

## **Pedras que falam Ciência, Tecnologia e Matemática Simetrias na Cantaria Tradicional de Alcains**

*Fátima Regina Jorge, Paulo Silveira, Maria Celeste Barroso*

### **Introdução**

O granito, rocha abundante na Beira Interior, permitiu o desenvolvimento na região, e, em particular, na vila de Alcains, de importantes actividades económicas ligadas à sua extracção e transformação. Destas, gostaríamos de destacar os trabalhos artísticos executados pelo canteiro, artífice que *desbasta, corta e aperfeiçoa as pedras, segundo as medidas e proporções convenientes* (in Catálogo da Exposição Permanente do Museu do Canteiro "O Labor do Canteiro", 2004). Fruto do labor manual, o bloco de granito transforma-se nas mais variadas formas, algumas delas de uma grande beleza e, por vezes, de inesperada delicadeza e que são usadas nas mais variadas construções para efeitos estéticos ou artísticos.

A grande importância que em Alcains se atribui ao trabalho na pedra é bem visível nos símbolos heráldicos da Junta de Freguesia (figura 1) e da Casa do Povo (figura 2). Em qualquer uma das imagens podemos observar representações da maceta e do pico, instrumentos usados no desbaste da pedra. Curiosamente, destaca-se na heráldica da Junta de Freguesia a inclusão do fio-de-prumo, enquanto que na heráldica da Casa do Povo em vez deste instrumento surge o compasso.

Decorações em fachadas de edifícios, fontanários e chafarizes, pelourinhos e cruzeiros, capelas e igrejas constituem-se como testemunhos



Figura 1 – Heráldica da Junta de Freguesia Alcains



Figura 2 – Heráldica da Casa do Povo de Alcains

desta arte tradicional da região, e, simultaneamente como recursos com inúmeras potencialidades de exploração didáctica.

Neste texto, propomo-nos desocultar alguma da geometria subjacente ao trabalho do canteiro tradicional, quer ao nível das ferramentas e técnicas utilizadas, quer ao nível dos padrões produzidos.

### **A Geometria nas Ferramentas do Canteiro**

Algumas das ferramentas e técnicas utilizados pelo canteiro, materializam conceitos e resultados de geometria no espaço que, pelo seu carácter de abstracção, podem mais facilmente ser compreendidos conhecendo algumas das suas aplicações práticas.

Nas figuras 3 e 4, podemos observar o fio-de-prumo e o nível, usados no assentamento da pedra aparelhada para verificar, respectivamente, a verticalidade e a horizontalidade das superfícies.



Figura 3 - Fio-de-prumo



Figura 4 - Nível em madeira

A utilização do fio-de-prumo, mais não é do que uma aplicação prática do critério de perpendicularidade entre dois planos, segundo o qual dois planos são perpendiculares se existir num deles uma recta (materializada pelo fio de prumo) que é perpendicular ao outro<sup>1</sup>.

Quanto ao nível de bolha de ar, apesar de também poder ser usado para verificar a verticalidade (caso em que deve possuir duas bolhas, tal como é visível na figura 4), é usado sobretudo para verificar a horizontalidade de uma superfície. Aqueles que já tentaram, por exemplo, garantir a horizontalidade do chão de uma roulotte, sabem que, para tal, o nível deve ser colocado em duas posições concorrentes, numa aplicação directa

---

<sup>1</sup> Ou seja, ao plano que é considerado horizontal. É de notar que todos os corpos são atraídos para o centro da terra e que essa direcção define a perpendicular ao lugar.

do critério de paralelismo entre planos, ou seja, do resultado que afirma que dois planos são paralelos se existirem num deles duas rectas concorrentes e paralelas ao outro plano.

Outros instrumentos, mais específicos do trabalho do canteiro, como o esquadro (figura 5), a suta (figura 6), e o gaivelo (figura 7)<sup>2</sup> são usados essencialmente para marcar ângulos com amplitudes específicas e para garantir que duas superfícies planas adjacentes de granito formem entre si um determinado ângulo.

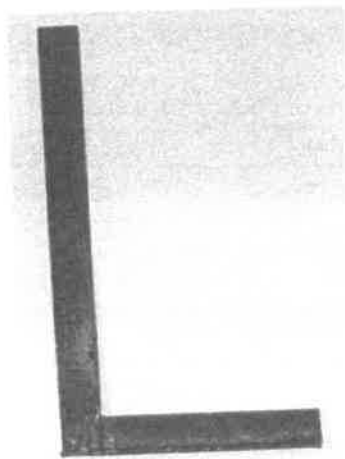


Figura 5 - Esquadro



Figura 6 - Suta



Figura 7 - Gaivelo

<sup>2</sup> As fotos de 3 a 9 foram gentilmente cedidas pelo Museu do Canteiro-Alcains.

Em particular, os esquadros são usados para fazer esquadrias, isto é, para traçar ângulos rectos ou linhas perpendiculares.

A suta ou sutra, instrumento formado por duas réguas articuladas por um extremo e que se fecham sobre si, tem como finalidade transpor um dado ângulo para uma superfície angular.

Porém, com essa mesma finalidade, é frequente o canteiro executar um instrumento específico designado por gaivelo, semelhante ao esquadro, mas cujos braços formam um ângulo com uma amplitude específica. Se bem que esse trabalho pudesse ser feito recorrendo à sutra, é fácil compreender as vantagens da utilização do gaivelo, instrumento rígido, relativamente à sutra, instrumento articulado, e que por isso com facilidade se desarticula.

Os três instrumentos materializam o conceito matemático de rectilíneo de um diedro. Matematicamente falando, o ângulo formado por duas superfícies planas adjacentes, denominado por ângulo sólido diedro, é uma generalização do conceito de ângulo ao espaço. Dado que, dois ângulos sólidos cujos rectilíneos são iguais, são também iguais entre si, o recurso a qualquer um dos três instrumentos permite garantir a igualdade do ângulo sólido formado pelas duas superfícies.

O compasso (figuras 8 e 9), instrumento bem conhecido, é utilizado pelo canteiro para traçar perfis circulares ou semicirculares sobre a pedra e também para tomar ou referir medidas.

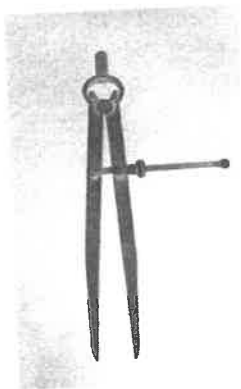


Figura 8 – Compasso em ferro



Figura 9 – Compasso em madeira

É curioso referir que numa conversa com um mestre desta arte, o Sr. João Santos, com 84 anos de idade e 57 de canteiro, este referiu que apesar de recorrer frequentemente a moldes para o traçado de perfis sobre pedra ou para a comprovação do trabalho durante a lavra das peças mais elaboradas e complexas, sempre que se tratava daquilo a que chama *a volta perfeita* recorria ao compasso. Referiu particularmente o recurso a este instrumento na produção das argolas entrelaçadas (figura 10) que integram a exposição permanente do Museu do Canteiro, em Alcains.

