, a empresa pode permitir o alargamento do período de tempo com algumas horas extraordinárias, o que também deve ser planeado.

2.2. Definição dos produtos

Um produto é considerado como o resultado de uma operação efectuada na linha de produção.

O departamento de produção da empresa recebe ordens de produção de produtos finais. Estes produtos finais podem ser de dois tipos: produtos acabados ou semi-acabados. A diferença entre eles é que os produtos acabados podem ser encheidos em latas com uma determinada capacidade, ficando prontos para venda, e os semi-acabados não, uma vez que ainda podem ser usados na produção de outros produtos (acabados ou semi-acabados).

Um produto intermédio pode ser usado para produzir qualquer um dos produtos, acabados, semi-acabados, ou intermédios.

O exemplo seguinte (Fig. 1) mostra uma sequência de quatro produtos intermédios necessários para produzir dois produtos finais que diferem na capacidade das latas. A primeira operação consiste em pesar numa balança uma determinada quantidade de um produto que está dentro de uma cuba. De seguida, nessa cuba (ou eventualmente noutra), é feita a operação de pré-mistura utilizando-se uma máquina própria, seguindo-se as operações de dispersão e de moagem realizadas respectivamente por dispersores e moinhos que transformam os produtos dentro da cuba. Por fim, o produto resultante é “despejado” pelas enchedoras para dois tipos de lata diferente, obtendo-se assim os produtos finais prontos para venda. (Ver a seguir, 2.3. Definição das operações)

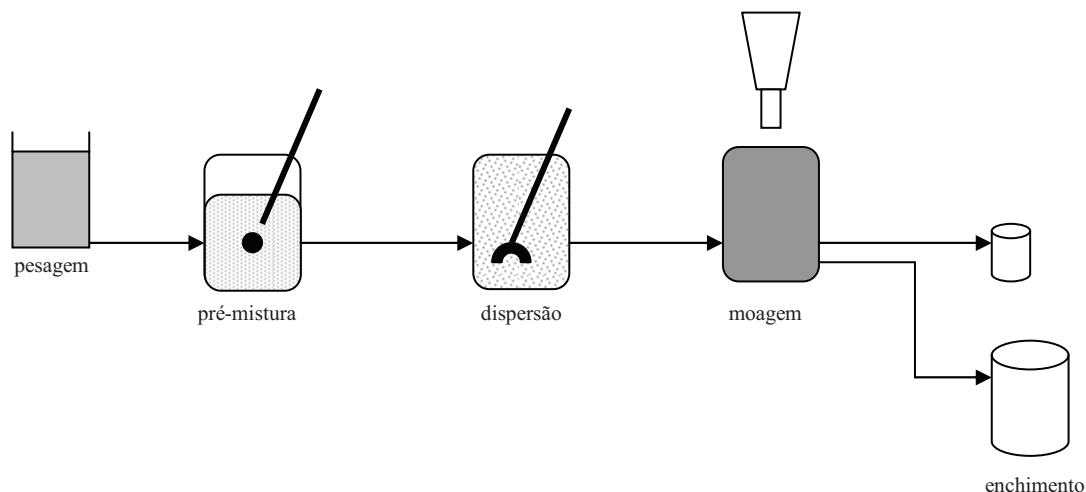


Figura 1: Exemplo de sequência de produção de 4 produtos intermédios conducentes a dois finais

A ordem de produção de um determinado produto acabado é definida por três elementos: especificação do produto, quantidade a produzir e capacidade da lata a encher. A ordem de produção de um produto semi-acabado, dispensa naturalmente, o terceiro item.

2.3. Definição das operações

A produção de um produto, implica a execução de certas operações em máquinas por uma determinada ordem, consoante o produto final de que se trata. Cada produto final (acabado ou semi-acabado) tem uma receita de fabrico, correspondente à sequência de

tarefas a serem executadas pelas diferentes máquinas. Esta sequência de operações pode incluir tarefas muito variadas:

Pesagem – Consiste na pesagem em balanças de cada uma das matérias primas e/ou produtos semi-acabados .

Pré-mistura – Consiste na homogeneização das matérias primas e/ou dos produtos semi-acabados e é efectuada em cubas móveis.

Dispersão – Consiste na dispersão de certos pigmentos adicionados à mistura de uma forma homogénea, através de dispersores.

Moagem – É uma operação semelhante à anterior, mas com a utilização de moinhos.

Acabamento – Consiste em adicionar as matérias-primas e/ou os produtos semi-acabados que não são necessários para efectuar as operações anteriores. Este acabamento é efectuado em cubas móveis tais como a pré-mistura.

Afinação de cor – Consiste em afinar a cor de acordo com um catálogo pré-definido.

Controle de qualidade – Consiste em controlar a qualidade do produto. Esta operação pode ser feita em qualquer altura da produção. Sempre que necessário, deve proceder-se a um ajuste do produto se este não estiver de acordo com os critérios pré-definidos.

Enchimento – Consiste em encher as latas com os produtos finais. Esta operação é efectuada em máquinas denominadas por enchedoras.

Para efectuar cada operação estão disponíveis máquinas a funcionar em paralelo, podendo cada uma delas efectuar um conjunto de operações, eventualmente diferentes. No entanto, cada máquina só pode fazer uma operação de cada vez.

Presentemente esta empresa de tintas dispõe das seguintes máquinas: Balanças, agitadores, dispersores, moinhos e enchedoras. As cubas móveis podem também ser consideradas como máquinas, embora de natureza um pouco diferente das anteriores. Por isso, e porque são em grande número, não é importante ter em conta este tipo de recurso nos nossos modelos, pois constituiria mais uma restrição a acrescentar complexidade ao problema.

Outra simplificação que se utilizou na modelação do problema foi a inclusão do tempo gasto com o controle de qualidade, na última operação efectuada imediatamente antes de terminar o produto. Desta forma, esta operação que é realizada na cuba onde estiver colocado o produto a analisar, não aparece explicitamente no modelo mas está a ser contabilizada em termos de tempo. Mas se por um lado se está a simplificar o modelo ao “retirar” a operação de controlo de qualidade, por outro está-se a deturpar o tempo de ocupação da máquina onde o tempo do controle de qualidade foi incluído. Não será muito preocupante uma vez que os tempos gastos com a operação de controlo de qualidade são relativamente pequenos (5 minutos).

Dado que se trata da fabricação de tinta e que esta, por razões tecnológicas, não pode ser produzida continuamente, tornou-se necessária a formação de lotes de produção, *batch*

production, de forma a decompor a quantidade pretendida de cada produto em quantidades menores e que respeitem as características das máquinas.

As máquinas do mesmo tipo, ou seja, passíveis de executar a mesma operação, podem ter diferentes capacidades e/ou diferentes velocidades de processamento. Cada máquina tem uma capacidade mínima e máxima de funcionamento. Neste momento, a actual política da empresa é produzir, “sempre que possível”, a quantidade máxima. Algumas máquinas são dedicadas a alguns tipos de produtos, tais como por exemplo, produtos de cor ou brancos.

Para além destas restrições, as máquinas têm uma limitação horária, podendo funcionar um determinado número de horas por dia. Num período considerado normal, o período de trabalho é de 8 horas, como já foi atrás referido. No entanto, este limite pode ser excedido, desde que o funcionamento extraordinário tenha sido planeado.

A maioria das máquinas têm de ser limpas depois de serem usadas, principalmente quando há mudança de cor ou textura dos produtos. Algumas das máquinas são mais fáceis de limpar do que outras, consoante têm ou não a cuba incorporada. Isto significa que os tempos de limpeza das máquinas variam de máquina para máquina e de produto para produto.

Dadas as diferentes características dos produtos, estes foram agrupados em seis famílias de limpeza. Dois produtos que pertencem à mesma família, têm as mesmas características no que respeita ao tipo de limpeza que é preciso fazer na máquina em que estes foram produzidos. Por exemplo, quando uma máquina que acabou de produzir tinta de cor branca vai ser utilizada na produção de uma tinta de cor preta, o tempo de limpeza é inferior do que se tratar da situação inversa. Naturalmente que estes dois produtos não pertencem à mesma família. Os tempos de limpeza para todas as mudanças de produtos entre todas as famílias são conhecidos e chamam-se tempos de *changeover* (ver ANEXO I).

Neste trabalho, os tempos de limpeza de uma máquina para outra foram estimados através dos tempos de *changeover*. Para cada máquina k e para cada produto i que pode ser produzido nessa máquina, pesquisou-se o mínimo dos tempos de *changeover* entre o produto i , e todos os outros diferentes dele, obtendo-se assim uma estimativa para o tempo de mudança de um produto para outro nessa mesma máquina. A explicação pormenorizada deste procedimento está descrita no capítulo 4 (ver 4.3. Dados, $MCCL_{ki}$).

O tempo de ocupação de uma máquina pode dividir-se em três parcelas: Uma parcela é fixa e diz respeito ao tempo necessário para produzir um lote de determinado produto; Uma segunda parcela é variável e depende da quantidade a produzir; e uma terceira parcela, também considerada fixa, é relativa à limpeza da máquina.

A procura das tintas está acompanhada de uma certa sazonalidade. Nos meses de Verão, podemos destacar um dia tipo, com uma procura diária de 14 706 litros, o que implica a produção de 66 produtos. Por exemplo, num dia muito mau de Inverno tem-se uma procura de apenas 697 litros, o que conduz a uma produção de apenas 13 produto (ver as instâncias reais utilizadas no Capítulo 6).

Actualmente, são 25 as máquinas que estão a funcionar, para efectuar os 7 tipos diferentes de operações consideradas no modelo. Tem-se 4 balanças, 6 que podem fazer pré-mistura, uma para a dispersão, 6 moinhos, 6 que podem fazer o acabamento, 4 para a afinação de cor e 5 enchedoras. Como já foi atrás mencionado, há máquinas que podem fazer mais do que uma operação.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Abordagem ao planeamento de produção na indústria química

Em 2001, Crama, Pochet, e Wera, num artigo intitulado *A discussion of production planning approaches in the process industry*, começam por referir que o dicionário APICS (1995) define processo de manufactura (*process manufacturing*) como “produção que adiciona valor aos materiais através de mistura, separação, formação ou reacções químicas.” Esta definição fornece os elementos chave para classificar as indústrias como de “processamento” ou “manufactura”. O dicionário também propõem uma distinção entre processamento em “*batch*” e processamento “*continuous*”. O processamento em *batch* é definido como “uma técnica de manufactura, na qual, partes são acumuladas e processadas juntas num lote”, enquanto a produção em fluxo contínuo é descrita como a “produção na qual os produtos fluem continuamente em vez de serem divididos”.

Exemplos típicos de processos de produção industriais incluem a indústria química, a indústria petrolífica, a fabricação de papel e ramos da alimentação, incluindo linhas de produção de bebidas.

Uma forma conveniente de classificar a indústria química, à parte da sua classificação por produtos, é através da estrutura do processo de produção (Ashayeri, Teelen e Selen, s/d). Estes autores apresentam a este propósito o seguinte esquema:

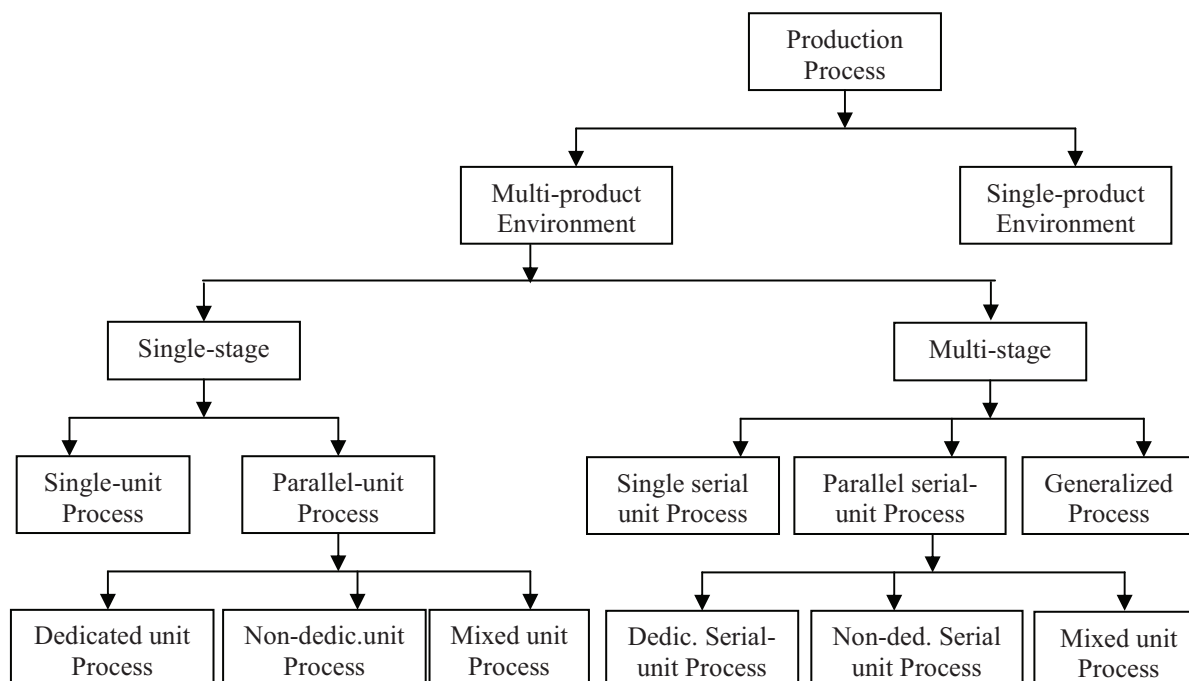


Figura 2: Classification of chemical companies by process structure (Ashayeri, Teelen e Selen, s/d)

A estrutura do processo de produção desempenha um papel central na definição do problema de planeamento da produção. Nesta lógica, o processo de produção é frequentemente classificado como processamento de um só período (*single-stage process*) e processamento multi-período (*multi-stage process*), que pode ainda ser subdividido em processamento paralelo ou unidades em série (*serial-unit*).

Cada classe pode ainda ser caracterizada em processos de produção contínuos ou semi-contínuos, e quanto ao armazenamento, este pode ser intermédio ou não (cubas móveis, tanques, etc...).

Nesta classificação, o problema em estudo enquadra-se num processo de produção multi-produto de um único período (1 dia), com unidades de processamento em paralelo onde algumas destas unidades são dedicadas e outras não (*Mixed unit Process*).

Ashayeri, Teelen e Selen (s/d) observam que o processo de produção com armazenamento intermédio pode ainda ser subdividido em capacidade ilimitada, capacidade limitada, não dedicada, dedicada para alguns produtos, e uma mistura dos anteriores, e que o processo de produção sem armazenamento intermédio pode ser também subdividido segundo as características do produto. Se o produto é estável, a sua unidade de processamento tem funções de armazenamento para as unidades seguintes; se o produto é instável, o lote tem de ser transferido imediatamente para a unidade de processamento seguinte. Pode ainda existir uma mistura dos anteriores.

3.2. Planeamento e sequenciamento da produção

Uma grande variedade de problemas industriais baseia-se no planeamento e sequenciamento da produção em lotes, ou na realização de tarefas, segundo um certo horizonte temporal.

Estes problemas envolvem decisões do tipo: Que produtos e em que quantidade devem ser produzidos? Em que máquina? Em que período de tempo? Devem as tarefas *i* e *j* ser processadas na mesma máquina? Se sim, qual deve ser processada primeiro?

Alguns exemplos de problemas industriais foram tratados com algum detalhe em Wolsey (2000).

3.3. Distinção entre Planeamento e sequenciamento

Habitualmente, usamos a palavra planeamento associada a longos períodos de tempo. Neste contexto, esta palavra significa a geração do processamento de tarefas, conhecidas as previsões da procura e respectivos preços. Por outro lado, sequenciamento significa a afectação dos recursos às actividades, bem como a determinação da sequência das actividades e das datas de início e fim das mesmas, num curto período de tempo.

Planeamento e sequenciamento estão de tal forma relacionados que as decisões tomadas na fase de planeamento influenciam fortemente o sequenciamento.

A complexidade deste problema conjunto, em muitos casos, exclui a possibilidade de fazer o planeamento detalhado num longo espaço de tempo, pelo que planeamento e sequenciamento são tratados como se de dois problemas distintos de tratassem, sendo abordados de forma sequencial.

Os problemas de sequenciamento podem grosseiramente ser divididos em problemas *flow-shop*, *job-shop* ou *open-shop*. No caso do processo de produção das plantas químicas, esta caracterização não é suficiente uma vez que têm de ser tidas em conta restrições adicionais e características específicas, tais como por exemplo a partilha de recursos e unidades contínuas de processamento. Também a forma de operar na planta, e as características das receitas podem impor considerações que têm de ser tidas em conta, como por exemplo os procedimentos de *change-over* e de manutenção. Inclusive, as propriedades de certas substâncias podem originar restrições adicionais, tais como limitações na armazenagem devido a cuidados especiais a ter em conta com certos produtos. A grande variedade destes problemas dificulta a definição de um modelo geral, bem como a resolução do mesmo através de um algoritmo geral.

A maioria dos problemas de sequenciamento pertence à classe dos problemas NP-*complete*, mesmo quando são introduzidas simplificações nos problemas práticos. Assim, existe a ideia de que só o uso de heurísticas específicas pode conduzir a procedimentos de resolução eficientes. No entanto, o uso das heurísticas tem a desvantagem de não conseguir fornecer uma medida de qualidade para julgar as soluções encontradas.

3.4. Programação matemática

Para problemas de sequenciamento, é comum usar uma formulação inteira mista, tanto com restrições e função objectivo linear apenas, PLIM (por exemplo, Pinto e Grossmann, 1995; Voudouris e Grossmann, 1996), ou com restrições não lineares e/ou função objectivo não linear (PNLIM) (Mockus e Reklaitis, 1997; Wellons e Reklaitis, 1991).

Uma aproximação natural de resolver estes problemas é formula-los como problemas de optimização utilizando variáveis discretas (Wolsey, 2000).

Neste trabalho, consideramos em particular a programação inteira mista (PIM), onde o problema é formulado em programação linear, onde algumas variáveis são inteiras.

Um grande número de modelos de optimização tem variáveis contínuas e inteiras que aparecem sob a forma linear, e por isso separáveis na função objectivo e nas restrições. Estes modelos matemáticos são denominados problemas de programação linear inteira mista, isto é, problemas PLIM (Floudas, 1995).

Em muitas aplicações dos modelos PLIM, as variáveis inteiras, são variáveis binárias, isto é 0/1, sendo este tipo de problemas uma sub-classe dos problemas PLIM (Floudas, 1995), e o caso do presente estudo.

Stobbe, Llöhll, Schulz e Engell (s/d) afirmam que a maior vantagem de uma abordagem matemática é a visão global em toda a afectação e decisões de sequenciação. Desta forma, todas as opções são tomadas em simultâneo, e a solução óptima pode ser obtida para problemas convexos. Mesmo que o processo para obter solução termine antes de se encontrar o óptimo, são fornecidos limites da solução óptima para problemas convexos. Assim, a qualidade da solução pode ser actualizada. Para problemas não convexos, continua a ser uma área de pesquisa de interesse, por forma a tentar encontrar uma solução óptima global.

Contudo, a eficiência da abordagem feita através de um PIM, depende do problema em investigação e da qualidade da formulação que o investigador conseguir. Mesmo com algoritmos gerais bastante potentes, a solução admissível que estes oferecem pode não ser obtida num tempo razoável. Assim, algoritmos de resolução específicos têm de ser usados, embora o mesmo problema possa ser modelado de diferentes maneiras, influenciando fortemente o processo de obtenção da solução.

3.5. Métodos de resolução

A abordagem acima referida tem vantagens e desvantagens. O uso do PLIM tem a vantagem de conseguir modelar um grande número de problemas e o uso de algoritmos gerais garantem a qualidade da solução. A maior desvantagem é o tempo que demoram a resolver devido à grande extensão dos modelos resultantes.

Um exemplo bem conhecido que permite diferentes modelações é a forma de lidar com o tempo. Kondili, Pantelides e Sargent (1993) propõem uma formulação baseada na ideia da discretização uniforme do tempo. O tempo é tratado como *slots* (pistas) com igual duração e os acontecimentos ocorrem no início desses *slots*. A representação discreta do tempo provou ser uma forma eficiente de lidar com o sequenciamento a curto prazo para problemas académicos. Contudo, quando o horizonte temporal aumenta, o problema resultante contém um grande número de variáveis discretas.

A representação de tempo contínua pode ser usada com o objectivo de melhorar a *performance*, através da diminuição das variáveis inteiras. Contudo, o número de variáveis discretas não é o único critério que determina a complexidade computacional do modelo. A estrutura do problema é, por si só, também importante. O trabalho de Shah, Pantelides e Sargent, 1993, decide qual a forma de tratar o tempo que se adapta melhor a problemas específicos.

Formular um problema com restrições lineares pode tornar-se artificial e requerer a introdução de muitas variáveis e restrições supérfluas (Wolsey, 2000). Por outro lado, existe uma grande variedade de métodos e *software*, capazes de tratar problemas de programação inteira mista.

Para problemas PLIM, o *software* disponível de uso geral, como por exemplo o CPLEX, o OSL e o XPRESS-MP, usam variantes do *branch-and-bound*.

Recentemente, foram feitos progressos, na tentativa de desenvolver novos algoritmos, no que respeita à redução da dimensão dos modelos, assim como na aplicação dos métodos em prática.

Stobbe, Llöhl, Schulz e Engell (s/d) acrescentam ainda que muitos problemas de sequenciamento de alguma relevância prática podem ser resolvidos por métodos recentes, segundo a suposição do comportamento determinístico da planta. O elemento estocástico no presente não pode ser considerado adequadamente. Além disso, a grande variedade de problemas de sequenciamento faz excluir a possibilidade de um método de resolução geral. Em contraste, o problema do planeamento da produção dá, ele próprio, um tratamento geral, desde que os detalhes não sejam considerados. Contudo, a geração da produção de tarefas para longos períodos de tempo também conduz a problemas de grande dimensão, pelo que o planeamento continua a ser um desafio.

3.6. O processo da produção em lotes na indústria química

A produção em lotes é o procedimento há muito tempo aceite para a fabricação de muitos tipos de químicos, em particular para aqueles que são produzidos em pequenas quantidades e para os quais o processo de produção, ou o padrão da procura, são frequentemente alterados. Uma vez que estes produtos são frequentemente químicos raros, de alto valor comercial, é importante que exista uma flexibilidade suficiente na sua fabricação, de forma a satisfazer rigorosamente e sem falhas os pedidos dos clientes, e no momento exacto. Como resultado, tem havido um crescente interesse no desenvolvimento de procedimentos para o sequenciamento de operações no processo de produção em lotes.

Em relação ao processo de produção em lotes para a produção à baixa-escala de químicos de alto valor acrescentado, Kondili, Pantelides e Sargent (1993) afirmam que a maior vantagem, neste contexto, é a sua flexibilidade inerente em utilizar vários recursos disponíveis para a produção de relativamente pequenas quantidades de um grande número de diferentes produtos, que usam os mesmos recursos de produção. Os autores referem que, contudo, são necessárias sofisticadas ferramentas de planeamento para permitir a utilização destes recursos partilháveis, de modo a tirar vantagem completa desta flexibilidade significativa.

Segundo eles, o sequenciamento da produção de operações discretas está bem definido (por exemplo, em Baker, 1974). O sequenciamento da produção em lotes em processos químicos, para estes químicos finos, estará menos desenvolvido, talvez devido à complexidade das operações envolvidas e à natureza contínua do material utilizado. Os mesmos autores referem várias revisões (Reklaitis, 1982, 1991; Rippin, 1983; Ku et al., 1987) acerca deste problema, algumas delas realizadas há duas décadas.

O modo como o planeamento da produção dos lotes é feito é influenciado pela natureza das procuras respectivas. Se tivermos disponíveis as previsões das procuras a longo prazo, então o planeamento pode ser efectuado em “campanha”, sendo todos os recursos

da planta dedicados a um pequeno subgrupo de produtos, durante longos períodos de tempo. O controle e a gestão da planta é desta maneira simplificado porque se reduz ao mínimo as mudanças de produtos. Além disso, estabelece-se um padrão cíclico de operações em cada campanha, sendo vários lotes idênticos do mesmo produto produzidos em sequência.

No caso de não dispormos de previsões confiáveis, o plano da produção é delineado pelas procuras disponíveis. Isto obriga a um horizonte de planeamento bastante mais curto, no qual não é possível estabelecer um padrão regular para as operações (*diferente de ciclos*), originando o problema de sequenciamento a curto prazo.

A maioria dos trabalhos relatados na literatura de processos de engenharia, considera a produção em lotes que envolve as tarefas de processamento em série, onde o *output* de uma tarefa consiste no *input* da seguinte. Nas plantas multi-produto, todos os produtos seguem exactamente a mesma sequência de operações, em contraste com os modelos multi-uso (*multipurpose*), onde diferentes produtos podem seguir diferentes caminhos (ver por exemplo Moon e Hrymak, 1999).

Um número de algoritmos com vários graus de generalidade foram recentemente tratados (ver, por exemplo, Rajagopalan e Karimi, 1989) para determinar formas óptimas de sequenciar N lotes (do mesmo produto ou de diferentes), através de M máquinas, que são as unidades de processamento.

A abordagem acima explicada é muito adequada para o planeamento de muitas operações em lotes simples, como a estrutura de processamento em série descrita. Tal é o caso de muitas plantas produzindo um número de produtos completamente semelhantes. Um exemplo, é a produção de tintas de diferentes cores num pequeno número de tarefas. No entanto, tipos de operações mais complexos abundam usualmente na prática industrial. Por exemplo, é muito frequente os intermediários serem partilhados por dois ou mais produtos, e o mesmo material ser produzido em mais do que uma tarefa.

Na literatura sobre a determinação do plano de produção, existe um número notável de resultados na área do sequenciamento da produção de lotes em plantas químicas.

Orçun, Altinel e Hortaçsu (2001) afirmam que estes resultados podem ser divididos em duas categorias principais. O primeiro grupo examina o efeito do sequenciamento no desenho da planta (por exemplo, Voudoris e Grossmann, 1996), enquanto o segundo grupo está interessado no sequenciamento de operações de plantas existentes (Birewar e Grossmann, 1990a; Ku e Karimi, 1990; Sahinidis e Grossmann, 1991; Kondili, Pantelides e Sargent, 1993).

Os trabalhos pertencentes à primeira categoria têm como objectivo obter o desenho óptimo de uma planta de processamento em lotes sujeito a restrições de sequenciamento. De acordo com os investigadores, o sequenciamento pode ser considerado durante a fase de desenho, e a dimensão e o tipo de equipamento podem ser determinadas mais eficientemente. Nesta abordagem, o objectivo do sequenciamento, tanto é diminuir o tempo de ciclo da produção (*overall completion time*) de um produto (Voudoris e Grossmann, 1996), ou de grupos de produtos (Vaselenak, Grossmann e Westerberg, 1987), ou formar campanhas (Cerdeira e outros 1989; Coulman, 1989) ou

minimizar o tempo das operações diárias de sequenciamento tendo em conta as mudanças das condições de mercado (Birewar e Grossmann, 1990b). Nestes trabalhos, não se encontra uma abordagem uniforme aplicável a todos os esquemas de produção em lotes. Os modelos sugeridos assumem *à priori* a disponibilidade de recursos e a estabilidade da estrutura da procura do mercado. Assim, o desenho obtido pode não ser ótimo segundo a variação das condições encontradas nas operações diárias.

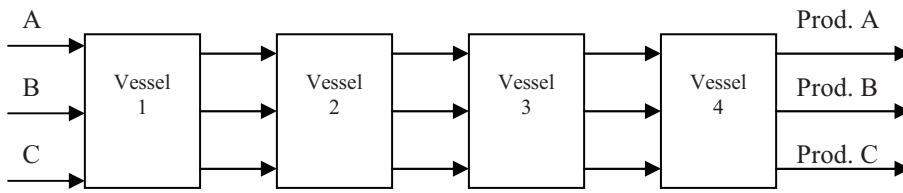
A segunda categoria de publicações centra-se no sequenciamento de plantas existentes de produção em lotes, segundo condições de mercado variáveis. Muitos destes trabalhos foram desenvolvidos para tipos limitados de esquemas de produção. Enquanto alguns trabalhos lidam com produção em série (Ku e Karimi, 1990), por outros lidam com produção em paralelo com operadores em paralelo idênticos. Por outro lado, a maioria dos trabalhos publicados é limitado às plantas multi-produto (Ku e Karimi, 1990). E ainda, a maioria dos trabalhos existentes centra-se na ordenação e não na sequenciação dos lotes. Na ordenação, não nos interessa o tempo, e o procedimento da resolução não tem de lidar com a complexidade derivada das restrições de tempo. Isto é, na ordenação, determina-se a ordem pela qual os lotes vão ser produzidos, em vez de se determinar a calendarização detalhada da produção. Por outro lado, quase toda a literatura disponível que lida com o tempo, usa intervalos de tempo discretos (Sahinidis e Grossmann, 1991) para simplificação, e não considera a situação real onde o tempo é contínuo. Existem trabalhos mais recentes que consideram o tempo como pseudo-contínuo (Pinto e Grossmann, 1995) e contínuo (Ierapetritou e Floudas, 1998, 1998a, 1999).

3.7. Sequenciamento a curto prazo no processo de produção em lotes, em plantas multiuso e multiproduto

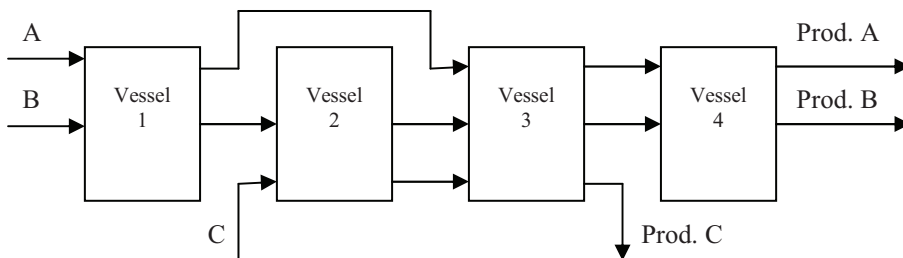
O processo de produção em lotes consiste num sistema de equipamento onde vários produtos são produzidos em lotes pela execução de um conjunto de tarefas ou operações, por exemplo, misturar, agitar, moer, etc.. Algum desse equipamento é especializado, ou seja, só pode executar um determinado tipo de operação, enquanto outros podem executar várias operações distintas (por exemplo, os agitadores). As unidades de processamento que executam operações semelhantes podem ser agrupadas num período/fase de produção (Moon e Hrymak, 1999). Desta forma, é possível identificar mais do que um “caminho” de produção que pode ser seguido na produção dos lotes de um produto específico.

