



Simplificação de Sistemas de Distribuição de Água

Autor

Marco André Farinha Santos

Orientadores

Maria Teresa Durães Albuquerque

Ana Maria dos Santos Ferreira

Dissertação apresentada à Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Infraestrutura de Construção Civil, realizada sob orientação científica da Professora Doutora Maria Teresa Durães Albuquerque, Professora Adjunta da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco e coorientação científica da Mestre Ana Maria dos Santos Ferreira, Professora Adjunta da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco.

Dezembro de 2013

Composição do júri

Presidente do júri

Mestre Francisco José Freire Lucas

Professor Coordenador da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco

Vogais

Mestre Ana Maria dos Santos Ferreira

Professor Adjunto da Escola Superior de Tecnologia do Instituto Politécnico de Castelo Branco

Doutor José Alfeu Almeida de Sá Marques

Professor Auxiliar da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra

Agradecimentos

Aos meus Pais que foram e são os investidores do projeto que sou hoje.

À minha tia, que sem ela não seria possível a conclusão desta dissertação.

Ao Prof. Doutor João Muranho, pelos seus doutos ensinamentos e pela disponibilização do algoritmo de eliminação de troços de diâmetros reduzidos internos à rede do sistema de distribuição de água, utilizado neste trabalho.

Resumo

O crescimento populacional e, conseqüentemente, o crescimento dos sistemas de distribuição de água (SDA) torna a sua representação computacional demasiado complexa e ineficiente. Ao longo do tempo foram-se desenvolvendo técnicas e formas de simplificar (“esqueletizar”) estes modelos, de acordo com as suas finalidades. Neste trabalho apresenta-se uma forma de simplificar modelos de SDA pela redução do número de nós e de troços, para se modelar SDA complexos de uma forma mais simples, obtendo resultados semelhantes nos nós que se pretendem estudar. Desta forma foi acrescentado ao *software* EPANET, a funcionalidade de “esqueletização” automática.

Palavras chave

Simplificação, Esqueletização, Calibração, EPANET

Abstract

Population growth and consequently the growth of the systems of water supply (SDA) make its computational representation too complex and inefficient. Over time several and different approaches have been tested to simplify ("skeletonize"), these models according to their intended purposes. This paper introduces a simplified approach for models of SDA by reducing the number of nodes and pipes, in the complex model SDA, in order to get a simpler SDA's modelling, with similar final results in the studied nodes. Thus was added to EPANET software, the functionality of "skeletonized" automatic.

Keywords

Simplification, Skeletonization, Calibration, EPANET.

Índice geral

1. Introdução.....	1
2. Revisão Bibliográfica	3
2.1. Sistemas de Distribuição de Água (SDA)	3
2.2. Modelos e modelação de SDA.....	4
2.3. Escoamentos sob pressão e perdas de carga	5
2.3.1. Perdas de carga contínuas	6
2.3.2. Perdas de carga localizadas.....	11
2.4. Equilíbrio hidráulico de um SDA.....	12
2.4.1. Formulações do equilíbrio hidráulico.....	13
2.4.2. Métodos Numéricos para a resolução dos sistemas de equações	15
2.5. Análise de SDA.....	20
2.6. Simplificação (“Esqueletização”) de SDA.....	21
2.6.1. Enquadramento.....	21
2.6.2. Abordagens e técnicas de Simplificação.....	22
2.7. Calibração de SDA	29
2.7.1. Enquadramento.....	29
2.7.2. Abordagens e técnicas de Calibração	30
2.7.3. Algoritmos de otimização.....	32
2.7.4. Aplicação dos algoritmos de otimização à calibração de SDA.....	39
3. Abordagem proposta para simplificação de modelos hidráulicos de SDA.....	41
3.1. Introdução	41
3.2. Processo de simplificação proposto	42
3.3. Funcionamento do ícone “SKL”	49
3.4. Metodologia para avaliação do procedimento	53
3.5. Resultados	53
4. Conclusões e proposta de trabalhos futuros.....	62
Referências bibliográficas	63

Índice de figuras

Figura 01 - Diagrama de velocidades em regime laminar	5
Figura 02 - Movimento de partículas em Regime Turbulento	6
Figura 03 - Aplicação da Equação da Energia (Bernoulli)	8
Figura 04 - Ábaco de Moody	10
Figura 05 - Componentes de simplificação de SDA	22
Figura 06 - Transformação de malha triangular (a) numa estrutura tipo “estrela” (b)...	23
Figura 07 - Simplificação pela abordagem de “eliminação de variáveis.....	27
Figura 08 - Processo de simplificação de Duzinkiewicz e Ciminski.....	28
Figura 09 - Tipo de ligações estre nós de grafos.....	28
Figura 10 - Passos de clusterização.....	29
Figura 11 - Procedimento de <i>Simulated Annealing</i>	34
Figura 12 - Procedimento de <i>Pesquisa Tabu</i>	36
Figura 13 - Procedimento de <i>Colónia de Formigas</i>	38
Figura 14 - Esquema de simplificação de Nós/Troços em Série.....	42
Figura 15 - Fluxograma do processo de eliminação de nós/troços em série	43
Figura 16 - Esquema de simplificação de Troços em Paralelo.....	44
Figura 17 - Fluxograma do processo de eliminação de troços em paralelo.....	44
Figura 18 - Esquema de simplificação de troços de extremidade	45
Figura 19 - Fluxograma do processo de eliminação de todos os troços de extremidade	46
Figura 20 - Esquema de simplificação de condutas interiores de uma rede	47
Figura 21 - Fluxograma do processo de eliminação de troços interiores à rede.....	48
Figura 22 - Localização do botão de “esqueletização” (SKL).....	49
Figura 23 - Janela de opções de “esqueletização”	50
Figura 24 - Resultados do ensaio à rede de 100 nós.....	55
Figura 25 - Resultados do ensaio à rede de 250 nós.....	56
Figura 26 - Resultados do ensaio à rede de 500 nós.....	57
Figura 27 - Resultados do ensaio à rede de 1000 nós.....	58

Lista de quadros

Quadro 1 - Elementos de um modelo de SDA.....	3
<i>Quadro 2</i> - <i>Inputs/Output de um modelo de SDA</i>	20
Quadro 3 - Critérios Mínimos para Calibração de Modelos de Redes Hidráulicas	32
Quadro 4 - Tabela de resultados do ensaio 1 e ensaio 2.....	59
Quadro 5 - Tabela de resultados do ensaio 3 e ensaio 4.....	60
Quadro 6 - Resumo dos resultados obtidos dos ensaios às redes.....	60

Lista de acrónimos

AWWA – *American Water Work Association*

CLF – *Cluster de Ligações Fortes*

CLf – *Cluster de Ligações Fracas*

INAG – Instituto Nacional da água

INSAAR – Inventário Nacional de Sistemas de Abastecimento e Águas Residuais

PSE – Período de Simulação Extenso

SDA – Sistema de Distribuição de Água

1. Introdução

O nosso Planeta é o único em que, até hoje, se conhece a existência de vida. A base da existência dessa vida deve-se a um conjunto de fatores muito específicos, entre eles a existência de água nos seus três estados fundamentais (sólido, líquido e gasoso) na natureza.

Sendo a água uma molécula formada por dois átomos de hidrogénio e um átomo de oxigénio, esta molécula é capaz de dissolver e reagir quimicamente com diversos elementos, inclusive consigo mesma formando iões hidrónio (H_3O^+) e iões hidróxido (OH^-). Devido a estas capacidades é seguro dizer que nunca se consegue obter unicamente água pura, conhecida como incorporando unicamente H_2O .

Apesar de cerca de dois terços do nosso planeta se encontrar coberto de água, apenas uma pequena parte é utilizável para consumo humano e rega, a designada água doce, devido à baixa concentração de cloreto de sódio.

Este facto fez com que, desde de sempre, a água fosse disputada entre civilizações, tornando as civilizações tanto maiores e mais fortes conforme as quantidades de água que dispunham. Exemplos deste facto são: o povo do Antigo Egito que por volta do ano 1550 A.C. atingiu o seu auge, em grande parte fruto do forte poder económico fornecido pelo rio Nilo; mais recentemente é possível observar certas disputas pelos direitos da água do rio Tejo entre Portugal e Espanha que deram lugar a acordos, exemplo de um desses acordos é a “convenção sobre cooperação para a protecção e o aproveitamento sustentável das águas das bacias hidrográficas luso-espanholas” assinada a 30 de novembro de 1998.

Dada a tamanha importância da água no seio das civilizações, ao nível económico, ambiental e social, esta tornou-se alvo dos mais variados estudos. Entre os quais estudos de qualidade e transporte da água para consumo humano.

Em Portugal, no início do século XX, a água era captada em chafarizes ou fontes e transportada em barris e vendida de porta em porta ao consumidor final pelos designados “aguadeiros”. Perto do fim do século XX, por volta dos anos 50, ainda havia quem fosse às fontes com cântaros e jarras em busca de água que não chegava para satisfazer as necessidades básicas (alimentação, higiene, entre outros). Um costume à época era, entre as famílias mais pobres, a partilha da água destinada à higiene pessoal por mais do que um membro da família. Essa água era usada em primeiro lugar pelo “chefe de família”, o homem, e em seguida pelos restantes membros na sequência “hierárquica” da família.