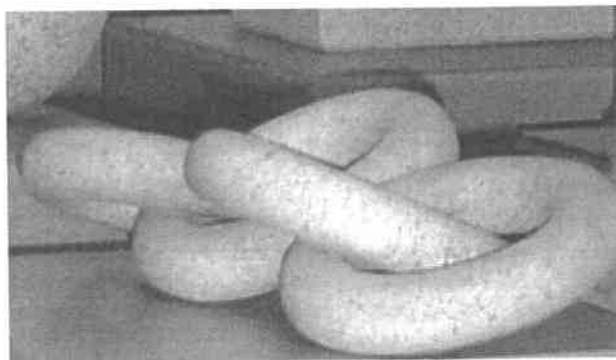


Figura 10 – Argolas entrelaçadas

### A Simetria

Antes de centrarmos a nossa atenção no produto final do trabalho do canteiro, importa ressaltar que apesar dos trabalhos artísticos na pedra resultarem de uma hábil combinação de alto e baixo-relevo, na análise que aqui faremos abstrairamos desse facto encarando as várias formas produzidas como figuras planas.

Do ponto de vista geométrico, uma figura pode ser olhada e classificada de vários modos. Algumas são curvas, outras não; algumas curvas são fechadas, outras não; de entre as curvas fechadas algumas são polígonos, outras não; entre os polígonos encontramos alguns com três lados, outros

com quatro, ... Mas um outro modo pelo qual podemos classificar uma forma é pela simetria.

A simetria será, porventura, uma das primeiras características geométricas com que deparamos quando observamos a Natureza. Por exemplo, a borboleta pode ser apresentada como um exemplo de simetria quase perfeita. Porém, outras formas, como por exemplo, a da estrela-do-mar, o malmequer, a flor de cera, a folha da roseira, o corte de uma maçã, a espiga e muitas outras sugerem-nos também as ideias de equilíbrio, regularidade e perfeição, subjacentes à noção de simetria (figura 11). Contudo, outras formas de organismos vivos ou minerais, como é o caso da concha do caracol (figura 12), apresentam-se como completamente assimétricos.

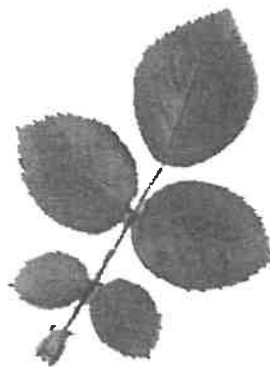
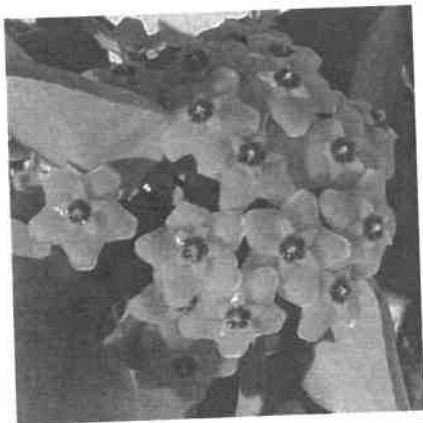
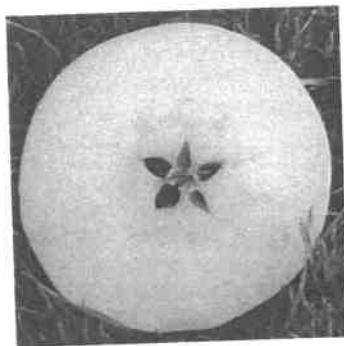


Figura 11 – A simetria na natureza



Figura 12 – Forma assimétrica

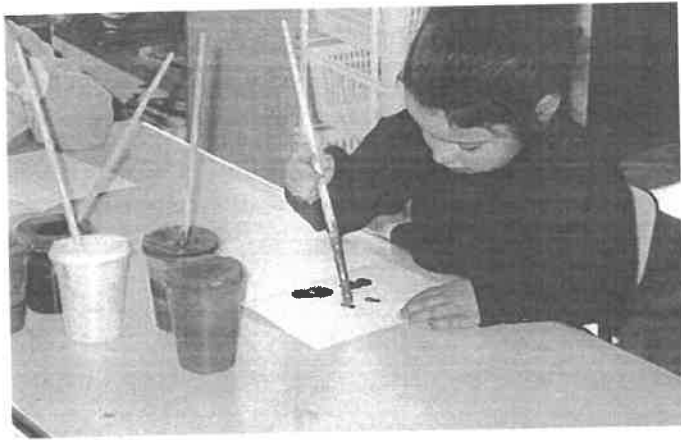
Esta omnipresença da simetria na Natureza influenciou as mais variadas formas artísticas, desde a arquitectura, à pintura, ao artesanato, à música e até mesmo à literatura (Bellingeri et al, 2003). Em particular, ao nível da arquitectura é possível apresentar inúmeros exemplos da aplicação da simetria como um valor estético absoluto, quer a nível da planta da construção, quer no desenho de outros elementos e detalhes do edifício como por exemplo portas, janelas, grades, portões e ornamentações variadas.

Coloca-se então a necessidade de clarificar o conceito de simetria, isto é, o que é que queremos dizer quando classificamos uma forma como simétrica?

Durante muito tempo a noção de simetria em geometria esteve associada com a noção de simetria axial ou de reflexão (Veloso, 1998). Neste contexto, podemos afirmar que uma figura geométrica plana diz-se simétrica quando for possível dividi-la por uma recta, de forma que as duas partes obtidas se possam sobrepor por dobragem.

Como podemos observar nas imagens reproduzidas nas figuras 13 a 15<sup>3</sup>, crianças do pré-escolar produzem através de dobragem de uma folha

<sup>3</sup> As fotografias incluídas nestas figuras fazem parte do trabalho final da disciplina de Elementos de Matemática da ESECB, elaborado pela Educadora de Infância Helena Maria Micaelo Silva Duarte, no ano lectivo 2003/2004.



Figuras 13 e 14 - Construção de formas com simetria de reflexão no pré-escolar

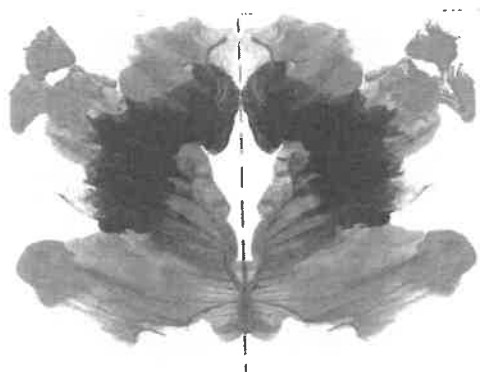


Figura 15 - Simetria de reflexão - Estampa 39

de papel, na qual colocaram previamente alguns borrões de tinta, alguns exemplos de figuras simétricas.

A linha definida pela dobragem do papel diz-se eixo de simetria ou de reflexão da figura. Num nível mais formal, a simetria axial ou reflexão de eixo  $r$  pode ser definida como uma transformação geométrica do plano que a cada ponto  $A$  faz corresponder um só ponto  $A'$  de tal modo que  $r$  é a mediatriz do segmento  $[AA']$ .

Deste modo, é natural aceitar que uma dada figura é simétrica se existir uma simetria axial que transforma a figura em si própria.

Aceite a ideia de simetria como estando associada à noção de simetria axial ou bilateral, procuremos ampliar este conceito.

Comecemos por analisar o que se passa quando efectuamos sucessivamente duas reflexões<sup>4</sup> de eixos  $r$  e  $s$  concorrentes. A imagem na reflexão de eixo  $r$  do triângulo  $F_1$  é um novo triângulo  $F_2$ , geometricamente igual ao primeiro. A imagem de  $F_2$  na reflexão de eixo  $s$ , concorrente com  $r$  num ponto  $O$ , é o triângulo  $F_3$  (Figura 16).