Voudoris e Grossmann (1996) apresentam duas categorizações distintas para caracterizar o processamento em lotes. A principal classificação de processamento em lotes baseia-se nos “percursos” necessários para a produção dos produtos (receita). Se todos os produtos seguem o mesmo caminho de produção, podem conseguir-se simplificações significativas do problema de planificação (*design*) preliminar, sendo possível a criação de uma classe de planta específica designada por planta de lotes multi-produto (Fig. 3 a)). As plantas que não pertencem a esta categoria são geralmente classificadas plantas de lotes multi-uso. Uma vez que a classe multi-produto é uma subclasse da classe multi-uso, todos os métodos de planificação propostos para plantas multi-uso são aplicáveis no caso multi-produto. Em consequência, os métodos de planificação para as plantas multi-uso são significativamente mais difíceis se comparados com os métodos para plantas multi-produto.

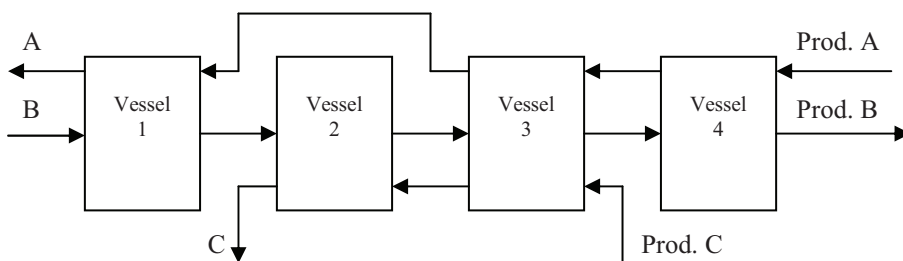
Neste trabalho, os autores introduzem uma classificação especial para as plantas de lotes multi-uso. Mais especificamente, dividem as plantas multi-usos em plantas sequenciais e plantas não sequenciais (Fig. 3 b) e c)).



a) Multiproduct batch plant



b) Sequential multipurpose batch plant



c) Non sequential multipurpose batch plant

Figura 3: Classification of batch plants (Voudoris e Grossmann, 1996)

Numa planta sequencial é possível reconhecer uma direcção específica que é seguida pelos “percursos” de produção de todos os produtos. Nos restantes casos, considera-se que a planta é não sequencial.

Neste contexto, e segundo a classificação destes autores, a planta do modelo tratado neste trabalho, é uma planta multi-uso sequencial.

Como se torna evidente, toda a planta multi-produto é uma planta sequencial multi-uso, mas o inverso já não é verdade (Voudoris e Grossmann, 1996).

Estes autores indicam ainda, que também de acordo com Reklaitis (1990), as plantas multi-uso são usadas quando os produtos exibem uma similaridade química entre eles. À medida que as semelhanças diminuem, as plantas transformam-se em plantas de lotes multi-uso. Entre estas, as plantas multi-uso sequenciais são comuns na indústria e daí a sua importância prática.

A segunda classificação de processamento em lotes, segundo estes autores, baseia-se nas regras de transferência entre o equipamento de produção. Num extremo situam-se as plantas “espera-nula” (ZW) nas quais não é considerado qualquer armazenamento intermédio e todos os produtos intermédios têm de ser imediatamente processados pelo equipamento que se segue na cadeia. No outro extremo situam-se os casos onde é possível considerar o armazenamento intermédio ilimitado (UIS) entre todos os equipamentos que não pertencem ao mesmo período/fase. Entre os dois extremos, encontramos um vasto leque de regras alternativas.

Segundo Rajagopalan e Karimi (1989) existem quatro tipos mais comuns de regras de armazenagem intermédias:

1. Armazenamento intermédio ilimitado (*Unlimited intermediate storage*, UIS)
2. Armazenamento intermédio limitado (*Finite intermediate storage*, FIS)
3. Inexistência de armazenamento intermédio (*No intermediate storage*, NIS)
4. Espera-nula (*Zero wait*, ZW)

Nestas condições encontramos uma classe genérica de plantas com regras de armazenamento intermédio misto (MIS), onde os processos consistem em subcadeias (*subtrains*) com espera nula, alternados por um número adequado de cubas de armazenamento intermédios, que é o caso deste trabalho.

Nas plantas de lotes multi-uso, a investigação tem procurado novas formulações e algoritmos, a fim de tentar reduzir o grande esforço computacional causado pelo grande número de variáveis inteiras, e pela dificuldade de modelação dos problemas. A utilização de variáveis inteiras é inevitável para descrever certos acontecimentos num processo, como por exemplo o uso de variáveis binárias para representar as tomadas de decisão.

Um método corrente para representar acontecimentos discretos consiste em usar uma discretização de tempo uniforme (*uniforme time discretization*) e assumir que os acontecimentos só são permitidos nas vizinhanças desses intervalos de tempo (Kondili, Pantelides, Sargent, 1993). Estes autores assumem que um aspecto chave em qualquer algoritmo de sequenciamento diz respeito à representação do tempo. A principal vantagem desta representação de tempo é que facilita a formulação porque proporciona uma grelha de referência onde são posicionadas todas as operações que competem pela mesma partilha de recursos. Kondili, Pantelides, Sargent (1993) referem ainda que esta metodologia já foi utilizada no passado por outros investigadores na literatura de Investigação Operacional, com destaque para Pritsker et al. (1969) na sua formulação do problema de planeamento de um projecto de recursos limitados.

Na prática, o horizonte temporal em estudo é dividido em intervalos de igual dimensão, sendo esta determinada através do mínimo múltiplo comum dos tempos de processamento envolvidos no problema (ver, por exemplo, Mockus e Reklaitis, 1997).

A representação estabelecida para o processo em lotes, é o que se chama “rede da receita” (Fig. 4). Esta é semelhante à representação de uma rede de fluxos de plantas contínuas, mas é planeada para descrever o processo por si só.

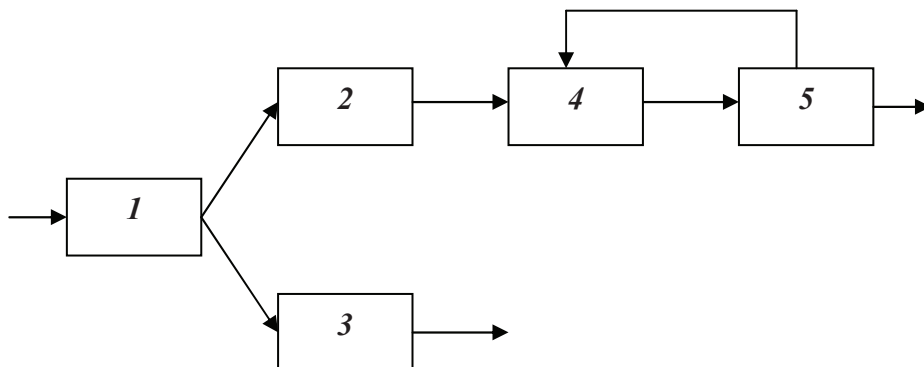


Figura 4: Recipe network representation of chemical processes (Kondili, Pantelides e Sargent, 1993)

Cada nodo da rede corresponde a uma tarefa e os arcos directos entre os nodos representam as precedências das tarefas.

Embora estas redes sejam certamente adequadas para estruturas de processamento em série, muitas das vezes envolvem ambiguidades quando aplicadas a redes mais complexas.

Kondili, Pantelides e Sargent (1993) propõem uma abordagem geral para tratar problemas de sequenciamento que surgem nas plantas de lotes químicos multi-produto/multi-uso, introduzindo o conceito de STN, a rede de tarefa-estado (*state task network*), uma nova representação para os processos de produção em lotes que envolvem variadas complexidades. A nova característica nesta representação é que tanto as tarefas (*tasks*), como os produtos (*states*) são incluídos explicitamente nos nodos da rede.

Os processos que envolvem partilha de matéria-prima e produtos intermédios, mistura e separação de lotes e a reciclagem de materiais, podem ser representados sem ambiguidade através de redes como estas.

A característica particular da rede STN é que tem dois tipos de nodos. Uns são os nodos estado (*state*) que representam as matérias-primas, os produtos intermédios e finais; os outros, são os nodos tarefa (*task*), que representam o processamento das operações que transformam material de um ou mais estados de *input*, para um ou mais estados de output. Os nodos de estado e de tarefa são representados, respectivamente, por círculos e rectângulos.

A Figura 5 mostra duas redes STN's diferentes, correspondendo ambas à rede de receita da Figura 4.

No processo representado pela rede STN da Figura 5 (a), a tarefa 1 tem apenas um produto que é partilhado pelas tarefas 2 e 3. Também a tarefa 4 só necessita de um produto para a sua produção podendo este ser produzido pelas tarefas 2 e 5. Por outro lado, no processo representado pela Figura 5 (b), a tarefa 1 produz dois produtos diferentes que servem de *input* às tarefas 2 e 3. Para além disso, a tarefa 4 necessita de dois produtos diferentes para a sua produção, produzidos respectivamente pelas tarefas 2 e 5. É fácil de verificar, que de facto, existem muito mais do que duas redes STN, para a mesma rede de receita da Figura 4.

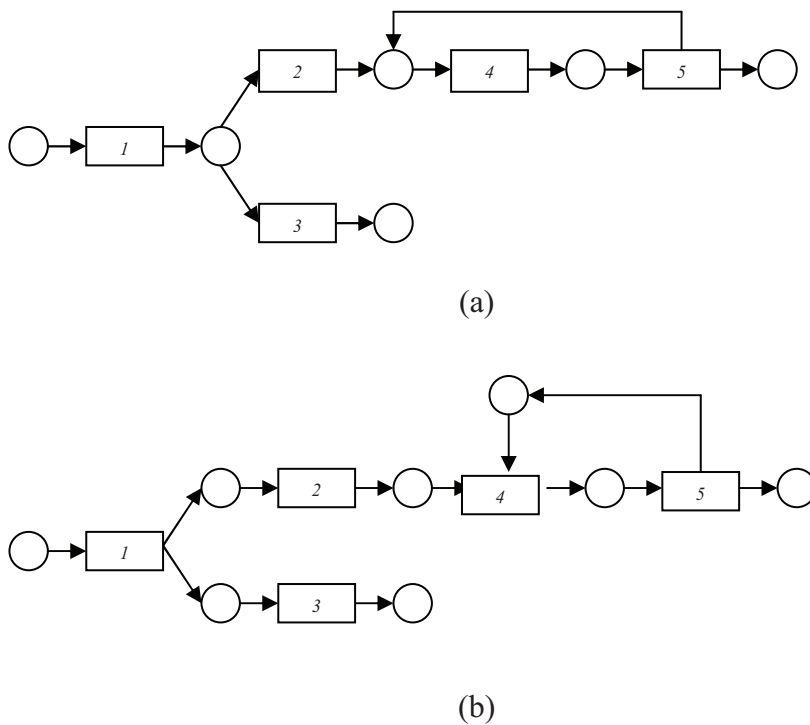


Figura 5: State-task network representation of chemical processes (Kondili, Pantelides e Sargent, 1993)

A representação STN é igualmente aplicável a redes de todos os tipos de processamento de tarefas: contínuo, semi-contínuo e em lotes. As regras a seguir na sua construção são:

1. Uma tarefa tem tantos estados de *input* (*output*), como os diferentes tipos de material de *input* (*output*).
2. Dois ou mais fluxos (*streams*) integrando o mesmo estado, são necessariamente da mesma qualidade. Se o processo envolve a mistura de diferentes fluxos, então essa operação deve formar uma tarefa separada.

Esta representação STN e a discretização uniforme do tempo, usadas por Kondili, Pantelides e Sargent (1993) na formulação do problema de sequenciamento a curto prazo como um programa linear inteiro misto, PLIM, facilitam a formulação. No entanto apresentam uma grande desvantagem porque geram um grande número de

variáveis binárias, fazendo aumentar muito a dimensão do PLIM e, conseqüentemente, o esforço computacional.

Na sequência deste trabalho e com o objectivo de reduzir este tempo computacional, Shah, Pantelides e Sargent (1993) apresentam uma variedade de técnicas que exploram as características do problema. Estas incluem a reformulação de algumas das restrições, a derivação de uma alternativa e muito mais compacta relaxação da programação linear do PLIM, e a redução da não integralidade das soluções das relaxações lineares através da sua análise *à posteriori*. A combinação destes três procedimentos resultou num melhoramento significativo do desempenho computacional, sem comprometer a optimalidade da solução obtida.

Burkard, Fortuna e Hurkens (2000), consideram que o modelo apresentado por Kondili, Pantelides e Sargent (1993), é um modelo clássico da discretização do tempo uniforme. Os autores apresentam um modelo de programação linear inteira mista para problemas de processamento em lotes que ocorrem na indústria química e fazem uma comparação com o referido modelo, mostrando que, em muitos casos, se consegue reduzir a dimensão do novo modelo bem como o tempo para obter a solução.

A formulação do modelo de Burkard, Fortuna e Hurkens (2000) é baseada nos tempos de início e de processamento dos lotes. Eles introduzem um modelo PLIM, baseado na estrutura interna do sistema com a vantagem de evitar uma grelha de tempo externa. Na sua descrição, um acontecimento é o início de uma tarefa. A formulação do modelo é baseada na ideia de lidar apenas com os tempos de início de processamento de cada lote, dizendo todos respeito, por si só, à parte do processo de decisão. Considerando que N é um limite superior do número dos tempos de início de processamento dos lotes, são introduzidas N variáveis representando o instante de início dos “possíveis” acontecimentos. O início dos processamentos de cada lote só podem ocorrer em um destes instantes, mas o inverso não é verdadeiro. O objectivo do problema destes autores é produzir pequenas sequências, nas quais os lotes são produzidos em paralelo tanto quanto possível. Nos testes que realizaram o objectivo que consideraram foi a minimização do *makespan*, uma vez que parece ser o objectivo mais razoável para aplicações reais.

A principal característica do modelo dos autores anteriores, é que a sua dimensão é independente de uma grelha de tempo externa. Esta propriedade torna o modelo preferível à formulação baseada na discretização uniforme do tempo (Kondili, Pantelides e Sargent, 1993) no caso em que o horizonte temporal é grande, quando comparado com o maior número racional que pode ser usado para representar um período de tempo, de tal forma que todos os tempos de processamento (dos lotes) possam ser expressos como um múltiplo inteiro desse número. Os autores introduziram também um número adicional de restrições, aparentemente redundantes, que afectaram de forma positiva os tempos computacionais.

Blömer e Günter (1998) também usaram o conceito de STN para representar o processo em lotes químicos, multi-produto. A formulação do modelo PLIM, baseada nesta representação, é dirigida ao sequenciamento e ordenação a curto prazo de operações tais como a afectação das unidades de produção e dos tanques de armazenagem aos produtos, a respectiva dimensão dos lotes, e a limpeza de equipamento entre utilizações. Uma vez que resoluções óptimas não podem ser obtidas para problemas indústrias

envolvendo vários milhares de variáveis binárias e restrições, os autores desenvolveram várias heurísticas baseadas na programação linear (*LP-based*).

A maior vantagem oferecida por estas heurísticas é a flexibilidade na formulação do modelo, uma vez que as técnicas de programação linear não estão confinadas a nenhuma estrutura especial de problemas ou da função objectivo. Para além disso, poderosos códigos de optimização *standard* e linguagens de modelação estão disponíveis para variados tipos de sistemas informáticos. A experiência computacional de Blömer e Günter (1998) indica que heurísticas baseadas na programação linear oferecem uma abordagem promissora para resolver problemas de grandes dimensões e de sequenciamento complexo.

Mockus e Reklaitis (1997) propuseram um modelo alternativo para o sequenciamento do processamento em lotes, baseado numa abordagem de discretização do tempo não uniforme (*nonuniform time discretization*). A ideia é criar um número de variáveis contínuas, representando os instantes de tempo de todos os acontecimentos, tais como a data de início e de fim de uma tarefa. O horizonte temporal é dividido num número de intervalos de duração desigual. Acontecimentos de qualquer tipo, tais como o início e o fim de processamento de lotes individuais de tarefas individuais, mudanças nos recursos do equipamento de processamento e outros recursos, etc., são apenas permitidos nos limites do intervalo. Os autores numeraram os intervalos de 1 a H, onde H é o número total de acontecimentos.

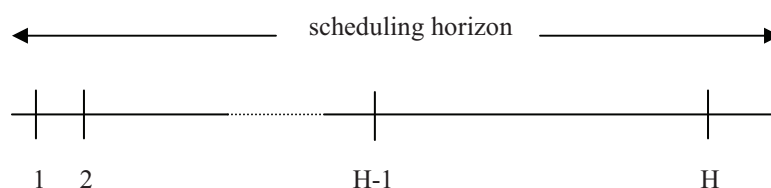


Figura 6: Time representation (Mockus e Reklaitis, 1997)

O tempo é usado directamente para modelar acontecimentos que surgem na sequência, e assim o uso de variáveis binárias ao longo dos períodos durante os quais não ocorrem mudanças no estado do sistema, são evitadas. O problema de sequenciamento é formulado como um PNLIM, podendo ser simplificado através de linearização exacta, para devolver um programa bilinear inteiro misto, no qual a única não linearidade surge na função objectivo, como produto de variáveis contínuas.

Através da resolução do correspondente modelo matemático até à optimalidade, eles obtêm os tempos de início de cada tarefa. Desta forma, nenhuma precisão é perdida (o tempo é uma variável contínua), nenhum arredondamento é necessário, e a integração directa de operações de sequenciação e controlo torna-se possível. Os autores chamam a este modelo, modelo de discretização não uniforme do tempo, NUDM, desde que as variáveis tempo sejam distribuídas desigualmente dentro do horizonte de sequenciamento.

A formulação NUDM que os autores referidos apresentam tem uma vantagem inerente que é a do número de variáveis binárias na formulação ser independente dos valores precisos dos tempos de processamento e de outros tempos que dependem dos dados do problema, não interferindo na escolha da dimensão da discretização do tempo.

A diferença essencial relativamente a outras formulações é a modelação das operações, tais como, a dimensão dos lotes variável (que resulta na não linearidade e não convexidade do modelo) com tempos de *set-up* dependentes da sequência. O problema de sequenciamento foi formulado por estes autores como um programa não linear inteiro misto, PNLIM, podendo o resultante modelo ser simplificado obtendo-se um modelo bilinear inteiro misto. Em relação à formulação proposta por Kondili, Pantelides e Sargent (1993) o tempo computacional é reduzido, se incrementos de tempo uniformes forem impostos.

Schilling e Pentelides (1997) estendem o alcance do trabalho acima mencionado ao enquadramento geral das redes tarefa-recurso (*resource-task networks* - RTN). Uma rede deste tipo, observa todo o processo como um grafo bipartido envolvendo dois tipos de nodos, chamados tarefas e recursos. Uma tarefa é uma operação abstracta que produz e consome recursos. Estas tarefas podem incluir, não só o usual processamento mas também a limpeza, o transporte ou qualquer outra operação. A interpretação de “recurso” é igualmente vasta, incluindo matérias primas, produtos intermédios e finais, pessoal e “máquinas”, e o processamento do armazenamento e transporte de equipamento.

Assume-se que cada tarefa interage directamente com os recursos no seu início e no seu fim, e continuamente durante toda a operação, consumindo e/ou produzindo recursos numa medida constante. Por exemplo, uma tarefa geral de processamento “consume” um item de equipamento no início da operação e produz um item quando chega ao fim. Por outro lado, as matéria primas e os produtos, podem ser consumidos ou produzidos tanto durante todo o processamento da tarefa (por exemplo *continuous tasks*) ou apenas no seu início e/ou no seu fim (por exemplo *batch tasks*).

Os autores apresentam no seu trabalho um exemplo de uma rede RTN, que consiste num processo de produção em lotes multi-uso, com dois produtos finais, produzidos a partir de três matérias-primas diferentes, através de diferentes tipos de reacção e separação. A correspondente rede pode ser observada na figura seguinte.

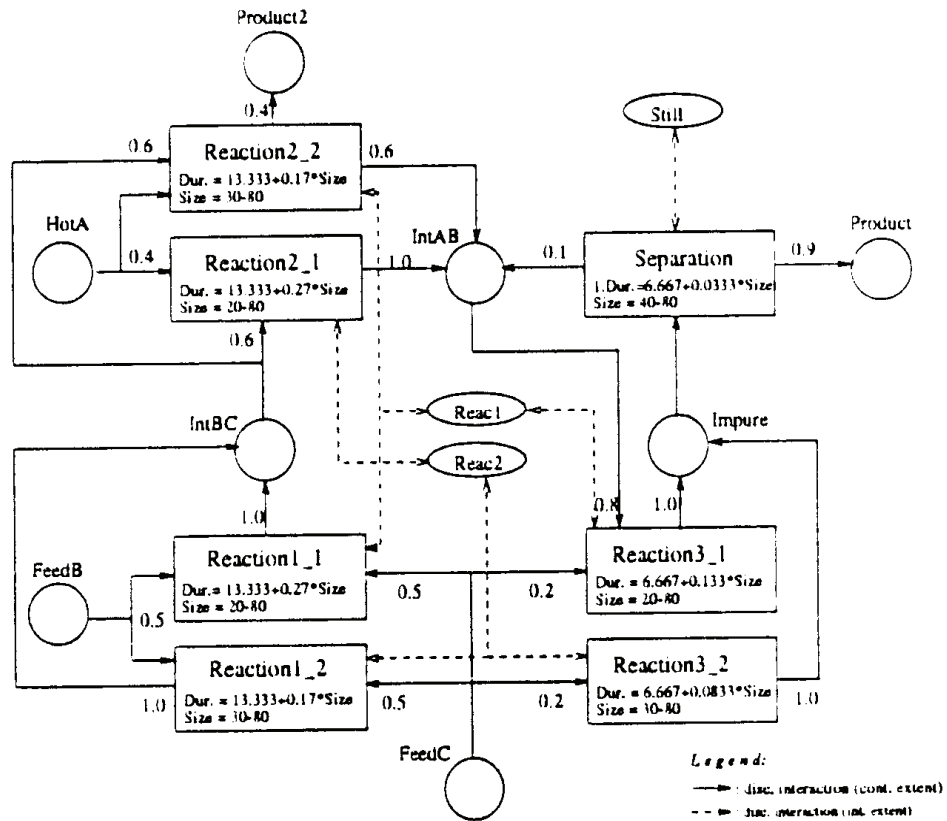


Figura 7: RTN for Example Process (Schilling e Pantelides, 1997)

Estes autores, propõem uma formulação geral para o problema da determinação de seqüências periódicas ótimas para plantas multi-uso, compreendendo o processamento em lotes, contínuo e semi-contínuo. Um aspecto interessante deste trabalho é um esquema inicial de *branch-and-bound* para os comprimentos dos *slots* contínuos (*continuous slot lengths*), que é usado para apertar a formulação reduzindo o *gap* de integralidade. Segue-se depois a usual ramificação relativa às variáveis binárias.

Pinto e Grossmann (1995) estudaram o problema de sequenciamento a curto prazo em plantas de processamento em lotes multi-período (*multistage batch plants*) para determinar as regras de produção ótimas, com vista a satisfazer a procura de um número significativo de produtos em datas determinadas e/ou ao fim de um dado horizonte de tempo. A sequenciação a curto prazo é relevante para plantas flexíveis, como é o caso das tintas ou componentes plásticos cuja produção é afectada pela necessidade de satisfação de encomendas particulares sem qualquer padrão regular. Eles desenvolveram um modelo PLIM com uma representação contínua do domínio temporal que assenta no uso de eixos de tempo paralelos para as unidades e para as tarefas. Uma vez que a exigência de tempo CPU aumenta substancialmente nos problemas multi-período a larga escala, os autores usaram heurísticas no pré-ordenamento de restrições, numa primeira fase. A seguir, desenvolveram um método de decomposição para resolver sistemas de larga escala, que determina inicialmente afectações admissíveis que minimizam o tempo no processo, e a seguir determina uma seqüência que minimiza o instante de conclusão e elimina *set-ups* desnecessários.

A característica principal do modelo matemático que Pinto e Grossmann (1995) desenvolveram é que a discretização do domínio de tempo não é necessária.

Os problemas de sequenciamento de plantas de lotes multi-produto têm sido alvos de considerável atenção na literatura. Rajagopalan e Karimi (1989) mostraram como a relação de recorrência para o tempo de conclusão pode ser facilmente estendida ao sequenciamento de plantas multi-produto. Com o objectivo de decidir a sequência de um produto, os autores usam o conceito de *time slot*, ao qual cada produto é afecto. Assim, os tempos de conclusão para uma dada sequência de um produto podem ser determinados pela relação de recorrência. Moon e al. (1996) abordaram o problema do sequenciamento em plantas multi-produto e processamento em lotes, com considerações sobre tempos de *set-up* e de transferências, no qual cada período envolve uma unidade de processamento. Estes autores desenvolveram modelos de programação inteira mista, com o objectivo de minimizar o maior instante de conclusão (*makespan*) sob directivas de espera nula numa campanha de produtos mistos (*mixed product campaign* - MPC), na qual diversos lotes de cada produto devem ser produzidos.

No sequenciamento em plantas multi-uso, com produção em lotes, pode ser muito difícil considerar a produção MPC devido ao grande número de variáveis e à complexidade da produção. No entanto, Moon e Hrymak (1999) propõem um trabalho com estes contornos. Desenvolvem um modelo de programação linear inteira mista com base em *slots* de tempo, o qual é usado para determinar a sequência de produção e o “percurso” de produção de cada lote.

Com vista a reduzir o espaço de procura, eles propõem um método heurístico que assenta no uso de restrições pré-ordenadas. A aplicação destas restrições ao modelo PLIM reduz o tempo computacional necessário em mais de 40%. O modelo proposto é alargado a plantas de lotes sequenciais multi-usos com unidades paralelas.

Mais recentemente, tem havido um interesse notório no desenvolvimento de modelos e métodos que combinam a Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e Técnicas de Programação Lógica (CLP, *Constraint Logic Programming*) para resolver problemas de optimização combinatória.

Modelos e métodos que usam de forma complementar estas duas técnicas, foram desenvolvidos por Jain e Grossmann (2000b) para resolver problemas que de outra forma seriam intratáveis se resolvidos usando qualquer um destes dois métodos de forma isolada.

A classe de problemas considerados por estes autores tem uma característica que é a de que apenas um subconjunto de variáveis tem coeficientes diferentes de zero na função objectivo se modeladas como um PLIM. Esta classe de problemas pode ser formulada como um modelo híbrido PLIM/CLP que envolve algumas das restrições do PLIM, um reduzido conjunto de restrições do CLP, e relações de equivalência entre as variáveis do PLIM e do CLP.

Os autores consideraram um problema de sequenciamento como exemplo de aplicação, modelado como um híbrido PLIM/CLP, tendo os resultados computacionais demonstrado que para grandes instâncias deste exemplo de aplicação, o tempo

computacional gasto é consideravelmente mais pequeno quando comparado com os métodos PLIM, CLP, ou uma combinação dos anteriores.

Orçun, Altinel e Hortaçsu (2001) apresentam um modelo de tempo contínuo para o sequenciamento e planeamento óptimo da produção, em plantas de processamento em lotes. As plantas consideradas são gerais, no sentido de que os produtos podem correr através de diferentes períodos de processamento e seguir diferentes rotas de manufactura. Os períodos de processamento são representados como operações. Podem ser vistos como módulos de operadores realizando algumas tarefas e partilhando possíveis características operacionais diferentes. O modelo de programação não linear inteira mista de tempo contínuo (MINLP) é capaz de tratar situações complicadas tais como a mistura de lotes, afectação de recursos e manutenção do equipamento. Através da utilização de técnicas de linearização conhecidas, o MINLP é reformulado como um programa linear inteiro misto e depois refinado, por utilização de uma versão modificada da técnica de linearização. O modelo é também implementado num caso de vida real: Produção de tintas. A computação do plano de produção óptimo e de sequenciação demora apenas alguns minutos para este caso real.

Em resumo, o planeamento de um processo de produção químico, é desde há muito objecto de estudo dado o seu interesse prático e teórico. De uma maneira geral, os processos de produção químicos são descontínuos, isto é, produzidos em lotes devido às características intrínsecas dos produtos, sendo a investigação neste tipo de produção alvo de estudo há mais de três décadas.

A maioria dos investigadores divide as plantas de processamento em lotes em duas categorias principais: multi-uso e multi-produto, sendo esta última encarada por alguns autores como uma subclasse da multi-uso. Várias abordagens ao desenho da rede foram feitas, na tentativa da representação mais fiel possível da operacionalidade da planta. Regras de armazenagem e políticas de funcionamento da rede são algumas das características mais tratadas pelos diversos investigadores. A primeira representação que surge é uma rede de receita, seguindo-se a rede de estados e tarefas (STN), e por fim as redes RTN.

Para a maioria dos autores o problema chave nas formulações dos modelos de sequenciamento surge na modelação do tempo. A primeira tentativa de modelação foi através da discretização uniforme do tempo, que é um método recorrente para representar acontecimentos discretos que necessitam da utilização de variáveis binárias. Posteriormente foram apresentadas outras formas de modelar o tempo, tendo sido recentemente apresentados modelos de tempo contínuo para o sequenciamento óptimo da produção em plantas de processamento em lotes.

A maioria dos modelos de sequenciamento resultantes são formulados em programação linear inteira mista, tendo sido desenvolvidas várias técnicas de aperfeiçoamento na busca da solução óptima, com resultados relativamente bons quando aplicados em casos reais.

4. MODELO PLIM DE PLANEAMENTO

4.1. Introdução

A empresa de tintas em questão produz várias centenas de tipos de tintas, vernizes e diluentes. Uma descrição detalhada do sistema de produção desta empresa foi feita no Capítulo 2. Cada produto final (acabado ou semi-acabado) é produzido segundo uma receita que corresponde a uma sequência de operações a serem processadas em diferentes máquinas. O resultado das operações que não constituem produtos finais é chamado produto intermédio.

Para ilustrar o processo de produção da empresa, podemos recorrer ao conceito visto no capítulo anterior de rede STN. A figura seguinte mostra o processamento em lotes multi-produto/multi-uso para uma sequência de três produtos intermédios que fazem algumas operações resultando em dois produtos finais.

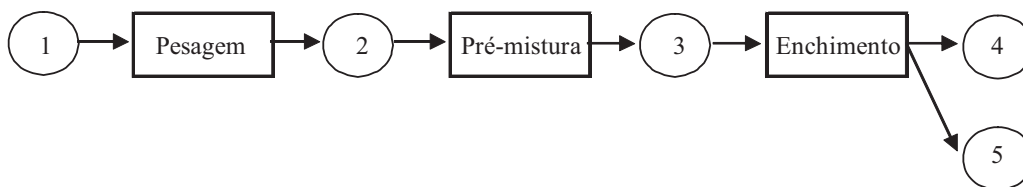


Figura 8: Rede STN para o processo de produção da empresa de tintas

O modelo aqui apresentado propõe que o planeamento da produção seja feito em duas fases: Planeamento e Sequenciamento.