Com o grande investimento em infraestruturas feito ao longo dos anos, os hábitos dos portugueses tenderam a acompanhar a evolução em termos do uso da água, caindo no esquecimento a profissão de aguadeiro e ocorrendo uma crescente desvalorização do custo da água. Os portugueses ganharam assim mais conforto, estando atualmente cerca de 97% (INSAAR, 2010) da população servida com água potável canalizada.

Este crescente aumento do uso de água canalizada torna necessário o conhecimento e estudos ao nível das infraestruturas para que se garanta o correto funcionamento de todo o sistema, que comporta elevados custos financeiros, ambientais e sociais.

Com este investimento e contínuo crescimento das áreas cobertas por estas infraestruturas, que possibilitam o transporte de água até às nossas casas, os modelos de cálculo assumem, também eles, uma grande dimensão, aumentando conseqüentemente a complexidade do problema.

Para dar resposta a este problema propõe-se uma simplificação automática de modelos hidráulicos que caracterizam as infraestruturas de abastecimento, atuando esta simplificação pela eliminação, substituição ou união de elementos constituintes do sistema.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Sistemas de Distribuição de Água (SDA)

Um sistema é, no seu sentido lato, um conjunto de elementos interligados, formando um todo organizado. Assim, (Sá Marques e Sousa, 2009) definem um Sistema de Distribuição de Água (SDA) pelo conjunto de todas as infraestruturas que possibilitam o transporte da água canalizada e que funcionam em conjunto, assegurando o transporte de água desde o(s) reservatório(s) até aos utilizadores.

Os elementos constituintes de um SDA possuem diferentes características e funções no sistema, podendo ser representados por troços e nós. Um troço tem um significado concreto e mais físico porque pretende representar tramos de condutas ou elementos especiais. Um nó é uma noção convencional que se pode colocar em qualquer ponto da rede, quer porque se necessita de estudar (avaliar) algo nesse ponto, quer porque, com objectivo do bom funcionamento da rede, se precisa de representar elementos acessórios ou especiais (ver Quadro 1).

Quadro 1 - Elementos de um modelo de SDA
(Fontes/Entidades: Adaptada de Sousa (2006))

Elemento do modelo tipo: Nó		Elemento do modelo tipo: Troço	
Nós de junção	Pontos de ligação entre troços na rede onde normalmente existe saída de caudal	Tramo de conduta (também designado por troço)	Elemento que liga dois nós, promovendo a interação entre os mesmos
Reservatórios de nível fixo	Pontos na rede onde existe entrada de caudal, com uma cota piezométrica constante	Bomba	Elemento que condiciona o escoamento pela introdução de energia ao escoamento
Reservatórios de nível variável	Pontos na rede onde existe entrada (acumulação) e saída de caudal, com uma cota piezométrica variável	Válvula	Elemento que condiciona o escoamento pela subtração de energia ao escoamento, podendo mesmo impedir a comunicação entre os nós extremos

Os elementos acessórios são aqueles que permitem mudanças de direção e derivações do escoamento e permitem a ligação a outros elementos (por exemplo: juntas, tês, curvas).

Os elementos especiais são dispositivos que permitem condicionar o escoamento dentro das condutas, quer por alteração de pressões, quer por alteração do fluxo de caudal (por exemplo: bombas e válvulas).

As redes de SDA podem dividir-se em: ramificadas, emalhadas e mistas. Nas redes ramificadas cada troço possui apenas um sentido de escoamento ao longo de todo o período de funcionamento e para qualquer condição de funcionamento. Numa rede emalhada, como o nome sugere, existe a formação de malhas, onde o fluxo, de um troço pertencente a uma malha, poderá mudar o sentido ao longo do período de funcionamento e para diferentes condições de serviço. Normalmente, a rede de um SDA é constituída pelos dois tipos (ramificada e emalhada), a qual se denomina por rede mista.

2.2. Modelos e modelação de SDA

Segundo Bender (1942), o estudo teórico e científico de uma qualquer situação real gira em torno de um modelo, sendo um modelo algo que imita características relevantes (reais) da situação a ser estudada.

A geração de modelos resulta da necessidade de estudar e prever determinados comportamentos, com o menor esforço possível, acautelando impactos negativos que possam resultar da aplicação de determinado sistema em contexto real, impactos esses que poderiam causar sérios problemas, entre os quais a inutilidade da aplicação do sistema em contexto real.

Os modelos são, portanto, uma representação da realidade. No caso de um SDA essa representação é feita por modelos matemáticos, que se traduzem por um conjunto de equações e condições que procuram descrever matematicamente os componentes físicos do sistema, o seu ponto de operação e a maneira como interagem entre si.

Partindo do conhecimento dos elementos que constituem o sistema a analisar, e tendo por base os princípios da mecânica dos fluidos, Sousa (2006) refere que é possível criar um modelo que estime o comportamento desse sistema face a determinado cenário (conjunto de condições externas, ou condição de fronteira impostas ao sistema) que se pretenda simular.

Genericamente podem considerar-se dois tipos de modelos de SDA: modelos estáticos e modelos dinâmicos (Sousa, 2006). Como refere Soares (2007), a diferença entre ambos os modelos reside na consideração, ou não, dos efeitos no sistema após uma perturbação do mesmo, i.e., no caso de um modelo estático (em oposição a um modelo dinâmico), considera-se que a modificação de pressões e caudais, ao longo do sistema, ocorrem instantaneamente, passando o sistema de uma condição permanente para outra, negligenciando-se o tempo para estabilização do escoamento e os efeitos dinâmicos durante esse período. Já Sousa (2006) simplifica e refere que a diferença, entre os dois tipos de modelos, reside no fato dos modelos estáticos permitirem uma simulação do sistema perante um determinado cenário imposto, e os modelos de simulação dinâmica permitirem uma estimativa do comportamento do sistema ao longo do tempo.

2.3. Escoamentos sob pressão e perdas de carga

Os escoamentos sob pressão ocorrem no interior de condutas, ocupando o fluido em movimento toda a secção das mesmas. A pressão que o fluido exerce sobre as paredes é, geralmente, diferente da pressão atmosférica em todos os pontos.

No estudo de sistemas de distribuição de água, onde o escoamento no interior das condutas se faz sob pressão, é muito importante realizar uma adequada avaliação das perdas de carga (energia), dado que estas podem ser bastante significativas e pôr em causa o bom funcionamento do sistema.

As perdas de carga que ocorrem no escoamento no interior de condutas podem estar relacionadas com as características da veia líquida, como por exemplo a viscosidade do fluido, ou com as características do meio envolvente, como por exemplo a rugosidade das condutas. As perdas de carga podem ser divididas em perdas de carga de percurso ou contínuas e perdas de carga localizadas ou singulares. As perdas de carga contínuas têm origem em fenómenos de atrito entre a veia líquida e as paredes internas das condutas, em fenómenos de origem viscosa e em fenómenos de origem turbulenta.

As fórmulas que permitem calcular as perdas de carga contínuas, dependem do regime em que o escoamento se processa. Os escoamentos sob pressão podem dividir-se em dois regimes principais (laminar e turbulento) e um regime de transição.

O regime laminar é caracterizado pelo fato de o fluido se deslocar por camadas, sem qualquer mistura entre elas. Neste regime as perdas de carga são provocadas por tensões de origem viscosa, promovendo um perfil de velocidades parabólico de acordo com a Figura 1.

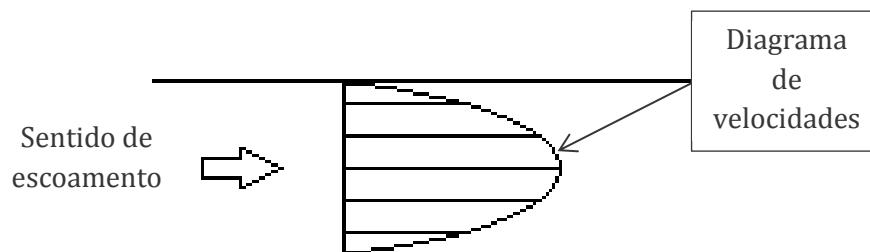


Figura 1 - Diagrama de velocidades em regime laminar
(Fontes/Entidades: Adaptada de Quintela (2007))

O regime turbulento que se pode dividir em turbulento liso, turbulento de transição e turbulento rugoso, é caracterizado pela existência de turbilhões irregulares. Os turbilhões na vizinhança das paredes são numerosos e pequenos, aumentando de tamanho e alongando-se conforme se caminha para o centro do escoamento. Todos estes turbilhões são grandes consumidores de energia, fazendo aumentar, portanto, a perda de carga do escoamento (Figura 2). Num SDA bem dimensionado é frequente a existência de velocidades de escoamento promotoras da turbulência das partículas de água, pelo que, na maioria dos casos, o tipo de escoamento predominante no interior das condutas seja do tipo turbulento.

