



EXPLORAÇÃO DIDÁCTICA DE PROBLEMAS HISTÓRICOS: DA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES À AULA DE MATEMÁTICA

Fátima Jorge
Instituto Politécnico de Castelo Branco, CIDTFF
frjorge@ese.ipcb.pt

Isabel Cabrita
Universidade de Aveiro, CIDTFF
icabrita@ua.pt

Fátima Paixão
Instituto Politécnico de Castelo Branco, CIDTFF
mfpaixao@ese.ipcb.pt

Resumo

Apresenta-se uma experiência inovadora de integração da história da matemática na formação inicial de professores da educação básica que conduziu à sua exploração didáctica em turmas do 6.º ano de escolaridade. Das conclusões, destaca-se que o recurso a problemas matemáticos do passado, tanto de carácter aplicado como recreativo, afigura-se como uma via com muitas potencialidades para um ensino mais humanizado da disciplina.

Palavras-chave: história da matemática; problemas históricos; resolução de problemas; formação de professores.

Enquadramento teórico

De acordo com Avital (1995), o conhecimento histórico repercute-se em quatro áreas específicas da didáctica. A primeira relaciona-se com o desenvolvimento de uma maior sensibilidade e compreensão relativamente às dificuldades de aprendizagem dos alunos, resultante das similitudes entre essas dificuldades e as ocorridas no desenvolvimento histórico da matemática. A segunda tem a ver com a percepção de que a generalização é, em geral, a última etapa da construção do conhecimento matemático e, como tal, a abordagem aos assuntos deve começar por privilegiar exemplos específicos e estratégias heurísticas. A terceira tem a ver com a percepção de que a resolução e a formulação de problemas, cerne da actividade matemática, são actividades fundamentais da sua aprendizagem. A este nível, não pode deixar de ser tido em conta o vasto leque de recursos didácticos propiciados pela história (episódios, questões, problemas e



exemplos) que, sendo relevantes em termos de conteúdo matemático, podem enriquecer o processo de ensino e de aprendizagem. Finalmente, aponta-se que o conhecimento histórico pode não só sensibilizar os professores para uma maior atenção a factores emocionais e afectivos na aprendizagem da matemática como, também, consciencializá-los para a importância da introdução em sala de aula da dimensão social e humana da actividade matemática.

Estreitamente relacionado com o último aspecto mencionado, pode-se acrescentar que o uso da história da matemática abre uma porta para a concretização de ligações com outras disciplinas do currículo, podendo ajudar a ultrapassar a tradicional fragmentação escolar do conhecimento. Michalowicz (2000), referindo-se, em particular, à formação de professores generalistas para a escolaridade básica, argumenta que, quando esses professores têm a oportunidade de perceber como é que a matemática pode ser conectada com outras áreas do currículo como a história, a geografia ou mesmo com as línguas, a matemática pode começar a assumir um papel mais significativo na sala de aula.

De acordo com estas perspectivas, podemos encarar a história da matemática como um instrumento de consciencialização epistemológica. revelador da natureza da actividade matemática, indispensável para a (re) construção de concepções sobre a matemática que incorporem a sua natureza transdisciplinar, isto é, a sua relevância em todos os aspectos da vida humana (Barbin, 1996). Igualmente, há que considerar o seu importante papel metodológico ao nível do desenvolvimento do meta-saber dos professores, na medida em que o conhecimento histórico pode desempenhar um papel orientador da organização dos conteúdos para as aulas (Schunbring, 1997).

Salienta-se, também, o contributo do conhecimento histórico para o maior entendimento da génese das ideias matemáticas e das conexões entre as várias disciplinas (Fauvel, 1991; Furinghetti & Somaglia, 1998).

De acordo com Fauvel (1991), as possibilidades e os desafios que a integração da componente histórica coloca aos professores são muito diferentes consoante se trate de professores dos primeiros anos de escolaridade ou dos anos terminais, sendo, por isso, escassa a possibilidade de partilha de experiências. Por outro lado, têm sido muito subestimadas, nos programas de formação inicial de professores, as exigências e as dificuldades inerentes à sua exploração didáctica, pelo que este é um aspecto que deve



ser tido em conta nos programas de formação de professores (Fauvel, 1991; Furinghetti, 1996).