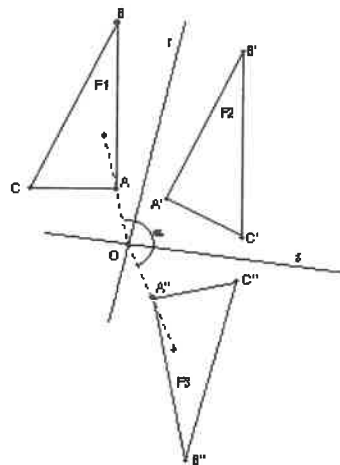


Figura 16 – Composição de duas reflexões de eixos concorrentes

<sup>4</sup> Neste texto o conceito de rotação é encarado como uma transformação geométrica resultado do produto ou composição de duas reflexões de eixos concorrentes.

Centrando a nossa atenção no triângulo inicial  $F_1$  e na imagem  $F_3$ , observa-se que ambos são geometricamente iguais e que têm a mesma orientação, isto é, se considerarmos o ângulo orientado  $ABC$ , a sua imagem  $A''B''C''$  tem a mesma orientação.

Não estamos pois perante uma reflexão, pois numa reflexão a imagem apresentar-se-ia invertida, dado que na reflexão inverte-se o sentido dos ângulos orientados.

Esta transformação, resultado de duas reflexões de eixos concorrentes, é denominada rotação de centro  $O$  e amplitude  $\alpha$  (a amplitude é igual ao dobro da amplitude do ângulo entre os dois eixos de reflexão) e pode definir-se como uma transformação geométrica do plano que a cada ponto  $A$  faz corresponder  $A''$  de tal modo que a amplitude do ângulo  $AOA''$  seja igual a  $\alpha$ .

Temos agora uma possibilidade de analisar formas que não possuem simetria de reflexão, como por exemplo a da pervinca representada na figura 17.

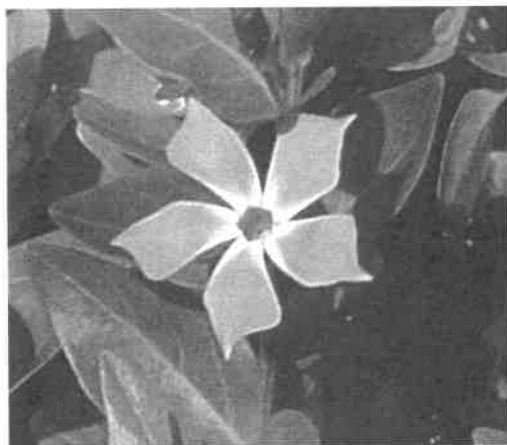


Figura 17 – Forma sem simetria de reflexão

Por momentos e correndo assumidamente o risco de associar a noção de rotação a um movimento físico<sup>5</sup>, imaginemos que temos esta flor na

---

<sup>5</sup> Note-se que a noção matemática de rotação nada tem a ver com a ideia de movimento físico.

mão e que fixamos o olhar na extremidade de uma das suas pétalas. De seguida, imaginemos que rodamos o caule da flor de modo que uma nova pétala fique no lugar daquela que fixámos anteriormente. É fácil aceitar que a imagem que vemos não se alterou, isto é, a pervinca ficou invariante por intermédio de uma rotação. Se rodarmos novamente no mesmo sentido, uma terceira pétala ocupa o lugar da primeira e assim sucessivamente até voltarmos a obter a flor na posição inicial.

Dado que a pervinca tem cinco pétalas distribuídas pentagonalmente e de forma regular, podemos concluir que a rotação de centro no centro da flor e amplitude  $72^\circ$  (note-se que 5 vezes  $72^\circ$  perfaz  $360^\circ$ ) deixa invariante a forma da flor. O mesmo acontece com as rotações de amplitudes  $114^\circ$ ,  $216^\circ$ ,  $288^\circ$  e  $360^\circ$  (esta última não é mais do que a aplicação identidade).

Dizemos que a pervinca tem simetria de rotação ou simetria radial. O mesmo se passa com muitas outras formas.

Desta forma, ampliámos a noção de simetria a formas que não possuem necessariamente simetria de reflexão.

Vejamos agora o que acontece quando, dada uma figura plana, efectuamos duas reflexões sucessivas mas cujos eixos  $r$  e  $s$  sejam paralelos<sup>6</sup> (figura 18). A imagem da  $J_1$  na reflexão de eixo  $r$  é a joaninha  $J_2$  que, por sua vez, tem por imagem  $J_3$  na reflexão de eixo  $s$ .

Nesta situação, podemos observar que a imagem final ( $J_3$ ) é uma joaninha geometricamente igual à primeira ( $J_1$ ) e com a mesma orientação. Não estamos, é claro, nem perante uma reflexão, nem perante uma rotação.

Esta nova transformação do plano denomina-se translação associada a um vector  $\vec{v}$ , entidade caracterizada por uma direcção (perpendicular aos eixos de reflexão), um sentido (neste caso de  $J_1$  para  $J_2$ ) e um comprimento (o dobro da distância entre os eixos de reflexão  $r$  e  $s$ )<sup>7</sup>.

---

<sup>6</sup> Analogamente ao que fizemos para a rotação, a noção de translação é introduzida, neste texto, como o produto de duas reflexões de eixos paralelos.

<sup>7</sup> A translação associada a um vector  $\vec{v}$  é usualmente definida como uma transformação que a cada ponto  $A$  associa a sua soma com o vector  $\vec{v}$ .

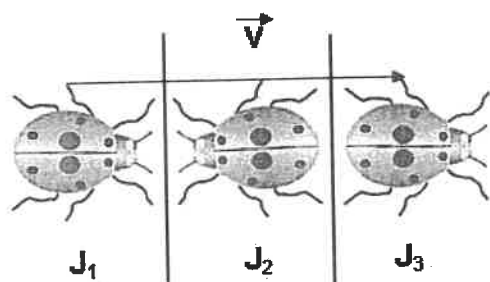


Figura 18 – Composição de duas reflexões de eixos paralelos

Nas figuras 19 a 21 podemos observar crianças do pré-escolar que por carimbagem materializam o conceito de translação<sup>8</sup>.

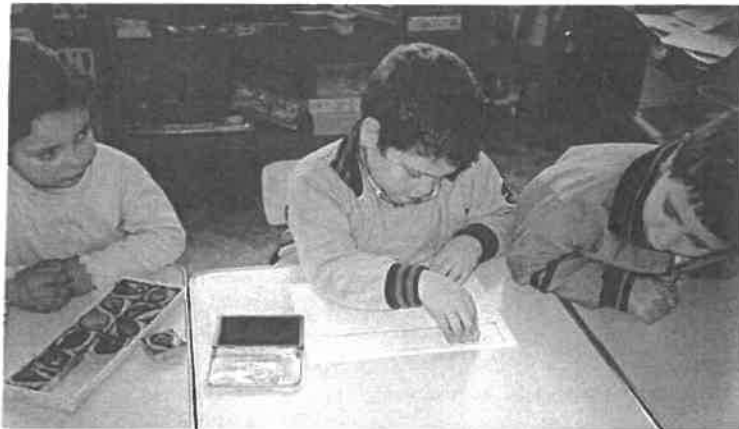
Para finalizar, vejamos o que acontece quando efectuamos uma reflexão seguida de uma translação cujo vector tenha a mesma direcção do eixo de reflexão  $r$  (figura 22).