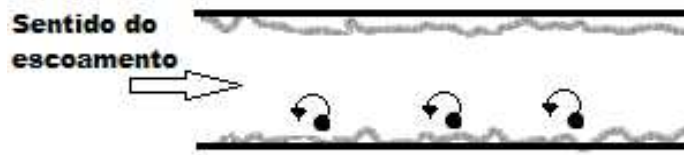


Figura 2 - Movimento de partículas em Regime Turbulento
(Fontes/Entidades: Adaptada de Martins e Martins (2004))

Nestes casos, em que o escoamento é feito sob pressão, a rugosidade do material da tubagem, que se encontra em contacto com o líquido, é um fator determinante para o cálculo da perda de carga, sendo essa perda de carga resultado das colisões entre as partículas transportadas pelo fluido e do atrito provocado na zona de contacto com a tubagem, que pode ser representado pelo fator de resistência.

O tipo de regime do escoamento é caracterizado, de um modo aproximado, através do cálculo do número de Reynolds, expresso pela expressão (2.1):

$$R_e = \frac{U \times D}{\nu} \quad (2.1)$$

Sendo U a velocidade média do escoamento [$m \cdot s^{-1}$], D o diâmetro da conduta [m] e ν a viscosidade cinemática do fluido [$m^2 \cdot s^{-1}$].

Como Quintela (2007) refere, para valores do número de Reynolds inferiores ou iguais a 2000, o regime é Laminar; acima de 2000 até 4000 considera-se regime de Transição e acima de 4000 regime Turbulento.

O regime laminar e o regime turbulento liso são caracterizados pelo fato de o coeficiente de resistência depender exclusivamente do número de Reynolds. No regime turbulento de transição o coeficiente de resistência depende simultaneamente do número de Reynolds e da rugosidade. No regime turbulento rugoso, o coeficiente de resistência torna-se independente do número de Reynolds, passando a depender exclusivamente da rugosidade relativa. Neste regime as perdas de carga têm origem predominantemente em tensões de origem turbulenta e as características do escoamento são influenciadas essencialmente pela rugosidade das paredes das condutas.

2.3.1. Perdas de carga contínuas

A equação da Energia, também designada por equação de Bernoulli resulta, segundo Quintela (2007), da aplicação da equação fundamental da Dinâmica (expressão (2.2)) à massa do líquido contido, no instante t , num trecho infinitesimal definido pelo contorno de uma área elementar dA com comprimento elementar ds .

$$F_{ext} = \sum m_i \times \vec{a}_i \quad (2.2)$$

Onde F_{ext} representa as forças exteriores atuantes sobre um sistema de partículas; m_i é a massa de cada uma dessas partículas e \vec{a}_i a aceleração de cada partícula, i .

Admitindo que se trata de um líquido perfeito, i.e., com compressibilidade e viscosidade do líquido nulas, as forças de contacto apenas possuem componente normal, uma vez que não se desenvolvem tensões tangenciais. Desta forma, a componente no sentido do escoamento da resultante das forças é dada pela expressão (2.3).

$$p \times dA - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} \times ds \right) \times dA = - \frac{\partial p}{\partial s} \times ds \times dA \quad (2.3)$$

E a componente do peso é: $\gamma \times ds \times dA \times \cos(\beta)$, sendo β o ângulo de ds com a vertical. A expressão (2.3) traduz-se nestas condições pela equação (2.4).

$$\frac{1}{\gamma} \times \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial Z}{\partial s} + \frac{1}{g} \times \frac{dU}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

Como:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s} \times \left(\frac{U^2}{2} \right) \quad (2.5)$$

E pelo facto de γ ser constante, devido à incompressibilidade dos líquidos perfeitos, resulta a expressão do teorema de Bernoulli para líquidos perfeitos (e movimentos variáveis) (expressão (2.6)).

$$\frac{\partial}{\partial s} \times \left(\frac{p}{\gamma} + Z + \frac{U^2}{2 \times g} \right) = - \frac{1}{g} \times \frac{\partial U}{\partial t} \quad (2.6)$$

Se além da restrição do líquido ser perfeito, se considerar que o movimento é uniforme, a expressão (2.6) toma a forma da expressão (2.7).

$$H = \frac{p}{\gamma} + Z + \frac{U^2}{2 \times g} \quad (2.7)$$

Onde H é a energia de um determinado ponto [m c.a.]; Z representa a energia potencial ou cota desse ponto [m]; p é a pressão existente no ponto considerado [N.m^{-2}]; γ é o peso volumico do fluído [N.m^{-3}]; U representa a velocidade do escoamento [m.s^{-1}] e g traduz a aceleração gravítica [m.s^{-2}].

Como Quintela (2007) refere, no caso de fluídos reais em movimento permanente, a carga total diminui ao longo da trajetória, no sentido do movimento, sendo essa perda de carga consequência do trabalho realizado pelas forças resistentes. Assim, o teorema de Bernoulli pode ser escrito em função da perda de carga por unidade de percurso, J [m c.a./m], segundo a equação (2.8).

$$\frac{\partial}{\partial s} \times \left(\frac{p}{\gamma} + Z + \frac{V^2}{2 \times g} \right) = -J \quad (2.8)$$

O sinal negativo da perda de carga unitária prende-se com o facto da carga, H [m c.a.] diminuir com o aumento do percurso.

Se se tiver dois pontos (A e B) do sistema como referência, pode-se dizer que a carga no ponto a montante (A) é igual à carga num ponto a jusante (B) somada de uma perda de carga de percurso (que é o produto da perda de carga unitária pelo percurso entre os dois pontos), Figura 3:

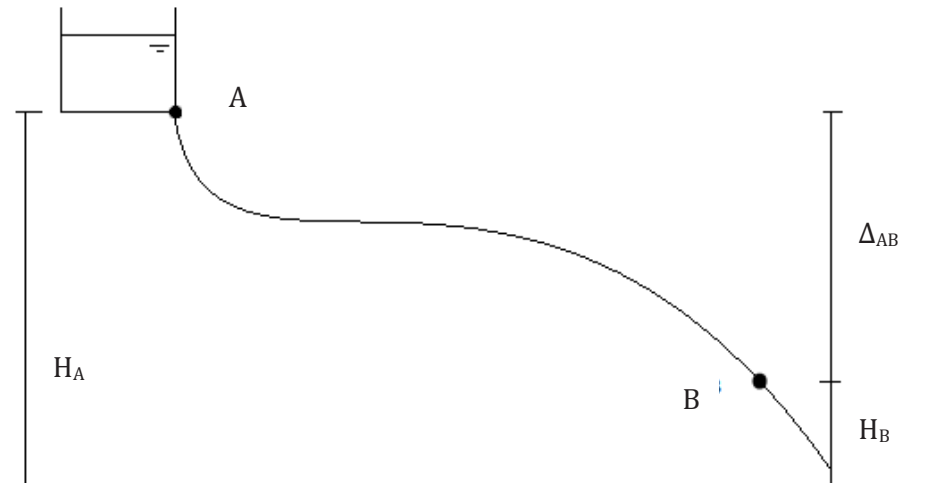


Figura 3 - Aplicação da Equação da Energia (Bernoulli)

$$\underbrace{Z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \frac{U_A^2}{2 \times g}}_{H_A} = \underbrace{Z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \frac{U_B^2}{2 \times g}}_{H_B} + \Delta H_{AB} \quad (2.9)$$

Tendo por base a Figura 3, a energia no ponto “A” (H_A), definida pela soma da Energia Potencial (Z_A) com a Energia de pressão da unidade de peso de líquido submetido à pressão p , ($\frac{p_A}{\gamma}$) e a Energia Cinética por unidade de peso de líquido ($\frac{U_A^2}{2 \times g}$), é igual à energia em “B” (H_B) somada da perda de carga de percurso (ΔH_{AB}).

Assim, torna-se necessário quantificar a perda de carga de percurso. Para tal, diferentes autores explicaram, matematicamente, como se pode obter esta variável através das leis de resistência.

Leis de Resistência

Para quantificar a perda de carga promovida pela rugosidade interna das paredes das condutas, diversos autores desenvolveram diferentes formas de a calcular.

A perda de carga unitária, J [m c.a./m], que é a carga perdida por metro linear de uma conduta, quando multiplicada pelo comprimento [m] total do trecho fornece a perda de carga contínua ou de percurso (ΔH) [m c.a.]. Assim, e para o regime de escoamento laminar, ou seja

para valores do número de Reynolds iguais ou inferiores a 2000, a perda de carga unitária pode ser expressa pela fórmula de Hagen-Poiseuille, expressa para condutas de secção circular pela expressão (2.10).

$$J = 32 \times \frac{\mu}{\gamma} \times \frac{U}{D^2} \quad (2.10)$$

Sendo μ [$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$] a viscosidade dinâmica; γ [$\text{N} \cdot \text{m}^{-3}$] o peso volúmico do fluido; U [$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$] a velocidade média do escoamento no interior da tubagem e D [m] o diâmetro interno da tubagem.

Segundo Quintela (2007), as experiências realizadas por Colebrook em colaboração com White para tubagens comerciais de secção circular, traduziram a expressão empírica, válida para todo o domínio do regime turbulento, denominada fórmula de Colebrook-White e expressa pela expressão (2.11).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \times \log \left(\frac{k}{3,7 \times D} + \frac{2,51}{R_e \times \sqrt{f}} \right) \quad (2.11)$$

Onde f [adimensional] representa o fator de resistência; k [m] é a rugosidade absoluta das paredes da conduta; D [m] é o diâmetro interior da conduta e R_e [adimensional] representa o número de Reynolds. Pela dificuldade de implementação desta fórmula, devido à impossibilidade de se explicitar o fator de resistência, a sua determinação passa pela utilização de métodos numéricos (Sá Marques e Sousa, 2009). Para contornar este inconveniente, diversos autores traduziram esta fórmula em ábacos, sendo o mais divulgado, o ábaco de Moody (Figura 4).