Até ao dia em que toda a formação de professores incluía tanto a história da matemática, como o treino das suas formas de utilização na aula, de acordo com os diferentes temas e com os níveis de capacidade dos seus alunos, os professores irão, compreensivelmente, encarar esta área com pouco à vontade, com receio de não saberem o suficiente e de não terem acesso aos materiais convenientes para tornarem essa abordagem mais fácil ou, simplesmente, possível (Fauvel, 1991, p. 19).

As considerações anteriores remetem para alguns aspectos críticos da integração da história no processo de ensino e de aprendizagem que passaremos a explicitar.

Em primeiro lugar, importa ter presente que se requer uma avaliação cuidadosa da relevância didáctica, cultural e motivacional da sua integração que atenda à idade e ao nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos (Barbin, 2000).

Outro aspecto crítico prende-se com a selecção do material histórico e com a sua transformação em material didáctico, pois, não existindo uma transferência directa da história para o ensino, torna-se necessária uma confrontação cuidadosa entre as situações didáctica e histórica que entre em linha de conta com as condições e constrangimentos próprios dos ambientes históricos e de aula (Katz et al., 2000). Tal processo implica, como é evidenciado na figura 1, que o professor seja capaz de: (a) pesquisar textos de história da matemática e/ou livros antigos de matemática (b) destacar questões/problemas/episódios históricos relevantes e apropriados ao nível de ensino; (c) preparar materiais didácticos para usar na sala de aula e (d) implementar e avaliar as actividades matemáticas desenvolvidas (Furinghetti & Paola, 2003; Grugnetti, 2000). Ora, como salienta Radford (1993), «adaptar» e «manipular» antigos episódios da matemática de modo a torná-los um instrumento genuíno e fecundo para promover a aprendizagem dos alunos é um trabalho muito delicado e complexo.

Na medida em que a investigação tem salientado a existência de uma relação forte entre as experiências de aprendizagem vívidas pelo futuro professor e a forma como ensina matemática, vários autores defendem uma formação que articule as componentes matemática e histórica e que estabeleça pontes com a matemática escolar. Sugere-se o acesso a materiais históricos que possam servir de suporte ao trabalho didáctico ou a recursos didácticos inspirados na história, bem como a criação de oportunidades de



envolver o professor na integração da história da matemática na sua prática de ensino (Avital, 1995; Michalowicz, 2000).

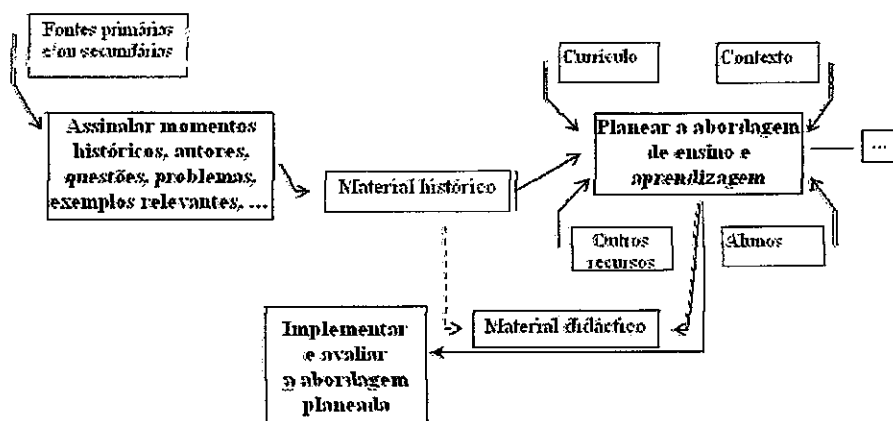


Figura 1. Etapas para a integração da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática.¹

Deste modo, não só se aprofunda a compreensão dos participantes e se detectam possíveis concepções alternativas relativamente a esses tópicos como, ao nível da didáctica, se podem discutir diferentes abordagens do tópico e consciencializar os futuros professores para erros e dificuldades dos alunos (Bruckheimer & Arcavi, 2000).