A imagem da pegada do pé direito  $P_1$  na reflexão de eixo  $r$  é  $P_2$  e a imagem de  $P_2$  na translação associada ao vector  $\vec{v}$  é  $P_3$ . Centrando a nossa atenção na pegada inicial  $P_1$  e na pegada final  $P_3$ , apesar destas serem geometricamente iguais, estamos perante uma nova transformação que, não sendo propriamente uma reflexão tem algo em comum com essa transformação. É por isso, denominada de reflexão deslizante e definida como o produto de uma reflexão por uma translação associada a um vector paralelo ao eixo de reflexão.

As pegadas deixadas pelas crianças no papel de cenário dão uma boa ideia do conceito de reflexão deslizante (figuras 23 a 25)<sup>9</sup>.

<sup>8</sup> As fotografias incluídas nesta figura fazem parte do trabalho final da disciplina de Elementos de Matemática da ESECB, elaborado pela Educadora de Infância Helena Maria M. S. Duarte, no ano lectivo 2003/2004.

<sup>9</sup> As fotografias incluídas nesta figura fazem parte do trabalho final da disciplina de Elementos de Matemática da ESECB, elaborado pela Educadora de Infância Capitolina Durão, no ano lectivo 2003/2004.



Figuras 19 e 20 – Materialização do conceito de translação no pré-escolar

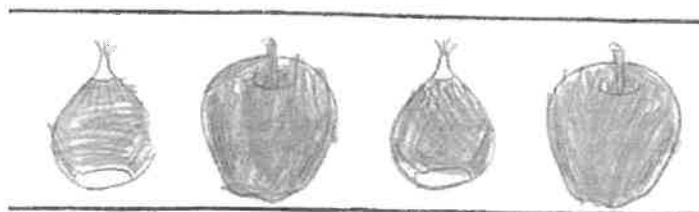


Figura 21 – Simetria de translação – Estampa 40

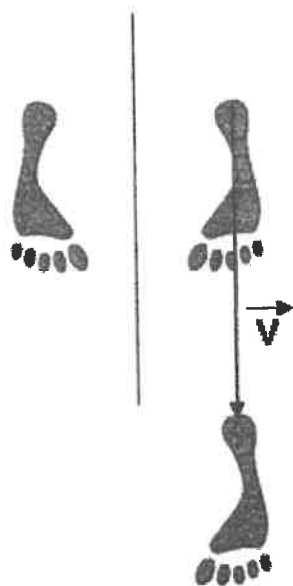


Figura 22 – Composição de uma reflexão com uma translação associada a um vector paralelo ao eixo de reflexão

A título de exemplo, é possível encontrar na Natureza alguns exemplos de estruturas onde se pode vislumbrar a ideia de simetria por translação, bem como a de simetria por reflexão deslizante. De facto, certas estruturas crescem numa dada direcção, de acordo com um padrão sempre igual. A estrutura da centopeia sugere uma simetria por translação, enquanto as folhas de certos fetos mostram, até certo ponto, um princípio de simetria de reflexão deslizante (Vezzani, 2004).

Contudo, só é possível encontrar estes dois tipos de simetria em figuras ilimitadas, pois sendo estas formas finitas não é possível dizer que ficam invariantes por translação.

Pelo facto de a reflexão, a rotação, a translação e a reflexão deslizante serem transformações geométricas que conservam os comprimentos e as amplitudes dos ângulos, ou sejam preservarem as medidas, são denominadas isometrias. São, aliás, as únicas isometrias do plano



Figuras 23 e 24 – Materialização do conceito de reflexão deslizante no pré-escolar

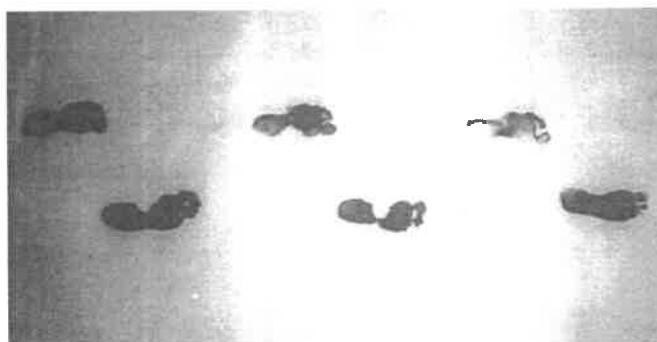


Figura 25 – Simetria de reflexão deslizante – Estampa 41

Uma vez caracterizadas as isometrias do plano estamos em condições de apresentar uma noção ampla de simetria, segundo a qual uma figura se diz simétrica se existir uma isometria que transforme a figura nela própria.

Esta definição alargada de simetria vai-nos permitir não só analisar a simetria de desenhos decorativos constituídos por um só motivo, como também a simetria de desenhos formados por repetição de um motivo base, numa só direcção, isto é de padrões de friso.

## A Simetria no trabalho de Cantaria

Passemos então a considerar e a analisar do ponto de vista da simetria alguns exemplos concretos de cantaria tradicional

Comecemos, pois, por analisar do ponto de vista da simetria algumas formas finitas, constituídas por um só motivo ou desenho. Isto é, questionemo-nos sobre a existência ou não de isometrias que transformem a figura nela própria e procuremos caracterizar todas essas isometrias.

Podemos observar nas figuras 26, 27, 28 e 29, quatro trabalhos que têm em comum o facto de apresentarem simetria de reflexão, pois existe uma reflexão de eixo vertical que deixa invariante cada um deles.

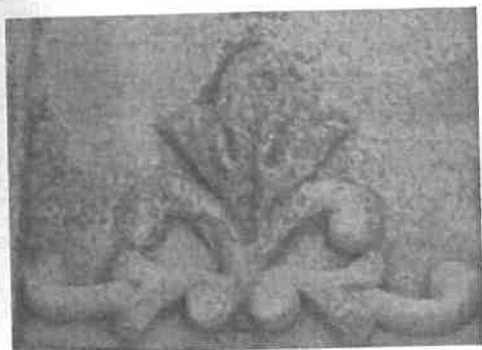


Figura 26 - Muro do Solar dos Goulões - Alcains - Séc. XIX - Estampa 42



Figura 27 - Quinta dos Viscondes de Oleiros - Alcains - Séc. XIX



Figura 28 - Pormenor da fachada principal da Igreja Matriz de Alcains - Séc. XVI - Estampa 43

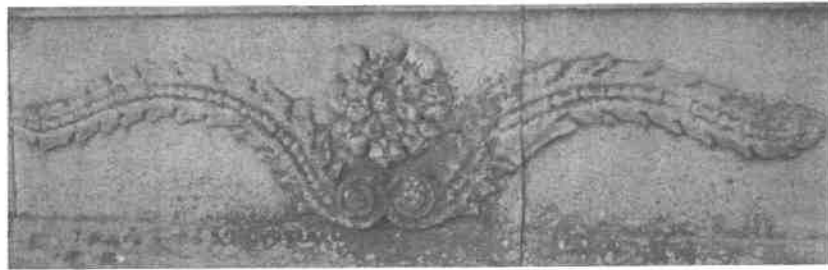


Figura 29 – Pormenor do muro do Solar dos Goulões – Alcains – Séc. XIX

Contudo, outros pormenores do muro do Solar dos Goulões apresentam outras simetrias. De facto, as formas da figura 30 possuem simetria de reflexão de eixo vertical, mas também de eixo horizontal. Além destas, também possuem simetria de rotação. A rotação de centro no ponto de intersecção dos dois eixos de reflexão e de amplitude  $180^\circ$ , a chamada meia-volta, deixa também invariante o desenho. E é claro que a rotação com o mesmo centro e amplitude  $360^\circ$  também o deixa invariante<sup>10</sup>. Podemos assim concluir que, neste caso, existem quatro isometrias que deixam a figura invariante, ou seja cada um dos motivos tem quatro simetrias: 2 de reflexão e 2 de rotação.