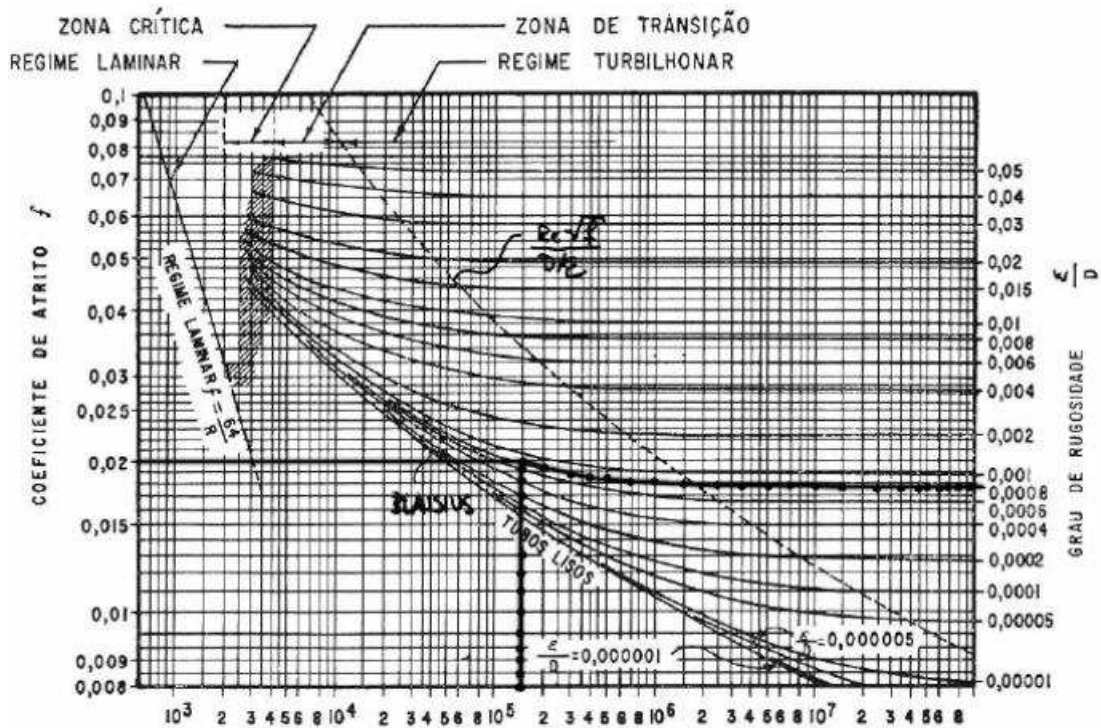


Figura 4 - Ábaco de Moody
(Fontes/Entidades: Quintela (2007))

Neste ábaco é possível distinguir os quatro diferentes regimes de escoamento: regime laminar [$f=f(Re)$]; regime turbulento liso [$f=f(Re)$]; regime turbulento de transição [$f=f(Re, k/D)$] e regime turbulento rugoso [$f=f(k/D)$].

Como refere Quintela (2007), a fórmula de Colebrook-White não pode ser explicitada em ordem à perda de carga unitária (J), no entanto, se se reescrever a expressão (2.11) em termos do fator de resistência (f) (expressão 2.12) já é possível a resolução iterativa:

$$f_{n+1} = \frac{1}{4} \times \log^{-2} \left(\frac{k}{3,7 \times D} + \frac{2,51 \times \nu}{U \times D \times \sqrt{f_n}} \right) \quad (2.12)$$

A fórmula de Colebrook-White também pode ser reescrita em ordem à perda de carga unitária, na expressão universal das perdas de carga, também conhecida como fórmula de Darcy- Weisback (expressão (2.13)), na expressão (2.12):

$$J = f \times \frac{U^2}{D \times 2 \times g} \quad (2.13)$$

Obtendo-se a expressão (2.14):

$$J_{n+1} = \frac{U^2}{8 \times g \times D} \times \log^{-2} \left(\frac{k}{3,7 \times D} + \frac{2,51 \times \nu}{D \times \sqrt{2 \times g \times D \times J_n}} \right) \quad (2.14)$$

A expressão (2.14) não é explícita, mas pode resolver-se iterativamente. Sendo J , a perda de carga unitária [m c.a./m]; U , a velocidade média do fluido [m.s⁻¹]; g , a aceleração da gravidade [m.s⁻²]; k , o coeficiente de rugosidade absoluta das paredes da conduta [m]; D o diâmetro interior da conduta [m] e ν a viscosidade cinemática do fluido [m².s⁻¹].

Devido à complexidade de aplicação desta fórmula, diversos autores desenvolveram fórmulas empíricas para dar resposta ao problema do cálculo da perda de carga contínua ou de percurso. No entanto, com o desenvolvimento dos computadores, máquinas de calcular e aparecimento das versões explícitas da fórmula de Colebrook-White, atualmente, não se justifica a utilização dessas fórmulas empíricas (Sá Marques e Sousa, 2009), pelo que apenas são apresentadas duas delas, por serem as que o *software* EPANET 2.0 permite utilizar, para além da fórmula de Darcy-Weisbach anteriormente citada.

Em seguida mostram-se duas fórmulas empíricas apresentadas por Sá Marques e Sousa (2009).

Fórmula de Hazen-Williams (1902):

$$J = \frac{10,675 \times Q^{1,852}}{C^{1,852} \times D^{4,8704}} \quad (2.15)$$

Sendo J [m c.a./m] a perda de carga unitária; Q [m³.s⁻¹] o caudal que circula no troço; D [m] o diâmetro interno do troço e C [adimensional] o coeficiente dependente das características do troço e do escoamento, sendo que na prática, este valor é dado pelas tabelas dos fabricantes das tubagens após ensaios para a sua determinação em laboratório.

Fórmula de Gauckler (1867)-Manning (1891)-Strickler (1929):

$$J = \sqrt{\frac{U}{K_s \times R^{2/3}}} \quad (2.16)$$

Onde J [m c.a./m] representa a perda de carga unitária; U [m.s⁻¹] a velocidade média do escoamento; K_s [m^{1/3}.s⁻¹] o coeficiente que depende da rugosidade das paredes da conduta e R [m] representa o raio hidráulico, expresso por:

$$R = \frac{A}{P_m} \quad (2.17)$$

Sendo A [m²] a área da secção da conduta e P_m [m] o perímetro molhado.

2.3.2. Perdas de carga localizadas

Em locais onde existam elementos acessórios ou especiais, ocorre uma perda de carga pontual dependendo da sua tipologia.

Estes acessórios, que são modelados em pontos ou pequenos troços de extensão nula para que mais facilmente se perceba a sua influência no sistema, possuem uma fórmula de cálculo

específica cuja perda de carga é contabilizada na passagem de um troço de tubagem para outro troço. Geralmente estas perdas são calculadas pela expressão (2.18) (Quintela, 2007).

$$\Delta H_{Loc} = k \times \frac{U^2}{2 \times g} \quad (2.18)$$

Onde ΔH_{loc} [m c.a.] representa as perdas de carga localizadas; k é o coeficiente de perda de carga localizada, sendo função do número de Reynolds (tipo de escoamento), da geometria do acessório e da velocidade do escoamento; U [$m.s^{-1}$] a velocidade média do escoamento e g [$m.s^{-2}$] a aceleração da gravidade.

2.4. Equilíbrio hidráulico de um SDA

As condições de equilíbrio hidráulico baseiam-se fundamentalmente em duas leis da mecânica de fluidos: Lei da Conservação de Massa e Lei da Conservação da Energia (equivalente à equação de Bernoulli para escoamentos permanentes de líquidos incompressíveis); e ainda numa lei de resistência ao escoamento para o cálculo das perdas de carga (Sá Marques e Sousa, 2009).

Assim, um SDA pode ser definido, matematicamente, pelas 1ª e 2ª leis de Kirchoff (Alexandre e Sadiku, 2003), e por uma lei de resistência ao escoamento segundo Sá Marques e Sousa (2009). A 1ª lei de Kirchoff, também denominada por equação da continuidade ou lei da conservação da massa (aplicada aos nós) refere que, o somatório dos caudais que entram e saem de um determinado nó somados ao consumo intrínseco do nó, têm de ser nulos. Assim:

$$\sum_{j \in j_i} Q_{i,j} + C_i = 0 \quad (N \text{ equações}) \quad (2.19)$$

Sendo $Q_{i,j}$ [$m^3.s$] o caudal que segue do nó i para o nó j (neste caso com sinal negativo) ou vice-versa (neste caso com sinal positivo) e C_i [$m^3.s$] o consumo intrínseco do nó i . Aplicando esta lei ao modelo, existirão N equações da continuidade para N nós que o modelo apresente.