Problema e objectivos do estudo

O estudo, de que aqui apresentamos uma parte, centrou-se na formação inicial de professores de Matemática para os 1.º e 2.º ciclos do ensino básico e tomou como problema de investigação compreender em que medida o desenvolvimento de um percurso de formação, com foco na exploração didáctica de história da matemática, contribui para o desenvolvimento do conhecimento didáctico de futuros professores e para a promoção de práticas de ensino inovadoras. Em função deste, definiram-se, entre outros, os seguintes objectivos:

- O₁ - Construir propostas de exploração didáctica da história da matemática que relevem como experiências de aprendizagem a resolução de problemas, o estabelecimento de conexões entre ideias matemáticas e de ligações com outras disciplinas do currículo e com o quotidiano passado;



O₂ – Reflectir sobre a prática pedagógica (PP) de futuros professores da escolaridade básica, no âmbito da integração de problemas históricos na prática pedagógica, no 2º ciclo do ensino básico.

Metodologia

A natureza dos objectivos da investigação implicou a adopção de uma abordagem investigativa de natureza qualitativa de índole descritiva-interpretativa e o acompanhamento de um reduzido número de sujeitos. Apesar de, ao longo de todo o estudo, a investigadora ter dinamizado vários seminários em plenário (grupo turma), no último ano do estudo, correspondente à realização da prática pedagógica, no 2.º ciclo do ensino básico, decidiu-se limitar o estudo a três futuras professoras. Dos critérios subjacentes a essa opção, destacamos o interesse em trabalhar com futuras professoras a realizar a prática pedagógica no mesmo ano de escolaridade e em escolas diferentes e, portanto, com professores cooperantes distintos. Salientamos que estes últimos foram observadores permanentes da prática pedagógica das futuras professoras e eram os professores responsáveis pelas turmas nas quais aquelas realizaram a sua PP. Deste modo, a opinião destes intervenientes reflecte também o impacto das propostas de ensino sobre os alunos.

No estudo, foram usadas como técnicas de recolha de dados a observação, complementada com notas de campo (das aulas observadas, das sessões de trabalho com as futuras professoras, ...); a inquirição por entrevista e por questionário e a análise de documentação escrita (cópias das folhas de resolução de problemas históricos).

Como técnicas de validação dos constructos, recorreu-se à análise, pelos participantes, das suas respostas e reflexões e também à triangulação metodológica, exigindo-se níveis de convergência entre investigadora, futuras professoras e professores cooperantes no que respeita às inferências feitas pela investigadora sobre os dados analisados (e.g. Cohen & Mannion, 2002).

Fruto do quadro teórico e de acordo com os objectivos do estudo, desenvolveu-se um percurso de formação (PF) em que se procurou articular a formação em história da matemática e a formação didáctica dos futuros professores, privilegiando-se como estratégias formativas a resolução de problemas, a discussão e a reflexão crítica com problematização dos saberes. O PF incidiu no tema da Medida, pela sua centralidade e



transversalidade curricular e ainda pelo seu reconhecido valor social, histórico, cultural e epistemológico. Entendeu-se, em particular, o interesse didático de propiciar aos futuros professores o conhecimento e a compreensão de problemas (de natureza matemática, social, cultural ou outra) que estiveram na origem de conceitos matemáticos abordados na escolaridade básica. Referimo-nos, por exemplo, a situações que estiveram na origem do actual sistema de unidades e cuja compreensão contribuirá, seguramente, para a construção de conhecimentos mais consistentes sobre a matemática, a aquisição de uma visão mais dinâmica desta ciência e a consequente criação de condições para a concretização de um ensino mais consentâneo com as actuais orientações curriculares.

Na figura 2 apresentamos, em linhas gerais, os momentos, as tarefas, os contextos de aprendizagem e as metodologias de trabalho adoptadas no PF. Salienta-se que a realização de seminários integrados no horário das disciplinas curriculares e a realização de sessões de trabalho em paralelo com as práticas pedagógicas se afigurou como uma metodologia de trabalho adequada aos propósitos do estudo.