Na fase de planeamento, pretende-se determinar o número de lotes e a sua dimensão para cada produto, tendo em vista satisfazer a procura diária, o que significa considerar um horizonte de planeamento restringido a um dia de trabalho. Nesta fase, deve ter-se em conta o tempo de disponibilidade de funcionamento das máquinas, não esquecendo que estas estão ocupadas quando estão a produzir algum produto, ou quando estão em limpeza entre a produção de dois lotes. O tempo de produção tem duas componentes, uma fixa que depende apenas do produto na máquina, e outra que depende da quantidade produzida. Os produtos podem ser agrupados em famílias de forma a estabelecer os tempos de limpeza que são dependentes da sequência das máquinas.

Para cada produto, existem também limites mínimos e máximos para a quantidade que pode ser produzida em cada máquina. O principal objectivo é a minimização da procura não satisfeita nesse dia (*backlogging*). A minimização das quantidades produzidas em excesso, e por isso enviadas para *stock*, pode ser encarada como um objectivo secundário. Isto porque foram atribuídos custos fictícios a estas duas parcelas, sendo o custo do *backlogging* mil vezes superior ao do *stock* que tem peso igual a um. A determinação das tarefas (lotes) e a afectação das mesmas às máquinas é também considerada nesta fase.

Na fase de sequenciamento, é dado um conjunto de tarefas para serem executadas num dia, de acordo com o planeamento obtido na fase anterior. Estas tarefas estão relacionadas através de relações de precedência provenientes das receitas de fabricação dos produtos. O objectivo é determinar uma sequência admissível que minimize o maior instante de conclusão de todas as tarefas (*makespan*).

Resumindo, o modelo de Programação Linear Inteira Mista que se propõe na fase de planeamento, tem como objectivo encontrar uma solução admissível para o planeamento da produção para 1 dia. Uma solução admissível para este problema consiste em formar lotes de produção consoante as capacidades das máquinas disponíveis, resultando também numa afectação de cada lote/produto a uma máquina.

4.2. Índices e Conjuntos

- P é o conjunto de todos os produtos, indexado por i e j

$EP = \{\text{produtos finais}\}$

$IP = \{\text{produtos intermédios}\}$

$SUCC_i$ é o conjunto dos produtos que usam o produto intermédio i , na sua fabricação
(se $SUCC_i = \{ \} \Rightarrow i \in EP$)

- $M = \{1, \dots, NK\}$ é o conjunto de máquinas, indexado por k e l .

$MACH_i$ é o conjunto de máquinas que podem ser usadas para produzir o produto i , e por outro lado, $ITEMS_k$ é o conjunto de produtos que a máquina k pode produzir.

$(k \in MACH_i \Leftrightarrow i \in ITEMS_k)$

- NB_i é o número máximo de lotes possíveis do produto i .
 $BAT_i = \{1, \dots, NB_i\}$ é o conjunto de lotes possíveis do produto i .
Os índices b e c são usados para indicar os lotes.

4.3. Dados

- DEM^i é a quantidade conhecida a produzir do produto final i , em unidades de produção (litros)
- $s0^i$ é a quantidade total existente em *stock* do produto i (litros)
- $SMAX$ é a capacidade máxima existente em *stock* (litros)

- IR_{ij} é o número de unidades do produto intermédio i , necessárias para produzir uma unidade do produto j , para cada $j \in SUCC_i$
- MST_{ki} é o tempo fixo necessário para produzir um lote do produto i , na máquina k (minutos)
- CR_{ki} é o tempo necessário para produzir uma unidade do produto i , na máquina k (minutos)
- $MCCL_{ki}$ é o tempo de limpeza da máquina k , depois de produzir uma unidade do produto i
- BC^i é o custo de cada unidade de *backlogging* do produto i
- IC^i é o custo de cada unidade de *stock* do produto i

Assumiu-se que o tempo de limpeza de uma máquina, depois de produzir i , não depende do produto que vem a seguir a i , por uma questão de simplificação. Na realidade, os tempos de limpeza das máquinas dependem da sequência de produtos, sendo os modelos correspondentes muito grandes, nomeadamente no que se refere a um número exponencial de restrições (Ver ANEXO II, *Changeovers*)

Neste trabalho, os valores dos tempos de limpeza foram calculados através dos tempos de *changeover*, como se explica de seguida.

Os produtos podem ser agrupados em 6 famílias de limpeza consoante as suas características. Quando se muda de uma família de produtos para outra igual, o tempo de limpeza das máquinas é menor do que quando se muda para uma família diferente. Estamos, por exemplo, a falar de dois casos extremos que são produtos de cor branca e preta, respectivamente, das famílias 1 e 5. A grosso modo, fazer a limpeza de uma máquina que esteve a trabalhar com um produto de cor preta para depois produzir um produto de cor branca demora três vezes mais do que o inverso (ver tabela dos tempos de *changeover* no ANEXO I).

Considere-se F o conjunto das famílias dos produtos, indexado por $f \in g$, e seja $PFAM_f$ o conjunto de produtos da família f .

Seja MCL_{kfg} o tempo requerido para limpar a máquina k , quando se passa da produção de um produto da família f para a família g , isto é os tempos de *changeover*.

Tomou-se $MCCL_{ki} = \min \{ MCL_{kfg} : i \in PFAM_f, g \neq f \}$ para $i \in ITEMS_k$. Isto significa que para a máquina k , o tempo de limpeza depois de produzir o produto i , pertencente à família de produtos f , vai ser igual ao valor mínimo dos tempos de *changeover*, entre todas as outras famílias de produtos diferentes de f . Isto porque, se fosse tomado para estimativa o valor mínimo dos tempos de limpeza de uma máquina, entre todas as famílias, este valor poderia ser muitas vezes igual a zero. Desta forma o

valor encontrado é o segundo valor mínimo dos tempos de limpeza de uma máquina entre todas as famílias.

Consideremos o seguinte extracto da Tabela 1, com os tempos de *changeover*, em minutos, das máquinas 1, 2, 3, 4 e 5 para as famílias 5 e 6.

		Máquinas				
Família	Família	1	2	3	4	5
5	1	90,0000	90,0000	90,0000	45,0000	45,0000
5	2	45,0000	45,0000	45,0000	22,5000	22,5000
5	3	38,0000	38,0000	38,0000	19,0000	19,0000
5	4	26,0000	26,0000	26,0000	13,0000	13,0000
5	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	6	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	1	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	2	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	3	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	4	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	5	30,0000	30,0000	30,0000	20,0000	20,0000
6	6	15,0000	15,0000	15,0000	10,0000	10,0000

Tabela 1: Valores de *changeover*, MCL_{kfg} (ANEXO I)

Por exemplo, se pretendermos o valor do tempo de limpeza da máquina 3, depois de produzir um produto da família 5, isto é, $MCCL_{35}$, vamos ter o $\min\{MCL_{351}, MCL_{352}, MCL_{353}, MCL_{354}, MCL_{356}\} = \min\{90; 45; 38; 26; 30\} = 26 \text{ min}$.

Toma-se então para estimativa do tempo de limpeza da máquina 3, quando acaba de trabalhar um produto da família 5, o valor 26, independentemente do produto que a máquina 3 vai produzir a seguir.

- LB_k^i é a quantidade mínima necessária, em unidades de produção, da máquina k para um lote do produto i (u. p.)
- UB_k^i é a quantidade máxima necessária, em unidades de produção, da máquina k para um lote do produto i (u. p.)
- $MCAP_k$ é o tempo que a máquina k está disponível diariamente

4.4. Variáveis

- $xa^i(b)$ é a quantidade produzida de i , no lote b (u. p.)
- $x_k^i(b)$ é a quantidade do produto i do lote b , produzida na máquina k
- $ya^i(b) = \begin{cases} 1 & \text{se o lote } b \text{ de } i, \text{ vai ser produzido} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$
- $y_k^i(b) = \begin{cases} 1 & \text{se a máquina } k \text{ é usada na produção do lote } b \text{ do produto } i \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$
- $f^{ij}(b,c)$ é a quantidade produzida no lote b do produto i , usada no lote c , do produto j (u. p. do produto i)
- $s^{ij}(c)$ é a quantidade em *stock* do produto i , que vai ser usada na produção do lote c , do produto j (u. p. do produto i)
- $sf^i(b)$ é a quantidade do produto intermédio i , produzida no lote b , que fica em *stock* ou vai satisfazer procura
- fs^i é a quantidade do *stock* inicial de i , usada para satisfazer a procura ou que fica em *stock* de i
- se^i é a quantidade em *stock* do produto i , no fim do dia
- r^i é a quantidade do produto final i , não satisfeita no final do dia (*backlogging*)

4.5. Formulação

A formulação proposta pretende minimizar a procura não satisfeita (*backlogging*) dos produtos finais e a quantidade que fica em *stock*, no final do período, para todos os produtos.

Modelo PLIMP

$$\min \sum_{i \in EP} BC^i \times r^i + \sum_{i \in P} IC^i \times se^i$$

- (1) $s0^i + r^i + \sum_{b \in BAT_i} xa^i(b) = DEM^i + se^i, \forall i \in EP$
- (2) $fs^i + \sum_{b \in BAT_i} sf^i(b) = DEM^i + se^i, \forall i \in IP$
- (3) $s0^i = \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} s^{ij}(c) + fs^i, \forall i \in IP$
- (4) $xa^i(b) = sf^i(b) + \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} f^{ij}(b,c), \forall i \in IP, \forall b \in BAT_i$
- (5) $s^{ij}(c) + \sum_{b \in BAT_i} f^{ij}(b,c) = IR_{ij} \times xa^j(c) \quad \forall i \in IP, j \in SUCC_i, \forall c \in BAT_j$
- (6) $\sum_{i \in P} se^i \leq SMAX$
- (7) $LB_k^i \times y_k^i(b) \leq x_k^i(b) \leq UB_k^i \times y_k^i(b), \forall i \in P, \forall b \in BAT_i \text{ e } \forall k \in MACH_i$
- (8) $\sum_{i \in ITEMS_k} \sum_{b \in BAT_i} [(MST_{ki} + MCCL_{ki}) \times y_k^i(b) + CR_{ki} \times x_k^i(b)] \leq MCAP_k, \forall k \in M$
- (9) $xa^i(b) = \sum_{k \in MACH_i} x_k^i(b), \forall i \in P, \forall b \in BAT_i$
- (10) $ya^i(b) = \sum_{k \in MACH_i} y_k^i(b), \forall i \in P, \forall b \in BAT_i$
- (11) $y_k^i(b), ya^i(b) \in \{0,1\}, \forall i \in P, \forall k \in MACH_i, \forall b \in BAT_i$
- (12) $xa^i(b), s^{ij}(c), x_k^i(b), f^{ij}(b,c), r^i, se^i, fs^i \geq 0,$
 $\forall i, j \in P : j \in SUCC_i, \forall b \in BAT_i, \forall c \in BAT_j$
- (13) $sf^i(b) \geq 0, \forall i \in IP, b \in BAT_i$

As restrições (1) são restrições de conservação de fluxo para produtos finais, enquanto que as restrições de (2) a (5) representam a mesma conservação de fluxo mas para produtos intermédios.

As restrições (3) fazem a decomposição do *stock* inicial existente para os produtos intermédios. É preciso garantir que as quantidades de determinado produto a usar, vindas de *stock*, não são superiores às que realmente existem em armazém.

A quantidade produzida de um certo produto intermédio, dividida pelos vários lotes que possam existir desse produto, vai ser usada na produção de um ou mais produtos, que podem ser finais ou intermédios, podendo também, as respectivas quantidades estar divididas em lotes. Torna-se por isso imprescindível conhecer qual é a afectação que vai ser feita do produto, ou seja, saber que uma dada quantidade produzida num lote vai ser usada para produzir outro lote de certo produto.

Por um lado, as restrições (4) garantem que para qualquer produto intermédio, a quantidade produzida em qualquer um dos seus lotes é pelo menos igual à soma das necessidades dos produtos que são produzidos a seguir a ele e, por outro lado, as restrições (5) garantem que a soma das quantidades produzidas nos diversos lotes de um certo produto intermédio j , assim como a quantidade existente em *stock* do produto i que vai ser usado na produção de j , é igual à quantidade produzida desse mesmo produto provenientes do seu antecessor.

Resumindo, a conjugação das restrições de (2) a (5) e para qualquer produto intermédio, diz-nos que o que existe em *stock* inicial acrescido do que é produzido nos vários lotes, tem de ser igual ao que é “pedido” pelos seus sucessores, podendo ainda ir alguma quantidade para *stock* no final do dia. O que vamos ter basicamente é conservação de fluxo (ver Figura 9).

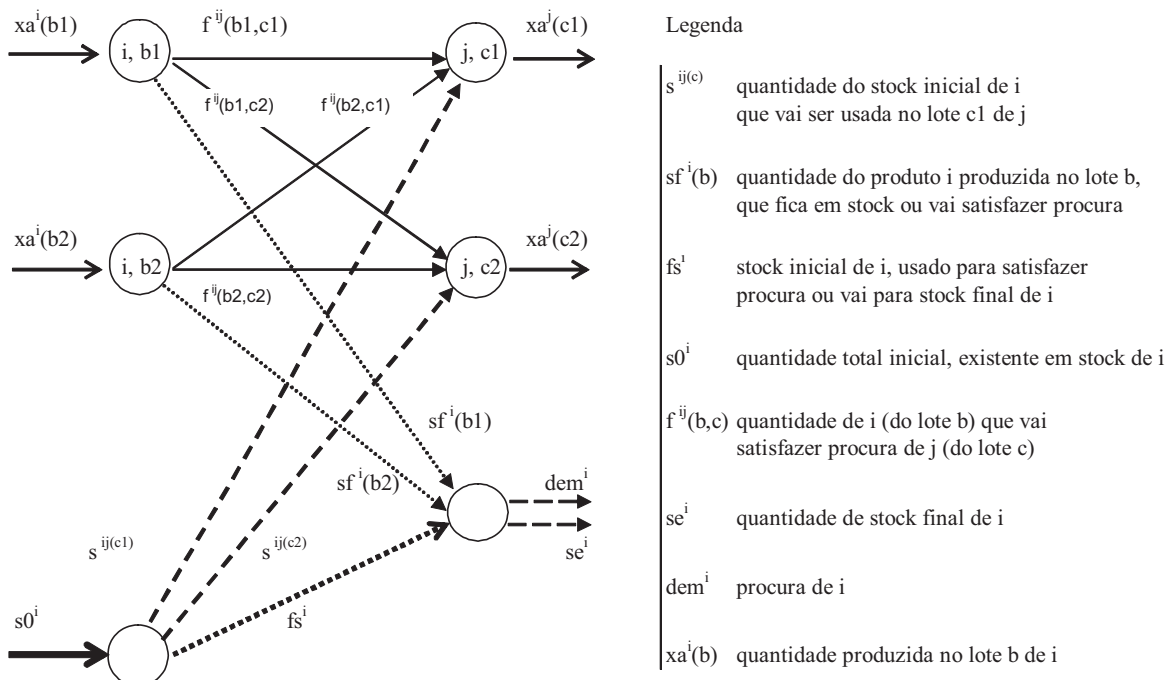


Figura 9: Exemplificação das restrições de fluxo

Através da figura anterior, podemos observar que para qualquer produto intermédio i , em que $j \in SUCC_i$, se verifica o seguinte:

$$\sum_{b \in BAT_i} xa^i(b) + s0^i = \sum_{c \in BAT_j} xa^j(c) + DEM^i + se^i$$

Efectuando a “soma” das restrições de (2) a (5) para $i \in IP$, pode-se provar a relação anterior. Relembrando estas restrições tem-se:

$$(2) \quad fs^i + \sum_{b \in BAT_i} sf^i(b) = DEM^i + se^i, \forall i \in IP$$

$$(3) \quad s0^i = \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} s^{ij}(c) + fs^i, \forall i \in IP$$

$$(4) \quad xa^i(b) = sf^i(b) + \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} f^{ij}(b,c), \forall i \in IP, \forall b \in BAT_i$$

$$(5) \quad s^{ij}(c) + \sum_{b \in BAT_i} f^{ij}(b,c) = IR_{ij} \times xa^j(c) \quad \forall i \in IP, j \in SUCC_i, \forall c \in BAT_j$$

Note-se que para se poderem somar, as restrições devem ser todas em relação a $i \in IP$, pelo que as restrições (4) e (5) devem ser primeiramente “adicionadas” nos lotes, isto é, para o conjunto de restrições (4) tem-se que

$$xa^i(b) = sf^i(b) + \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} f^{ij}(b,c), \forall i \in IP, \forall b \in BAT_i$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{b \in BAT_i} xa^i(b) = \sum_{b \in BAT_i} sf^i(b) + \sum_{b \in BAT_i} \sum_{j \in SUCC_i} \sum_{c \in BAT_j} f^{ij}(b,c), \forall i \in IP$$

Para o conjunto de restrições (5), o procedimento é semelhante e resulta que

$$s^{ij}(c) + \sum_{b \in BAT_i} f^{ij}(b,c) = IR_{ij} \times xa^j(c) \quad \forall i \in IP, j \in SUCC_i, \forall c \in BAT_j$$

\Leftrightarrow

$$\sum_{c \in BAT_j} \sum_{j \in SUCC_i} s^{ij}(c) + \sum_{b \in BAT_i} \sum_{c \in BAT_j} \sum_{j \in SUCC_i} f^{ij}(b,c) = \sum_{c \in BAT_j} \sum_{j \in SUCC_i} IR_{ij} \times xa^j(c) \quad \forall i \in IP$$

Os primeiros membros e os segundos dos quatro conjuntos de restrições (de (2) a (5)) podem agora ser adicionados, facilmente se concluindo a relação que se tinha deduzido anteriormente através da Figura 6,

$$\sum_{b \in BAT_i} xa^i(b) + s0^i = \sum_{c \in BAT_j} xa^j(c) + DEM^i + se^i, \quad \forall i \in IP.$$

As restrições (6) garantem que, na produção de um determinado lote, a capacidade das máquinas (em litros) não pode ultrapassar os limites máximo e mínimo da capacidade da máquina onde vai ser produzido, relacionando, em simultâneo, variáveis inteiras e contínuas.

As restrições (7) garantem que as máquinas não trabalham mais do que o tempo disponível, $MCAP_k$.

As restrições (8) definem a relação entre as variáveis $xa^i(b)$ e $x_k^i(b)$.

As restrições (9) servem para definir as variáveis $ya^i(b)$. Precisamos de saber qual é a máquina que é usada para produzir o lote b do produto i , para que o produto seja afecto a uma única máquina.

Assim, se por um lado temos $xa^i(b)$, a quantidade produzida no lote b de i , e temos $y_k^i(b)$ a indicar se a máquina k produz ou não o lote b de i , sempre que $xa^i(b) \times y_k^i(b) > 0$, significa que a máquina k produz o lote b de i .

$$\text{Verifica-se então que } xa^i(b) = \sum_{k \in MACH_i} xa^i(b) \times y_k^i(b) \quad , \forall i \in P, \forall b \in BAT_i$$

Por outro lado, se

$$ya^i(b)=1 \Rightarrow \exists! k \in MACH_i : y_k^i(b)=1 \quad \text{e se } ya^i(b)=0 \Rightarrow y_k^i(b)=0, \quad \forall k \in MACH_i,$$

consegue-se garantir que o lote b do produto i , é apenas produzido por uma máquina se utilizarmos as restrições (10).

O conjunto das restrições de (11) a (13) definem o domínio de variação das variáveis. As variáveis $ya^i(b)$ e $y_k^i(b)$ são binárias, e todas as outras inteiras não negativas.

Foram ainda introduzidas algumas restrições no modelo, que não sendo necessárias para o objectivo, tinham como meta reduzir o esforço computacional do modelo, o qual se revelou bastante grande quando os testes computacionais começaram. (ver 6.1. Teste das restrições que eliminam soluções simétricas)

As restrições acrescentadas ao PLIMP foram as seguintes:

Restrições ESS

$$(14) \quad ya^i(b) \geq ya^i(b+1), \forall i \in P, \forall b = 1, \dots, NB_i - 1$$

$$(15) \quad \sum_{l \leq k} y_l^i(b) \geq \sum_{l \leq k} y_l^i(b+1), \forall k \in MACH_i, \forall i \in P, b = 1, \dots, NB_i - 1$$

$$(16) \quad x_k^i(b+1) \leq x_k^i(b) + UB_k^i \times (1 - y_k^i(b)), \quad k \in MACH_i, i \in P, b = 1, \dots, NB_i - 1$$

Quanto às restrições (14), foram incluídas no modelo com o objectivo de impor ordem na produção dos lotes do mesmo produto, ou seja, pretende-se garantir que não é produzido o 2º lote se o 1º não tiver sido produzido e assim sucessivamente.

A fim de eliminar soluções simétricas, introduziram-se as restrições (15) e (16). São restrições “redundantes”, no sentido em que não afectam o objectivo do problema, e que têm como objectivo reduzir o esforço computacional, uma vez que eliminam parte do “espaço” de pesquisa das soluções (ver por exemplo Blömer e Günther, 1998; Burkard, Fortuna e Hurkens, 2000; Jain e Grossmann, 2000^a ou b; Moon e Hrymak, 1999).

Por exemplo, se existe uma solução em que são produzidos dois lotes do produto i , o primeiro na máquina k , e a segunda na máquina l , então existe uma solução alternativa que é o “contrário”, isto é, o segundo lote na máquina k e o primeiro na máquina l . Interessa apenas considerar uma dessas soluções e para isso convencionou-se que se são produzidos dois lotes (ou mais) do mesmo produto em máquinas diferentes, o primeiro lote é feito na máquina (que o pode produzir) de menor índice.

Considerando que b e c são dois lotes do mesmo produto, a ser produzidos em máquinas diferentes, então impõe-se uma ordem que é a seguinte,

$$\text{se } b < c \Rightarrow \text{máq}(b) \leq \text{máq}(c).$$

Um outro tipo de soluções que se pretende eliminar é o caso em que dois lotes, b e c , de quantidades diferentes do mesmo produto i , são produzidas na mesma máquina k , por exemplo,

$$y_i^k(b) = 1 \quad e \quad y_i^k(c) = 1$$

Em relação às quantidades a produzir, pode acontecer que

$$\begin{aligned}x_i^k(b) = 200 \quad e \quad x_i^k(c) = 400 \\ \text{ou} \\ x_i^k(b) = 400 \quad e \quad x_i^k(c) = 200\end{aligned}$$

Pretendendo-se evitar este tipo de situações, convencionou-se que ao primeiro lote é sempre afectada a maior quantidade possível, ficando a restante para o outro lote, ou seja

$$\text{se } y_i^k(b) = 1 \quad e \quad y_i^k(c) = 1 \quad \text{então}$$

$$x_i^k(b) \geq x_i^k(c), \quad b < c$$

As restrições (16) servem para tratar este tipo de situações.

O resultado deste modelo pode dar-nos a seguinte informação:

- O conjunto de lotes que têm de ser produzidos através das variáveis $y_k^i(b)$
- A quantidade a produzir em cada lote através das variáveis $xa^i(b)$
- Relações de precedência entre os produtos e respectivas operações, através das variáveis $f^{ij}(b, c)$
- Uma possível afectação de cada operação a uma máquina através das variáveis $y_k^i(b)$
- Uma estimativa dos tempos de ocupação das máquinas.

Esta informação obtida através do PLIMP, depois de tratada vai servir de *input* ao PLIMS. Com estes resultados, conhecemos os lotes dos produtos a produzir e a respectiva máquina onde serão produzidos. Podemos então constituir as tarefas a sequenciar no modelo de sequenciamento, atribuindo um número que identifique o número da tarefa a um conjunto de dados constituído pelo produto, lote, quantidade, tempo de produção e a máquina ao qual foi afecto o lote do referido produto. Conseguimos ainda com a informação descrita acima, identificar as precedências entre as tarefas, uma vez que conhecemos exactamente que quantidade deve ser enviada de um dado lote de certo produto, para outro lote de determinado produto, através de $f^{ij}(b, c)$.

Observe-se que a numeração dos produtos no PLIMP não coincide, de uma maneira geral, com a numeração das tarefas do PLIMS, uma vez que basta a produção de um produto do PLIMP ser dividida em dois lotes para que o número de tarefas correspondentes ao mesmo produto seja igual a dois.

Como exemplo, pode ver-se 6.2., relativo à instância de Inverno. Devido à sua dimensão reduzida, a numeração dos produtos coincide com a numeração das tarefas, uma vez que não houve necessidade de criar mais do que um lote de cada produto e todos os produtos puderam ser produzidos nesse dia.

5. MODELO PLIM DE SEQUENCIAMENTO

5.1. Introdução

O modelo aqui apresentado é baseado no modelo proposto na secção 7 de *MIP modelling of changeovers in production planning and scheduling problems*, de Laurence A. Wolsey, 1996. Trata-se de um modelo que se adapta muito bem ao tipo de problemas de programação inteira mista em estudo, embora apresente um inconveniente: a geração de um grande número de variáveis. Este facto deve-se à discretização do tempo, uma técnica utilizada para tratar o tempo de forma discreta, que consiste em deixar de parte a sua natureza contínua e considerar que as tarefas só podem começar, durar e acabar nos intervalos de tempo inteiros e definidos *à priori*.

Utilizam-se variáveis indexadas pelo tempo, sendo esta uma alternativa bem conhecida para o modelar. As variáveis com dois índices, um para o período de tempo e outro para a tarefa, são binárias tomando o valor 1 se a respectiva tarefa tem início nesse período de tempo. Por exemplo, num horizonte temporal de 96 períodos (períodos de 5 minutos em 8 horas), e para o caso de termos 10 tarefas, tem-se 960 variáveis binárias. É fácil de ver que quantos mais períodos de tempo tiver o horizonte temporal e mais tarefas, maior é o número de variáveis binárias. Estas formulações são muitas vezes inevitáveis quando as necessidades de operadores ou recursos variam durante o processamento de uma tarefa. Infelizmente, estes modelos crescem pelo menos linearmente com a dimensão do horizonte temporal, e por causa da degenerescência, os programas lineares resultantes são frequentemente difíceis de resolver.

Adaptando este modelo de sequenciamento ao nosso problema, o que pretendemos é que este tente encontrar uma solução admissível e compatível com o plano de produção para o período de 1 dia considerado no modelo PLIM de planeamento definido no capítulo anterior.

5.2. Escolha do intervalo de tempo

Modelar em domínios de tempo contínuo requer a divisão do período de sequenciamento em sub-intervalos, o que constitui uma tarefa difícil para esquemas complexos de produção devido à necessidade dos sub-intervalos escolhidos terem de ser razoáveis e válidos para cada operação (Orçun, Altinel, e Hortaçsu, 2001).

No presente problema, o horizonte temporal de 1 dia está dividido em pequenos períodos de tempo com dimensão igual, que podem ir desde 5 a 15 minutos cada. Esta divisão deve-se ao facto de não ser muito razoável considerar os períodos de tempo iguais a 1 minuto, visto que teríamos pelo menos 4800 períodos de tempo.

Na literatura sobre a discretização uniforme do tempo, a dimensão dos intervalos é determinada como sendo o mínimo múltiplo comum dos tempos de processamento envolvidos no problema. Por outro modo, os tempos de processamento das tarefas,

podem ser representados como um múltiplo inteiro do usual ‘micro-período’ (Blömer e Günther, 1998).

No nosso caso, vamos começar por fazer uma abordagem com períodos de tempo iguais a 5 minutos, porque foi a escolha que pareceu mais razoável, já que na grande maioria todos os tempos de produção são divisíveis por 5. No entanto no desenrolar dos testes das instâncias reais, o grande número de elementos gerados, tornou impossível o uso de tais períodos, tendo-se posteriormente feito também uma análise para períodos de 10 e de 15 minutos, que obviamente geram um horizonte temporal com menor número total de períodos, conduzindo a dimensões menores do problema e, nalguns casos, possíveis de tratar.

O facto de se ter começado com períodos de tempo iguais a 5 minutos deve-se à observação de que a duração mínima de cada tarefa é precisamente 5 minutos. Se se considerassem por exemplo períodos de tempo de 10 minutos, fariam diminuir o número total de períodos para metade, mas em contrapartida para as tarefas cuja duração é de 5 minutos, surgiu uma dúvida. Quantos períodos de 10 minutos se devem considerar para tarefas que demoram apenas 5 minutos? Um ou nenhum?

Para evitar este problema dividiu-se as 8 horas (que são o tempo normal de funcionamento das máquinas) em períodos de 5 minutos, resultando assim um horizonte temporal com 96 períodos.

Esta escolha foi também sugerida por uma outra análise. Nas três instâncias tratadas, a maioria dos tempos de processamento das tarefas é divisível por 5, resultando por isso números de períodos de tempo inteiros. Nos casos em que este resultado não é inteiro, optou-se por considerar o arredondamento dos períodos sempre por excesso. Por exemplo, se uma tarefa demorar 77,4 minutos a executar, o resultado é de 15,48 períodos. Fazendo o arredondamento por excesso ficamos com 16 períodos. Este será o valor inteiro mais lógico a utilizar, (em vez de 15 períodos), uma vez que a tarefa tem de ser totalmente realizada. Este tipo de arredondamento foi aplicado para todos os casos.

5.3. Input

Defina-se “operação” ou “tarefa” (*task*) como sendo um produto afecto a uma máquina e a respectiva quantidade.

Através do modelo de planeamento pode-se conseguir a seguinte informação:

- O conjunto de operações a ser efectuadas, através das variáveis $y_k^i(b)$ e $x_k^i(b)$
- Uma afectação de cada operação a cada máquina, através das variáveis $y_k^i(b)$
- Um conjunto de restrições de precedência entre as operações. O lote b do produto i na máquina k , precede o lote c do produto j , na máquina l , se $f^{ij}(b,c) > 0$

- As datas de disponibilidade e prazos de conclusão para cada operação. Estas datas podem ser dadas pelo utilizador ou podem ser obtidas usando as restrições de precedência. Um grafo com um conjunto de nodos correspondendo às operações, e um conjunto de arcos correspondendo as restrições de precedência com peso igual à duração T_{pq} definida a seguir, pode facilmente ser construído (p, q são tarefas). O caminho crítico neste grafo dá a informação acerca das datas de disponibilidade e de prazo de conclusão de cada tarefa. (Ver ANEXO III)

5.4. Índices e Conjuntos

Para este modelo será usada a seguinte notação:

- NT é o número de tarefas, indexadas por p e q
- $SUCCT_p$ é o conjunto de tarefas executadas imediatamente a seguir à tarefa p , ou seja, são as operações que podem começar, apenas depois da tarefa p estar completa
- NK é o número de máquinas, indexadas por k e l
- $KTASK_p$ é a máquina afecta à tarefa p
- $TASKS_k$ é o conjunto de tarefas a ser produzidas na máquina k
- NT é o número de períodos de tempo, que é indexado por t e s

5.5. Dados

- DUR_p é o número de períodos de tempo necessários para produzir a tarefa p . O tempo, em minutos, é determinado no modelo de planeamento e depois é aproximado ao número de períodos de tempo correspondente, sejam eles de 5, 10 ou 15 minutos.