A 2ª lei de Kirchoff também conhecida como lei da conservação de energia, diz que a soma das perdas de carga numa malha é igual a zero, pelo que:

$$\sum_{t=1}^{NCM} \Delta H_t = 0 \quad (M \text{ equações}) \quad (2.20)$$

Sendo ΔH_t [m c.a./m] a perda de carga total no troço t que liga o nó i ao nó j ; NCM o número de troços da malha. Aplicando ao modelo, existirão M equações de conservação de energia para M malhas presentes no modelo, sendo que para cada troço t , a equação de Bernoulli é traduzida pela expressão (2.21).

$$H_i - H_j = \Delta H_{i,j} \quad (T \text{ equações}) \quad (2.21)$$

Como referem Sá Marque e Sousa (2009), a perda de carga total num troço pode ser expressa em função do caudal e de um coeficiente de perda de carga pela relação:

$$\Delta H_t = K_t \times Q_t^n \quad (T \text{ equações}) \quad (2.22)$$

Sendo o coeficiente de perda de carga (K_t) função das características do troço (comprimento, diâmetro e rugosidade) e das características do escoamento. O coeficiente de resistência e o expoente “n” dependem da lei de resistência usada.

A expressão (2.22) deve ser escrita como se mostra na expressão (2.23) para introduzir uma convenção de sinais, segundo a qual Q_t é positivo se o escoamento for no sentido de i para j (lembramos que o troço t liga o nó i ao nó j).

$$\Delta H_t = K_t \times Q_t \times |Q_t|^{n-1} \quad (T \text{ equações}) \quad (2.23)$$

2.4.1. Formulações do equilíbrio hidráulico

Como foi referido inicialmente, as redes de SDA podem ser classificadas em ramificadas e emalhadadas. Para a formulação do modelo, no caso de um SDA unicamente ramificado, abastecido por um único ponto de alimentação, verifica-se que o número de nós de junção (N) iguala o número de troços (T) do SDA. Pelo que, pela aplicação da expressão (2.19) se constitui um sistema de N equações linearmente independentes a T incógnitas, onde a sua resolução permite o cálculo dos caudais em todos os troços. Substituindo estes caudais na expressão (2.23) é possível obter os valores das perdas de carga (ΔH). Posteriormente, a expressão (2.22), que forma um sistema de T equações para N incógnitas, de cuja resolução resultam os valores das cotas piezométricas nos nós.

Para o caso de redes emalhadadas, como o número de troços é superior ao número de nós, existindo interdependência entre os vários sistemas de equações, já não é possível adotar o procedimento anterior. A resolução direta do problema também não é possível devido à não linearidade das equações (2.23).

Para formulação do problema, tendo em conta certas particularidades do sistema, Sá Marques e Sousa (2009) referem as três formulações que se passam a descrever:

- Formulação com as equações dos nós – nesta formulação é aplicada a lei da continuidade a cada nó de junção da rede, sendo consideradas como incógnitas as suas cotas piezométricas.

Combinando a expressão (2.21) com a expressão (2.23), temos T equações do tipo:

$$K_t \times Q_t \times |Q_t|^{n-1} = H_i - H_j \quad (2.24)$$

Uma vez que a perda de carga é uma grandeza com o mesmo sinal do sentido de escoamento, esta pode ser escrita em função do caudal:

$$Q_t = \text{sign}(H_i - H_j) \times \left(\frac{|H_i - H_j|}{K_t} \right)^{1/n} \quad (2.25)$$

De seguida, a expressão (2.25) é substituída na expressão (2.24):

$$\sum_1^{nt} (H_i - H_j) \times \left(\frac{|H_i - H_j|}{K_t} \right)^{1/n} + C_i = 0 \quad (2.26)$$

Escrevendo uma equação do tipo (2.26) para cada um dos nós de junção, que reproduz um sistema de N equações não lineares, é possível a obtenção das respetivas cotas piezométricas. Os caudais que circulam nos troços podem ser facilmente determinados pela expressão (2.25).

- Formulação com as equações das malhas – esta formulação aplica a lei da conservação da energia a cada malha, natural ou fictícia (entenda-se por malha fictícia a malha constituída pelo conjunto de troços que liga dois reservatórios e incluindo um troço fictício, que efetua a ligação entre ambos os reservatórios, correspondendo-lhe uma perda de carga igual à diferença de cotas. Sendo que para qualquer SDA o número de malhas fictícias é igual ao somatório dos seus reservatórios subtraindo uma unidade (Sousa, 2006)). Esta formulação implica o arbítrio de uma distribuição inicial dos caudais que verifique o princípio da continuidade nos nós. Estes caudais serão corrigidos, pelo que as incógnitas serão as correções de caudal (ΔQ) a aplicar aos troços que constituem cada malha. Considera-se então uma correção de caudal (ΔQ_m) por cada malha natural da rede, onde o índice m identifica a malha considerada. Em cada iteração as correções são somadas à estimativa de caudais precedente, para que em cada iteração se garanta o princípio da continuidade nos diferentes nós do sistema. Como a correção de caudal (ΔQ) resulta do somatório das correções das nm malhas naturais das quais fazem parte o troço t, a expressão (2.27) poderá escrever-se:

$$\Delta H_t = K_t \times \left(Q_{0t} + \sum_1^{nm} \Delta Q_m \right) \times \left| Q_{0t} + \sum_1^{nm} \Delta Q_m \right|^{n-1} \quad (2.27)$$

Onde a estimativa precedente do caudal é representado por Q_{0t} .

Caso a lei da energia seja aplicada a um conjunto de troços, de tal modo que a extremidade a montante da primeira coincida com a extremidade a jusante da última, i.e., troços que constituam malhas naturais, a diferença de cotas piezométricas é nula, resultando expressões do tipo:

$$\sum_1^{ntm} \Delta H_t = 0 \quad (M \text{ equações}) \quad (2.28)$$

Sendo ΔH_t a perda de carga total no troço t , pertencente à malha para a qual se está a escrever a equação e ntm o número de troços que constituem a malha natural.

Com a expressão (2.28) podemos escrever a expressão (2.27) da seguinte forma:

$$\sum_1^{ntm} K_t \times \left(Q_{ot} + \sum_1^{nm} \Delta Q_m \right) \times \left| Q_{ot} + \sum_1^{nm} \Delta Q_m \right|^{n-1} = 0 \quad (2.29)$$

No caso de uma malha fictícia, obviamente que o troço (fictício) que liga os dois reservatórios não transporta caudal, no entanto, para aplicação da lei da energia, é como se provocasse uma perda de carga igual à diferença de cotas dos reservatórios.

Podendo estabelecer-se M equações deste tipo, o cálculo do equilíbrio por esta formulação consiste na resolução dessas equações não lineares, sendo as incógnitas as M correções de caudal nas diferentes malhas elementares do sistema. Após resolução das equações do tipo (2.29), os caudais são obtidos pela adição destas correções aos caudais das malhas arbitrados inicialmente.

- Formulação com as equações dos troços – estabelecendo a lei da conservação de massa aos nós de junção e a lei da energia às malhas, as incógnitas do problema são os caudais nos troços.

Assim resulta o sistema definido pelas seguintes equações:

$$\sum_1^{nt} Q_{i,j} + C_i = 0 \quad (Nequações) \quad (2.30)$$

$$\sum_1^{ntm} K_t \times Q_t \times |Q_t|^{n-1} = 0 \quad \text{ou} \quad \Delta Z \quad (M + F - 1 \text{ equações}) \quad (2.31)$$

Sendo ΔZ a diferença de cotas piezométricas entre dois reservatórios para o caso de malhas fictícias e F o número de nós de cota fixa.

2.4.2. Métodos Numéricos para a resolução dos sistemas de equações

Dado que as equações dos sistemas definidos anteriormente são não lineares, não é possível a resolução direta desses mesmos sistemas, pelo que é necessário recorrer a processos iterativos, onde os valores das variáveis são inicialmente atribuídos e posteriormente corrigidos até se obterem os valores corretos (Sá Marques e Sousa, 2009). Devido à grande variedade de processos iterativos existentes para resolução dos sistemas,

apenas se fará referência ao método do gradiente conjugado, uma vez que é este o utilizado pelo EPANET (Rossman, 2000).