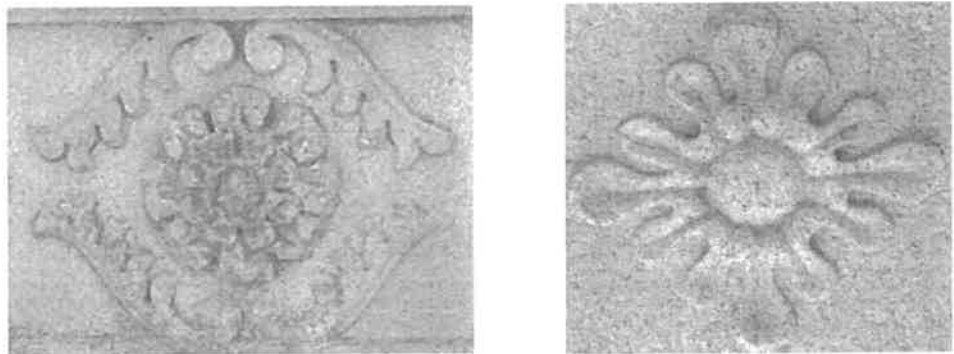


Figura 30 – Formas com duas simetrias de reflexão e duas simetrias de rotação ( $180^\circ$  e  $360^\circ$ ) – Muro do Solar dos Goulões – Séc. XIX

<sup>10</sup> E que mais não é que a transformação identidade.

Raciocinando de modo análogo relativamente ao florão da figura 31, pode afirmar-se que este tem 8 simetrias: 4 de reflexão e 4 de rotação de amplitudes, respectivamente,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ . A forma da figura 32 possui 16 simetrias: 8 de reflexão e 8 de rotação.

Em síntese, as quatro formas, ilustradas nas figuras 30 a 32, possuem simetrias de rotação e de reflexão em igual número.

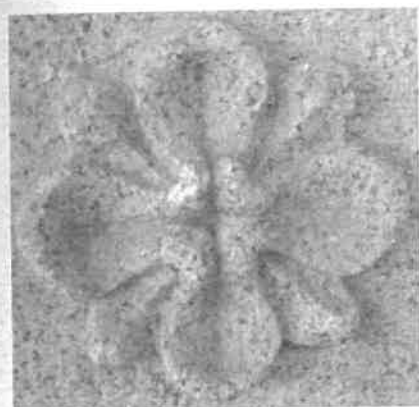


Figura 31 – Forma com oito simetrias – Muro do Solar dos Goulões – Alcains – Séc. XIX – Estampa 44

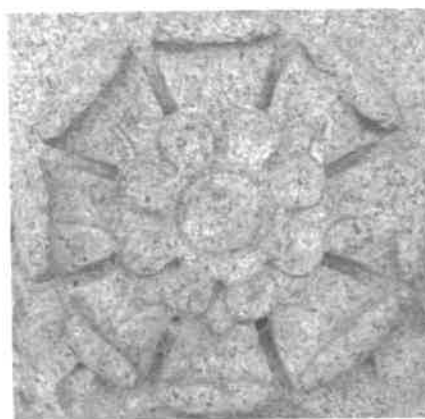


Figura 32 – Forma com dezasseis simetrias – Muro do Solar dos Goulões – Alcains – Séc. XIX – Estampa 45

Consideremos agora duas rosáceas relativamente às quais podemos constatar não existir qualquer simetria de reflexão (figuras 33 e 34). Porém, tal como no exemplo da pervinca, ambas possuem simetria de rotação.

Nomeadamente, a rosácea ilustrada na figura 33 fica invariante por uma rotação de centro no centro da rosácea e amplitude  $90^\circ$  e também, é claro, pelas rotações com o mesmo centro e amplitudes  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $360^\circ$ .

No caso da rosácea da figura 34, são em número de seis as rotações que a deixam invariante e cujas amplitudes são múltiplas de  $60^\circ$ .

Conclui-se que estas formas possuem apenas simetria de rotação.

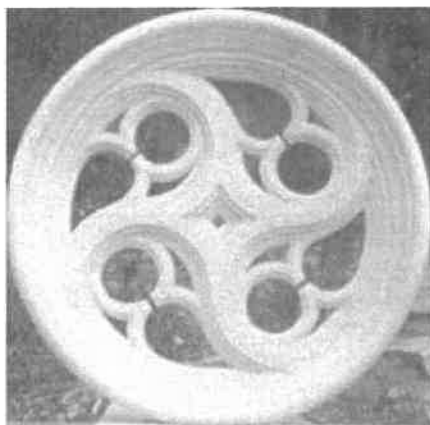


Figura 33 - Reprodução de rosácea do Mosteiro da Batalha

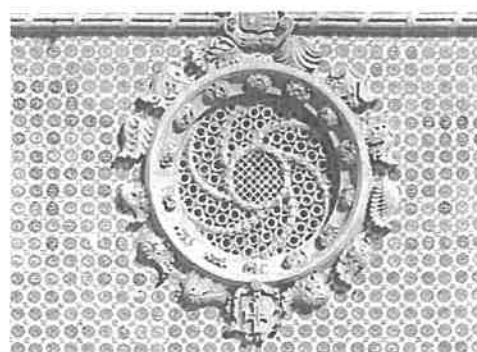


Figura 34 - Rosácea - Palácio da Pena - Sintra

Finalmente, outros motivos, como os reproduzidos nas figuras 35, 36 e 37, não têm simetria de reflexão, nem de rotação (à excepção da rotação de amplitude  $360^\circ$ , que é considerada trivial). Dizemos por isso que são motivos assimétricos ou que não têm simetria.



Figura 35 - Pormenor de uma campa funerária - Cemitério de Alcains - séc. XX



Figura 36 - Brasão dos Condes de Idanha-a-Nova - Alcains - séc. XIX



Figura 37 - Pormenor da frontaria da Quinta dos Viscondes de Oleiros - Alcains, séc. XIX

Em síntese, as formas finitas, constituídas por um só motivo ou desenho podem ter apenas simetria de rotação, ser assimétricas ou ter o mesmo número de simetrias de rotação e de reflexão.

Actualmente, o termo rosácea, usado em arquitectura para designar certos elementos arquitectónicos das igrejas romano-góticas, designa em matemática as formas que, em termos de simetria, possuem apenas simetrias de rotação ou possuindo um determinado número de simetrias de reflexão têm o mesmo número de simetrias de rotação.

### **Padrões de friso**

Como podemos constatar nas fotos da balaustrada de uma varanda, na cornija de um telhado ou em qualquer uma das arcadas do portal da Capela do Seminário de S. José em Alcains (figuras 38, 39 e 40) é possível, em todos eles, identificar um motivo base que se repete numa dada direcção (abstraindo, é claro, da curvatura das arcadas).

Se imaginarmos que não há um primeiro nem um último motivo, isto é, que o padrão que estamos a ver é infinito, poderemos concluir que cada um dos padrões permanece invariante por meio de translações.

Aos padrões infinitos que ficam invariantes por meio de translações numa só direcção chamamos frisos, numa alusão directa às bandas decorativas usadas em arquitectura.