Este tempo pode ser separado em duas parcelas distintas, sendo uma referente ao tempo propriamente dito de execução da tarefa, e a outra referente ao tempo de limpeza da máquina onde foi processada a referida tarefa. Este é necessário para que a máquina esteja pronta para iniciar novo processamento. Estes valores de limpeza foram estimados com base nos tempos de *changeover* como foi descrito em 4.3..

O tempo de execução da tarefa propriamente dito está relacionado com o tempo fixo necessário para produzir um lote de determinado produto i na máquina k , MST_{ki} , e com um tempo variável, CR_{ki} , dependente da quantidade a produzir.

A expressão seguinte, serviu para calcular DUR_p , sendo p a tarefa referente ao lote b do produto i , produzido na máquina k .

$$(MST_{ki} + CR_{ki} \times x_k^i(b)) + MCCL_{ki}$$

Esta expressão foi também utilizada no modelo de planeamento para determinar o tempo de ocupação das máquinas. Para cada máquina, é calculado o seu tempo total de ocupação de forma a não exceder a disponibilidade de funcionamento diário de cada uma. Isto constitui a restrição (8) do PLIMP que se apresenta de novo.

$$\sum_{i \in ITEMS_k} \sum_{b \in BAT_i} [(MST_{ki} + MCCL_{ki}) \times y_k^i(b) + CR_{ki} \times x_k^i(b)] \leq MCAP_k, \forall k \in M$$

- T_{pq} é o número mínimo de períodos entre o início da tarefa p e o início da tarefa q . Este número é definido caso p e q partilhem a mesma máquina, ou no caso de $q \in SUCCT_p$, isto é no caso de q ser sucessora de p .

À parte dos instantes de disponibilidade de cada tarefa, vamos considerar as seguintes situações ilustrativas do parâmetro anterior.

Se p e q partilham a mesma máquina k , e não têm qualquer relação de precedência em termos de produção, podem acontecer dois casos diferentes, como indica a figura seguinte.

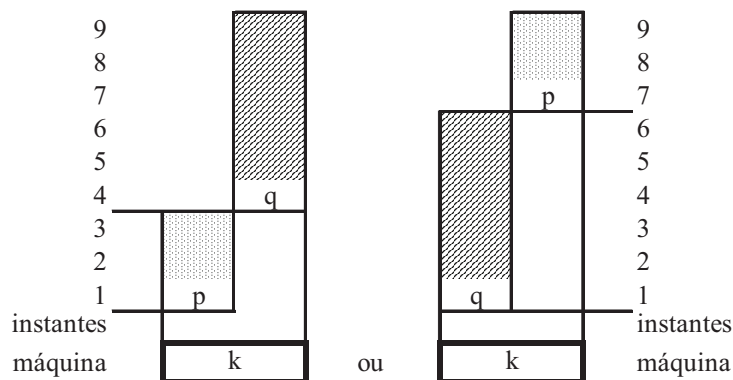


Figura 10: Diagramas de Gantt para duas tarefas afectas à mesma máquina

Embora sendo tarefas que não têm qualquer relação de precedência em termos de caminho de produção, não podem ser processadas ao mesmo tempo porque estão afectas à mesma máquina que só pode produzir uma tarefa de cada vez.

Neste caso, $T_{pq} = Dur_p$ e $T_{qp} = Dur_q$. Observe-se que o tempo de limpeza da máquina k , quando se passa da tarefa p , para a q e vice-versa, já está incluído em DUR_p e DUR_q respectivamente.

Outro caso que tem de se definir, é quando a tarefa q é sucessora de p , ou seja, quando a tarefa q só pode começar depois da p acabar, e são ambas processadas em máquinas diferentes.

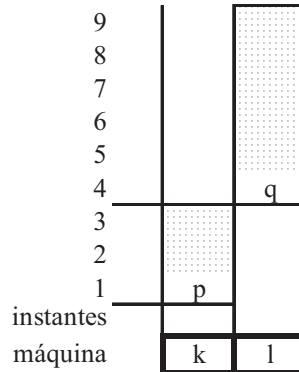


Figura 11: Diagrama de Gantt para tarefas $q \in SUCCT_p$ afectas a máquinas diferentes

Mesmo sendo máquinas diferentes, a mesma relação tem de se manter, e tem-se também neste caso que $T_{pq} = Dur_p$.

Por último pode ocorrer a situação extrema de duas tarefas processadas na mesma máquina e que sejam sucessora uma da outra.

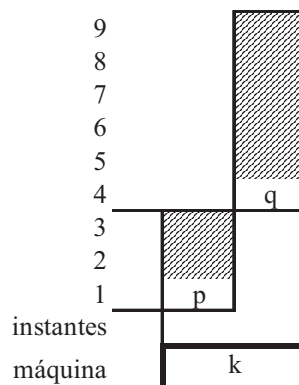


Figura 12: Diagrama de Gantt para tarefas $q \in SUCCT_p$ afectas à máquina k

Como se pode observar, a tarefa q , mais uma vez, só pode começar depois da sua precedente terminar, pelo que o número mínimo de períodos que decorrem entre o início de p e o início de q , tem de ser igual à duração de p . (Não esquecer que se entende por duração de uma tarefa o tempo de produção da mesma acrescido do tempo de limpeza da máquina onde foi produzida).

- $RDATE_p$ é o instante a partir do qual a tarefa p está disponível para processamento.
- $DDATE_p$ é o prazo de conclusão da tarefa p , ou seja, o instante até ao qual a tarefa tem de estar concluída.

(Ver ANEXO III, com explicação detalhada da determinação dos instantes $RDATE_p$ e $DDATE_p$)

5.6. Variáveis

$$z_t^p = \begin{cases} 1, & \text{se a tarefa } p \text{ começa a ser produzida no início do período } t \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

5.7. Formulação do modelo de sequenciamento

Com o objectivo de minimizar o máximo dos instantes de conclusão, *makespan*, tem-se a seguinte formulação:

$$\text{Min} \quad \max_{p=1}^{NT} \sum_{t=1}^{NP} (t + DUR_p) \times z_t^p$$

$$(1) \quad \sum_{t=1}^{NP-T_{pq}} z_t^p = 1, \quad p = 1, \dots, NT$$

$$(2) \quad \sum_{s=1}^t z_s^p \geq \sum_{s=1}^{t+T_{pq}} z_s^q, \quad p=1, \dots, NT; q \in SUCCT_p; t=1, \dots, NP-T_{pq}$$

$$(3) \quad z_t^q = 0, \quad t < RDATE_j, q = 1, \dots, NT$$

$$(4) \quad z_t^q = 0, \quad t > DDATE_q, q = 1, \dots, NT$$

$$(5) \quad \sum_{s=t-T_{pq}+1}^t z_s^p + \sum_{s=t+T_{qp}+1}^t z_s^q \leq 1, \quad k = 1, \dots, NK; \quad p, q \in TASKS_k; \quad t = 1, \dots, NP$$

$$(6) \quad z_t^q \in \{0, 1\}, \quad k = 1, \dots, NK; \quad t = 1, \dots, NP$$

As restrições (1) asseguram que cada tarefa é processada, enquanto que as (2) garantem as relações de precedência entre as mesmas.

As restrições (3) e (4), têm em conta os instantes de disponibilidade das tarefas e os respectivos prazos de conclusão. Cada tarefa não pode começar a ser produzida antes de estar disponível, assim como não pode ser produzida depois de já ter acabado o seu prazo de conclusão.

As restrições (5) garantem que cada máquina é ocupada apenas com uma operação no instante t . Estas exigem a verificação da desigualdade triangular, isto é, $T_{ij} \leq T_{ip} + T_{pj}$, $\forall i, j, p \in TASKS_k, k = 1, \dots, NK$.

Por fim, o conjunto de restrições (6) serve para definir o domínio de variação das variáveis que neste modelo é apenas $\{0, 1\}$.

O resultado deste modelo dá-nos informação relativa aos instantes de início de cada tarefa, podendo através deles escrever a solução obtida para o problema, uma vez que se consegue determinar a sequência das tarefas a produzir.

5.8. Simplificação do modelo de sequenciamento

O modelo anterior pode ser simplificado, se atendermos ao facto de que $T_{pq} = DUR_p$, $\forall q$, como já foi dito anteriormente.

Simplificando, obtém-se o seguinte:

$$\text{Min} \quad \max_{p=1}^{NT} \sum_{t=1}^{NP} (t + DUR_p) \times z_t^p$$

$$(1') \quad \sum_{t=1}^{NP-DUR_p} z_t^p = 1, \quad p = 1, \dots, NT$$

$$(2') \quad \sum_{s=1}^t z_s^p \geq \sum_{s=1}^{t+DUR_p} z_s^q, \quad p=1, \dots, NT ; q \in SUCCT_p ; t = 1, \dots, NP - DUR_p$$

$$(3) \quad z_t^q = 0, \quad t < RDATE_j, q = 1, \dots, NT$$

$$(4) \quad z_t^q = 0, \quad t > DDATE_q, q = 1, \dots, NT$$

$$(5') \quad \sum_{s=t-DUR_p+1}^t z_s^p + \sum_{s=t+DUR_q+1}^t z_s^q \leq 1, k = 1, \dots, NK ; p, q \in TASKS_k ; t = 1, \dots, NP$$

$$(6) \quad z_t^q \in \{0, 1\}, k = 1, \dots, NK ; t = 1, \dots, NP$$

Em Sousa e Wolsey (1990), podemos inspirar-nos num modelo geral de sequenciamento que os autores apresentam, com uma máquina apenas, e em que os tempos de processamento de uma tarefa dependem apenas do processamento da mesma. (Ver ANEXO IV)

Basicamente, se o conjunto de restrições (5') for formulado de outra maneira, vai fazer com que haja uma redução significativa de restrições, podendo ser menor o tempo computacional requerido para se obter solução. Estas restrições servem para garantir que em cada instante t , há no máximo uma máquina ocupada com uma tarefa, pelo que estas se podem formular da seguinte forma:

$$\sum_{p \in TASKS_k} \sum_{s=t-DUR_p+1}^t z_s^p \leq 1, t = 1, \dots, NP; k = 1, \dots, NK$$

(não usei o seguinte na programação)

Tendo também em conta, o intervalo de tempo em que uma tarefa pode ser processada, pode restringir-se ainda mais o conjunto de restrições anterior como se pode observar de seguida.

$$\sum_{p \in TASKS_k} \sum_{s=\max\{t-DUR_p+1, RDATE_p+1\}}^{\min\{t, DDATE_p\}} z_s^p \leq 1, t = 1, \dots, NP; k = 1, \dots, NK$$

No capítulo seguinte, irá proceder-se aos testes computacionais que envolvem este novo conjunto de restrições, de forma a podermos concluir que esta simplificação reduz o tempo computacional dispendido.

6. APLICAÇÃO DOS MODELOS

Com o objectivo de testar as soluções obtidas com os modelos de planeamento e de sequenciamento propostos, foram utilizadas quatro instâncias baseadas em dados reais do problema para alturas diferentes do ano: uma de Inverno, uma de Primavera, uma de Verão e uma de Outono.

Cada uma das instâncias contém informação relativa às ordens de fabrico diárias, isto é, os produtos pedidos, a respectiva quantidade e, no caso dos produtos acabados, a capacidade das latas.

As ordens de fabrico foram posteriormente tratadas para geração de ficheiros de dados, de modo que a sua informação pudesse ser utilizada nos modelos de planeamento e sequenciamento.

Toda a informação necessária (ver 4.2., 4.3. e ANEXOS V e VI) foi guardada em ficheiros de dados. Para cada instância foi criado um ficheiro *.mod, seguindo a linguagem de modelação matemática e de optimização do Xpress-Mp v.13. Este *software* utiliza um algoritmo de *branch-and-bound* com cortes.

Todos os testes correram num Pentium 4 a 2000Mhz, com 256 MRAM, tendo-se conseguido obter soluções de boa qualidade que por serem obtidas rapidamente podem ser implementadas na empresa

Os primeiros testes a realizar são às restrições que eliminam soluções simétricas. O modelo de planeamento é testado com três, dois e nenhum conjunto destas restrições de forma a concluir se a sua inclusão no modelo é ou não vantajosa em termos de redução do tempo computacional despendido para encontrar soluções. Foram testadas as quatro instâncias reais do problema.

De seguida é tratada a instância de Inverno, apresentando-se a sua descrição em termos de produtos que a constituem e máquinas que os podem produzir. Corre-se o modelo de Planeamento e apresenta-se a solução obtida através de um gráfico onde se pode observar a sequência de operações a efectuar por cada um dos produtos, a máquina onde são feitos, o número do lote, a quantidade a produzir e o respectivo tempo gasto. Depois de tratada a informação, isto é, depois de constituídas as tarefas para o modelo de sequenciamento considerando um horizonte temporal de 8 horas, divididas em períodos de 5 minutos, é aplicado o modelo de sequenciamento. Obtida a solução, apresenta-se o diagrama de *Gantt* com a sequência encontrada que minimiza o *makespan*,

A instância da Primavera é a que se segue, sendo o tratamento desta idêntico ao da instância anterior, embora para esta tenha sido necessário o tratamento do sequenciamento para períodos de tempo maiores, nomeadamente de 10 e de 15 minutos, uma vez que era impossível o sequenciamento para períodos de tempo de 5 minutos.

Posteriormente procede-se à análise de uma instância de dimensões intermédias das anteriores, no que respeita a número de produtos. É apresentado o diagrama de *Gantt* para o caso dos períodos de tempo serem iguais a 15 minutos.

A última instância a ser tratada é a de Verão, apresentando-se a descrição dos produtos e máquinas e de seguida a solução do PLIMP. Apresentam-se as tarefas obtidas para *input* do PLIMS, tendo sido tratadas para 5 e 15 minutos, mas impossíveis de sequenciar dadas as dimensões do problema resultante.

Face ao resultado anterior, seguem-se algumas experiências efectuadas no modelo de Planeamento com esta instância, na tentativa de conseguir encontrar uma sequência. Primeiro faz-se uma afectação diferente dos produtos a uma das máquinas, depois testa-se a diminuição da disponibilidade de tempo de todas as máquinas, sendo para estes dois casos possível apresentar para períodos de tempo de 15 minutos uma sequência embora excedente no tempo normal de funcionamento da empresa.

Posteriormente testa-se no PLIMP, a diminuição do tempo de disponibilidade de funcionamento de apenas algumas das máquinas, tendo sido os testes efectuados com as duas instâncias maiores, a de Primavera e a de Verão. Segue-se uma reformulação na função objectivo para as mesmas instâncias e por fim a síntese de todas as experiências efectuadas com o PLIMP. Com a conclusão obtida através das experiências anteriores, o modelo PLIMS é testado novamente sendo possível propor soluções sequenciáveis em 8 horas. Os diagramas de *Gantt* para a Primavera e Verão são apresentados.

Finalmente mostram-se as melhorias obtidas em termos de redução de tempo computacional gasto para resolver o modelo de sequenciamento quando este é simplificado. Foram testadas todas as instâncias menos a de Inverno por esta ser a mais pequena e não ter levantado quaisquer tipo de problemas aquando da execução dos modelos.

6.1. Teste das restrições que eliminam soluções simétricas

Como foi atrás referido, este modelo conta com três conjuntos de restrições que visam a eliminação de soluções múltiplas e por isso serão aqui designadas por ESS. Estas restrições, (14), (15) e (16), foram testadas com vista a avaliar se fazem ou não diminuir o tempo computacional dispendido a resolver o PLIMP.

Os primeiros testes foram feitos para avaliar o real efeito destas restrições no PLIMP. Consideraram-se três casos diferentes:

PLIMP		
Com as 3 restrições ESS	Com 2 restrições ESS	Sem restrições ESS
(1), ... (13), (14), (15) e (16)	(1), ... (13), (15) e (16)	(1), ... (13)

Tabela 2 : Modelos PLIMP resultantes dos diferentes tratamento das restrições ESS

Apresentam-se de seguida os resultados obtidos nos testes aos modelos descritos acima para as quatro instâncias em questão.

No caso das instâncias de Inverno e de Outono, a pesquisa da solução foi completa nos tempos que se apresentam nas tabelas correspondentes. No caso das outras instâncias de maiores dimensões, Primavera e Verão, os modelos correram durante 10 minutos aproximadamente, uma vez que se considera um tempo de espera razoável para obter solução e uma vez que o *gap* é muito pequeno. Para estas duas últimas, apresentam-se os resultados até ao instante em que se obteve a última solução, uma vez que até se interromper a corrida, a melhor solução encontrada se mantém.

É de observar ainda que o campo #soluções, serve para indicar o número de soluções encontradas até um dado instante (Tempo CPU), e o corresponde valor da Função Objectivo é o último encontrado até esse instante, isto é, o melhor.

Apresentam-se de seguida os resultados obtidos para as instâncias de Inverno e de Outono.

PLIMPinverno								
Com as 3 restrições ESS			Com 2 restrições ESS			Sem restrições ESS		
Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO
<1	1	0	0	1	0	<1	1	0

Tabela 3: Resultados computacionais do PLIMPinverno (Xpress-Mp)

Na instância de Inverno, em qualquer uma das três situações, a solução é encontrada em menos de 1 segundo.

O facto do valor da função objectivo ser igual a 0, é devido à ausência de unidades de *backlogging* e de *stock*.

PLIMPoutono								
Com as 3 restrições ESS			Com 2 restrições ESS			Sem restrições ESS		
Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO
3	5	587000	2	5	587000	<1	3	587000

Tabela 4: Resultados computacionais do PLIMPoutono (Xpress-Mp)

Na instância de Outono, sem usar as restrições ESS, consegue-se em menos de 1 segundo a melhor solução encontrada. Por outro lado, ao fim de 2 e 3 segundos, é possível encontrar a mesma solução para os casos se usar duas restrições ESS e três restrições ESS, respectivamente. Para esta instância as soluções encontradas têm 587 unidades de *backlogging* e não são enviadas nenhuma unidade para *stock* (não esquecer que o custo associado a cada unidade não satisfeita nesse dia, é um custo fictício com valor igual a 1000, e o do *stock* igual a 1).

Observe-se o que acontece na instância da Primavera.

PLIMPprimavera								
Com as 3 restrições ESS			Com 2 restrições ESS			Sem restrições ESS		
Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO
2	9	310010	8	4	310010	28	6	310010

Tabela 5: Resultados computacionais do PLIMPprimavera (Xpress-Mp)

Na instância da Primavera, ao fim de 2 segundos podemos obter a melhor solução encontrada com o modelo PLIMP com as três restrições ESS. Ao fim de 8 segundos e usando as duas restrições ESS, obtêm-se uma solução igual à anterior, acontecendo o mesmo ao fim de 28 segundos para o caso em que não se utiliza qualquer restrição ESS.

Para esta instância, o valor da FO igual a 310010 significa que existem 310 unidades satisfeitas com atraso, e 10 unidades enviadas para *stock*.

Os resultados do teste do modelo PLIMP para a instância de Verão encontram-se na tabela seguinte.

PLIMPverão								
Com as 3 restrições ESM			Com 2 restrições ESM			Sem restrições ESM		
Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO	Tempo CPU segundos	# soluções	Valor FO
8	5	5721010	116	4	5721020	8	3	5721014

Tabela 6: Resultados computacionais do PLIMPverão (Xpress-Mp)

Este é o caso em que as diferenças são mais significativas. Ao fim de 8 segundos obtêm-se a melhor solução encontrada não utilizando qualquer restrição ESS, e que

corresponde a 5721 unidades satisfeitas com atraso, e 10 enviadas para *stock*. Pôde-se observar que no mesmo instante também se obtiveram novos limites para os outros dois modelos, mas com considerável diferença no valor da função objectivo. O caso em que esta solução se aproxima mais do melhor valor encontrado é o primeiro, em que se utilizam todas as restrições ESS. Para o caso em que se utilizaram as duas restrições, consegue-se uma melhoria significativa no valor da função objectivo ao fim de 116 segundos, no entanto ainda bem afastada da melhor solução encontrada.

Assim, e resumindo, a utilização destas restrições não parece ser muito eficiente em termos de redução do tempo computacional dispendido para encontrar as soluções. Mesmo na instância de Verão, onde surgem as maiores diferenças, é sem o uso das restrições ESS que se encontra a melhor solução em menos tempo. Pelo exposto, o modelo PLIMP doravante considerado não inclui nenhuma das restrições ESS, uma vez que não há evidência que elas contribuam para o tornar mais eficiente, correndo-se inclusivamente o risco de, pela sua maior complexidade, o poder tornar mais demorado.

6.2. Instância de Inverno

Esta instância é constituída por 13 produtos diferentes, intermédios e finais. Na figura seguinte pode ver-se a numeração dos produtos, as operações que devem seguir e as quantidades finais pretendidas.

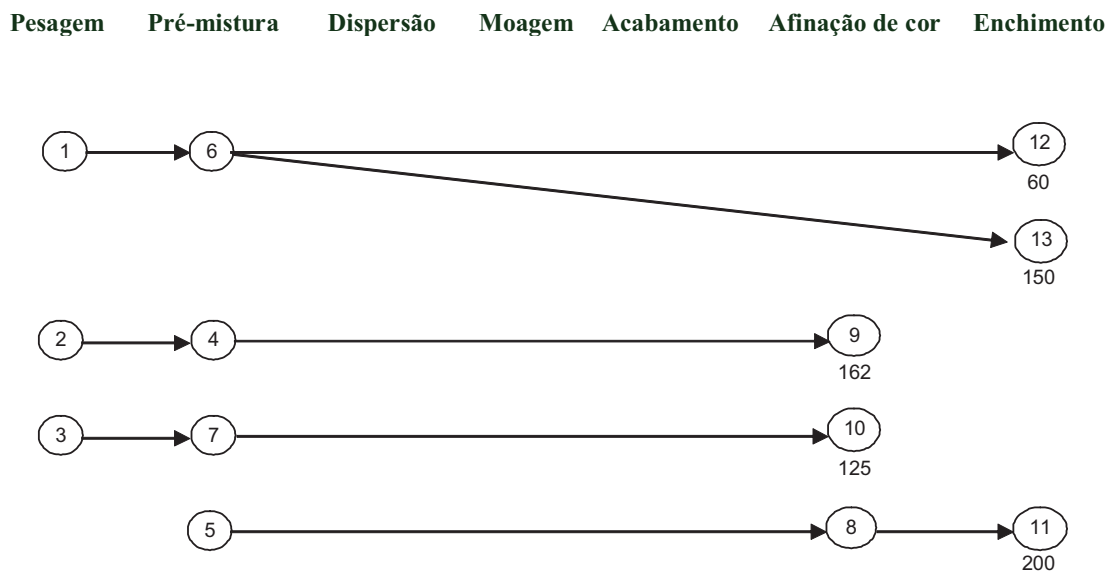


Figura 13: Descrição dos produtos da instância de Inverno

Por exemplo, o produto 1 é resultado da pesagem e de seguida passa pela pré-mistura, resultando no produto 6. Segue directamente para enchimento de 60 latas de 1 litro e 30 latas de 5 litros, representados respectivamente pelos produtos 12 e 13.

Cada operação pode ser executada por uma ou mais máquinas. A tabela seguinte mostra para esta instância, a numeração das máquinas que podem executar essas operações e produzir assim os referidos produtos.

Pesagem	Pré-mistura	Dispersão	Moagem	Acabamento	Afinação de cor	Enchimento
22 - P001	7 - A011				12 - A006	17 - E004
23 - P002	8 - A012				13 - A008	18 - E008
24 - P025	9 - A028				14 - A009	20 - E011
25 - P026	10 - A029				15 - A013	21 - Emanual
	11 - A030					
	16 - D004					

Tabela 7: Descrição das máquinas da instância de Inverno

Quanto à capacidade das máquinas, como já foi dito, pode depender do produto. Neste caso isso não acontece, e temos os seguintes limites:

Máquina	Capacidade mínima (litros)	Capacidade máxima (litros)
7 - A011	60	650
8 - A012	100	1150
9 - A028	60	1150
10 - A029	60	1150
11 - A030	60	1150
12 - A006	30	400
13 - A008	5	25
14 - A009	5	25
15 - A013	400	1150
16 - D004	200	1150

Tabela 8: Capacidades das máquinas da instância de Inverno

As balanças e as máquinas de enchimento não têm capacidade limitada.

6.2.1. Solução para o PLIMP

A solução óptima para o PLIM de planeamento para 1 dia para a instância de Inverno foi a seguinte:

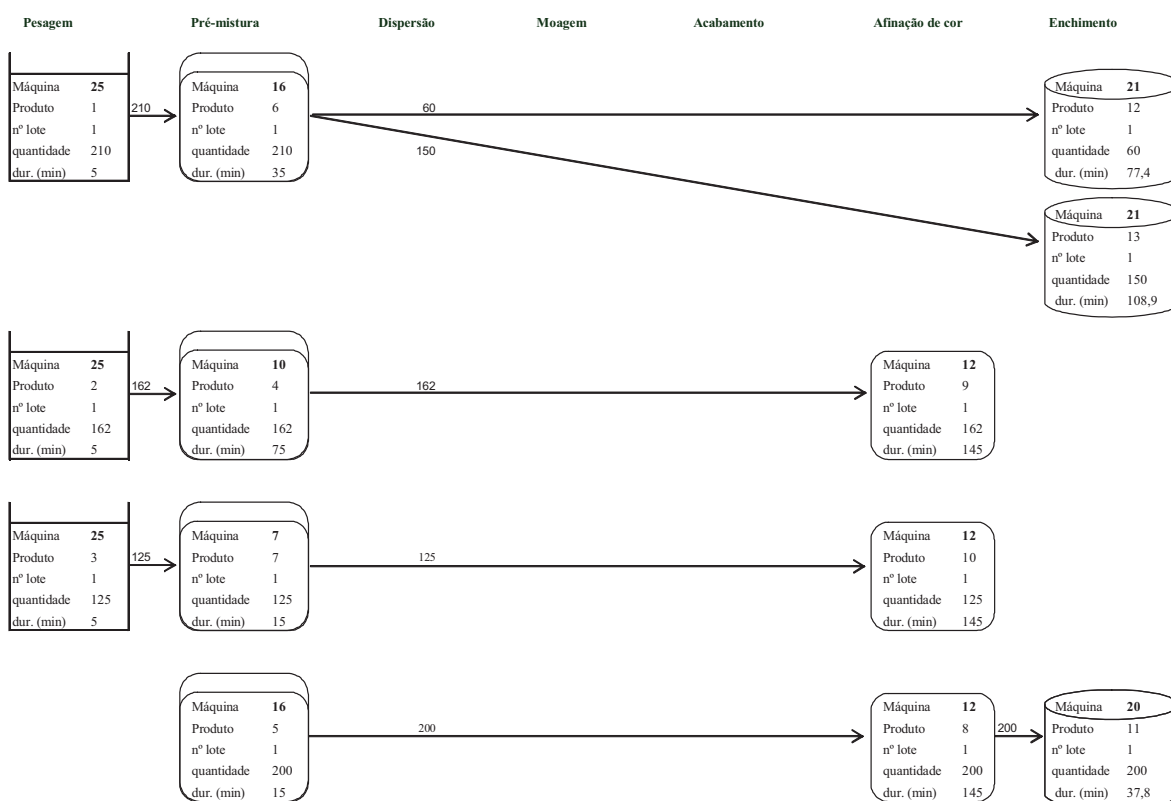


Figura 14: Solução do PLIMP da instância de Inverno

Esta solução resulta na seguinte ocupação das máquinas:

Pesagem		Pré-mistura		Dispersão		Moagem		Acabamento		Afinação de cor		Enchimento	
Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.
22		7	15							12	435	17	
23		8								13		18	
24		9								14		19	
25	15	10	75							15		20	37,8
		11										21	186,3
		16	50										

Tabela 9: Tempos de ocupação das máquinas instância de Inverno

6.2.2. Solução para o PLIMS

Com a solução do modelo de PLIMP, formou-se o *input* para o PLIMPS.

Para cada tarefa, e como se pode observar na tabela seguinte, a informação necessária é constituída pelo produto, família a que pertence por causa dos tempos de limpeza da máquina, o tempo em minutos que a tarefa demora a executar incluindo a limpeza da máquina onde foi processada, transformado depois em períodos de tempo (neste caso períodos de 5 minutos), os instantes de disponibilidade e de conclusão da tarefa.

Neste caso, os períodos são de 5 minutos, pelo que as 8 horas de trabalho estão divididas por 96 períodos. A forma detalhada do cálculo de RDATE e DDATE pode ser analisada no ANEXO III.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 5 minutos	RDATE	DDATE
1	1	1	210	25	5	1	0	66
2	2	6	162	25	5	1	0	51
3	3	6	125	25	5	1	0	63
4	4	6	162	10	75	15	1	52
5	5	6	200	16	15	3	0	56
6	6	1	210	16	35	7	1	67
7	7	6	125	7	15	3	1	64
8	8	6	200	12	145	29	3	59
9	9	6	162	12	145	29	16	67
10	10	6	125	12	145	29	4	67
11	11	6	200	20	37,8	8	32	88
12	12	1	60	21	77,4	16	8	80
13	13	1	150	21	108,9	22	8	74

Tabela 10: Tarefas para a instância de Inverno

Depois de aplicado o modelo de sequenciamento, obteve-se a seguinte solução:

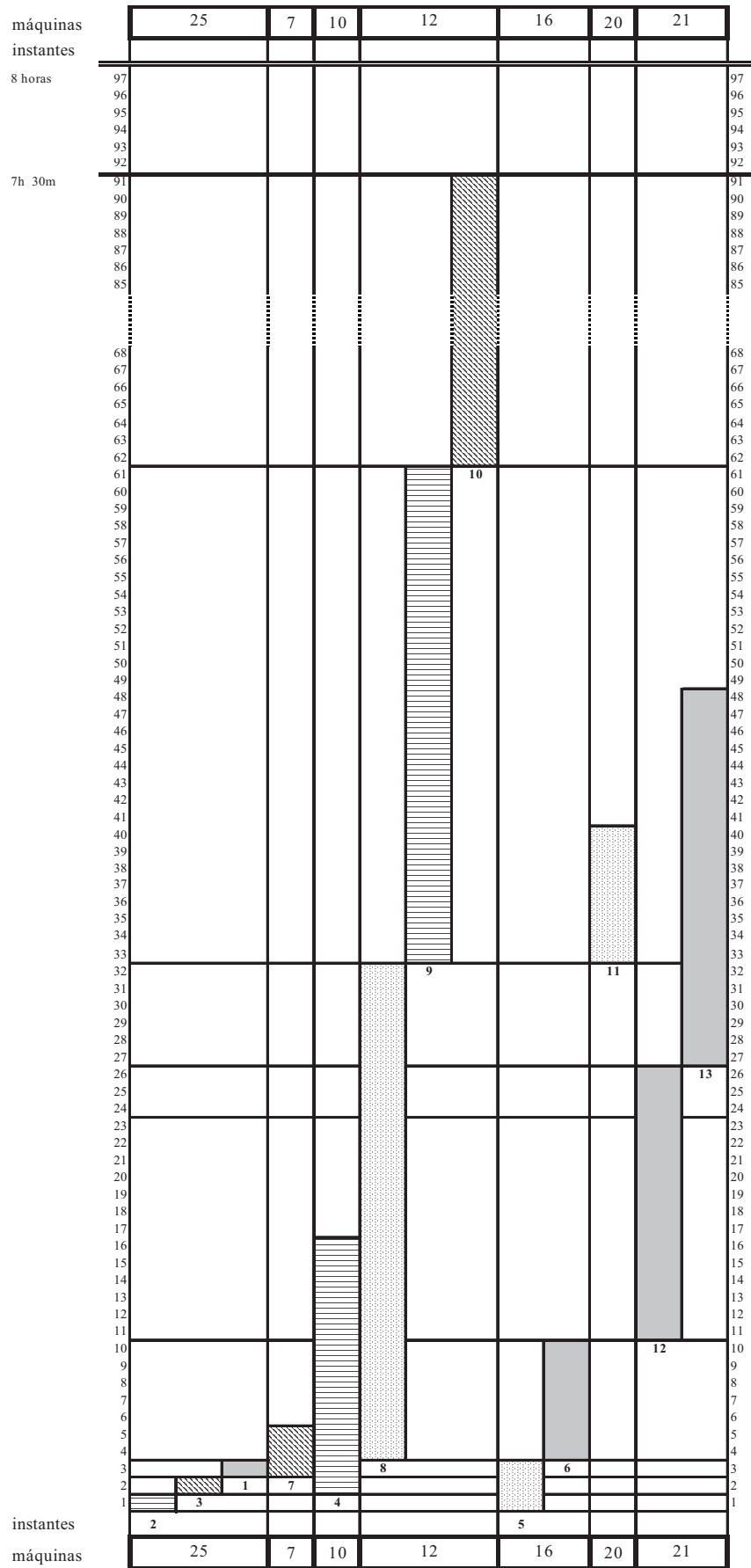


Figura 15: Diagrama de Gantt da instância de Inverno

Através do diagrama de *Gantt* da figura anterior, pode-se constatar que a solução é admissível para o problema uma vez que respeita as precedências entre as tarefas no que respeita as datas de disponibilidade, quer em tarefas que se executam na mesma máquina, quer em tarefas que se executam em máquinas diferentes. Para além disso, respeita a ocupação das máquinas, ou seja, duas tarefas não são executadas ao mesmo tempo na mesma máquina.