De acordo com Sousa (1996) o método do gradiente conjugado tem por base uma formulação baseada na verificação simultânea da equação da energia em cada troço e da equação da continuidade em cada nó de junção, sendo que a satisfação dessas condições conduz ao seguinte sistema:

$$H_i - H_j = f(Q_{i,j}) \quad (T \text{ equações}) \quad (2.32)$$

$$\sum_{j \in J_i} Q_{i,j} + C_i = 0 \quad (N \text{ equações}) \quad (2.33)$$

Este sistema, não é mais do que a aplicação das expressões (2.32) e (2.33), podendo ser escrito matricialmente:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Q \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_{10} \times H_0 \\ C \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Sendo Q o caudal; C o consumo em cada nó; H as cotas piezométricas desconhecidas; H₀ as cotas piezométricas fixas; A₁₁ é a matriz que depende da lei de resistência usada:

$$A_{11}(i,j) = \begin{cases} K_i \times |Q_i|^{n-1}, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.35)$$

A₁₂=A₂₁^t, que representa a matriz de incidência das cotas piezométricas desconhecidas e a matriz de incidência das cotas piezométricas fixas (A₁₀) são definidas da mesma forma, dados os valores por:

$$A_{12}(i,j) = \begin{cases} -1, & \text{se caudal do troço } i \text{ entra no nó } j \\ 0, & \text{se troço } i \text{ não está ligado a } j \\ 1, & \text{se caudal do troço } i \text{ sai do nó } j \end{cases} \quad (2.36)$$

O sistema é não linear devido à inclusão das equações da energia, pelo que não é possível resolver diretamente. Assim, recorre-se ao método de Newton que consiste em diferenciar o primeiro membro da expressão (2.34) em relação ao caudal (Q) e à cota piezométrica (H) e igualar aos erros das equações de energia e da continuidade, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{n} \times A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dQ \\ dH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dE \\ dC \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Onde \mathfrak{n} é uma matriz diagonal com os valores do expoente dos caudais na lei de resistência usada; dE representa o vetor dos erros da equação da energia e dC é o vetor dos erros da equação da continuidade, sendo estes últimos definidos por:

$$dE = A_{11} \times Q^k + A_{12} \times H^k + A_{10} \times H_0 \quad (2.38)$$

$$dC = A_{21} \times Q^k - C \quad (2.39)$$

O objetivo da aplicação do método de Newton é efetuar as correções dH^k às cotas piezométricas (H^k) e dQ^k aos caudais (Q^k), na iteração k , para se reduzirem o vetor dos erros da equação da energia (dE) e o vetor dos erros da equação da continuidade (dC) até zero.

A expressão (2.37), em função de dQ e dH , é a solução do sistema:

$$\begin{bmatrix} dQ \\ dH \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n \times A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} dE \\ dC \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Como Sousa (1996) refere, para o cálculo da matriz inversa, é proposta a seguinte partição:

$$\begin{bmatrix} D^{-1} & A_{12} \\ A_{21} & 0 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Onde se assume que $D^{-1} = n \times A_{11}$.

Calculam-se os blocos da inversa por:

$$\begin{cases} B_{11} = D - D \times A_{12} \times (A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \times A_{21} \times D \\ B_{12} = D \times A_{12} \times (A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \\ B_{21} = (A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \times A_{21} \times D \\ B_{22} = -(A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \end{cases} \quad (2.42)$$

Reescrevendo a equação (2.40) com a partição proposta, da seguinte forma:

$$\begin{cases} dQ = B_{11} \times dE + B_{12} \times dC \\ dH = B_{21} \times dE + B_{22} \times dC \end{cases} \quad (2.43)$$

Que substituindo os valores da equação (2.42), e após simplificações temos:

$$dQ = D \times (A_{11} \times Q^k + A_{10} \times H_0) - D \times A_{12} \times (A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \times [A_{21} \times D \times (A_{11} \times Q^k + A_{10} \times H_0) + (C - A_{21} \times Q^k)] \quad (2.44)$$

$$dH = H^k + (A_{21} \times D \times A_{12})^{-1} \times [A_{21} \times D \times (A_{11} \times Q^k + A_{10} \times H_0) + (C - A_{21} \times Q^k)] \quad (2.45)$$

Com a definição de D e utilizando a expressão (2.45), é possível escrever a equação que permite calcular os valores de H iterativamente:

$$H^{k+1} = -(A_{21} \times n^{-1} \times A_{11}^{-1} \times A_{12})^{-1} \times [A_{21} \times n^{-1} \times (Q^k + A_{11}^{-1} \times A_{10} \times H_0) + (C - A_{21} \times Q^k)] \quad (2.46)$$

No entanto para se evitar o cálculo da inversa, $(A_{21} \times n^{-1} \times A_{11}^{-1} \times A_{12})$ poderá inserir-se no primeiro membro da expressão. Assim, no caso de se possuir uma estimativa inicial de

caudais que verifique a equação da continuidade ($A_{21} \times Q^k = C$), pode-se transformar (2.46) no seguinte sistema de equações:

$$(A_{21} \times \eta^{-1} \times A_{11}^{-1} \times A_{12}) \times H^{k+1} = -[A_{21} \times \eta^{-1} \times (Q^k + A_{11}^{-1} \times A_{10} \times H_0)] \quad (2.47)$$

A estimativa inicial dos caudais, que verifique a equação da continuidade, pode ser obtida, considerando uma qualquer distribuição de caudais (exemplo: $Q_0=1\text{m}^3/\text{s}$), bastando para tal que na primeira iteração se utilize a matriz identidade em vez da matriz η .

Uma vez que $dQ = Q^k - Q^{k+1}$, é possível obter uma equação que permite calcular os correspondentes valores de Q pela substituição da equação (2.46) na equação (2.44):

$$Q^{k+1} = (1 - \eta^{-1}) \times Q^k - \eta^{-1} \times A_{11}^{-1} \times (A_{12} \times H^{k+1} + A_{10} \times H_0) \quad (2.48)$$

Sendo que a matriz A_{11} deverá ser calculada a cada iteração com os valores de caudal (Q) da iteração anterior.

Temos assim as duas equações que caracterizam o método de Newton (equação (2.47) e (2.48)).

Da análise destas equações, Sousa (1996) destaca o inconveniente de ter de calcular a inversa de duas matrizes (η e A_{11}), que acarreta dois inconvenientes. O primeiro reside no tempo necessário ao cálculo dessas inversas, no entanto, sendo que ambas as matrizes são diagonais, facilmente se determina a inversa calculando o inverso de cada um dos elementos da diagonal. O segundo prende-se com a singularidade das matrizes, que como se sabe, uma matriz singular não admite inversa. Para que não exista singularidade das matrizes em questão, basta que não exista nenhum valor igual a zero na diagonal, i.e., que o determinante seja diferente de zero. Quanto à matriz η não existem problemas uma vez que todos os expoentes do caudal na lei de resistência, na diagonal principal, são diferentes de zero. Ao nível da matriz A_{11} , é necessário o cuidado de verificar que todos os valores são diferentes de zero, na diagonal principal. Para tal, durante o processo em que estes são calculados com os valores de caudal, é necessário garantir que os caudais são diferentes de zero.

Definidas as equações as equações que permitem calcular os valores da iteração $k+1$ em função dos valores da iteração anterior, k , falta apenas resolver o sistema de equações lineares definido pela equação (2.47). É neste ponto que Sousa (1996) refere a utilização do método do gradiente conjugado.

Escrevendo a equação (2.47) sob a forma de um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} A = (A_{21} \times \eta^{-1} \times A_{11}^{-1} \times A_{12}) \\ X = H^{k+1} \\ b = -[A_{21} \times \eta^{-1} \times (Q^k + A_{11}^{-1} \times A_{10} \times H_0)] \end{cases} \quad (2.49)$$

A solução do sistema é transformada num processo de minimização quadrática convexa:

$$F(X) = \frac{1}{2} \times X^T \times A \times X - b^T \times X \quad (2.50)$$

Este processo pode ser resolvido usando um esquema recursivo (que define o problema em termos de uma ou mais versões menores do mesmo problema) do gradiente conjugado:

Iteração inicial ($k=0$):

$$\begin{cases} r_0 = A \times X_0 - b \\ p_0 = r_0 \end{cases} \quad (2.51)$$

Iterações seguintes ($k>0$):

$$\begin{cases} \alpha_k = -\frac{r_k^T \times p_k}{p_k^T \times A \times p_k} \\ X_{k+1} = X_k + \alpha_k \times p_k \\ r_{k+1} = r_k + \alpha_k \times A \times p_k \\ \beta_{k+1} = -\frac{r_{k+1}^T \times A \times p_k}{p_k^T \times A \times p_k} \\ p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_{k+1} \times p_k \end{cases} \quad (2.52)$$

Neste processo, r representa o vetor dos resíduos e p representa o vetor que define a direção conjugada.

No entanto o esquema apresentado não se adequa a sistemas muito grandes, pelo que é referida por Sousa (1996) a aplicação da factorização de Cholesky, que para ser adequada a sistemas de grandes dimensões, tem de ser aplicada de forma incompleta, i.e., apenas se efetua a factorização aos elementos de A diferentes de zero.

Assim, a matriz A é decomposta:

$$A \cong M \times M^T \quad (2.53)$$

Sendo M uma matriz triangular inferior, na qual os elementos diferentes de zero correspondem a elementos diferentes de zero na matriz A . Utilizando M , o esquema recursivo (2.51) e (2.52) toma a seguinte forma:

Iteração inicial ($k=0$):

$$\begin{cases} r_0 = A \times X_0 - b \\ p_0 = r_0 \end{cases} \quad (2.54)$$

Iterações seguintes ($k>0$):

$$\begin{cases} \alpha_k = -\frac{r_k^T \times p_k}{p_k^T \times A \times p_k} \\ X_{k+1} = X_k + \alpha_k \times p_k \\ r_{k+1} = r_k + \alpha_k \times A \times p_k \\ S_{k+1} = (M^T)^{-1} \times M^{-1} \times r_{k+1} \\ \beta_{k+1} = -\frac{S_{k+1}^T \times A \times p_k}{p_k^T \times A \times p_k} \\ p_{k+1} = S_{k+1} + \beta_{k+1} \times p_k \end{cases} \quad (2.55)$$

Em suma, este método, que necessita de um número reduzido de operações, aliado às propriedades de convergência e baixas exigências computacionais, é bastante útil para a resolução computacional de sistemas grandes e complexos.