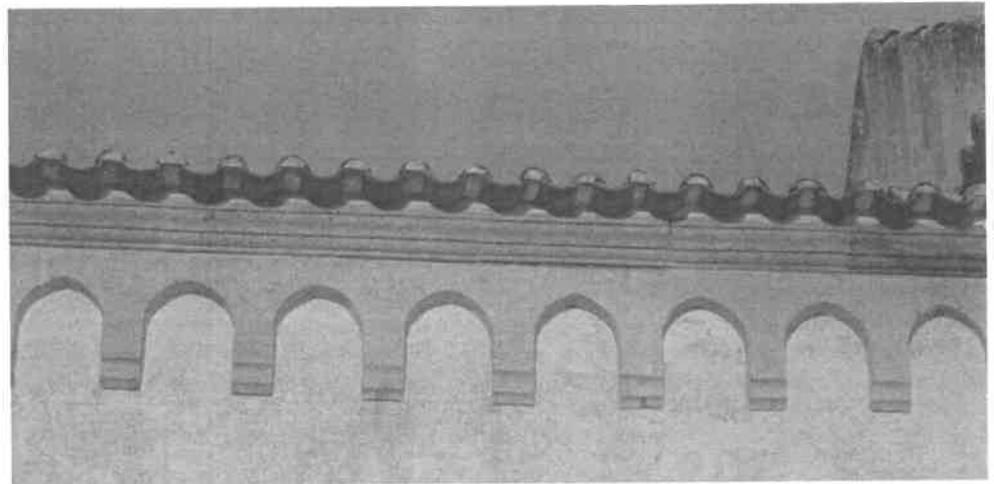


Figura 38 – Capela do Seminário de S. José – Alcains – Séc XX

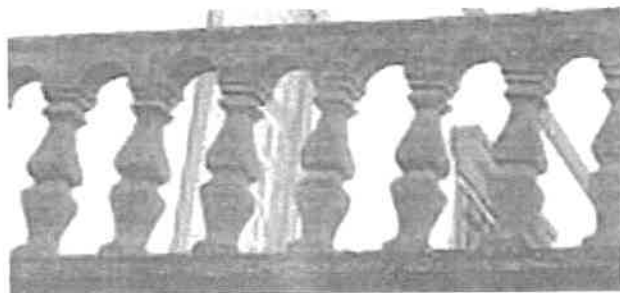


Figura 39 – Balaústre do Solar Trigueiros de Aragão  
– Alcains – Séc. XIX

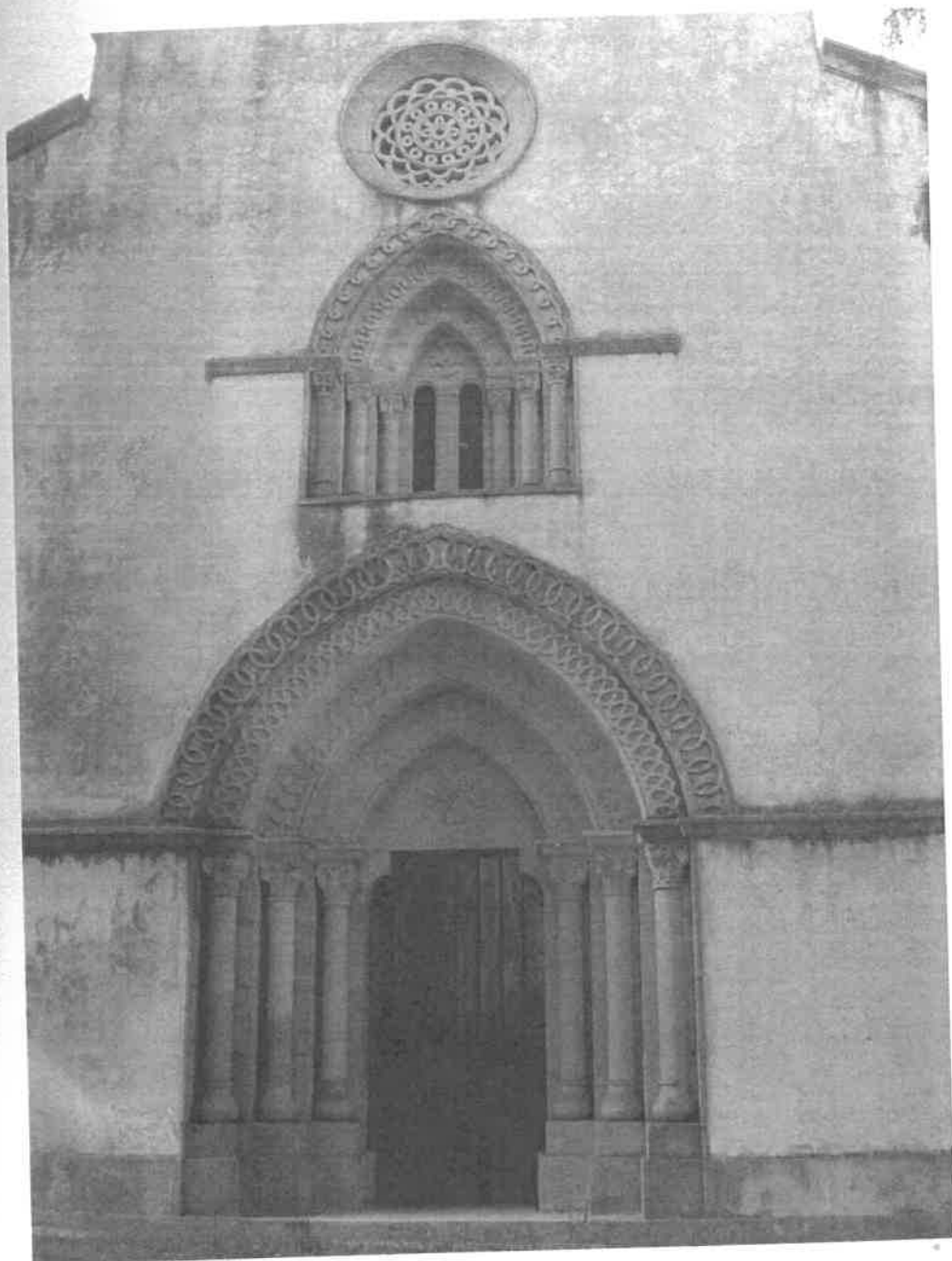


Figura 40 – Capela do Seminário de S. José – Alcains – Séc XX

Estudemos do ponto de vista da simetria alguns exemplos de padrões de friso.

Os dois frisos das figuras 41 e 42 têm muitas simetrias. Com efeito, além de simetrias de translação, ficam invariantes por meio de uma reflexão

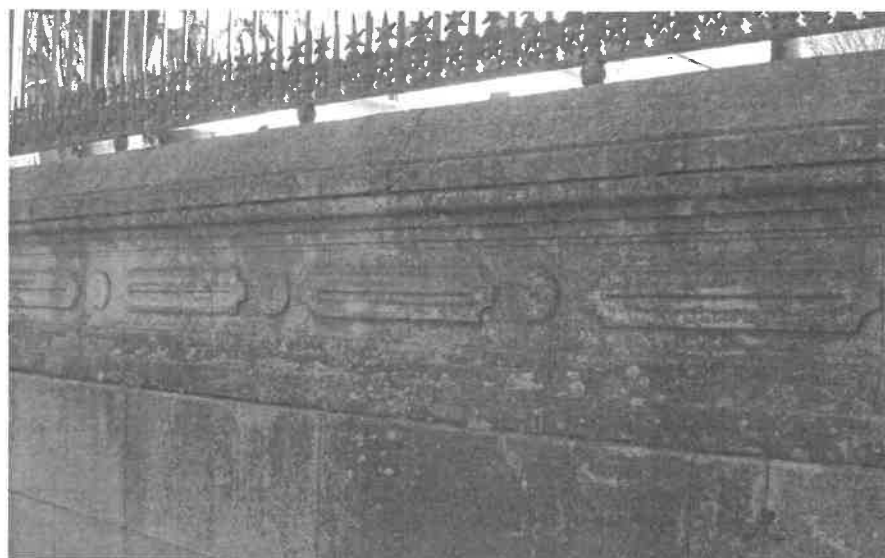


Figura 41 – Muro do Solar dos Goulões - Alcains – séc. XIX



Figura 42 – Pormenor de uma campa funerária – Cemitério de Alcains – séc. XX – Estampa 46

de eixo horizontal, por meio de reflexões de eixo vertical e por meio de rotações de amplitude igual a  $180^\circ$ .