A sequência obtida que minimiza o *makespan* é a seguinte:

Tarefas	Instante de disponibilidade	Instante de início	Duração	Instante de Conclusão	Prazo de conclusão
1	0	3	1	4	66
2	0	1	1	2	51
3	0	2	1	3	63
4	1	2	15	17	52
5	0	1	3	4	56
6	1	4	7	11	67
7	1	3	3	6	64
8	3	4	29	33	59
9	16	33	29	62	67
10	4	62	29	91	67
11	32	33	8	41	88
12	8	11	16	27	80
13	8	27	22	49	74

Tabela 11: Solução do PLIMSinverno

A última tarefa termina no instante 91, o que significa que são necessárias sete horas e meia para fazer o sequenciamento de todas as tarefas.

Uma breve análise aos dados e aos resultados obtidos evidencia que uma simples modificação na afectação das tarefas às máquinas traria uma melhoria significativa ao *makespan*.

Na Figura 9, o uso da máquina 12 para produzir as tarefas 8, 9 e 10 desperta a atenção.

De facto, as máquinas 13, 14 e 15 também podem produzir os produtos correspondentes a estas tarefas. Porque não pegar na solução obtida, e fazer uma nova afectação das tarefas às máquinas?

O resultado obtido foi convincente e pode ser observado no diagrama seguinte.

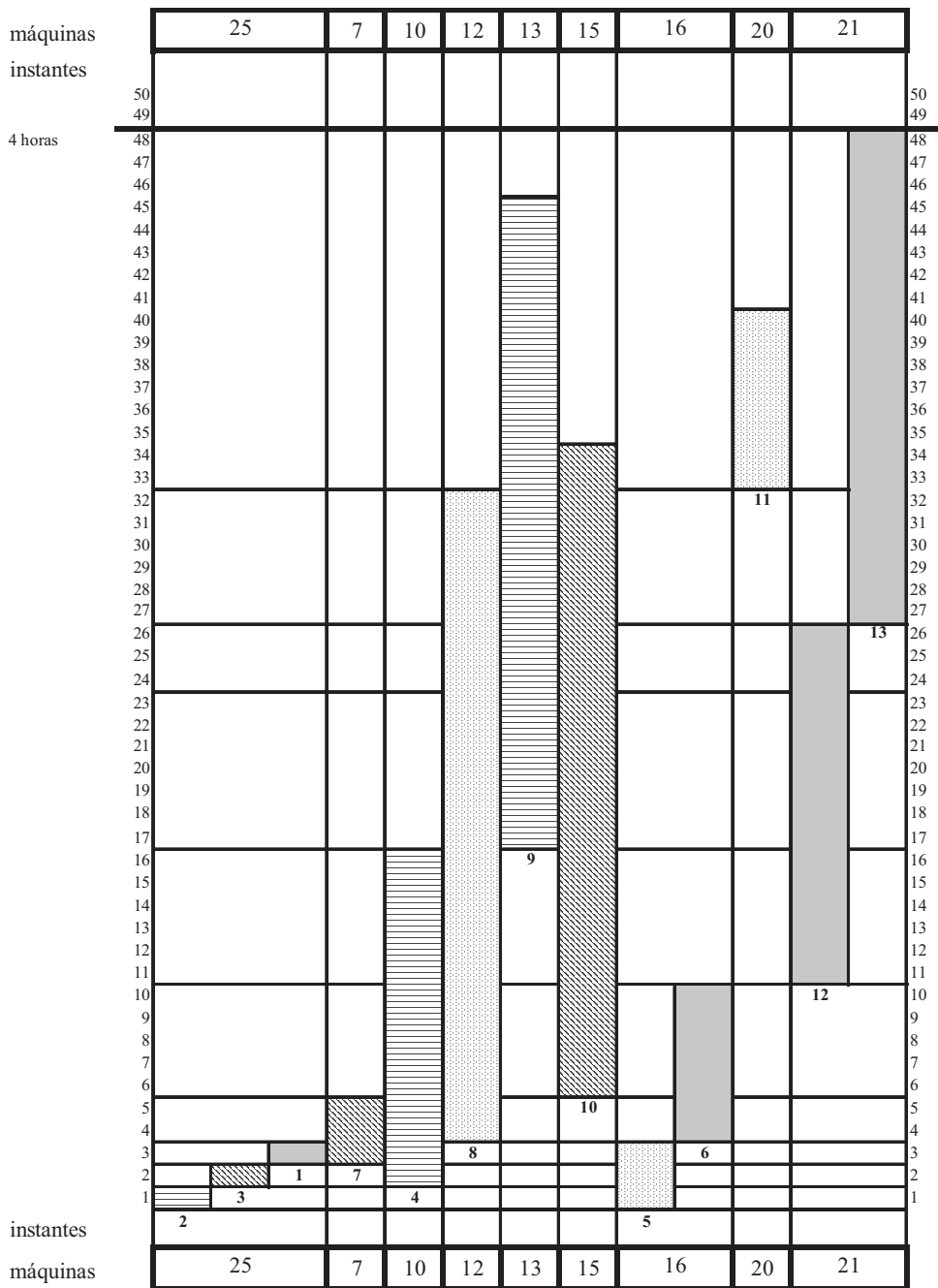


Figura 15a: Diagrama de Gantt da instância de Inverno

Esta situação deixa já adivinhar que uma das causas que podem levantar problemas na não admissibilidade do modelo de sequenciamento se deve à afectação pré-definida das máquinas às tarefas pré-definida no modelo de planeamento.

Quanto aos resultados computacionais dos dois modelos para a instância de Inverno, foram os seguintes:

Modelo	Instância de Inverno	Nº variáveis binárias	Total variáveis	Nº restrições	Tempo CPU segundos	Iterações	Nº soluções	valor F.O.
PLIMP	NP = 13	63	219	216	<1	141	1	0
PLIMS	NT = 13	1248	1248	60885	1	120	1	91

Tabela 12: Resultados computacionais da instância de Inverno (Xpress-Mp)

6.3. Instância de Primavera

Esta instância é constituída por 35 produtos diferentes, intermédios e finais. Na figura seguinte pode ver-se a numeração dos produtos, as operações que devem seguir, e as quantidades finais pretendidas.

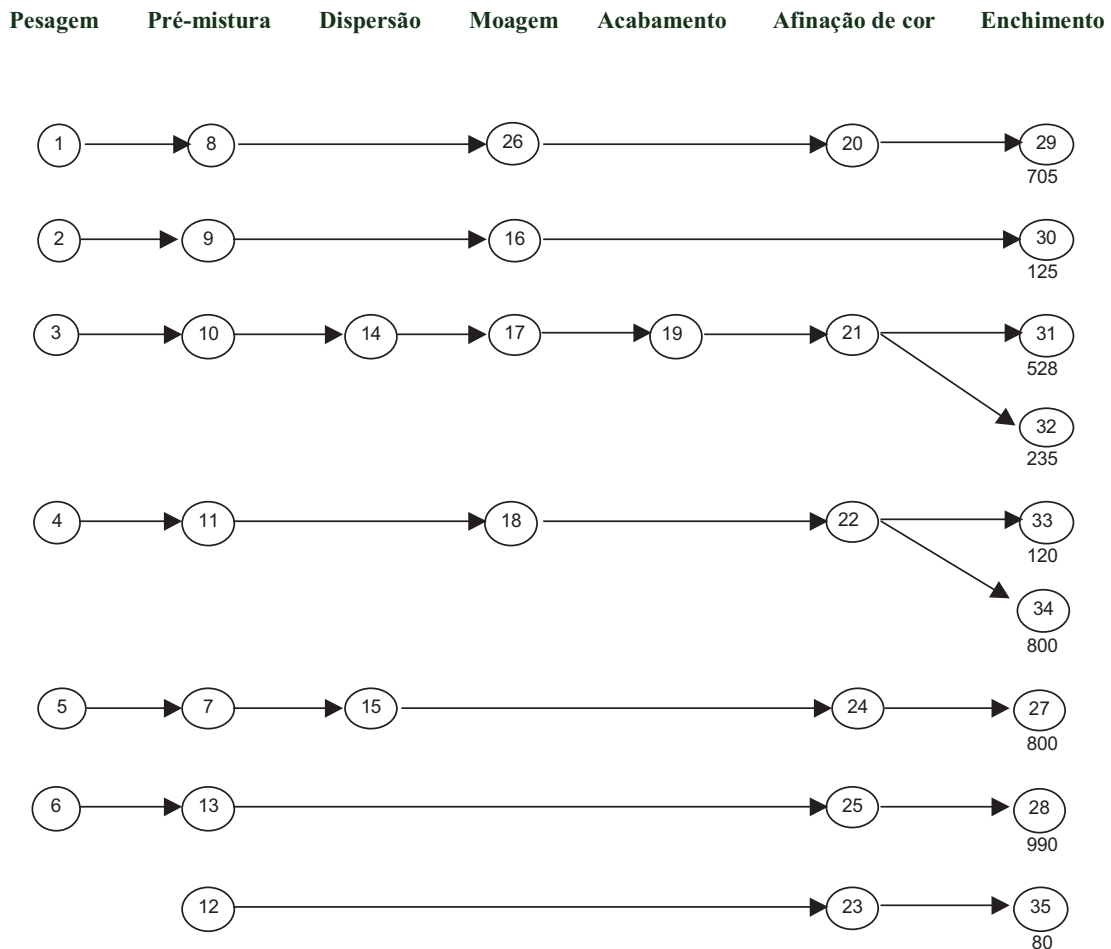


Figura 16: Descrição dos produtos da instância de Primavera

Na tabela seguinte podemos ver as máquinas que podem produzir os produtos descritos na figura anterior.

Pesagem	Pré-mistura	Dispersão	Moagem	Acabamento	Afinação de cor	Enchimento
22 - P001	7 - A011	16 - D004	1 - M001 (a)	7 - A011	12 - A006	17 - E004
23 - P002	8 - A012		2 - M003 (a)	8 - A012	13 - A008	18 - E008
24 - P025	9 - A028		3 - M005 (a)	9 - A028	14 - A009	19 - E010 (c)
25 - P026	10 - A029		4 - M011	10 - A029	15 - A013	20 - E011
	11 - A030		5 - M005	11 - A030		21 - Emanual
	16 - D004		6 - M013	16 - D004		
			16 - D004 (b)			

Legenda: (a) Só pode fazer o produto 18; (b) Só pode fazer o produto 26; (c) Só pode fazer os produtos 27 e 28.

Tabela 13: Descrição das máquinas da instância de Primavera

Quanto à capacidade das máquinas, mantém-se inalterada em relação à instância anterior, à excepção da introdução das máquinas 1 a 6.

Máquina	Capacidade mínima (litros)	Capacidade máxima (litros)
1 - M001	30	1150
2 - M003	30	1150
3 - M005	30	1150
4 - M011	200	350
5 - M005	200	350
6 - M013	75	200
7 - A011	60	650
8 - A012	100	1150
9 - A028	60	1150
10 - A029	60	1150
11 - A030	60	1150
12 - A006	30	400
13 - A008	5	25
14 - A009	5	25
15 - A013	400	1150
16 - D004	200	1150

Tabela 14: Capacidade das máquinas da instância de Primavera

6.3.1. Solução do PLIMP

Obtivemos a seguinte solução óptima para o PLIM de planeamento para 1 dia (PLIMPprimavera):

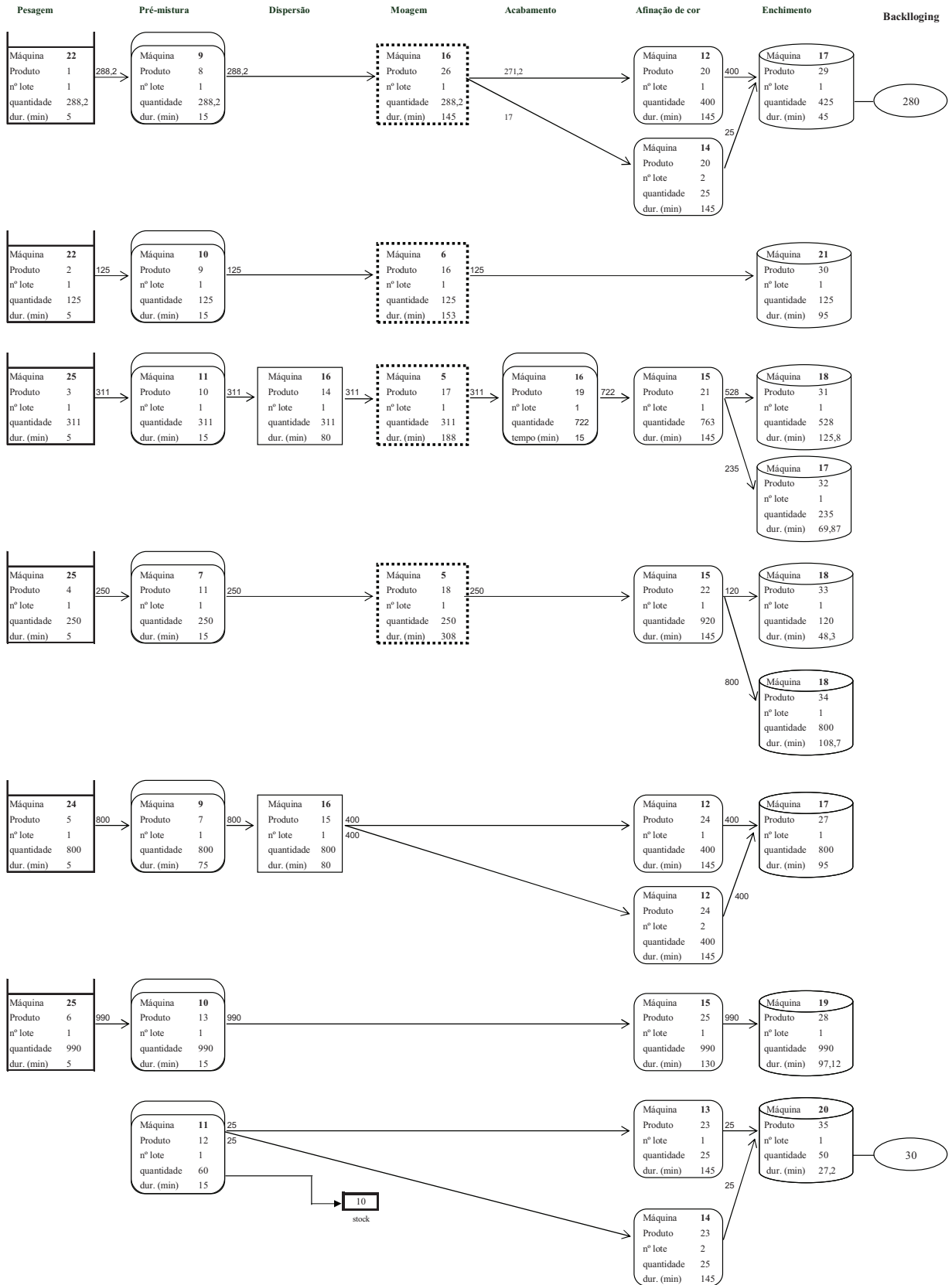


Figura 17: Solução do PLIMP da instância de Primavera

Esta solução resulta na seguinte ocupação das máquinas.

Pesagem		Pré-mistura		Dispersão		Moagem		Acabamento		Afinação de cor		Enchimento	
Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.
22	10	7	15	16	160	1		7		12	435	17	282,72
23		8				2		8		13	145	18	282,82
24	5	9	90			3		9		14	290	19	97,12
25	15	10	30			4		10		15	420	20	27,2
		11	30			5	376	11				21	93,25
		16				6	153	16	15				
						16	45						

Tabela 15: Tempos de ocupação das máquinas instância Primavera

6.3.2. Solução para o PLIMS

Com a solução do modelo de PLIMPprimavera, foi construída a tabela seguinte com a informação relativa às tarefas que têm de se processar, formando-se assim o *input* para o modelo PLIMSprimavera.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Período 5min	RDATE
1	1	3	288,16	22	5	1	0
2	2	5	125	22	5	1	0
3	3	4	311	25	5	1	0
4	4	4	250	25	5	1	0
5	5	6	800	24	5	1	0
6	6	6	990	25	5	1	0
7	7	6	800	9	75	15	1
8	8	3	288,16	9	15	3	1
9	9	5	125	10	15	3	1
10	10	4	311	11	15	3	1
11	11	4	250	7	15	3	1
12	12	6	60	11	15	3	0
13	13	6	990	10	15	3	1
14	14	4	311	16	80	16	4
15	15	6	800	16	80	16	16
16	16	5	125	6	153	31	4
17	17	4	311	5	188	38	20
18	18	4	250	5	308	62	4
19	19	4	722	16	15	3	58
20	20	3	400	12	145	29	13

continua

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Período 5min	RDATE
21	20	4	25	14	145	29	13
22	21	4	763	15	145	29	61
23	22	6	920	15	145	29	66
24	23	6	25	13	145	29	3
25	23	6	25	14	145	29	3
26	24	6	400	12	145	29	32
27	24	6	400	12	145	29	32
28	25	6	990	15	130	26	4
29	26	3	288,16	16	45	9	4
30	27	6	800	17	95	19	61
31	28	6	990	19	97,12	20	30
32	29	3	425	17	117,9	24	42
33	30	5	125	21	93,25	19	35
34	31	4	528	18	125,8	26	90
35	32	4	235	17	69,87	14	90
36	33	4	120	18	48,3	10	95
37	34	4	800	18	108,7	22	95
38	35	6	50	20	27,2	6	32

Tabela 16: Tarefas para a instância de Primavera

Através de uma breve análise da tabela anterior, podemos constatar que o PLIMSprimavera é não admissível para um período de 8 horas, uma vez que existem tarefas cuja data de disponibilidade adicionada à sua duração, ultrapassa em muito o número de períodos total que são neste caso 96. Mesmo que todas as tarefas começassem o mais cedo possível, o sequenciamento tal como está feita a afectação às máquinas, é impossível.

De uma maneira geral, as soluções obtidas no modelo de planeamento podem conduzir a soluções não admissíveis no sequenciamento. A afectação das tarefas às máquinas definida no modelo de planeamento, como também já foi visto na instância anterior, pode incorrer na impossibilidade de sequenciar todas as tarefas no mesmo período de tempo. É que no modelo de planeamento não estão a ser consideradas as precedências das tarefas do modelo de sequenciamento, isto é, são afectos produtos às máquinas, desde que seja possível. Quando se passa para o modelo de sequenciamento, as precedências entre tarefas (máquinas), têm de ser tidas em conta.

Uma primeira tentativa para resolver esta não admissibilidade das soluções no modelo de sequenciamento, foi o aumento do tempo de funcionamento das máquinas neste modelo, admitindo-se que o dia de trabalho pode ser alargado com algumas horas extraordinárias. No entanto, este acréscimo tem de ser de 7 horas para que o problema seja admissível, o que corresponde a um nº total de horas pouco razoável, pois significaria um dia de trabalho com 15 horas. Mesmo assim, o problema foi impossível de resolver devido às suas enormes dimensões, porque se por um lado resolvemos a questão da não admissibilidade em relação ao prazo de conclusão, por outro lado

aumentámos em $84 \cdot NT$ as variáveis binárias, o que representa um grande acréscimo (Note-se que 84 são os períodos de tempo de 5 minutos, para sete horas e NT é o número de tarefas).

Na tentativa de fazer reduzir o número de variáveis binárias, considerámos períodos de tempo maiores e, neste caso, iguais a 15 minutos. Esta escolha não é muito razoável uma vez que existem tarefas que duram apenas 5 minutos, e por isso para estas resulta um défice de 10 minutos. No entanto, conseguimos 3 vezes menos variáveis binárias, que é um decréscimo considerável, uma vez que para uma hora deixamos de ter 12 períodos e passamos a ter apenas 4.

Considerando ainda um horizonte temporal alargado de 15 horas, testámos o modelo para 90 e 60 períodos, respectivamente para períodos de 10 e 15 minutos.

Foi feito novo tratamento de dados, tendo sido recalculados os valores dos ficheiros DUR, RDATE, DDATE e T.

No quadro seguinte podemos observar os resultados computacionais obtidos na tentativa de encontrar uma solução “admissível “ para a instância de Primavera.

PLIMSPrimavera						
Nº períodos	Minutos/ período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (minutos)	Resultado
96	5	214858	5500516	3648	2,5	Inadmissível
180	5	402514	11585140	6840	10,35	Erro
32	15	71691	685146	1216	0,22	Inadmissível
90	10	201301	3054157	3420	1,8	Possível
60	15	134245	1433196	2280	0,6	Possível

Tabela 17: Resultados computacionais do PLIMSPrimavera (Xpress-MP)

Apresenta-se de seguida o diagrama de *Gantt* para o caso dos períodos serem de 15 minutos.

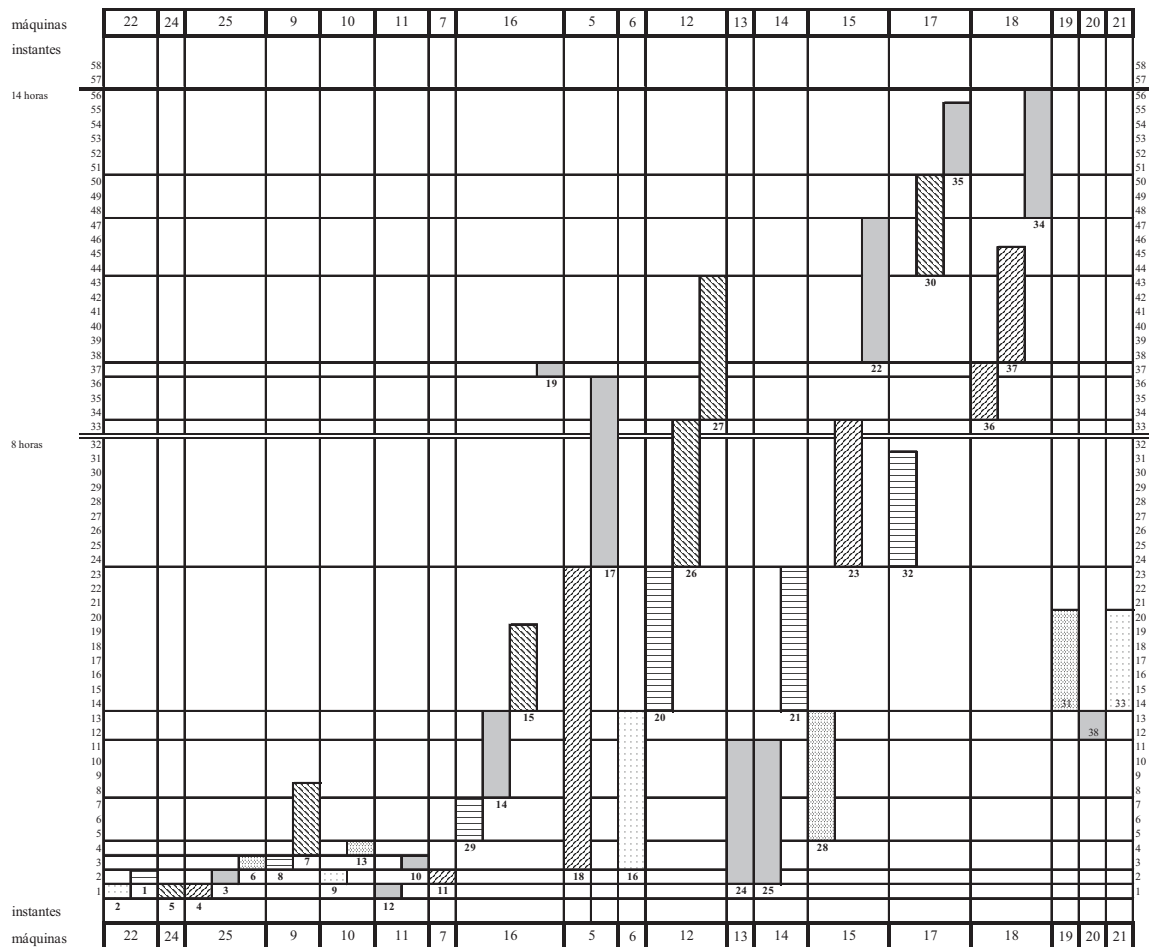


Figura 18: Diagrama de Gantt da instância de Primavera com períodos de 15 minutos.

Ambas as soluções excedem em muito o tempo admissível de um dia normal de trabalho, as 8 horas, pelo que estas simples modificações ao PLIMPS, quer no que respeita primeiro ao alargamento do tempo de funcionamento das máquinas, quer à diminuição do número de períodos do horizonte temporal com o aumento da sua dimensão de 5 minutos para 10 e para 15 minutos, não parecem muito eficazes.

6.4. Instância de Outono

Esta instância de Outono tem dimensões superiores à de Inverno anteriormente testada, mas inferiores à da Primavera. Conta exactamente com 27 produtos.

Primeiramente esta instância não tinha sido considerada, mas depois dos testes efectuados aos outros dados, pareceu pertinente encontrar mais um caso real que tivesse uma dimensão intermédia entre a instância de Inverno, com 13 produtos apenas, e a de Primavera com 35, uma vez que a instância original de Inverno, tinha sido admissível no sequenciamento de um horizonte temporal de 8 horas mas a de Primavera não.

Os resultados obtidos revelaram-se muito semelhantes aos obtidos anteriormente na instância de Primavera.

A solução do PLIMP originou um conjunto de 31 tarefas, que o PLIMS não conseguiu sequenciar num dia normal de trabalho. Também para esta instância foi alargado o horizonte temporal do sequenciamento e testados diferentes tipos de períodos de tempo. Contudo, os resultados computacionais obtidos foram muito semelhantes aos obtidos para a instância de Primavera.

PLIMSoutono						
Nº períodos	Nº/período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (minutos)	Resultado
96	5	146876	420511	2976	2,67	Inadmissível
192	5	293756	10287543	5952	14,88	Erro
48	10	90265	1387573	1488	0,45	Inadmissível
124	10	180505	3456393	2976	1,53	Possível
93	15	175365	2731613	2883	1,3	Possível)

Tabela 18: Resultados computacionais do PLIMSoutono (Xpress-MP)

Também para esta instância as 8 horas não são suficientes para fazer o sequenciamento das tarefas, sendo necessárias 20 horas e 30 minutos para o caso em que os períodos são de 10 minutos, e 22 horas e 30 minutos para o caso dos períodos de tempo iguais a 15 minutos.

De seguida, pode observar-se a solução encontrada no diagrama de *Gantt* para o caso dos períodos de tempo serem iguais a 15 minutos.