2.5. Análise de SDA

A análise de um SDA consiste na determinação das cotas piezométricas nos nós e dos caudais nos troços do sistema, conhecendo *à priori* as características físicas das condutas (rugosidades, diâmetros e comprimentos) e dos elementos especiais e acessórios (níveis iniciais dos reservatórios, coeficientes de perdas de cargas em válvulas e tês, curvas características das bombas), assim como as cotas topográficas e consumos nos nós e a cota piezométrica (carga total) em pelo menos um dos nós do sistema (Sá Marques e Sousa, 2009).

Resumindo:

Quadro 2 - Inputs/Output de um modelo de SDA

<i>Inputs</i>	<i>Outputs</i>
<ul style="list-style-type: none"> • Características dos troços (rugosidade, diâmetro e comprimento) • Características dos elementos acessórios e especiais • Cotas topográficas e Consumos nos nós • Condições de carga total em pelo menos um nó (Reservatório) 	<ul style="list-style-type: none"> • Cargas (cotas piezométricas) nos nós do SDA • Caudais nos troços do SDA

2.6. Simplificação (“Esqueletização”) de SDA

2.6.1. Enquadramento

Tendo como ponto de partida um modelo real de um SDA, que pode ser constituído por inúmeros elementos (nós e troços), torna-se necessário um esforço de cálculo, tanto maior quanto maior o número de elementos constituintes do modelo real, o que para dimensões muito elevadas quase impossibilita a modelação numérica do comportamento hidráulico do SDA. Para evitar este problema e assim se conseguir uma resposta mais eficiente, do ponto de vista do tempo de processamento de dados, é usual recorrer-se a técnicas de “simplificação de modelos”, referida por alguns autores como “esqueletização”. Estas técnicas baseiam-se na construção de modelos simplificados, que resultam da “seleção dos elementos da rede que têm impacto significativo no comportamento do sistema, sendo os efeitos dos elementos não modelados ou removidos do modelo, contabilizados nos elementos modelados” (Haestad Methods, 2002), mantendo no entanto os padrões espaciais e temporais das cotas piezométricas e de caudais, para vários cenários de consumos e condições de fronteira, coincidentes entre o modelo real e o modelo simplificado. Entenda-se por “coincidentes” os valores (do modelo simplificado) com um erro de precisão aceitável (em relação ao modelo real).

Para simplificar um modelo importa portanto, perceber que elementos apresentam um impacto significativo no modelo e de que forma podemos proceder à redução do número de elementos cuja influência se considera como desprezável.

2.6.2. Abordagens e técnicas de Simplificação

Para se perceber melhor de que forma se pode simplificar o modelo de um SDA, Machler e Savic (1999) apresentaram as componentes de simplificação de modelos, ao nível do número de nós e do número de troços (Figura 5).

	<p>Nós – Os nós que estejam relativamente perto uns dos outros, e entenda-se perto como a perda de carga relativamente pequena, podem ser substituídos por um único nó.</p>
	<p>Condutas em paralelo – As condutas que se encontrem em paralelo poderão ser substituídas por uma única conduta cuja condutividade seja igual à soma das condutividades das duas condutas a substituir.</p>
	<p>Condutas em série – À semelhança do que acontece com as condutas em paralelo, também as condutas em série podem ser substituídas por uma conduta equivalente cuja resistência ao escoamento seja igual à soma das resistências das condutas a substituir.</p>
	<p>Nós de carga semelhante – Quando existam nós com cargas muito semelhantes, estes podem ser reduzidos a um único nó, no qual se concentrarão todos os consumos.</p>
	<p>Ramificações – quando existam estruturas ramificadas com pouca importância, estas poderão ser substituídas pelo ponto de contacto com a conduta de maior importância, cujo consumo será a soma dos consumos da ramificação removida.</p>
	<p>Condutas com baixa condutividade – No caso de condutas com baixa condutividade, isto é, com diâmetro reduzido e que portanto não influenciam de forma significativa o modelo, podem ser removidas.</p>
	<p>Divisão em subsistemas – Em certas situações em que existam dois fornecimentos de água, a rede pode ser dividida em dois subsistemas, no entanto é necessário que as condutas não estejam sob influência dos dois pontos onde são separadas, i.e., o ponto onde são separadas não assume importância suficiente para que um subsistema influencie o outro.</p>

Figura 5 - Componentes de simplificação de SDA (Fontes/Entidades: Adaptada de Machler e Savic (1999))

Para simplificar um SDA, Anderson e Al-Jamal (1995) referem duas abordagens distintas: a abordagem “elemento-a-elemento” e a aproximação pelo ajustamento de parâmetros.

Na abordagem “elemento-a-elemento”, todos os elementos da rede são analisados. A redução processa-se por eliminação, união ou substituição de alguns elementos, sendo que o modelo simplificado deve representar, tanto quanto possível, o modelo real.

Na abordagem de aproximação pelo ajustamento de parâmetros, a estrutura simplificada do SDA é, à partida, conhecida. Esta simplificação pode ser obtida por regras heurísticas ou usando conhecimentos de peritos familiarizados com a rede. Pelo que se traduz num processo de tentativa e erro. Assim, a melhor forma de aplicação deste método é a construção de vários modelos simplificados do SDA e escolha do modelo que melhor representa a realidade com base em parâmetros (condutividade e consumos) determinados através da maximização do ajuste entre o comportamento do modelo original e do modelo simplificado.

Baseando-se na abordagem de eliminação elemento-a-elemento, Hamberg e Shamir (1988) propuseram um método que elimina as condutas em série, substituindo-as por uma conduta com resistência hidráulica equivalente (soma das resistências hidráulicas das condutas a eliminar) e alterando o consumo a jusante por um consumo equivalente. Analogamente, também as condutas em paralelo poderão ser substituídas por uma conduta com condutância hidráulica equivalente (soma das condutâncias das condutas a eliminar). No caso das condutas em série o comprimento da conduta equivalente terá uma extensão igual à soma das extensões das condutas em questão, já no caso das condutas em paralelo, a extensão da conduta equivalente terá uma extensão igual à extensão de uma das condutas.

Estes autores propõem ainda uma forma de simplificação de malhas triangulares (Figura 6) pela sua transformação numa estrutura do tipo “estrela”, ou seja, os três vértices da malha são ligados por meio de condutas equivalentes a um ponto fictício no centro da malha e eliminadas as “arestas” da malha.

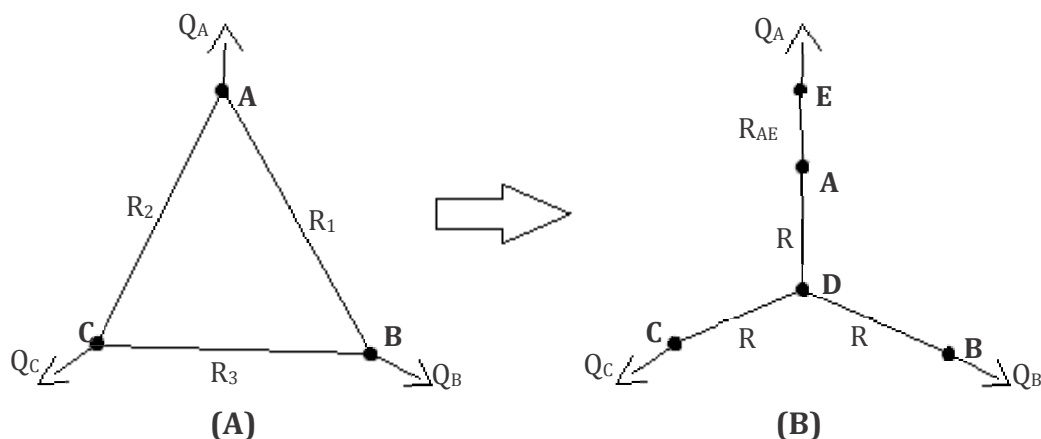


Figura 6 - Transformação de malha triangular (A) numa estrutura tipo “estrela” (B)
(Fontes/Entidades: Adaptada de Hamberg e Shamir (1988))

Ulanicki et al. (1996) propõem um método de simplificação das componentes do modelo de uma rede. Este método combina as vantagens fornecidas por um modelo abstrato, o qual é

expresso por troços e nós, com a capacidade de reduzir os modelos a um mínimo sem perdas significativas da sua exatidão. O desenvolvimento deste método, tal como apresentado neste trabalho, tem por base o trabalho de Machler e Savic (1999).

O modelo do SDA tem associada uma matriz de incidência (Λ). Esta matriz possui uma linha por cada nó do sistema e uma coluna por cada troço. Sendo que cada coluna é preenchida com o valor de “-1” na linha correspondente ao nó para onde a água vai; com o valor “1” na linha correspondente ao nó onde a água sai; “0” nas restantes situações.