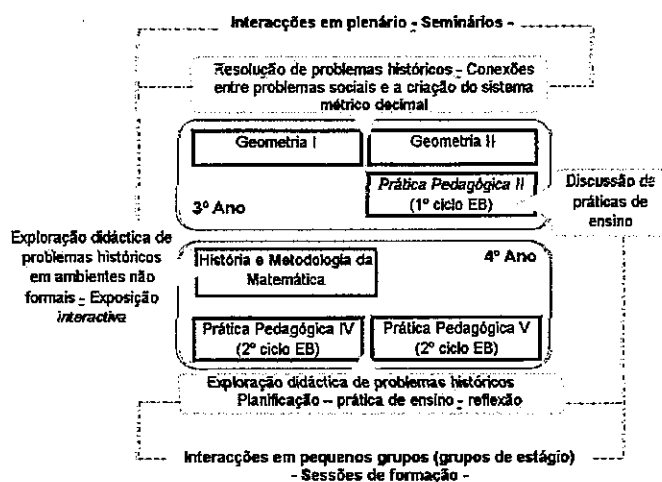


Figura 2. Integração do PF no currículo, tarefas, contextos de aprendizagem e metodologia de trabalho.

Neste artigo, focalizamos a nossa atenção no trabalho desenvolvido nas disciplinas de Prática Pedagógica IV e V que teve como ponto de partida um conjunto de problemas históricos seleccionados pela investigadora a partir de livros de aritmética portugueses dos séculos XVI e XVII. As sessões de trabalho realizadas constituíram-se como um espaço de preparação do ensino da matemática, mas também de reflexão sobre as



práticas de ensino. Ao nível da planificação, promoveu-se a discussão de questões didácticas relacionadas com a integração em aula de problemas históricos sugeridos pela investigadora como tarefas passíveis de propor aos alunos do ensino básico. As futuras professoras foram sempre incentivadas a resolvê-los, a discutir o(s) processo(s) de resolução, as suas soluções e a pensarem sobre como desenvolvê-los com os alunos. Como recomenda Ball (2000, p. 242), procurou-se que as futuras professoras, perante cada tarefa proposta, se interrogassem e discutissem a adequação desta aos seus alunos a vários níveis:

- (a) Qual o potencial matemático da tarefa ao nível das diferentes dimensões a considerar – conhecimento matemático, capacidades matemáticas e atitudes;
- (b) Que estratégia utilizar para que a actividade desenvolvida pelos alunos se constitua como uma oportunidade de aprendizagem matemática, o que pressupõe reflectir sobre, por exemplo, o que é que pode tornar o problema difícil para os alunos, antecipando, dessa forma, o que é que o professor pode fazer para ajudar a ultrapassar obstáculos);
- (c) Como motivar os alunos para a resolução do problema.

Releva-se que, apesar de as tarefas serem inicialmente desenvolvidas e propostas pela investigadora, a decisão de as usar ou não na prática de ensino foi sempre das futuras professoras. Aliás, sempre que alguma tarefa era considerada como pouco interessante ou difícil para os seus alunos ou para si própria (enquanto professora que tem de se sentir capaz de o resolver e apoiar os seus alunos nesse processo) foi reformulada ou mesmo abandonada. Deste modo, as futuras professoras foram confrontadas com recursos didácticos num ambiente no qual tiveram a oportunidade de fazer as suas escolhas e de se envolverem de forma activa em todas as fases de integração da história da matemática em sala de aula (Furinghetti & Paola, 2003).

As sessões de trabalho propiciaram, assim, a oportunidade de as futuras professoras analisarem e prepararem tarefas inovadoras a propor em sala de aula, desenvolvendo competências indispensáveis para um ensino compreensivo da matemática. Promoveu-se, também, a reflexão sobre a prática de ensino, em particular, sobre a forma como exploraram em aula os problemas históricos propostos (orientação das actividades, dificuldades identificadas, decisões tomadas, o que correu menos bem, etc.).