Na imagem das arcadas da Capela do Seminário de S. José (figura 40) é possível identificar outros frisos cujas simetrias diferem das anteriores.

Centremos a nossa atenção no friso lateral às arcadas superiores (figura 43). Se imaginarmos, novamente, que não há um primeiro nem um último motivo, isto é, que o padrão que estamos a ver é infinito, poderemos concluir

que esse padrão além de simetrias de translação tem também simetrias de reflexão de eixo vertical. O mesmo se passa, nos frisos das arcadas destacadas nas figuras 44 e 45.

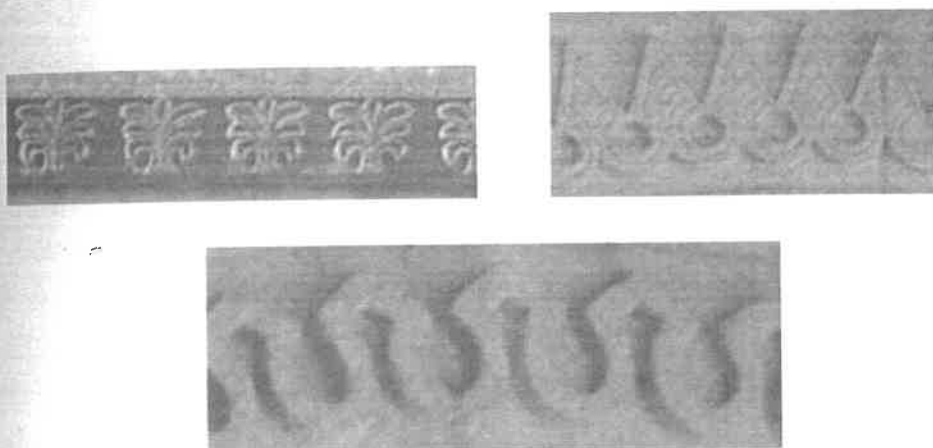


Figura 43 a 45 – Pormenores das arcadas da capela do Seminário de S. José – Alcains – séc. XX

Outro friso, elemento decorativo de uma sepultura do cemitério de Alcains (figura 46), tem além da simetrias de translação, características de todos os frisos, simetrias de rotação de amplitude  $180^\circ$  ou meias-voltas.



Figura 46 – Pormenor de uma sepultura – Cemitério de Alcains

Como último exemplo, apresentamos o mais simples de todos os frisos em termos de simetrias. Com efeito, apenas simetrias de translação deixam invariante o padrão de friso da figura 47.

Em síntese, os padrões de friso podem ser caracterizados em termos das simetrias que possuem. Em termos dessas simetrias, e se abstrairmos



Figura 47 – Pormenor de uma sepultura – Cemitério de Alcains – séc. XX – Estampa 47

do uso da cor (nomeadamente em frisos de azulejo), existem apenas sete tipos de frisos, dos quais foram apresentados exemplos de quatro tipos. A título ilustrativo apresentamos na figura 48 um exemplo de cada um dos sete tipos de frisos, manufacturados em ferro.

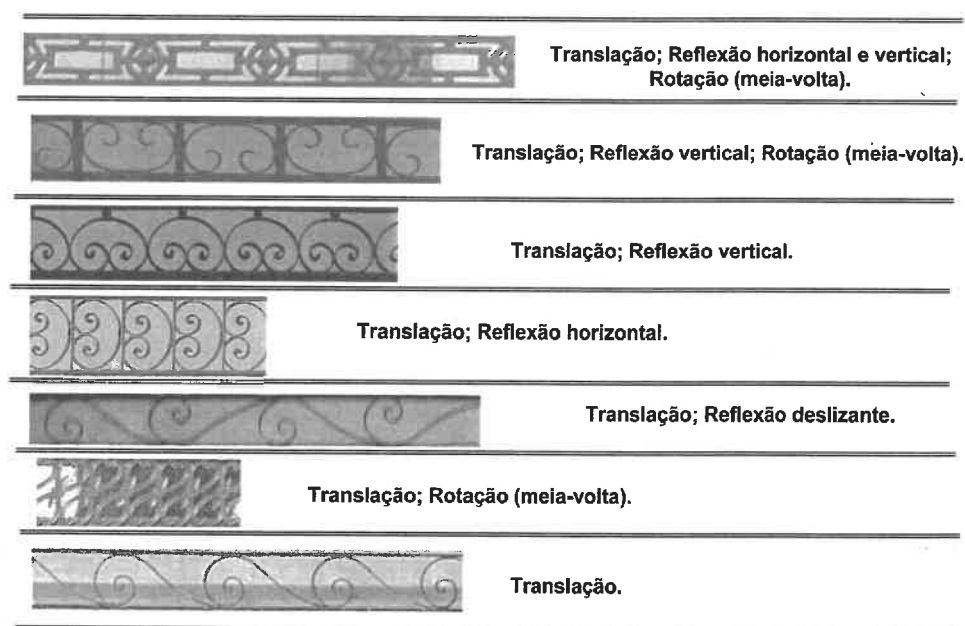


Figura 48 – Elementos decorativos em ferro forjado – Alcains

### Conclusão

Cada cultura usa padrões e desenhos matemáticos na sua arte, nos seus ofícios e rituais, podendo afirmar-se que a simetria foi um elemento

central nas mais variadas manifestações culturais muito antes dos primeiros registos históricos e de qualquer abordagem matemática formal.

Como tivemos ocasião de mostrar nalgumas figuras, a abordagem das simetrias pode e deve iniciar-se de forma informal no pré-escolar, desenvolvendo na criança a sensibilidade e a apreciação de ideias matemáticas que serão desenvolvidas gradualmente e com diferentes níveis de profundidade ao longo da escolaridade.

Como é explicitamente recomendado em documentos curriculares portugueses as experiências de aprendizagem a proporcionar ao aluno desejam-se diversificadas e adequadas à maturidade dos alunos, sendo, além disso, reconhecidamente importante *proporcionar ao aluno a realização de actividades que ajudem a revelar a matemática subjacente às tecnologias criadas pelo homem assim como a matemática presente em diversas profissões* (ME, 2001, p. 69).

Num mundo cada vez mais matematizado e em que a matemática é inegavelmente um elemento central da história humana, um ensino que negligencie a compreensão do valor e papel da matemática na sociedade, isto é a consciencialização da presença da matemática na vida quotidiana, nas várias culturas, na arte, nas outras disciplinas escolares, bem como dos usos sociais da matemática na comunicação, é um ensino que, tal como afirma Ernest (2000), *não só torna a matemática escolar menos interessante e a cultura do aluno empobrecida, como também implica que a matemática se torne menos útil e o aluno não consiga ver as conexões da matemática escolar com a vida e o trabalho diário, nem aperceber-se de ligações inesperadas que problemas criativos exigem.*

### **Bibliografia**

Bellingeri, P., Dedò, M., Di Sieno, S., Turín, C. (Eds) (2003). O Ritmo das formas. Atractor.