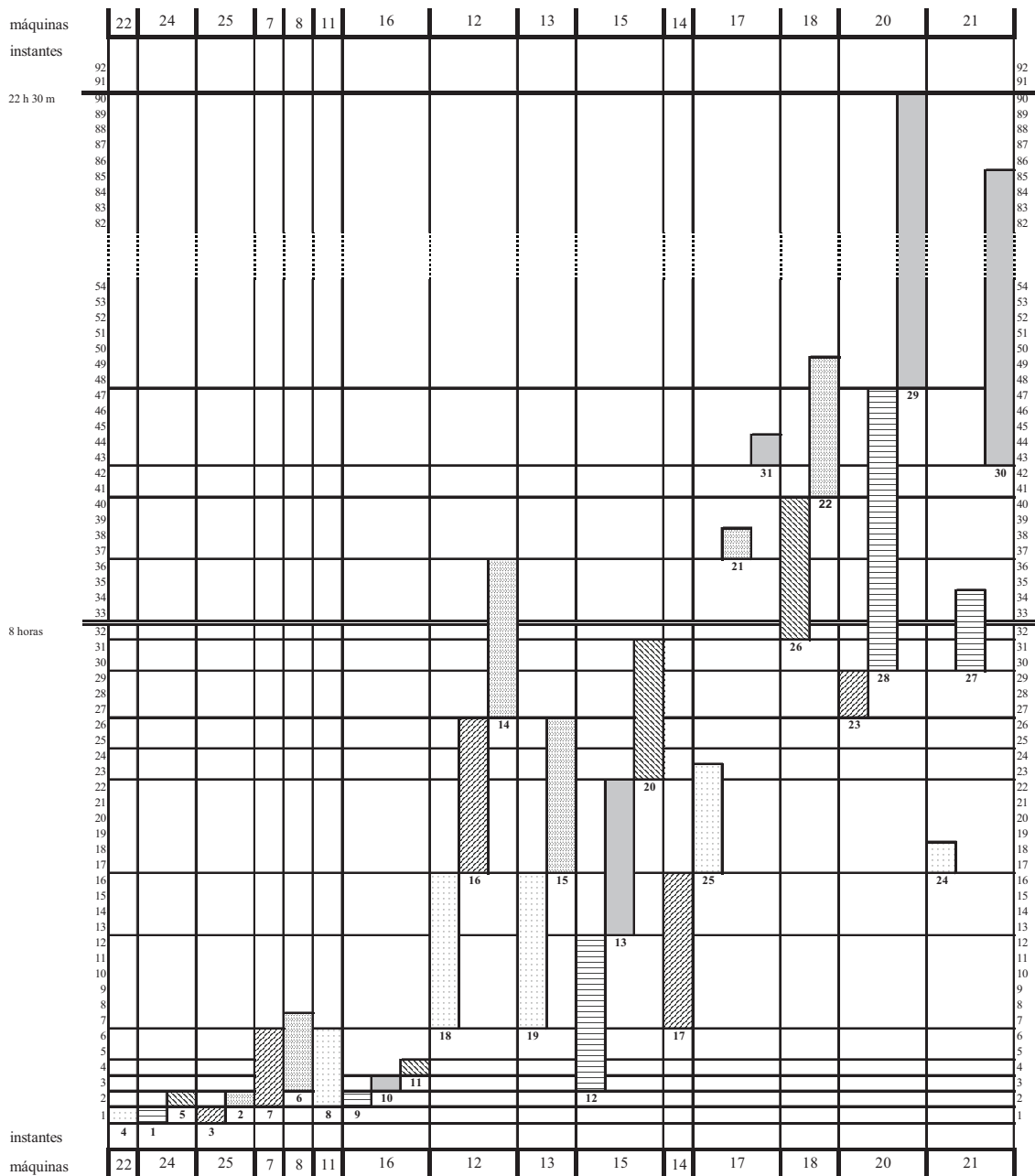


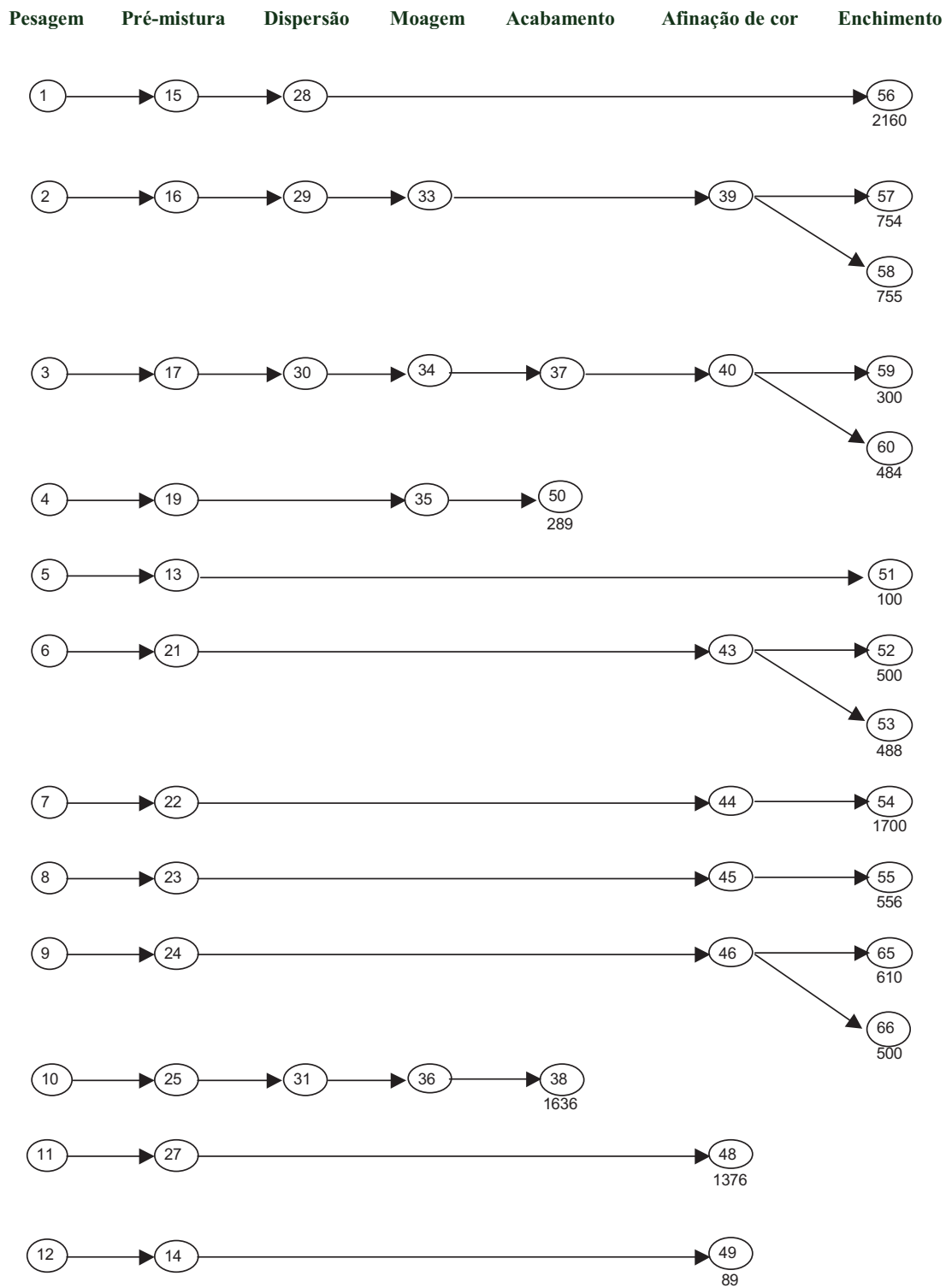
Figura 19: Diagrama de Gantt da instância de Outono com períodos de 15 minutos

Por exemplo, é bem visível na figura anterior que a “sobrecarga” das máquinas 20 e 21 que são de enchimento, fazem aumentar muito o *makespan*, porque se reparamos na tarefa 29 podia começar muito mais cedo se estivesse afecta a outra máquina.

6.5. Instância de Verão

Trata-se da maior instância testada. A avaliar ver pelos resultados das instâncias anteriores, as perspectivas não são muito animadoras.

Esta instância é constituída por 66 produtos diferentes, intermédios e finais. Na figura seguinte pode ver-se a numeração dos produtos, as operações que devem seguir, e as quantidades finais pretendidas.



(Continua)

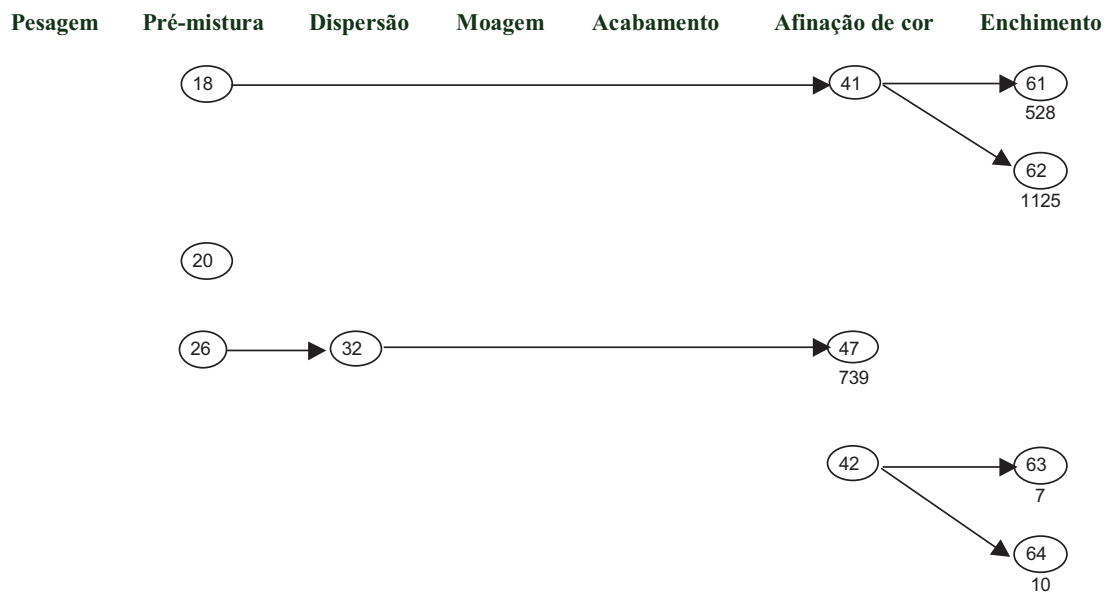


Figura 20: Descrição dos produtos da instância de Verão

A tabela que se segue mostra quais são as máquinas que podem efectuar as operações descritas na figura anterior.

Pesagem	Pré-mistura	Dispersão	Moagem	Acabamento	Afinação de cor	Enchimento
22 - P001	7 - A011	16 - D004	1 - M001 (a)	7 - A011	12 - A006	17 - E004
23 - P002	8 - A012		2 - M003 (a)	8 - A012	13 - A008	18 - E008
24 - P025	9 - A028		3 - M005 (a)	9 - A028	14 - A009	19 - E010 (c)
25 - P026	10 - A029		4 - M011 (b)	10 - A029	15 - A013	20 - E011
	11 - A030		5 - M005 (b)	11 - A030		21 - Emanual
	16 - D004		6 - M013 (b)	16 - D004		

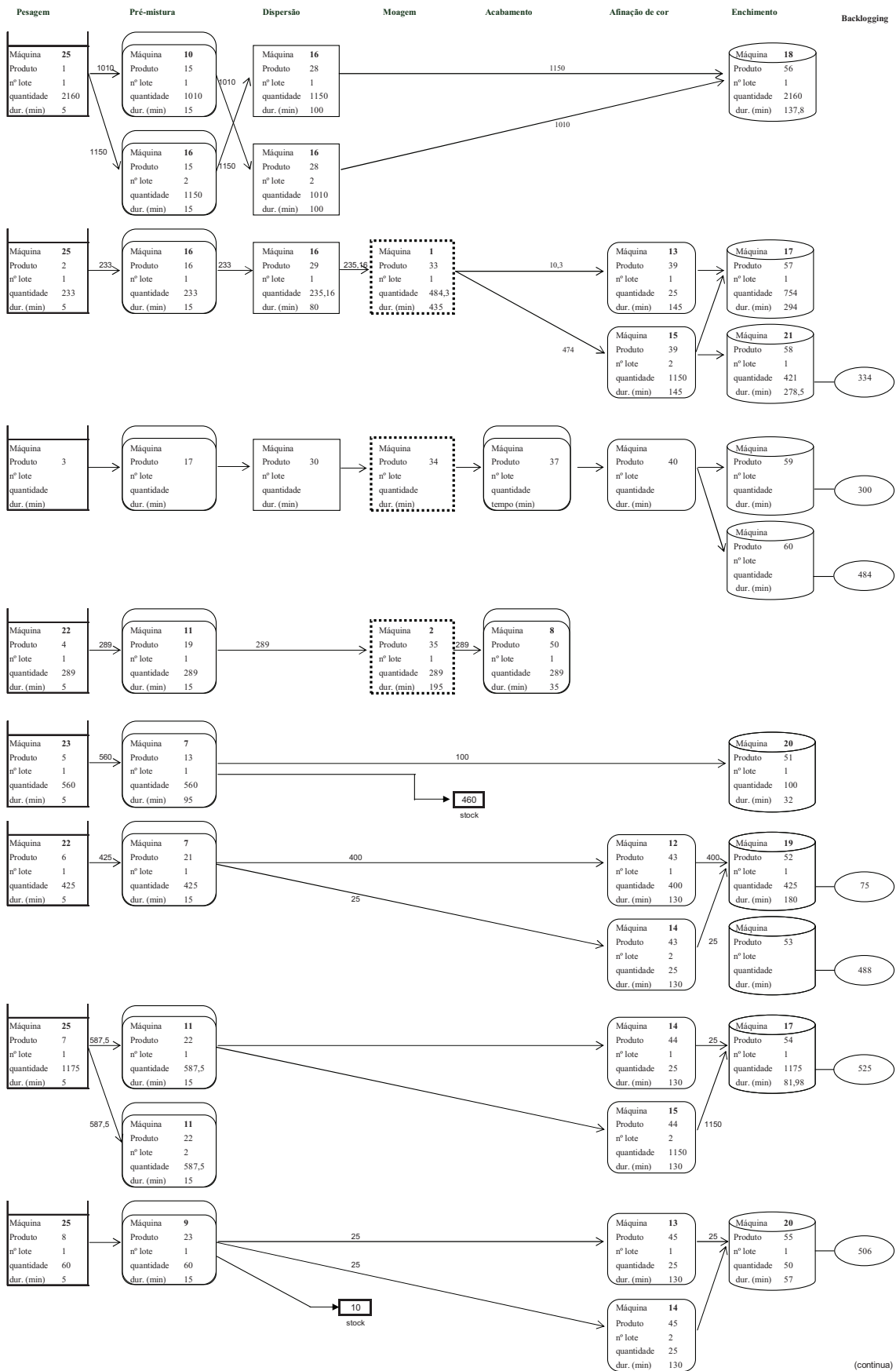
Legenda: (a) Pode fazer o produto 33; (b) Pode fazer o produto 34; (c) Só pode fazer os produtos 51, 52, 53, 54 e 55

Tabela 19: Descrição das máquinas da instância de Verão

A capacidade das máquinas para esta instância é igual à da instância de Primavera (ver Tabela 9).

6.5.1. Solução do PLIMP

Obtivemos a seguinte solução do PLIMPverão:



(continua)

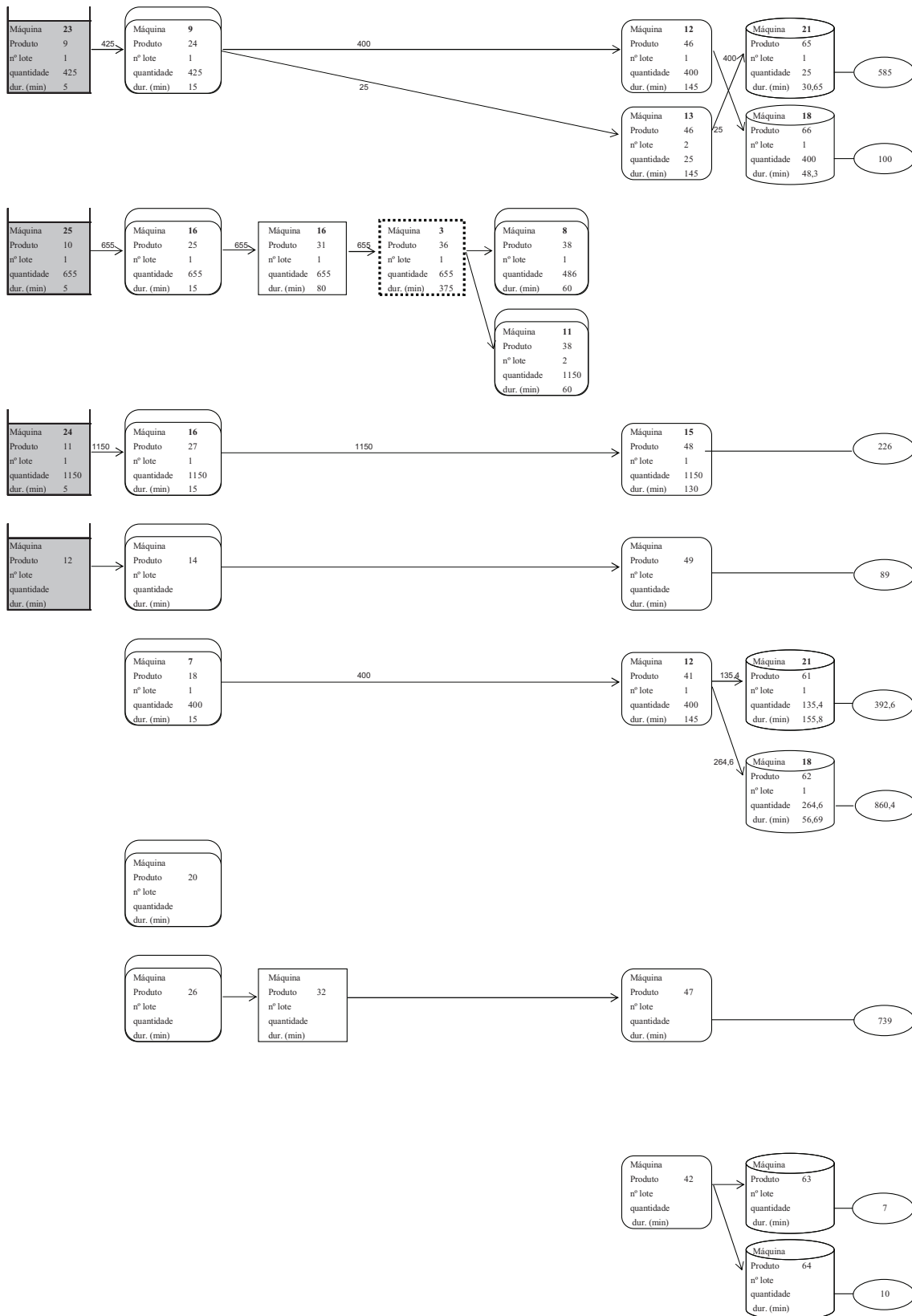


Figura 21: Solução do PLIMP da instância de Verão

Esta solução resulta na seguinte ocupação das máquinas:

Pesagem		Pré-mistura		Dispersão		Moagem		Acabamento		Afinação de cor		Enchimento	
Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.
22	10	7	30	16	390	1	435	7	30	12	420	17	375,95
23	10	8				2	195	8	95	13	420	18	242,81
24	5	9	30			3	375	9		14	390	19	180
25	25	10	15			4		10		15	405	20	89
		11	140			5		11	60			21	465,00
		16	30			6		16					

Tabela 20: Tempos de ocupação das máquinas da instância Verão

6.5.2. Solução para o PLIMS

À semelhança do procedimento efectuado para as outras instâncias, com a solução do modelo de PLIMPverão, foi construída a tabela seguinte com a informação relativa às tarefas que se vão processar.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 5 minutos	RDATE
1	1	1	2160	25	5	1	0
2	2	2	233	25	5	1	0
3	4	1	289	22	5	1	0
4	5	5	560	23	5	1	0
5	6	6	425	22	5	1	0
6	7	6	1175	25	5	1	0
7	8	6	60	25	5	1	0
8	9	6	425	23	5	1	0
9	10	1	655	25	5	1	0
10	11	6	1150	24	5	1	0
11	13	5	560	11	95	19	1
12	15	1	1010	10	15	3	1
13	15	1	1150	16	15	3	1
14	16	2	233	16	15	3	1
15	18	2	400	7	15	3	0
16	19	1	289	11	15	3	1
17	21	6	425	7	15	3	1

continua

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Período 5	RDATE
18	22	6	587,5	11	15	3	1
19	22	6	587,5	11	15	3	1
20	23	6	60	9	15	3	1
21	24	6	425	9	15	3	1
22	25	1	655	16	15	3	1
23	27	6	1150	16	15	3	1
24	28	1	1150	16	100	20	4
25	28	1	1010	16	100	20	4
26	29	2	235,16	16	80	16	4
27	31	1	655	16	80	16	4
28	33	2	484,33	1	435	87	20
29	35	1	289	2	195	39	4
30	36	1	655	3	375	75	20
31	38	1	486	8	60	12	95
32	38	1	1150	11	60	12	95
33	39	2	25	13	145	29	107
34	39	2	1150	15	145	29	107
35	41	2	400	12	145	29	3
36	43	6	400	12	130	26	4
37	43	6	25	14	130	26	4
38	44	6	25	14	130	26	4
39	44	6	1150	15	130	26	4
40	45	6	25	13	130	26	4
41	45	6	25	14	130	26	4
42	46	6	400	12	145	29	4
43	46	6	25	13	145	29	4
44	48	6	1150	15	130	26	4
45	50	1	289	8	35	7	43
46	51	5	100	20	32	6	20
47	52	6	425	19	180	36	30
48	54	6	1175	17	81,975	16	30
49	55	6	50	20	57	11	30
50	56	1	2160	18	137,82	28	24
51	57	2	754	17	293,98	59	136
52	58	2	421	21	278,546	56	136
53	61	2	135,39	21	155,8056	31	32
54	62	2	264,61	18	56,68614	11	32
55	65	6	25	21	30,65	6	33
56	66	6	400	18	48,3	10	33

Tabela 21: Tarefas para a instância de Verão

Basta uma rápida observação da tabela anterior, para constatar que para 96 períodos de 5 minutos, ou seja, 8 horas, o problema é não admissível.

À semelhança do que foi feito na instância de Primavera, tentou aumentar-se o horizonte temporal com o objectivo de encontrar a admissibilidade do sequenciamento, mas o problema resultante foi impossível de processar dada a sua enorme dimensão.

Considerando os períodos de tempo de 15 minutos, a redução das dimensões foi substancial mas ainda não suficiente para se conseguir encontrar uma solução. No quadro seguinte podemos ver os resultados computacionais obtidos na tentativa de encontrar a solução do problema de sequenciamento para a instância de Verão.

PLIMSverão						
Nº períodos	Minutos/ período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (minutos)	Resultado
96	5	438548	9791197	5376	12,08	Inadmissível
32	15	146213	2318728	1792	0,97	Inadmissível
64	15	292366	5966875	3584	4,6	Inadmissível
96	15	438548	9791197	5376	9,95	Inadmissível
128	15	584650	13698099	7168	20,07	Erro

Tabela 22: Resultados computacionais do PLIMSverão (Xpress-Mp)

6.6. Experiências com o PLIMP

Depois de introduzidas algumas alterações ao PLIMPS de Verão, que já tinham sido propostas anteriormente para as instâncias de Outono e Primavera com algum sucesso, o sequenciamento para esta instância continua impossível. Quando se tentou aumentar o número de períodos do horizonte temporal para que este fosse suficiente para sequenciar todas as tarefas, e mesmo já estando a considerar períodos de 15 minutos, o Xpress-MP começou a dar erro devido à dimensão da matriz gerada, impossibilitando a obtenção de solução.

Face à inadmissibilidade, em geral, do modelo de sequenciamento, julgou-se interessante explorar abordagens alternativas no modelo de planeamento. Para tal, e tendo como ponto de partida a instância de Verão, que é a mais complexa, foi feita uma análise aos resultados obtidos no PLIMP, procurando-se identificar os aspectos que o determinam. Seguidamente, tentou-se produzir alterações sobre esses aspectos com vista a melhorar as soluções do modelo de planeamento e consequentemente, o de sequenciamento.

6.6.1. A máquina 16

Na observação da Tabela 19, sobre os tempos de ocupação das máquinas na instância de Verão e da Tabela 20, relativa às tarefas para a instância de Verão, a máquina 16 desperta a atenção, uma vez que está afectada a 8 tarefas. É a única que pode efectuar a operação de dispersão, mas pode também fazer a pré-mistura e o acabamento.

Uma hipótese que surgiu foi a de dedicar esta máquina exclusivamente à dispersão. Se assim for, fica dispensada das outras duas operações, podendo assim começar mais cedo a dispersão, uma vez que não estará nunca ocupada com as tarefas da operação anterior.

Testada esta alteração no modelo de planeamento, a afectação dos produtos às máquinas passou a ser diferente, resultando nas tarefas que podem ser vistas na tabela seguinte.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR períodos 15 minutos	RDATE
1	1	1	2160	24	5	1	0
2	2	2	233	24	5	1	0
3	4	1	289	25	5	1	0
4	5	5	560	25	5	1	0
5	7	6	1175	25	5	1	0
6	9	6	425	25	5	1	0
7	10	1	655	24	5	1	0
8	11	6	1175	23	5	1	0
9	13	5	560	7	95	7	1
10	15	1	1010	9	15	1	1
11	15	1	1150	11	15	1	1
12	16	2	233	10	15	1	1
13	18	2	425	11	15	1	0
14	19	1	289	10	15	1	1
15	20	6	185	11	60	4	1
16	22	6	650	7	15	1	1
17	22	6	525	8	15	1	1
18	24	6	425	10	15	1	1
19	25	1	655	10	15	1	1
20	26	6	419	9	15	1	1
21	27	6	588	9	15	1	1
22	27	6	588	9	15	1	1
23	28	1	1150	16	100	7	2
24	28	1	1010	16	100	7	2
25	29	2	235	16	80	6	2
26	31	1	655	16	80	6	2
27	32	6	419	16	80	6	2

continua

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR períodos 15 minutos	RDATE
8	33	2	484	3	435	29	8
29	35	1	289	5	127,5	9	2
30	36	1	655	1	375	25	8
31	38	1	486	7	60	4	33
32	38	1	1150	10	60	4	33
33	39	2	25	13	145	10	37
34	39	2	1150	15	145	10	37
35	41	2	400	12	145	10	1
36	41	2	25	13	145	10	1
37	44	6	25	14	130	9	2
38	44	6	1150	15	130	9	2
39	46	6	400	12	145	10	2
40	46	6	25	14	145	10	2
41	47	6	400	12	170	12	8
42	47	6	25	14	170	12	8
43	48	6	25	13	130	9	2
44	48	6	1150	15	130	9	2
45	50	1	289	11	35	3	11
46	51	5	100	19	23	2	8
47	54	6	1175	19	46,425	4	11
48	56	1	2160	18	137,82	10	9
49	57	2	420	17	170,4	12	47
50	58	2	755	20	199,22	14	47
51	61	2	425	18	106,25	8	11
52	65	6	425	18	71,7	5	12

Tabela 23: Tarefas para a instância de Verão com alterações à máquina 16

Para um horizonte temporal de 8 horas, 32 períodos de 15 minutos, o sequenciamento é visivelmente inadmissível.

Depois de feitos vários testes, foi encontrada uma solução para 61 períodos de tempo.

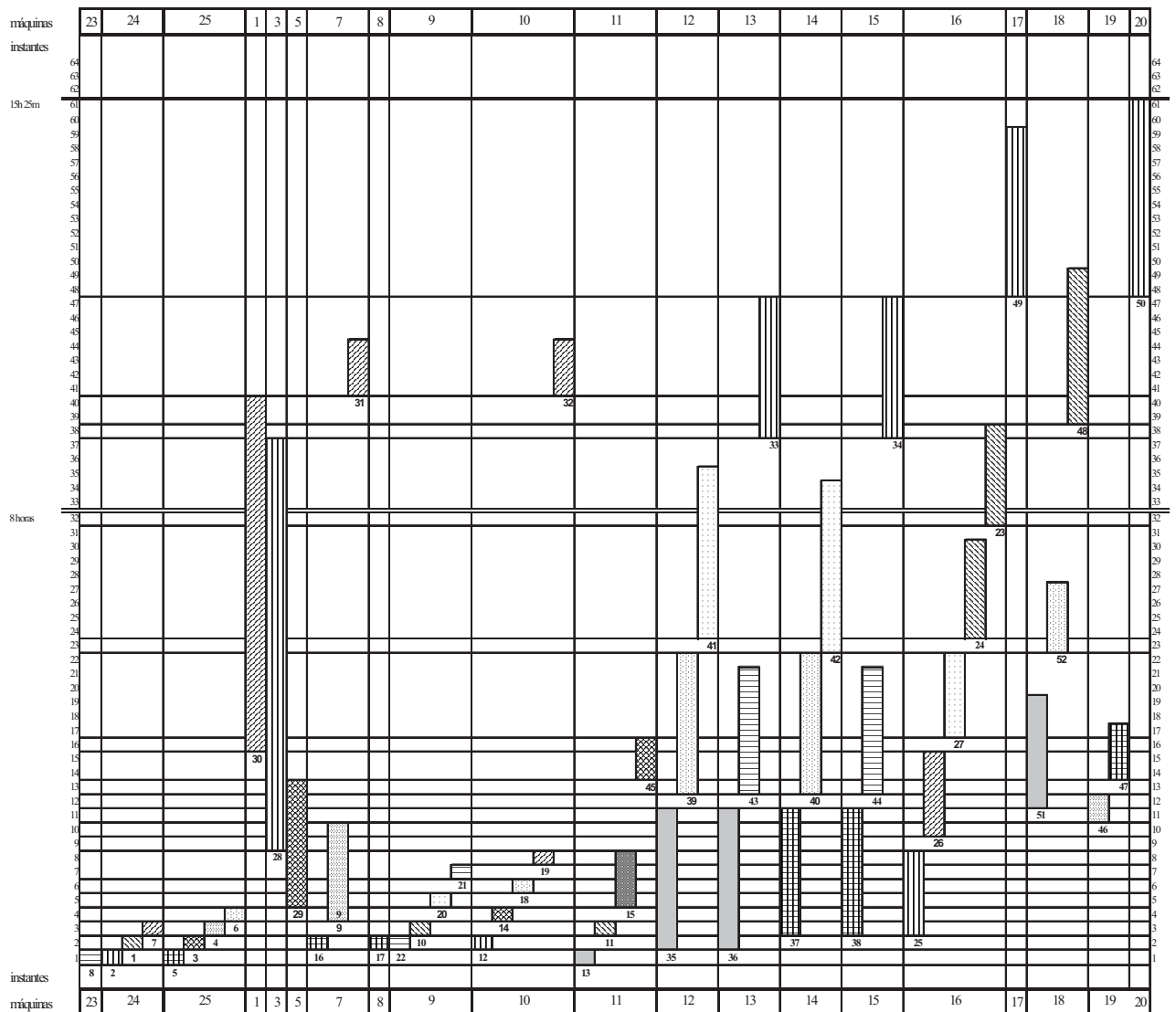


Figura 22: Diagrama de Gantt da instância de Verão máquina 16, com períodos de 15 minutos

Com esta simples modificação no PLIMP, que consistiu na afectação de uma máquina polivalente a uma única operação realizada exclusivamente por ela, foi possível obter o sequenciamento das tarefas, embora seja ainda necessário um tempo superior ao desejável para completar todo o trabalho (15 horas e 25 minutos).

6.6.2. Diminuição da disponibilidade de tempo de todas as máquinas

Outra análise ao *output* do PLIMPverão chama a atenção para a sobrecarga (em termos de ocupação) das máquinas que fazem por exemplo, a Afinação de Cor: 12, 13, 14 e 15. Estas máquinas atingem quase o tempo máximo de utilização de 480 minutos. Quando estes resultados passam para o sequenciamento, de uma maneira geral não vão ser obtidas soluções admissíveis. Por exemplo, se a máquina 12 tiver uma ocupação no PLIMP da totalidade do tempo, para que fosse admissível no PLIMS tinha de começar a trabalhar desde o primeiro instante e sequenciar todas as tarefas ininterruptamente.

Uma hipótese que parece razoável é a redução do tempo de disponibilidade das máquinas na fase do planeamento, pois assim, em princípio, conseguir-se-á reduzir as condições impostas pelo planeamento que limitam o sequenciamento. O que aconteceria se, no modelo de planeamento, o tempo de disponibilidade de todas as máquinas diminuísse para metade? Será que com esta modificação o sequenciamento das tarefas era então possível nas 8 horas?