Considerou-se indispensável construir um instrumento que apoiasse e sustentasse a análise das práticas de ensino. Considerando que se assume uma perspectiva de ensino



em que a resolução de problemas é encarada simultaneamente como ambiente e como veículo para o desenvolvimento da competência matemática, tomaram-se como dimensões de análise a exploração do contexto do problema histórico, a orientação da actividade de resolução de problemas, os conhecimentos matemáticos e o ambiente de sala de aula. Em anexo, apresenta-se esse instrumento, no qual se incluem alguns indicadores que ajudam a caracterizar as dimensões de análise.

Alguns Resultados

Os problemas históricos que foram objecto de discussão didáctica e, posteriormente, propostos a alunos do 6.º ano de escolaridade traduzem aplicações matemáticas ao quotidiano passado ou situações de carácter recreativo (apresentam-se dois exemplos na figura 3).

A VENDA DO TRIGO

Um mercador empregou 30 coroas em 30 alqueires de trigo.

Este mercador quer vender o trigo e, para isso, tomou 15 alqueires dele, que é a metade de 30 alqueires, e levou-os a vender a um mercado,

onde o alqueire era $\frac{3}{4}$ (três quartos) do dele e

vendeu cada alqueire pequeno por uma coroa. E, depois, levou os outros 15 alqueires a outro mercado onde o alqueire era $\frac{5}{4}$ (cinco quartos) do dele e vendeu cada alqueire grande por uma coroa.

Pergunto se este mercador ganhou ou perdeu na venda deste trigo.



BARATAR MERCADORIAS

Dois mercadores, André e Joane, querem *baratar* ferro por chumbo. André tem o ferro e o quintal do ferro vale, a dinheiro contado, 3 cruzados e, no barato, André põe-o a 4 cruzados. Joane tem o chumbo e o quintal de chumbo vale, a dinheiro contado 6 cruzados.

Pergunto: a quanto deve Joane meter o chumbo no barato para que o barato seja igual e nenhum vá enganado?



Figura 3. Exemplos de problemas históricos.²



Os primeiros, no qual se inclui *Baratar mercadorias*, pela sua própria natureza, salientam a relação estreita entre a matemática e muitas situações do quotidiano (pagamento de impostos, comparações de quebras relativas, regulação do comércio, etc.). Outros, como *A venda do trigo*, permitem relevar a relação entre problemas sociais concretos e a evolução da matemática e, finalmente, os de carácter recreativo mostram uma vertente lúdica associada a um desafio intelectual.

Relativamente à prática de ensino, as participantes no estudo - Inês, Joana e Beatriz - constituem exemplos diferentes relativamente à forma como integraram e exploraram problemas históricos em sala de aula. Ressalta-se como aspecto comum a importância que é dada à exploração do contexto dos problemas e à promoção de ligações com a disciplina de história. Os alunos, quer pelas respostas que vão dando às questões que lhes são dirigidas, quer pelas perguntas que fazem, parecem revelar interesse e curiosidade relativamente à contextualização histórica dos problemas. Aliás, Inês reconhece a motivação e o empenhamento dos alunos na sua resolução, associando-a directamente à natureza das tarefas propostas.

Para tal, poderá ter contribuído o aproveitamento que faz dos problemas para dar também a conhecer alguns aspectos da história da medida, nomeadamente aspectos de cariz regional. Ainda que não os explore em profundidade, refere-os e discute-os com os alunos.

Porém, para esta futura professora, a introdução dos problemas em aula é uma etapa com algumas complicações que decorre das dificuldades que o professor pode sentir ao explorar o contexto dos problemas.

Outro aspecto que ressalta dos dados recolhidos prende-se com a especificidade da linguagem/terminologia e pela perspectiva contextual associada aos problemas, que exige cuidada discussão e interpretação dos enunciados. Tal requer do professor uma atenção acrescida à compreensão e familiarização dos alunos com a situação exposta no problema, à identificação dos dados e da questão do problema. A análise das práticas de ensino revela que este é um aspecto considerado como fundamental para uma integração bem sucedida dos problemas em sala de aula.