Catálogo da Exposição Permanente do Museu do Canteiro "O Labor do Canteiro", (2004). Castelo Branco: Câmara Municipal de Castelo Branco.

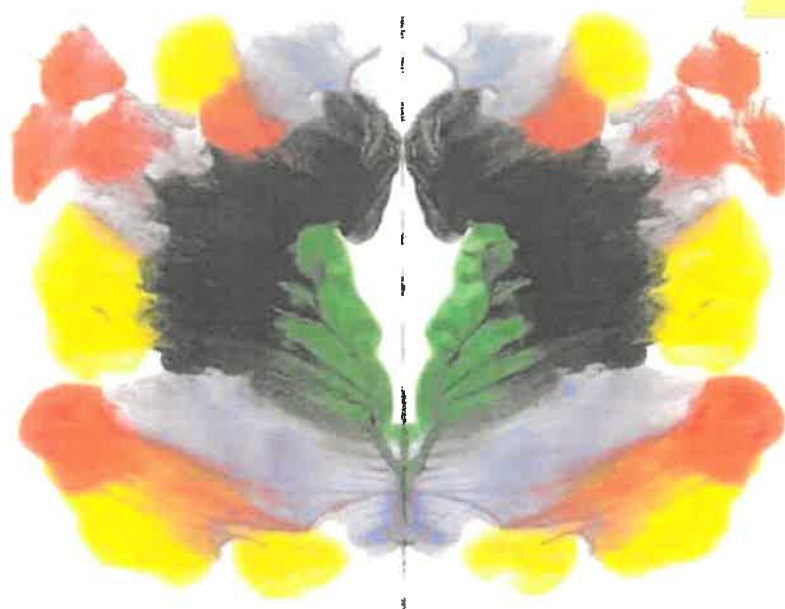
Ernest, P. (2000). Teaching and learning mathematics. Em Valsa Koshy, Paul Ernest and Ron Casey (Eds), *Mathematics for Primary Teachers (3-20)*. London e New York: Routledge.

Farmer, D. (1996). *Grupos de Simetria. Um guia para descobrir a matemática*. Lisboa: Gradiva.

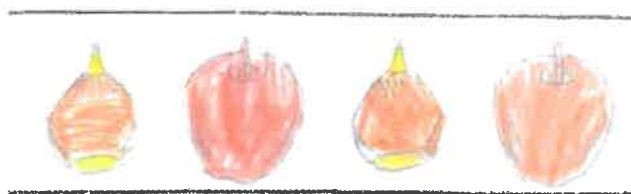
ME (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico. Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento da Educação Básica.

Veloso, E. (1998). *Geometria. Temas Actuais. Materiais para Professores*. Lisboa: Ministério da Educação e Instituto de Inovação Educacional.

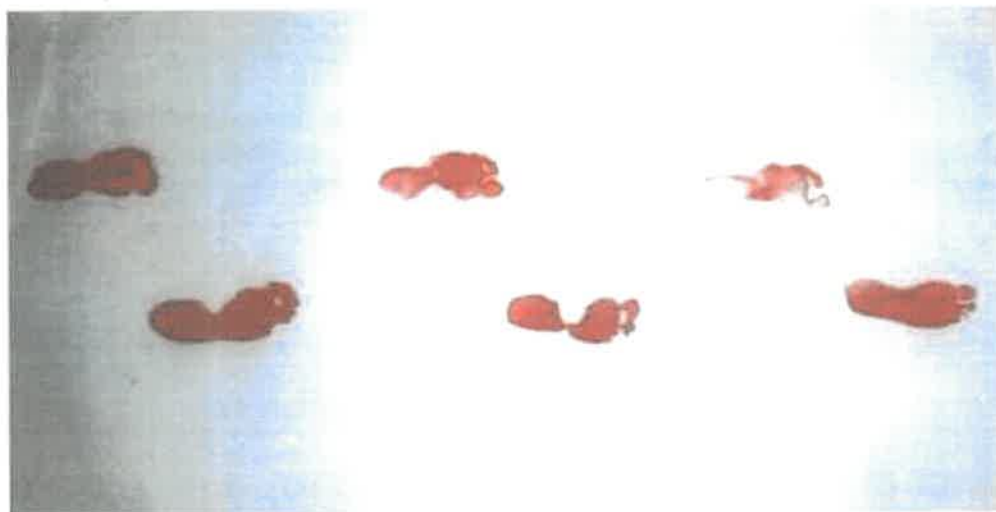
Vezzani, C. (2004). A Simetria na Natureza. Catálogo da exposição Simetrias jogos de espelhos.



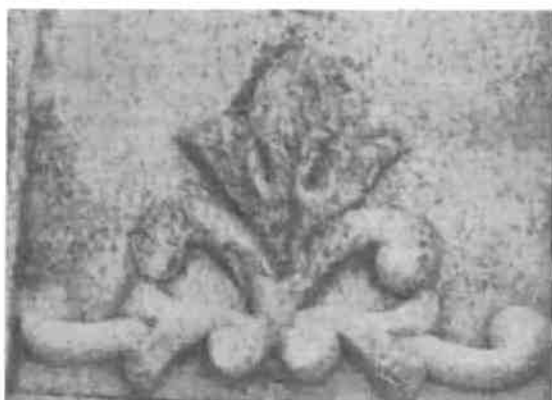
Estampa 39 – pág. 217



Estampa 40 – pág. 222



Estampa 41 – pág. 224



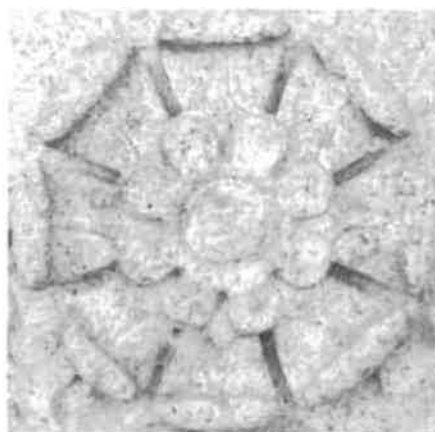
Estampa 42 – pág. 225



Estampa 43 – pág. 225



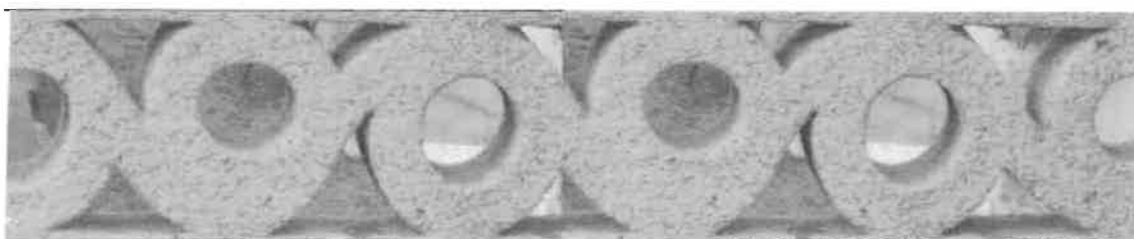
Estampa 44 – pág. 227



Estampa 45 – pág. 227



Estampa 46 – pág. 232



Estampa 47 – pág. 234