Para responder a esta questão, foi efectuada a alteração na restrição da capacidade horária das máquinas, que deixou de ser 480 minutos e passou a ser 240. A solução obtida pelo PLIM de planeamento foi logicamente diferente, resultando neste caso muito mais *backlogging*.

O tempo de ocupação das máquinas no PLIMP passou a ser o seguinte:

Pesagem		Pré-mistura		Dispersão		Moagem		Acabamento		Afinação de cor		Enchimento	
Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.	Máq.	Min.
22		7	95	16	180	1		7	60	12	130	17	39,4
23	10	8				2		8		13	130	18	143,06
24		9	15			3	195	9	60	14	130	19	
25	20	10	90			4	127,5	10		15	130	20	
		11	15			5	127,5	11	35			21	187,72
		16	30			6		16					

Tabela 24: Tempos de ocupação das máquinas para a instância de Verão com diminuição na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP

Depois de tratados os resultados do PLIMP, foi construído o *input* para o modelo de sequenciamento com base nos dados que se apresentam a seguir.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 15 minutos	RDATE
1	1	1	1150	23	5	1	0
2	4	1	289	25	5	1	0
3	5	5	560	25	5	1	0
4	7	6	425	25	5	1	0
5	10	1	655	23	5	1	0
6	11	6	1175	25	5	1	0
7	15	1	1150	16	15	1	1
8	19	1	289	10	15	1	1

continua

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 15 minutos	RDATE
9	13	5	560	7	95	7	1
10	22	6	425	11	15	1	1
11	25	1	655	10	15	1	1
12	27	6	975	9	15	1	1
13	27	6	200	16	15	1	1
14	20	6	185	10	60	4	0
15	28	1	1150	16	100	7	2
16	31	1	655	16	80	6	2
17	35	1	289	3	195	13	2
18	36	1	350	4	375	25	8
19	36	1	305	5	375	25	8
20	38	1	650	7	60	4	33
21	38	1	986	9	60	4	33
22	44	6	400	12	130	9	2
23	44	6	25	13	130	9	2
24	48	6	25	14	130	9	2
25	48	6	1150	15	130	9	2
26	50	1	289	11	35	3	15
27	51	5	100	17	39,4	3	8
28	54	6	425	21	187,55	13	11
29	56	1	1145	18	85,04	6	9
30	56	1	5	18	25,76	2	9

Tabela 25: Tarefas para a instância de Verão com diminuição na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP

O sequenciamento das 30 tarefas geradas é visivelmente inadmissível para 32 períodos de 15 minutos, ou seja, para as 8 horas, no entanto consegue fazer-se num pouco mais de tempo. Para 38 períodos obteve-se solução, sendo todo o trabalho efectuado em 9 horas e meia.

O diagrama de *Gantt* seguinte mostra a solução obtida.

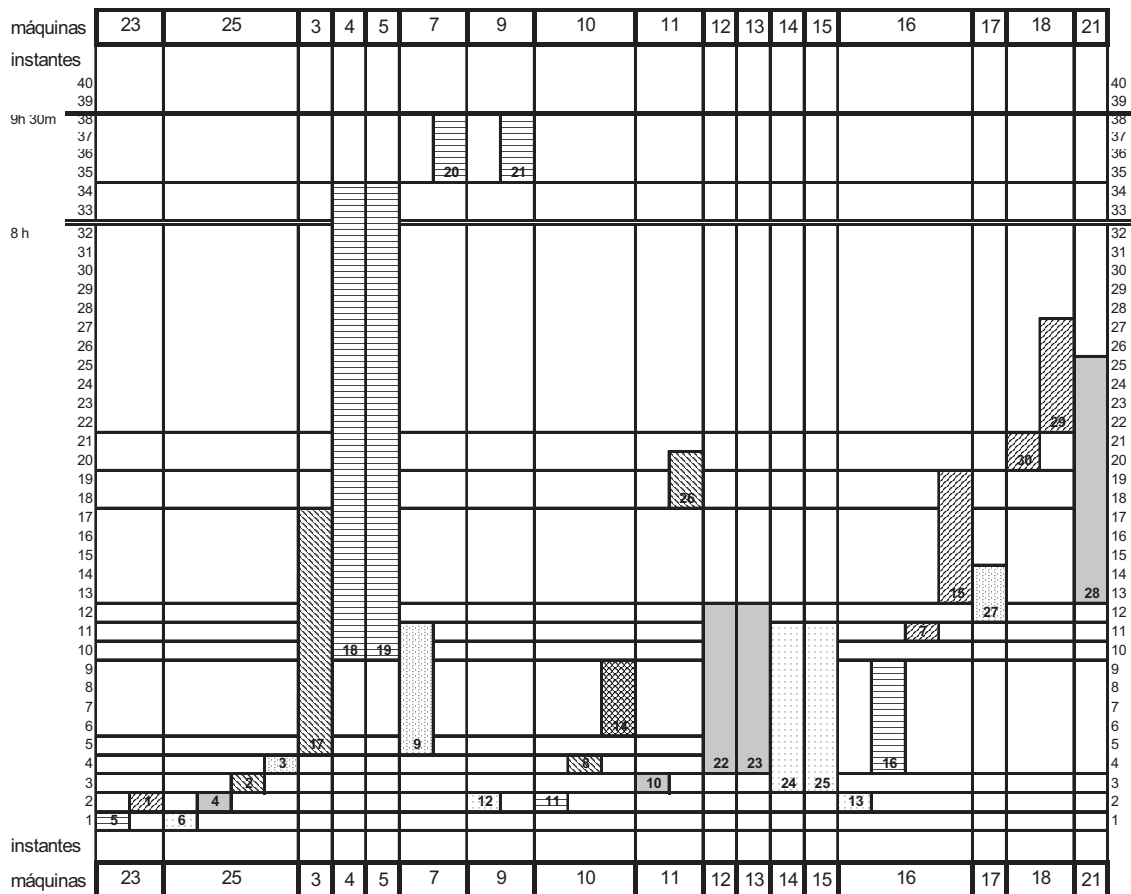


Figura 23: Diagrama de Gantt da instância de Verão com alteração no tempo de funcionamento das máquinas no PLIMP, com períodos de 15 minutos

Os resultados computacionais dos testes efectuados ao PLIMS de Verão, com períodos de 15 minutos, e resultante da aplicação do PLIMP reduzido a um funcionamento de 4 horas, foram os seguintes:

PLIMSverão						
Nº períodos	Período de tempo (minutos)	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (minutos)	Resultado
32	15	56099	367143	960	0,13	Inadmissível
40	15	68125	417529	1200	0,17	Possível

Tabela 26: Resultados computacionais do PLIMSverão com diminuição na capacidade de funcionamento das máquinas no PLIMP (Xpress-Mp)

6.6.3. Diminuição do tempo de disponibilidade de algumas máquinas

Diminuir o tempo de disponibilidade de todas as máquinas no PLIMP, pareceu ser uma opção razoável, como pode ser visto anteriormente. Contudo esta alteração faz com que um grande número de produtos não seja produzido com prejuízo para o cumprimento das encomendas.

Desta forma, outra hipótese que se considerou, foi reduzir o tempo de disponibilidade apenas às máquinas que demonstraram ser mais críticas em termos de tempo de utilização.

Foram então testadas novamente as instâncias de Verão e de Primavera por terem sido as que levantaram mais problemas nos testes anteriores, não se considerando necessário testar as instâncias de Inverno e de Outono.

6.6.3.1. Primavera

Analisando a tabela 14, sobre tempos de ocupação das máquinas na instância da Primavera, pode-se observar que as máquinas com maior ocupação são as seguintes:

Máquina	Tempo total de ocupação (minutos)
5	376
12	435
14	290
15	420
17	282,72
18	282,82

Tabela 27: Tempos de ocupação de algumas máquinas da instância de Primavera

Nesta fase, o primeiro teste efectuado a esta instância foi a alteração do tempo de disponibilidade das máquinas da tabela anterior para 4 horas. O resultado do PLIMP foi curioso, mas de certo modo evidente, uma vez que carregou a máquina 13, já que esta não foi limitada e pode fazer a afinação de cor. À máquina ficaram afectos produtos cujo tempo de processamento perfaz 435 minutos, originando com certeza a inadmissibilidade do sequenciamento em tempo útil. Decidiu-se então diminuir também a capacidade da máquina 13.

Outro resultado que se obteve foi uma grande quantidade de *backlogging*. Será que ficar apenas com 4 horas de possível funcionamento destas máquinas não é uma diminuição grande demais? Decidiu-se então por considerar apenas uma diminuição de 120 minutos, isto é, permitir que as máquinas trabalhem 6 horas.

Resumindo, para a Primavera, foi alterada a capacidade de funcionamento das máquinas 5, 12, 13, 14, 15, 17 e 18 para 6 horas no PLIMP (PLIMPprimavera DMCap120).

6.6.3.2. Verão

Analisando a tabela 19, sobre tempos de ocupação das máquinas na instância de Verão, pode-se observar que as máquinas com maior ocupação são as seguintes:

Máquina	Tempo total de ocupação (minutos)
1	435
3	375
12	420
13	420
14	390
15	405
17	376
21	465

Tabela 28: Tempos de ocupação de algumas máquinas da instância de Verão

Optou-se por diminuir a capacidade destas máquinas mas também à 2, 18, 19 e 20, pelos resultados da experiência anterior efectuada com a instância de Primavera, já que a máquina 2 também pode fazer a moagem e foi utilizada com uma ocupação de 195 minutos, e as máquinas 18, 19 e 20 podem fazer o enchimento juntamente com as máquinas 17 e 21.

A redução da capacidade das máquinas anteriores foi também de 120 minutos à semelhança dos testes efectuados com a Primavera.

Ficou-se assim com o PLIMP diminuído da capacidade de funcionamento das máquinas 1, 2, 3, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20 e 21 para 6 horas (PLIMPverão DMCCap120).

6.6.4. Reformulação da função objectivo

O objectivo definido no PLIMP é a minimização do *backlogging* e do *stock*. A estas duas parcelas atribuíram-se custos fictícios, sendo o custo da primeira 1000 vezes superior ao da segunda como já foi visto anteriormente.

Como o objectivo do modelo de sequenciamento é conseguir sequenciar todas as tarefas no horizonte temporal definido, fazendo com que as tarefas terminem todas o mais cedo possível, pensou-se em acrescentar mais uma parcela à função objectivo do PLIMP que minimize o tempo total de ocupação das máquinas (MinT).

6.6.4.1. Primavera

Com a reformulação da função objectivo, e sem restringir a capacidade de funcionamento das máquinas conseguiu-se, diminuir o *backlogging* consideravelmente, mas obteve-se novamente uma grande sobrecarga de algumas máquinas, nomeadamente das máquinas 12 e 18, com 435 minutos e 448, respectivamente.

6.6.4.2. Verão

Para este caso o que se passou foi semelhante aos resultados obtidos para a instância de Primavera. Não fazendo restrições ao tempo de funcionamento das máquinas a sua ocupação disparou tendo-se por exemplo verificado para as máquinas 12 e 15 uma ocupação de 405 minutos para cada uma.

6.6.5. Síntese das experiências

Face aos resultados descritos anteriormente, considerou-se pertinente a conjugação das duas situações mencionadas anteriormente: a diminuição do tempo de disponibilidade de algumas máquinas e a reformulação da função objectivo.

Os resultados foram significativamente razoáveis, podendo ser resumidas as variantes ao PLIMP referidas anteriormente, no seguinte quadro.

Modelo		Nº máquinas	tempo máximo de ocupação de uma máquina (minutos)	Nº produtos backlogging	quantidade total de unidades backlogging	Nº produtos stock	quantidade total de unidades stock	Valor FO
PLIMPverão	Normal	22	465	15	5721	0	0	5721000
	DCapM120	20	360	16	7321	1	10	7321010
	MinT	20	420	16	5721	1	10	5724336
	DCapM120 + MinT	20	280	17	7321	1	10	7323500
PLIMPprimavera	Normal	19	435	2	310	1	10	310010
	DCapM120	16	334	5	1111	2	37	1448037
	MinT	17	447,97	2	310	1	10	312847
	DCapM120 + MinT	16	290	5	1448	1	10	1450222

Tabela 29: Quadro resumo dos resultados obtidos nas variantes do PLIMP para o Verão e para a Primavera

Pode-se constatar que a opção que parece mais adequada é a combinação das duas variantes, DCapM120 e MinT.

É com base neste modelo, PLIMP DCapM120 + MinT, que são apresentadas de seguida as soluções para o sequenciamento.

6.6.6. Solução para o PLIMS

Pelas razões acima explicadas, serão apenas consideradas as instâncias de Verão e de Primavera.

6.6.6.1. Primavera

Obtidos os resultados do PLIMP DCapM120 + MinT, foi constituído *input* para o modelo de sequenciamento, que se apresenta a seguir.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 5 minutos	RDATE
1	1	3	288,16	23	5	1	0
2	2	5	125	22	5	1	0
3	4	4	250	25	5	1	0
4	5	6	425	24	5	1	0
5	6	6	990	22	5	1	0
6	7	6	425	16	70	14	1
7	8	3	288,16	16	10	2	1
8	9	5	125	9	10	2	1
9	11	4	250	16	10	2	1
10	12	6	60	7	10	2	0
11	13	6	990	9	10	2	1
12	15	6	425	16	75	15	15
13	16	5	125	6	140	28	3
14	18	4	250	5	180	36	3
15	20	3	400	12	140	28	11
16	20	4	25	14	140	28	11
17	22	6	920	15	140	28	39
18	23	6	25	13	140	28	2
19	23	6	25	14	140	28	2
20	24	6	400	12	140	28	30
21	24	6	25	13	140	28	30
22	25	6	990	15	125	25	3
23	26	3	288,16	16	40	8	3
24	27	6	425	21	18,26	4	58
25	28	6	990	20	78,26	16	28
26	29	3	425	18	49,2	10	39
27	30	5	125	18	18	4	31
28	33	4	120	18	27,8	6	67
29	34	4	800	18	88,2	18	67
30	35	6	50	20	17,2	4	30

Tabela 30: Tarefas para a instância de Primavera DMCap120 + MinT

Observando as colunas da duração e dos instantes de disponibilidade das tarefas parece, à primeira vista, que o sequenciamento pode ser possível nos 96 períodos de 5 minutos.

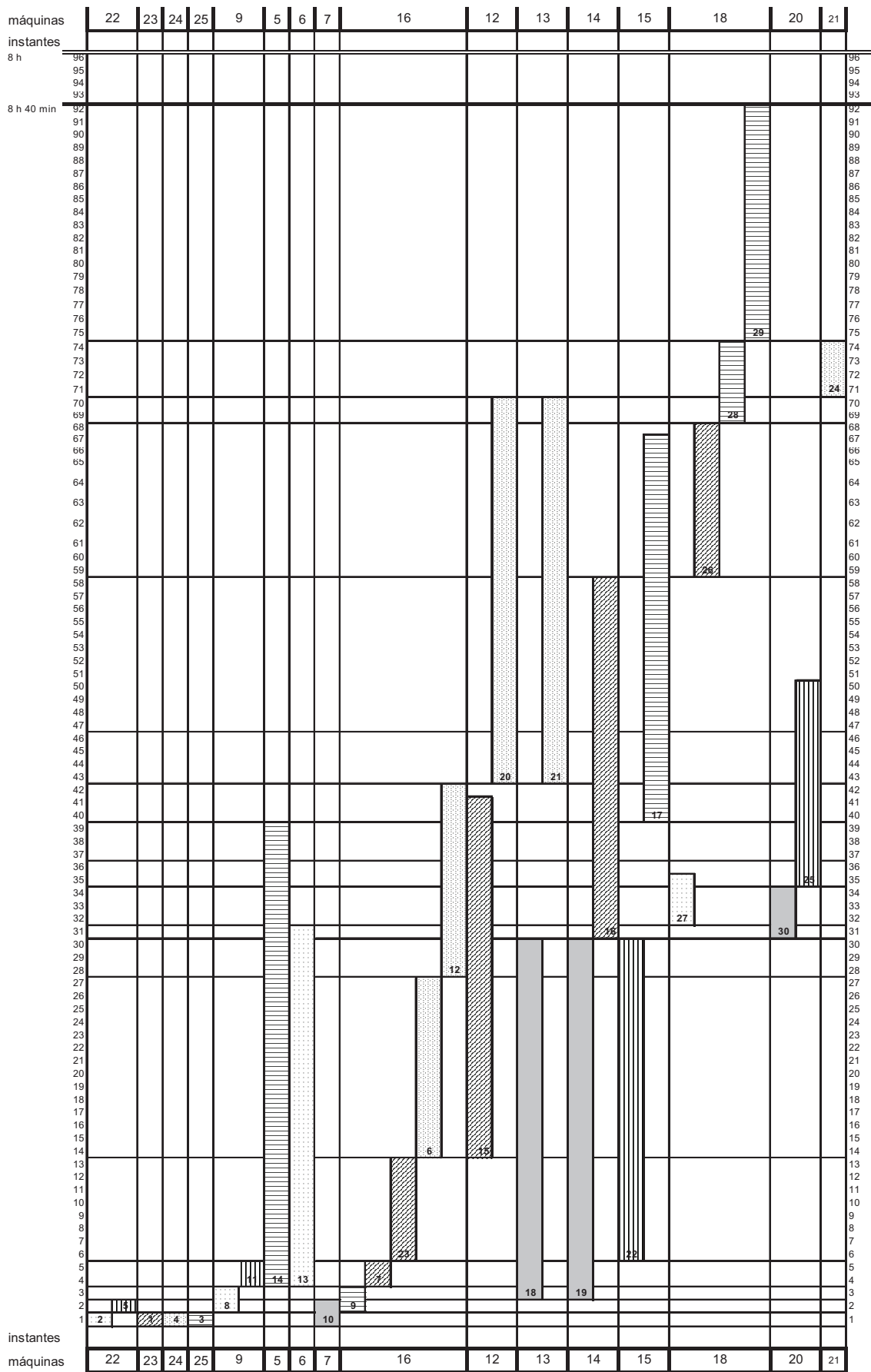


Figura 24: Diagrama de Gantt da instância de Primavera DMCap120 + MinT

Como se pode verificar pela análise do diagrama de *Gantt*, o valor do *makespan* é igual a 93, sendo esta solução admissível para um dia normal de trabalho.

6.6.6.2. Verão

Obtidos os resultados do PLIMP DCapM120 + MinT, foi constituído o *input* para o modelo de sequenciamento que se apresenta a seguir.

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 5 minutos	RDATE
1	1	1	2160	25	5	1	0
2	4	1	289	25	5	1	0
3	5	5	560	25	5	1	0
4	6	6	60	23	5	1	0
5	7	6	1550	24	5	1	0
6	9	6	425	22	5	1	0
7	10	1	655	22	5	1	0
8	11	6	1175	24	5	1	0
9	13	5	560	7	90	18	1
10	15	1	1010	8	10	2	1
11	15	1	1150	11	10	2	1
12	19	1	289	7	10	2	1
13	20	6	185	10	55	11	0
14	21	6	60	10	10	2	1
15	22	6	1150	11	10	2	1
16	22	6	400	7	10	2	1
17	24	6	425	9	10	2	1
18	25	1	655	10	10	2	1
19	27	6	60	9	10	2	1
20	27	6	1115	11	10	2	1
21	28	1	1150	16	95	19	3
22	28	1	1010	16	95	19	3
23	31	1	655	16	75	15	3
24	35	1	289	5	120	24	3
25	36	1	305	4	120	24	18
26	36	1	350	5	120	24	18
27	38	1	986	10	55	11	42
28	38	1	650	7	55	11	42
29	43	6	25	14	125	25	3
30	43	6	25	13	125	25	3
31	44	6	400	12	125	25	3
32	44	6	1150	15	125	25	3
33	46	6	400	12	140	28	3
34	46	6	25	13	140	28	3
35	48	6	1150	15	125	25	3
36	48	6	25	14	125	25	3
37	50	1	289	11	30	6	27
38	51	5	100	21	8,2	2	19
39	52	6	50	17	11	3	28

continua

TAREFAS	Produto	Família	Quantidade	Máquina	Tempo	DUR Períodos 5 min	RDATE
40	54	6	1550	19	53,05	11	28
41	56	1	2160	18	117,32	24	22
42	66	6	425	17	14,35	3	31

Tabela 31: Tarefas para a instância de Verão DMCap120 + MinT

Observando as colunas da duração e dos instantes de disponibilidade das tarefas, parece que também para esta instância, com estas modificações no PLIMP, o sequenciamento pode ser possível nas 8 horas.

De facto, a última tarefa a ser processada termina no instante 82, pelo que PLIMSverão DMCap120 + MinT é admissível. De seguida, pode-se observar a solução obtida através do diagrama de *Gantt*.

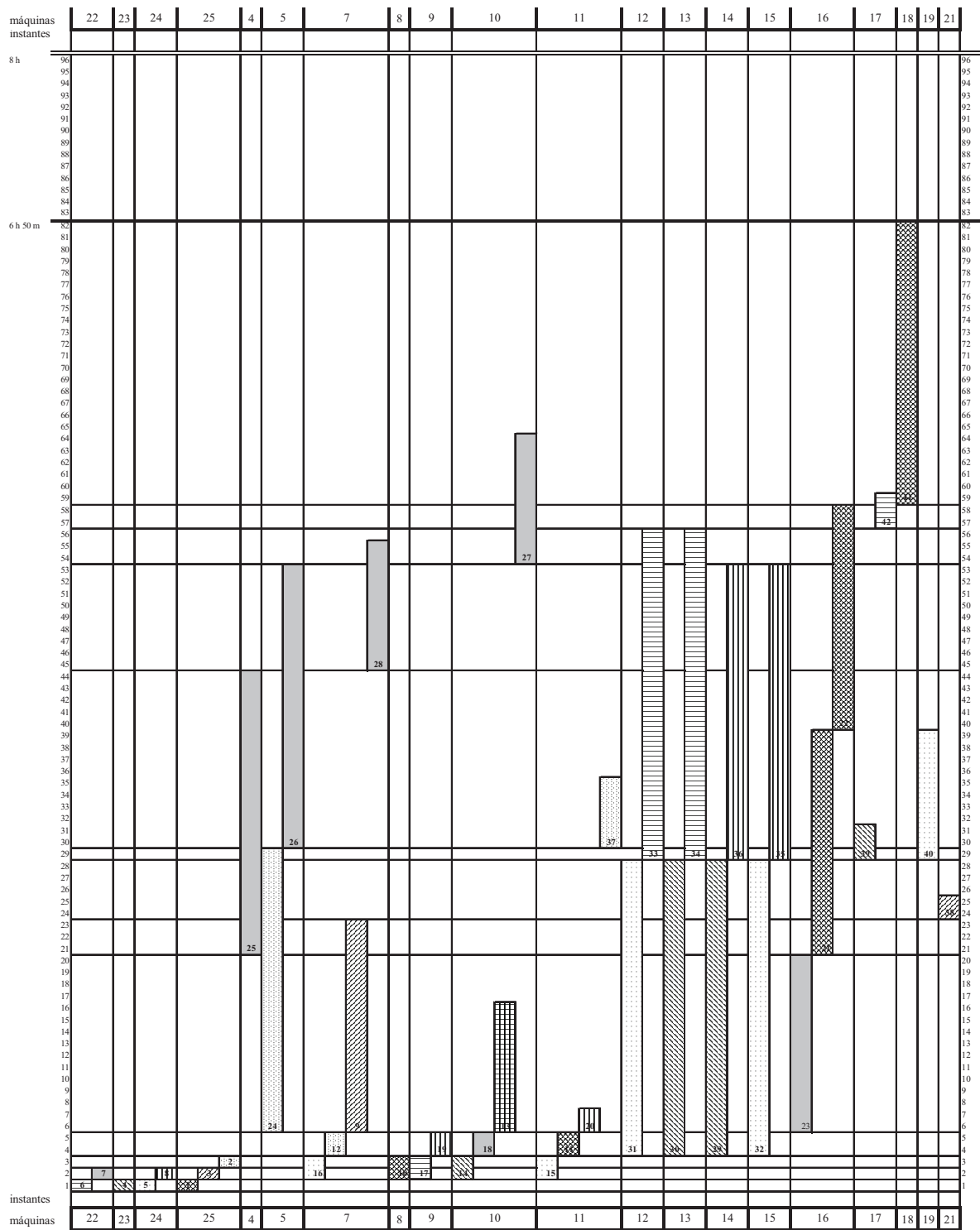


Figura 25: Diagrama de Gantt da instância de Verão DMCap120 + MinT

6.7. PLIMS novo

O modelo de sequenciamento inicialmente usado é mais geral, permitindo *changeovers* (durações) que dependem da sequência. Atendendo que no caso do problema em questão o PLIMS pode ser simplificado como foi explicado em 5.8., o novo PLIMS obtido, utiliza o conjunto de restrições (5'), e reduz significativamente os tempos de processamento, pois estas restrições são mais fortes, e porque para além disso são também em menor número.

Apresentam-se de seguida os testes computacionais efectuados com as instâncias de Outono, Primavera e Verão que demonstram precisamente que este novo modelo tem uma redução significativa no número de restrições, levando a que os tempos computacionais despendidos sejam muito inferiores aos do modelo usado inicialmente. Não são apresentados testes relativamente à instância de Inverno, uma vez que dada a sua dimensão ser relativamente pequena, não levantou qualquer tipo de problema no sequenciamento.

Dadas as grandes dimensões dos modelos gerados, mostrou-se ser impossível com o modelo anteriormente usado, obter sequências com períodos de tempo iguais a 5 minutos para as três instâncias do problema. Por exemplo, para a instância de Primavera (Ver Tabela 16), considerando 180 períodos de tempo de 5 minutos, o programa Xpress-MP demorou cerca de 10 minutos a gerar o modelo e de seguida deu erro, não sendo possível obter-se qualquer solução, e com esta alteração, consegue-se em 2 segundos apenas gerar o modelo e obter uma sequência admissível para 170 períodos de tempo, como se pode ver de seguida.

PLIMSPrimaveraNOVO						
Nº períodos	Minutos/ período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (segundos)	Resultado
96	5	5306	329851	3648	1	Inadmissível
170	5	9154	1018643	6460	2	Possível

Tabela 32: Resultados computacionais do PLIMSPrimaveraNOVO (Xpress-Mp)

A solução encontrada que minimiza o *makespan* tem valor 138, o que corresponde a 11h e 30 minutos.

Para a instância de Outono, os resultados obtidos foram os seguintes:

PLIMSoutonoNOVO						
Nº períodos	Minutos/ período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (segundos)	Resultado
96	5	4310	278672	2976	1	Inadmissível
192	5	8632	1130546	5952	4	Inadmissível
240	5	10792	1764338	7440	6	Possível

Tabela 33: Resultados computacionais do PLIMSoutonoNOVO (Xpress-Mp)

A solução obtida é sequenciável em 233 períodos, que corresponde 19 horas e 25 minutos.

Para a instância de Verão, também foi possível resolver o problema de sequenciamento, utilizando períodos de 5 minutos de tempo, como se pode ver na tabela seguinte.

PLIMSverãoNOVO						
Nº períodos	Minutos/ período	Nº restrições	Elementos da matriz	Variáveis binárias	Tempo geração modelo (segundos)	Resultado
96	5	7183	476293	5376	1	Inadmissível
192	5	14271	1909461	10752	6	Possível

Tabela 34 :Resultados computacionais do PLIMSverãoNOVO (Xpress-Mp)

Para esta instância, a solução que minimiza o *makespan* tem valor igual a 191 períodos, que corresponde a 15 horas e 55 minutos.

7. CONCLUSÕES E TRABALHO FUTURO

O objectivo deste trabalho é conseguir dar resposta a um problema levantado por uma empresa de tintas, e que é o planeamento diário da produção com vista a satisfazer todas as encomendas. Para tal, o planeamento da produção em lotes foi dividido em duas fases: uma de *Planeamento* e outra de *Sequenciamento*. Foram testados os respectivos modelos de programação linear inteira mista, PLIMP e PLIMS, em instâncias reais cujos dados foram recolhidos junto da empresa.

Em relação ao modelo de planeamento, conseguiu-se obter soluções admissíveis em poucos segundos, com um *gap* na ordem de 10^{-5} para a instância da Primavera e de 10^{-6} para a instância de Verão. Para as instâncias de menores dimensões conseguiu-se mesmo fazer a pesquisa de todas as soluções admissíveis em menos de 1 segundo para a instância de Inverno e em 1 segundo para a de Outono.

Os resultados computacionais obtidos para o PLIMP são apresentados na seguinte tabela.

Modelo/ instância	NP	Nº var. bin.	Total var.	Nº restr.	Tempo CPU segundos	Iterações	Nº sol.	valor F.O.	Melhor limite	(ML / FO) %
PLIMP inverno	13	63	219	216	<1	141	1	0		
PLIMP outono	27	281	777	701	1	3471	3	587000		
PLIMP primavera	38	338	963	859	28	110514	6	310010	310000	0,9999677
PLIMP verão	66	656	1734	1522	28	2360903	3	5721010	5721001	0,9999984

Tabela 35: Resultados computacionais do PLIMP (XPress-Mp)

Uma das dúvidas que se colocou em relação ao tempo que o PLIMP demora para encontrar soluções “boas”, é também a geração de soluções múltiplas, que se devem ao facto de existir várias hipóteses para o fabrico dos produtos. As restrições que eliminam soluções múltiplas (ESS) foram testadas em todas as instâncias, tendo-se chegado à conclusão que a sua utilização não é muito eficaz.

A questão mais pertinente com que este estudo se deparou, é que as soluções admissíveis encontradas no modelo de planeamento não são, de uma maneira geral, admissíveis para o modelo de sequenciamento. De facto, uma solução do planeamento admissível para as 8 horas pode não o ser nesse mesmo período de tempo quando se faz o sequenciamento, uma vez que têm de ser tidas em conta as precedências entre as tarefas.

Com o objectivo de resolver esta inadmissibilidade do sequenciamento, foi alargado o horizonte temporal no PLIMS. No entanto, este procedimento, que implica a existência de horas extraordinárias, deve ser programado *à priori* pela empresa. Os resultados obtidos com o alargamento do horizonte temporal foram pouco satisfatórios. Por um lado, o aumento do número de períodos tinha de ser tão grande, que conduzia a sequenciamento pouco razoáveis, como por exemplo em 15 horas; Por outro lado, também conduziram a outro problema que é a impossibilidade de resolução no *Xpress-Mp* dadas as grandes dimensões do modelo resultante. Isto deve-se ao facto de o número de variáveis binárias sofrer um acréscimo de $p \times NT$, onde p representa o número de períodos de tempo que se aumentam e NT o número de tarefas do problema.