Já no que diz respeito à orientação da actividade de resolução de problemas, a análise das aulas e das reflexões que as participantes fazem apoia a constatação de que este foi



o aspecto mais crítico. De facto, lido o problema e “ultrapassada” a etapa dedicada à compreensão, os alunos não são ensinados que é necessário, antes de começar a efectuar cálculos, pensar sobre “o que fazer” para dar resposta à questão do problema. Nesse sentido, o tempo que é dado aos alunos para a resolução nem sempre é rentabilizado, na medida em que não sendo a resolução precedida de um planeamento das acções a executar, verifica-se que alguns alunos começam a fazer cálculos um tanto erraticamente ou, simplesmente, não sabem o que fazer, chamando continuamente a professora. Assim, sobressai a ideia de que os alunos, sobretudo os menos autónomos, são conduzidos para um processo de resolução idealizado por outrem. Ainda assim, é notório o esforço desenvolvido pelas três futuras professoras para conduzir os alunos à percepção do que fazer a seguir. Nem sempre o conseguem, tendendo, nessa altura, a indicar os passos a executar.

Inês e Joana são particularmente bem sucedidas no momento de síntese da actividade desenvolvida, guiando os alunos para a sua apresentação em linguagem discursiva e matemática. Por seu lado, Beatriz tende, uma vez obtida a solução, a dar por finda, de forma repentina, a resolução dos problemas sem qualquer reflexão sobre a mesma. Das três, Joana é a mais sensível às várias etapas de resolução de problemas, marcando o ritmo de trabalho em sala de aula, canalizando a atenção dos alunos para os conhecimentos matemáticos requeridos para a resolução dos problemas e implementando um ensino em que as conexões entre conceitos matemáticos estão presentes. A sua estratégia de ensino é a que está próxima de favorecer uma aprendizagem compreensiva da matemática.

Apesar destas limitações na prática de ensino, é de destacar a opinião dos dois professores cooperantes - Fernanda e Manuel - que fazem uma apreciação muito positiva da inovação introduzida em sala de aula. Ambos salientam o factor motivacional associado aos problemas, a introdução em aula da dimensão social e cultural da actividade matemática, a possibilidade de estabelecer ligações a outras disciplinas do currículo e, não menos importante, o contributo para a aprendizagem dos conteúdos curriculares. Foi também referida a importância da investigação nesta área, pois não é fácil um professor aceder a este tipo de problemas ou mesmo dar-se conta das suas potencialidades. A este propósito, Fernanda admite que, de início, teve algum receio relativamente à reacção dos alunos, quer em termos de atitudes, quer da



capacidade de resolução de situações de natureza diferente do habitual e com uma linguagem inusual, tendo sido surpreendida pelo interesse e gosto na resolução dos problemas históricos revelado pelos seus alunos. No mesmo sentido, Manuel admite a possibilidade da sua utilização criar uma maior motivação dos alunos e uma aprendizagem, nas suas próprias palavras, “mais viva e eficiente”.

Conclusões

Tal como os participantes reconheceram, e os seus professores cooperantes corroboraram, as propostas de exploração didáctica da história da matemática construídas introduziram no processo de ensino e aprendizagem da disciplina uma perspectiva contextual que favoreceu o estabelecimento de ligações a outras disciplinas do currículo do 2.º ciclo do ensino básico (nomeadamente a História e Geografia de Portugal). A par disso, o contexto dos problemas ajudou a evidenciar a presença e o papel da matemática nas mais variadas situações da vida social passada. Os dois professores cooperantes frisaram a inovação introduzida em aula, o interesse e contributo dos problemas históricos para o desenvolvimento da apreciação da matemática e do seu papel social, bem como para uma aprendizagem mais significativa.

Já no que respeita à *praxis* das futuras professoras, a análise das aulas dá conta do envolvimento dos alunos do ensino básico com as situações propostas, seja pelas intervenções mantidas durante o processo de resolução, seja pela forma como se envolviam na sua resolução. Há que ressaltar o cuidado posto, por todas as futuras professoras, na proposição dos problemas aos alunos e na orientação do diálogo para a compreensão da situação exposta. Este aspecto é particularmente relevante, na medida em que a análise dos dados apoia a conclusão de que a especificidade da terminologia usada e dos contextos reais presentes nos problemas exige do professor uma cuidadosa contextualização no tempo e no espaço que permita familiarizar os alunos com a situação exposta.

Refira-se que um dos aspectos críticos diz respeito à orientação da actividade de resolução de problemas. Sobressai em duas das participantes a dificuldade em guiar e apoiar os alunos na identificação dos conceitos presentes no problema e no próprio processo de resolução. Em geral, registou-se uma postura prescritiva no sentido de



conduzir os alunos a executar o conjunto de ações conducentes à solução desejada. De igual modo foi manifestada alguma dificuldade em criar hábitos de reflexão sobre os processos de resolução.

A integração de problemas históricos no processo de ensino e de aprendizagem constituiu uma inovação e um desafio didático para as futuras professoras. Outra exploração mais ampla e enriquecedora dos problemas poderia ser feita por professores mais experientes com uma visão mais integradora do currículo da escolaridade básica.

Referências bibliográficas

- Almeida, A. M. (1994). *Aritmética como descrição do real (1519-1679)*, volume II. Lisboa: Imprensa Nacional, Casa da Moeda.
- Avital, S. (1995). History of mathematics can help improve instruction and learning. In F. Swetz, J. Fauvel, O. Bekken, B. Johansson & V. Katz (Eds.), *Learn from the masters* (pp. 3-12). Washington DC: Mathematical Association of America.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices. Intertwining contents and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Barbin, E. (1996). The role of problems in the history and teaching of mathematics. In R. Calinger (Ed.), *Vita Mathematica. historical research and integration with teaching* (pp. 17-26). New York: Mathematical Association of America.
- Barbin, E. (2000). Integrating history: Research perspectives. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 63-66). Dordrecht: Kluwer.
- Bruckheimer, M., & Arcavi, A. (2000). Mathematics and its history: An educational partnership. In V. Katz (Ed), *Using history to teach mathematics. An international perspective* (pp. 135-146). Washington DC: Mathematical Association of America.
- Cohen, L., & Manion, L. (2002). *Métodos de investigación educativa*. Madrid: Editorial La Muralla.
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 11, 3-6.
- Furinghetti, F. (1996). History, research and teaching mathematics: Case studies for linking different domains. In M. J. Lagarto, A. Vieira & E. Veloso (Org.), *História e educação matemática – Proceedings*, Vol I (pp. 275-276). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Departamento de Matemática da Universidade do Minho.
- Furinghetti, F., & Paola, D. (2003). History as a crossroads of mathematical culture and educational needs in the classroom. *Mathematics in School*, January, 37-41.
- Furinghetti, F., & Somaglia, A. (1998). History of mathematics in school across disciplines. *mathematics in school*, September, 48-51.
- Grugnetti, L. (2000). The History of Mathematics and Its Influence on Pedagogical Problems. In V. Katz (Ed), *Using history to teach mathematics. An international perspective* (pp. 29-35). Washington DC: Mathematical Association of America.



- Katz, V. K., Dorier, J. L., Bekken, O., & Sierpiska, A. (2000). The role of historical studies in predicting and interpreting students' difficulties in mathematics. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 149-154). Kluwer Academic Press.
- Michalowicz, K. D. (2000). History in support of diverse educational requirements – opportunities for change. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 172-200). Dordrecht: Kluwer.
- Radford, L. (1993). History, research and the teaching of mathematics. In M. J. Lagarto, A. Vieira & E. Veloso (Org.), *História e educação matemática – Proceedings*, Vol I (pp.271-274). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, Departamento de Matemática da Universidade do Minho.
- Schubring, G. (1997). Relações entre a história e o ensino da matemática. In S. Nobre (Ed.), *A contribuição de matemáticos portugueses para o desenvolvimento da matemática no Brasil: actas dos II Encontro Luso-Brasileiro e II Seminário Nacional de História da Matemática* (pp. 157-163). São Paulo: SNHM.
- Tzanakis, C., & Arcavi, A. (2000). Integrating history of mathematics in the classroom: An analytic survey. In J. Fauvel & J. van Mannen (Eds.), *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 201- 248). Kluwer Academic Press.

¹ Adaptado de Tzanakis e Arcavi (2000) e Furinghetti e Paola (2003).

² Adaptados de Bento Fernandes, 1555, transcritos em Almeida (1994).