Outra questão prende-se com a escolha do intervalo de tempo. Esta característica estudada para o sequenciamento, é como já foi dito atrás uma tarefa difícil (Orçun, Altinel, e Hortaçsu, 2001). Por exemplo, quando a duração de uma operação e o tempo de *set-up* de um operador são, respectivamente, 120 e 15 minutos, escolher 60 minutos como um sub-intervalo não é razoável, uma vez que o tempo de *set-up* do operador fica com mais 45 minutos. Por outro lado, escolher sub-intervalos pequenos previne este problema, mas causa uma explosão de variáveis binárias que representam os sub-intervalos. Por outras palavras, diminuir o tamanho de um intervalo para metade do seu valor, duplica o número total de variáveis binárias, e neste caso o tempo do modelo obter soluções cresce proibitivamente. Assim, estes efeitos negativos fazem com que a selecção dos sub-intervalos com tamanho razoável seja difícil, especialmente para plantas de produção em lotes multi-uso e multi-produto, quando muitos produtos competem pelo mesmo operador.

Os estudos efectuados revelaram que para a instância de Inverno, a mais pequena, com apenas 13 tarefas, podemos considerar períodos de 5 minutos porque mesmo considerando 96 períodos de tempo que são as 8 horas, conseguimos obter solução porque o número de variáveis não é demasiado grande dado o número de tarefas ser pequeno. Para esta instância pequena, consegue-se obter uma sequência admissível nas 8 horas, e com muito pouco erro de aproximação dos tempos de duração das tarefas.

Uma sugestão para eliminar esta dificuldade é a representação contínua do tempo, uma vez que a afectação para pré-definir *slots* de tempo que requerem o uso de variáveis binárias não é necessária. Orçun, Altinel, e Hortaçsu (2001) defendem que a melhor opção é a representação contínua do tempo.

Como as tentativas de melhoramento das soluções encontradas não foram muito eficazes com as abordagens referidas ao modelo de sequenciamento, decidiu-se fazer algumas modificações no modelo de planeamento, para que a afectação dos produtos às máquinas fosse diferente. É que a imposição das afectações dos produtos às máquinas definidas *à priori* no modelo de planeamento, condicionam todo o sequenciamento.

Analisando individualmente a estrutura de cada instância, podem ser conseguidos melhores resultados, como foi, em particular, o caso das modificações efectuadas à instância de Verão.

Na literatura sobre esta matéria, Shah, Pantelides e Sargent (1993) descrevem uma variedade de técnicas que exploram as características do problema, com o objectivo de reduzir o esforço computacional requerido. Isto inclui a reformulação de algumas restrições, derivação de uma alternativa muito mais compacta da programação da relaxação linear do PLIM, e redução da não integralidade das soluções dos programas lineares relaxados, ao longo da sua análise à posteriori. A combinação destas três medidas resulta numa significativa melhoria do desempenho computacional, sem comprometer a optimalidade da solução obtida.

Experiências com exemplos de sequenciamento estudados por estes autores indicam que o número de variáveis binárias, por si só, não é necessariamente a melhor forma de olhar a complexidade das soluções. Alguns problemas envolvendo vários milhares de variáveis binárias podem agora ser resolvidos com um razoável esforço computacional. A complexidade computacional parece depender da estrutura do processo de produção e da flexibilidade do equipamento disponível. Problemas envolvendo reciclagem de materiais ou recursos partilháveis por várias e diferentes tarefas, tendem a tornar mais complicado o modelo, do que aqueles que têm estruturas de processamento acíclicas e utilizações mais restritas dos recursos. Outros factores, como o número de ordens de fabrico ou a complexidade da utilização das unidades de processamento, bem como os aspectos da disponibilidade, têm um efeito menos pronunciado na complexidade computacional.

Para além disso, as experiências disponíveis na literatura de problemas que envolvem muitas restrições de dependências sequenciais de *changeover*, são muito poucas. De facto, ter em conta o custo destes *changeovers* pode resultar num inaceitável número de restrições. Os problemas que consideram apenas tempos de *changeover* independentes, são muito menos duros. Estes resultados foram verificados e testados computacionalmente, tendo-se verificado que se consegue obter uma melhoria significativa dos tempos de processamento, quando não se considera um novo conjunto de restrições “mais forte” do que inicialmente, onde o modelo inicial é mais geral permitindo *changeovers* que dependem da sequência. A melhoria obtida é de tal modo significativa, que sequencias impossíveis de obter para as instâncias de maiores dimensões que consideram períodos de tempo de 5 minutos, passaram a ser possíveis de encontrar.

Fazer uso da própria estrutura do problema pode melhorar muito as performances obtidas. Por exemplo, o caso da máquina 16 na instância de Verão é um deles. A simples dedicação desta máquina a uma única operação que só ela pode realizar, conduziu a resultados consideravelmente melhores em relação ao modelo normal.

Uma outra modificação que se introduziu no modelo de Planeamento, foi a diminuição da capacidade de utilização de todas as máquinas conduzindo a grandes quantidades de *backlogging*. Face a esta situação pensou-se em reduzir esta capacidade apenas a algumas máquinas que tivessem uma ocupação mais crítica, isto é, maior.

Esta situação conduziu a uma melhoria significativa dos resultados de sequenciamento, tendo-se por exemplo na instancia de Verão, transitado de um sequenciamento de 15 h e 25 min, para outro com menos de 8 horas.

Para além desta diminuição no tempo de funcionamento de algumas máquinas no modelo de planeamento, também se alterou a função objectivo.

Inicialmente o modelo de planeamento pode ser visto com dois objectivos diferentes, uma vez que se pretendem minimizar duas parcelas com pesos muito distintos. Por um lado tem-se a minimização das encomendas satisfeitas com atraso, *backlogging*, com um peso muito superior à outra parcela que pretende minimizar as quantidades enviadas para *stock* no fim do dia. Estes pesos são desconhecidos, tendo por isso sido utilizados valores fictícios.

Mas o uso desta função objectivo no modelo de planeamento pode não ser muito compatível com o objectivo do modelo de sequenciamento, que consiste na minimização do *makespan*.

De facto, após alguns testes, o que aconteceu à maioria das instâncias foi a não admissibilidade de sequenciamento nas 8 horas, sendo necessário por vezes dois dias inteiros para completar todas as tarefas o que é uma situação não desejável.

Posteriormente, com a introdução de uma outra parcela na função objectivo do PLIMP, conseguiu-se uma melhor *performance* do sequenciamento em relação ao PLIMS inicial. Esta nova parcela consiste na minimização do tempo total de ocupação das máquinas.

No fundo, esta modificação à função objectivo no modelo de sequenciamento, é equivalente à restrição introduzida no modelo de planeamento para a capacidade de funcionamento das máquinas. Diminuir a carga de produção no modelo de planeamento, faz com que se ganhe mais espaço (tempo) para fazer o sequenciamento, que deve ser feito minimizando o tempo total de ocupação das máquinas.

Com a diminuição da capacidade de algumas máquinas em 120 minutos, conseguiu-se um menor tempo máximo de ocupação das mesmas. Com a minimização do tempo total de ocupação das máquinas, obteve-se um *backlogging* menor. Decidiu-se, por isso, conjugar estas duas componentes. Obteve-se um bom compromisso com esta combinação, uma vez que se consegue obter uma solução “boa”.

No esquema que se apresenta a seguir, faz-se uma proposta de exploração dos modelos PLIMP e PLIMS na tentativa de encontrar a tal solução “boa”, no menor tempo possível. O primeiro passo consiste em resolver o PLIMP e com a solução obtida constrói-se o *input* para o modelo de sequenciamento e resolve-se o PLIMS. Se este for admissível, é porque se tem uma solução para o sequenciamento. Doutra modo, as causas da inadmissibilidade devem ser estudadas e introduzidas as modificações necessárias no PLIMP.

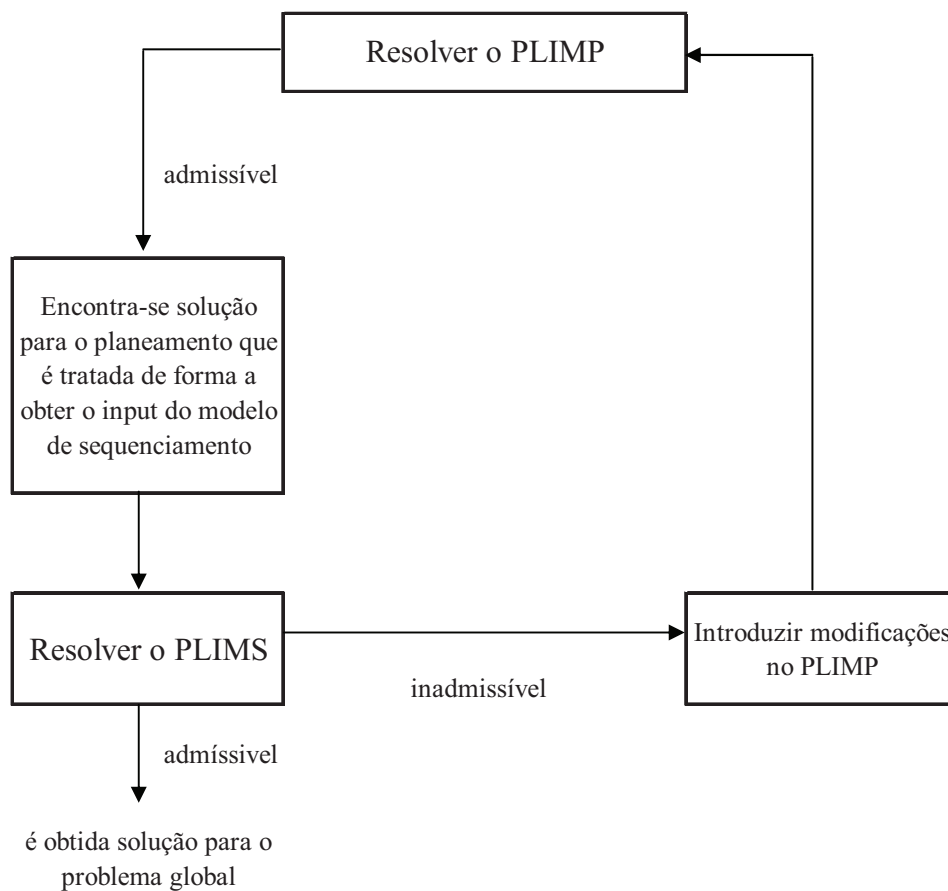


Figura 26: Esquema de resolução do planeamento versus sequenciamento

As modificações introduzidas no PLIMP e estudadas neste trabalho podem ser na alteração da capacidade das máquinas e/ou na função objectivo, tendo sido os resultados obtidos muito interessantes.

É claro que todas as experiências efectuadas e resultados obtidos, dependem em grande parte das instâncias reais do problema. Parte-se do princípio que a recolha da informação junto da empresa que conduziu à obtenção das referidas instâncias é fiável.

Outras modificações podem ser feitas, nomeadamente no que diz respeito à afectação *à posteriori* das máquinas às tarefas. Podia considerar-se que a solução encontrada actualmente, é uma solução inicial de onde se parte como base a uma heurística que tenta melhorar essa solução, aplicando um conjunto de procedimentos que permitam trocar tarefas e máquinas na busca do “ótimo”.

Outra ideia que surge é o tratamento do problema de uma forma global em vez de se considerarem as duas fases de planeamento e sequenciamento separadamente. A

complexidade do modelo aumentaria porque toda a informação seria usada em conjunto, uma vez que a admissibilidade do problema de planeamento teria de corresponder obrigatoriamente a sequências admissíveis.

Uma outra “limitação” do modelo de planeamento é o horizonte temporal de apenas um dia. Quando se fala em planeamento, geralmente associa-se esta palavra a um período de tempo mais alargado. Um estudo com interesse seria a consideração de modelos de planeamento para mais do que um dia, por exemplo para uma ou duas semanas.

Ficam em aberto estas propostas, por exemplo, para melhorar e ampliar este trabalho num futuro próximo.

BIBLIOGRAFIA

- APICS (1995). Dicionário APICS, Falls Church (USA), 8ª edição.
- Ashayeri J., Teelen A., e Selen W. (s/d). Computer Integrated Manufacturing in the Chemical Industry: Theory and Practice.
- Baker K. R. (1974). Introduction to Sequencing and Scheduling. Wiley, New York.
- Birewar, D. B., e Grossman, I. E. (1990a). Simultaneous Production Planning and Scheduling in Multiproduct Batch Plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 29, 570-580.
- Birewar, D. B., e Grossmann, I. E. (1990b). Simultaneous Synthesis, Sizing and Scheduling of Multiproduct Batch Plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 29, 2242-2251.
- Blömer, F. e Günther, M.-O. (1998). Scheduling of A Multi-Product Batch Process in the Chemical Industry, *Computers in Industry* 36, 245-249.
- Burkard, R.; Fortuna, T. e Hurkens, C. (2000). No Event-Driven Model for Chemical Batch Processes. *Bericht Nr. 194 – July*.
- Carvalho, Pereira, Agra, Pedrosa, Constantino e Aggoun (2000). Task 1.3: Modelling and Requirements of Barbot Test Cases (final report). *LISCOS, Growth Project GIRD-1999-00034*.
- Cerda, J., Vicente, M., Gutierrez, J. M., Esplugas, S., e Mata, J. (1989). A New Methodology for the Optimal Design and Production Schedule of Multi-Purpose Batch Plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 28, 988-998.
- Coulman, G. A. (1989). Algorithm for Optimal Scheduling and Revised Formulation of Batch Plant Design. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 28, 553-556.
- CPLEX, ILOG;
<http://www.ilog.co.uk/products/cplex/>
- Crama, Y.; Pochet, Y. e Wera, Y. (2001). A Discussion of Production Planning Approaches in the Process Industry. *Core Discussion Paper 2001/42*
- Egli, U. M. e Rippin, D. W. T. (1986). Short-Term Scheduling for Multiproduct Batch Chemical Plants. *Computers Chem. Engng.* 10, 303-325.
- Floudas, Christodoulos A. (1995). Nonlinear and Mixed-Integer Optimization; Fundamentals and Applications. *Oxford University Press*.
- Ierapetritou, M. G. e Floudas, C. A. (1998). Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling: 2. Continuous and Semicontinuous Processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 4360-4374.

- Ierapetritou, M. G., & Floudas, C. A. (1998a). Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling: 1. Multipurpose Batch Processes. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 37, 4341-4359.
- Ierapetritou, M. G., Hené, T.S., & Floudas, C. A. (1999). Effective Continuous-Time Formulation for Short-Term Scheduling: 3. Multiple Intermediate Due Dates. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 38, 3446-3461.
- Jain V. & Grossmann. I. (2000a). A Disjunctive Model for Scheduling in a Manufacturing Packing Facility with Intermediate Storage, March.
- Jain V. & Grossmann, I. (2000b). Algorithms for Hybrid MILP/CLP Models for A Class of Optimization Problems, June.
- Kondili, E., Pantelides, C.C. & Sargent, R.W.H. (1993). A General Algorithm for Short-Term Scheduling of Batch Operations: I. MILP Formulation, *Computers Chem. Engng.* 17, 211-227.
- Ku, H. & Karimi, I. (1990). Scheduling in Serial Multiproduct Batch Processes With Due-Date Penalties. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 29, 580-590.
- Ku H., Rajagopalan D. & Karimi I. (1987). Scheduling in batch processes. *Chem. Engng. Prog.*, Aug., 35-45.
- Mauderli, A. & Rippin, D. W. T. (1997). Production Planning and Scheduling for Multipurpose Batch Chemical Plants. *Computers Chem. Engng.* 3, 199-206.
- Mockus, L. & Reklaitis, G.V. (1997). Mathematical Programming Formulation for Scheduling of Batch Operations Based On Nonuniform Time Discretization. *Computers Chem. Engng.* 21, 1147-1156.
- Moon, S. & Hrymak, A. (1999). An MILP Model for Short Term Scheduling of a Special Class of Multipurpose Batch Plants. January.
- Moon, S.; Park, S. & Lee, W.K. (1996). New MILP Models for Scheduling of Multiproduct Batch Plants under Zero-Wait Policy. *Ind. Eng. Chem. Res.* 35, 3485.
- Orçun, S., Altinel, I. K., & Hortaçsu, O. (2001). General Continuous Time Models for Production Planning and Scheduling of Batch Processing Plants: Mixed Integer Linear Program Formulations and Computational Issues. *Computers Chem. Engng.* 25, S371-S389.
- Orçun, S., Disçioğlu, A., Altinel, I. K., & Hortaçsu, O. (1997). Scheduling of Batch Processes: An Industrial Application in Paint Industry. *Computers Chem. Engng.* 21, S673-S678.
- OSL, Optimization Solutions and Library, IBM;
<http://www-3.ibm.com/software/data/bi/osl/index.html>

- Papadimitriou, Christos M. (1994). Computational Complexity. *Addison-Weslwy Publishing Company, Inc.*
- Pinto J. M.; Grossmann, I.E. (1995). A Continuous Time Mixed Integer Linear Programming Model for Short Term Scheduling of Multistage Batch Plants. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 34, 3037-3051.
- Pritsker A.A.B., Watlers L. J. e Wolfe P. M. (1969). Multiproject scheduling with limited resources: a zero-one programming approach. *Mgmt. Sci.*, 16, 93-99.
- Rajagopalan, D.; Karimi, I. (1989). A Completion Time in Series Mixed Storage Multiproduct Processes With Transfer Set-Up Times. *Computers Chem. Engng.* 13, 175.
- Reklaitis G. V. (1982). Review of scheduling of process operations. *AIChE Symp. Ser.* 78, 119-133.
- Reklaitis, G. V. (1900). Progress and Issues in Computer-Aided Batch Process Design. *FOCAPD Proc.. Elsevier, NY* (pp. 241-275)
- Reklaitis G. V. (1991). Perspectives of scheduling and planning of process operations. *Proc. PSE'91 conf., Montebello, Canadá.*
- Rippin D. W. T. (1983). Simulation of single and multiproduct batch chemical plants for optimal design and operation. *Computers Chem. Engng.* 7, 137-156.
- Sahinidis, N.V. e Grossmann, I.E.(1991). Reformulation of Multiperiod MILP Models for Planning and Scheduling of Chemical Processes. *Computers Chem. Engng.* 15, 255-272.
- Schiling G.; Pantelides, C.C. (1997). Optimal Periodic Scheduling of Multipurpose Plants in the Continuous Time Domain. *Computers Chem. Engng.* 21, S1191.
- Shah, N., Pantelides, C.C. e Sargent, R.W.H. (1993). A general algorithm for short-term scheduling of batch operations: II. Computational issues, *Computers Chem. Engng.* 17, 229-244.
- Stobbe, M., Llöhl, T., Schulz, C. e Engell, M. (s/d). Planning and Scheduling in the Process Industry. *Consolidated Review of Research and Applications.*
- Vaselenak, J. A., Grossmann, I. E., e Westerberg, A. W. (1987). An Embedding Formulation for the Optimal Scheduling and Design of Multi-Purpose Batch Plants. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 26, 139-148.
- Voudouris, V. T. e Grossmann, I.E.(1996). MILP Model for Scheduling and Design of a Special Class of Multipurpose Batch Plants. *Computers Chem. Engng.* 20, 1335.
- Wellons, M. C. e Reklaitis, G. V. (1991). Scheduling of Multipurpose Batch Chemical Plants: 1. Formation of Single-Product Campaigns. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 30, 671-688.

Wellons, M. C. e Reklaitis, G. V. (1991). Scheduling of Multipurpose Batch Chemical Plants: 2. Multiple-Product Campaign Formation and Production Planning. *Ind. Eng. Chem. Res.* 30, 688-705.

Wolsey, L. (2000). *Integer Programming for Production Planning and Scheduling*, April.

XPRESS-MP Optimizer, Release 13, Dash Associates, Blisworth House, Blisworth, Northants NN7 3BX, United Kingdom;
<http://www.dash.co.uk>

ANEXO II

Changeovers

Os tempos de *changeover* surgem quando uma máquina tem de ser limpa depois de ter processado um determinado produto, e antes de começar o processamento de outro. Estes tempos são dependentes da sequência se eles dependem de ambos os produtos. Pode ainda ter-se em consideração que também dependem da máquina onde a produção ocorre.

Podem ainda considerar-se tempos de *changeover* independentes da sequência (ver por exemplo Floudas, 1995), isto é, se MCL_{kfg} representar o tempo necessário para limpar a máquina k , quando se passa da produção de um produto pertencente à família f para a família g , então tem-se que $MCL_{kfg} = MCL_{kf}, \forall g$. Quer isto dizer que é o tempo de limpeza não depende do produto que vai ser produzido a seguir.

Pode considerar-se ainda um outro caso, mais simples, em que se tomam os tempos de limpeza de uma máquina iguais para qualquer mudança de produtos. Chamam-se tempos de *changeover* constantes e pode escrever-se $MCL_{kfg} = MCL_k, \forall f, g$.

Os modelos que resultam da consideração dos tempos de *changeover* dependentes da sequência, são muito grandes, resultando num número exponencial de restrições.

No contexto do problema em estudo, podemos fabricar vários produtos num dia (o período, no modelo de planeamento), cada produto só é fabricado uma vez, e numa única máquina, por isso para o caso de se considerar que os tempos de *changeover* são dependentes, é necessário introduzir variáveis que indiquem os percursos possíveis dos produtos ao longo das máquinas.

Pode-se ver por exemplo em Wolsey, 2000, a forma como os *changeovers* forma modelados, para o caso em que existem vários produtos possíveis de produzir no mesmo período. A introdução das variáveis X^{ij} , representando um percurso ao longo do qual os diferentes produtos são fabricados nesse período, e tendo-se y^i uma variável binária que toma o valor 1 se o produto i for fabricado, e assumindo que cada produto não pode ser processado mais que uma vez nesse período, pode escrever-se o seguinte:

$$\sum_i X^{ij} = y^j, \forall j$$

$$\sum_j X^{ij} = y^i, \forall i$$

$$\sum_{(i,j) \in E(S)} X^{ij} \leq \sum_{i \in S \setminus \{k\}} y^i, \forall S, k \text{ com } k \in S$$

$$y^i, X^{ij} \geq 0, \forall i, j$$

onde $E(S) = \{(i, j) : i, j \in S\}$ é o conjunto de arcos, como os dois extremos em S .

Estas restrições são as do tão conhecido problema do caixeiro viajante (TSP, *Traveling Salesman Problem*) para o qual não existem algoritmos de tempo polinomial conhecidos (Papadimitriou, 1994).

A resolução deste problema precisaria de tempo proporcional a $n!$, que não é polinomial. Existem algoritmos que usam heurísticas e que dão uma boa solução, não muito distantes do ótimo, mas se insistirmos em algoritmos cuja computação garanta o ótimo, as respostas que são possíveis de oferecer são apenas em tempo exponencial.

No problema em estudo, os tempos de *changeover* dependem efectivamente da sequência de produtos, mas por uma questão de simplificação optou-se por considerar que estes são independentes, porque caso contrário teríamos um problema exponencial.

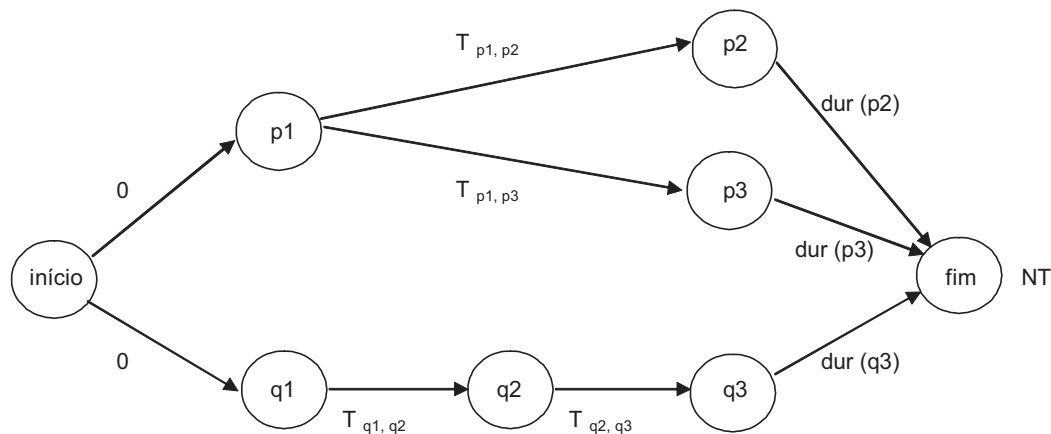
ANEXO III

Determinação dos instantes de disponibilidade e prazos de conclusão das tarefas.

Os instantes de disponibilidade e os prazos de conclusão das tarefas, foram determinados com base um grafo idêntico ao da figura seguinte.

Cada nodo representa uma tarefa, sendo os nodos início e fim fictícios. Os arcos indicam as precedências existentes entre tarefas, que provêm anteriormente das ordens de fabrico dos produtos.

Os pesos dos arcos correspondem aos tempos mínimos que podem decorrer entre duas tarefas consecutivas, à excepção dos arcos que partem do no nodo início com pesos iguais a zero, e dos arcos que chegam ao nodo fim, com peso igual à duração da última tarefa correspondente como pode ser observado no exemplo do grafo seguinte.



Para determinar os instantes de disponibilidade das tarefas, basta calcular o caminho crítico desde o início até às últimas tarefas para todos os nodos.

Por exemplo,

$$RDATE(p1) = 0$$

$$RDATE(p2) = RDATE(p1) + T_{p1,p2}$$

$$RDATE(p3) = RDATE(p1) + T_{p1,p3}$$

Quanto aos prazos de conclusão das tarefas, isto é, os instantes em que as tarefas têm de estar terminadas, podem ser calculados através do caminho crítico, desde o fim até aos nodos das primeiras tarefas.

Por exemplo,

$$DDATE(p2) = NT - dur(p2)$$

$$DDATE(p3) = NT - dur(p3)$$

$$DDATE(p1) = \min(DDATE(p2) - T_{p1,p2}, DDATE(p3) - T_{p1,p3})$$

Pode também considerar-se que os prazos de conclusão são todos iguais ao número máximo de períodos. Por exemplo, se estivermos a considerar períodos de tempo de 5 minutos, temos 96 nas 8 horas. Isto quer dizer que no máximo, as tarefas têm de estar todas acabadas no final dos 96 períodos de tempo. No entanto, esta metodologia verificou-se ineficiente quando o número de períodos considerados não chegava para completar todo o sequenciamento, mesmo para os casos em que a solução era admissível, porque as tarefas começavam dentro do horizonte temporal, mas iam acabar depois deste ter terminado.

ANEXO IV

Formulação indexada no tempo de Sousa e Wolsey, 1990

- $x_{jt} = 1$ se o projecto j é iniciada no período t , e 0 caso contrário
- w_{js} é o respectivo custo associado
- b_t é o recurso disponível no período t
- p_j é a duração do projecto j
- T representa o horizonte temporal

A formulação do modelo de sequenciamento que consideram é a seguinte:

$$\min \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^{T-p_j+1} w_{jt} x_{jt}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{t=1}^{T-p_j+1} x_{jt} = 1, \quad \forall j$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{t-p_j < s \leq t} x_{js} \leq 1, \quad \forall t$$

$$x_{jt} \in \{0,1\} \quad \forall j,t$$

Este modelo inclui vários casos particulares, do problema de sequenciamento de uma única máquina. Em particular, podem ser introduzidos os prazos de conclusão d_j e as datas de disponibilidade das tarefas

ANEXO V

Nomenclatura dos ficheiros de dados utilizados no modelo PLIMP

NK = número de máquinas

NP = número de produtos

NF = número de famílias

MCAP – Disponibilidade diária de funcionamento das máquinas, em minutos

- #linhas = 1
- #colunas = NK
- estrutura de dados = vector[1,NK]

RCPT – Quantidade existente em armazém de cada produto

- #linhas = 1
- #colunas = NP
- estrutura de dados = vector[1,NP]

SUCC – Produtos a produzir depois de certo produto (matriz 0/1)

- #linhas = NP
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NP,NP]

LB – Capacidade mínima de funcionamento das máquinas em litros, para todos os produtos.

- #linhas = NK
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NK,NP]

UB - Capacidade máxima de funcionamento das máquinas em litros, para todos os produtos.

- #linhas = NK
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NK,NP]

DEM – Quantidades necessárias de cada produto, em litros.

- #linhas = 1
- #colunas = NP
- estrutura de dados = vector[1,NP]

BATCH – Número máximo de lotes para cada produto

- #linhas = 1
- #colunas = NP
- estrutura de dados = vector[1,NP]

MST – Tempo em minutos, que uma máquina demora a processar um lote de determinado produto (independente da quantidade)

- #linhas = NK
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NK,NP]

CR – Tempo em minutos, que uma máquina demora a encher um litro de determinado produto (Só existe nas máquinas de enchimento).

- #linhas = NK
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NK,NP]

ITEMS – Matriz do tipo 0/1/-1 que indica as possibilidades de funcionamento existente entre todas as máquinas e todos os produtos, isto é, o 1 indica que certa máquina pode produzir determinado produto, o -1 indica que certa máquina não pode produzir o produto.

- #linhas = NK
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NK,NP]

IR – Contém a informação relativa aos r_{ij} , i.e, o n° de unidades do produto intermédio i , necessárias para produzir uma unidade do produto j .

- #linhas = NP
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NP,NP]

PFAM – Indica a família a que cada produto pertence

- #linhas = NF
- #colunas = NP
- estrutura de dados = matriz[NF,NP]

MCL – Contém os tempos de *change-over* numa determinada máquina, de uma família para outra.

- #linhas = NF*NF
- #colunas = NK
- estrutura de dados = matriz[NF,NF,NK]

ANEXO VI

Nomenclatura dos ficheiros de dados utilizados no modelo PLIMS

NT= número de tarefas

NK= número de máquinas

STASKS – Tarefas a executar depois de certa tarefa estar concluída (matriz 0/1)

- #linhas = NT
- #colunas = NT
- estrutura de dados = matriz[NT,NT]

KTASK – Máquinas afectas às tarefas (matriz 0/1)

- #linhas = NK
- #colunas = NT
- estrutura de dados = matriz[NK,NT]

MTASKS – Tarefas a ser executadas na máquina (matriz 0/1)

- #linhas = NK
- #colunas = NT
- estrutura de dados = matriz[NK,NT]

DUR – Tempo necessário para executar cada uma das tarefas, em minutos arredondado aos períodos de tempo

- #linhas = 1
- #colunas = NT
- estrutura de dados = vector[1,NT]

T – É o número mínimo de períodos entre o começo tarefa p e o começo da tarefa q. Estes “tempos” são apenas definidos caso as tarefas sejam executadas na mesma máquina, ou caso q seja efectuada a seguir a p. Vamos usar o valor -1, para indicar todos os casos em que isto não se verifica.

- #linhas = NT
- #colunas = NT
- estrutura de dados = matriz[NT,NT]

RDATE – Instantes de disponibilidade das tarefas (em períodos)

- #linhas = 1
- #colunas = NT
- estrutura de dados = vector[1,NT]

DDATE – Prazos de conclusão das tarefas (em períodos)

- #linhas = 1
- #colunas = NT
- estrutura de dados = vector[1,NT]