A matriz de incidência, o vetor de caudais (\vec{q}) e o vetor de consumos ($\vec{q}^{nós}$) relacionam-se pela seguinte expressão (aplicação da 1ª Lei de Kirchoff aos nós Alexandre e Sadiku, 2003):

$$\Lambda \times \vec{q} = \vec{q}^{nós} \quad (2.56)$$

Com a mesma matriz de incidência pode ser calculada a perda de carga nas condutas, aplicando a 2ª Lei de de Kirchoff (Alexandre e Sadiku, 2003):

$$\vec{\Delta h} = \Lambda^T \times \vec{h} \quad (2.57)$$

Onde $\vec{\Delta h}$ representa o vetor da perda de carga nas condutas; Λ^T é a transposta da matriz de incidência e \vec{h} o vetor das cargas totais nos nós. A relação entre a perda de carga e o caudal nas condutas pode ser expressa por uma lei de resistência aplicando o coeficiente de perda de carga de Hazen-Williams:

$$\vec{q} = Q(\Delta h) = \begin{bmatrix} g_1 \times |\Delta h_1|^{e_3} \times \text{sinal}[\Delta h_1] \\ \vdots \\ g_{N_{Cond}} \times |\Delta h_{N_{Cond}}|^{e_3} \times \text{sinal}[\Delta h_{N_{Cond}}] \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Sendo Q o caudal, g_m a condutividade da conduta m, N_{Cond} que é o número de condutas total do sistema, sinal é a função sinal, que toma os valores 1 e -1 quando $x \geq 0$ e $x < 0$ respetivamente, e e_3 é dado por:

$$e_3 := \frac{1}{e_1} - 1 \quad (2.59)$$

Onde e_1 é uma constante, que segundo Chadwick e Morfett (1993) toma o valor de 1,85.

Desta forma a expressão da 1ª Lei de Kirchoff (Alexandre C. e Sadiku M., 2003) e a expressão da lei de resistência permitem definir por completo o SDA. Com estas equações, o balanço mássico pode então ser descrito para qualquer nó, n, através da expressão (2.60):

$$\sum_{m \in N_n} \Lambda_{n,t(n,m)} \times g_{t(n,m)} \times |\Delta h_{t(n,m)}|^{e_3} \times \text{Sinale}(\Delta h_{t(n,m)}) = q_n^{nós} \quad n, m = 1, \dots, Nn \quad (2.60)$$

Onde $t_{(n,m)}$ é um troço que liga o nó n ao nó m; e Nn o número total de nós ligados ao nó n.

Assim, introduzindo a expressão da 2ª Lei de Kirchoff (Alexandre C. e Sadiku M., 2003) na expressão da lei de resistência, e posteriormente introduzindo esta na expressão da 1ª Lei de

Kirchoff (Alexandre C. e Sadiku M., 2003), é possível simplificar a expressão (2.60) obtendo-se a expressão (2.61).

$$\Lambda \times Q(\Lambda^T \times \vec{h}) = \vec{q}^{nós} \quad (2.61)$$

No entanto, esta expressão possui uma equação redundante uma vez que a soma dos caudais associados a um nó são zero.

De onde esta simplificação abrange $N_n - 1$ nós. Doravante, N_n refere-se a este número de nós.

Linearizando (2.61) em torno do ponto $(\vec{h}^0, \vec{q}^{nó,0})$, obtém-se:

$$\underbrace{\Lambda \times \frac{dQ \times (\Delta \vec{h})}{d\Delta \vec{h}} \Big|_{\Delta \vec{h}^0}}_A \times \Lambda^T \times \delta \vec{h} = \delta \vec{q}^{nó} \quad (2.62)$$

Onde:

- $(\vec{h}^0, \vec{q}^{nó,0})$, são a carga e o consumo iniciais;
- “A” corresponde à matriz Jacobiana (Barbosa J., 2004), que é uma matriz simétrica de $N_n \times N_n$, na qual uma entrada não simétrica na posição (n, m) indica uma conduta que liga os nós n e m ;
- $\delta \vec{h} = \vec{h} - \vec{h}^0$;
- $\delta \vec{q}^{nó} = \vec{q}^{nó} - \vec{q}^{nó,0}$
- $\Delta \vec{h}^0 = \Lambda^T \times \vec{h}^0$ (2ª Lei de Kirchoff)

A matriz das condutâncias do modelo linearizado é obtida a partir da expressão seguinte:

$$\frac{dQ \times (\Delta \vec{h})}{d\Delta \vec{h}} \Big|_{\Delta \vec{h}^0} = \text{diag} \left[e_3 \times g_j \times |\Delta h_j^0|^{e_4} \right]_{j=1}^{N_t}, \quad \text{com } e_4 := e_3 - 1 = \frac{1}{e_1} - 2 \quad (2.63)$$

Sendo N_t o número de troços.

Desta forma a matriz Jacobiana pode ser obtida através da expressão seguinte:

$$A_{m,n} = \begin{cases} -e_3 \times g_{m,n} \times |h_n^0 - h_m^0|^{e_4}, & \text{para } m \in N_{N,n} \\ \sum_{k \in N_n, k \neq n} e_3 \times g_{k,n} \times |h_n^0 - h_k^0|^{e_4}, & \text{para } m = n \quad m, n = 1, 2, \dots, N_n \\ 0, & \text{para } m \notin N_{N,n} \end{cases} \quad (2.64)$$

Ulanicki et al. (1996) introduziram o conceito de “condutividade linearizada dos troços”, expressa por:

$$\tilde{g}_{t(n,m)} \triangleq e_3 \times g_{t(n,m)} \times |h_n^0 - h_m^0|^{e_4} \quad t = 1, 2, \dots, N_t, \quad m, n \notin N_n \quad (2.65)$$

Este conceito alia as características dos troços, tais como o diâmetro, o comprimento, o coeficiente de rugosidade (Hazen-Williams) e a perda de carga, e é usado para transformar um modelo não linear num modelo linear.

De forma similar, Ulanicki et al. (1996) introduziram o conceito de “condutância linearizada do nó”, a qual corresponde à soma das condutâncias linearizadas dos troços ligados ao nó:

$$\tilde{g}_n \triangleq \sum_{k \in N_n, k \neq n} \tilde{g}_{k,n} \quad n = 1, 2, \dots, N_n \quad (2.66)$$

Desta forma, introduzindo estes dois conceitos no modelo linearizado (equação (2.62)) é possível representá-lo por:

$$\begin{bmatrix} \tilde{g}_1 & -\tilde{g}_{1,2} & \dots & -\tilde{g}_{1,N_n} \\ -\tilde{g}_{2,1} & \tilde{g}_2 & \ddots & -\tilde{g}_{2,N_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\tilde{g}_{N_n,1} & -\tilde{g}_{N_n,2} & \dots & \tilde{g}_{N_n} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \delta h_1 \\ \delta h_2 \\ \vdots \\ \delta h_{N_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta q_1^{\text{nó}} \\ \delta q_2^{\text{nó}} \\ \vdots \\ \delta q_{N_n}^{\text{nó}} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Onde os elementos fora da diagonal principal são as “condutâncias linearizadas dos troços” e os elementos da diagonal principal são as “condutâncias linearizadas dos nós”. O modelo linearizado descreve as alterações da carga e do caudal em torno de um ponto.

O método de Ulanicki et al. (1996) usa a eliminação de Gauss (Barbosa J., 2004) para simplificar do modelo linearizado. Antes de aplicar a eliminação de Gauss é necessário colocar as “r” linhas, correspondentes aos “r” nós que deverão ser eliminados, nas primeiras “r” linhas da matriz Jacobiana. De seguida é aplicada a eliminação de Gauss “r” vezes. Este processo gera uma matriz reduzida $A(r) \times A(r)$ com (N_n-r) linhas e (N_n-r) colunas.

São reestruturados os troços que ligam aos nós eliminados. O consumo de um nó eliminado é redistribuído, proporcionalmente à condutância dos respetivos troços, pelos nós que lhe são adjacentes.

Um modelo não linear pode ser reconstruído partir do modelo linear reduzido através da topologia definida pela matriz reduzida $A^{(r)}$, na qual os elementos não zero da matriz indica a existência de um troço (entre os nós correspondentes). Desta forma Ulanicki et al. (1996) definiram uma nova matriz de incidência nó-troço, $[\Lambda]^{(r)}$, com $N_n^{(r)}$ linhas e $N_t^{(r)}$ colunas, sendo $N_n^{(r)}$ o número de nós e $N_t^{(r)}$ o número de troços do modelo reduzido. Assim o modelo linear reduzido pode representar-se por:

$$\Lambda^{(r)} \times \frac{dQ^{(r)} \times (\Delta \vec{h}^{(r)})}{d\Delta \vec{h}^{(r)}} \times \Lambda^{(r)T} \times \delta \vec{h}^{(r)} = \delta \vec{q}^{(r)\text{nó}} \quad (2.68)$$

Onde,

$$\delta \vec{q}^{(r)\text{nó}} = t^{(r)} \times \delta \vec{q}^{\text{nó}}$$

e

$$\left. \frac{dQ^{(r)} \times (\Delta \vec{h}^{(r)})}{d\Delta \vec{h}^{(r)}} \right|_{\Delta \vec{h}^0} = \text{diag} \left[\tilde{g}_{n,m}^{(r)} \right]_{j=1}^{N_n^{(r)}}, \text{ matriz diagonal de } N_n^{(r)} \times N_n^{(r)}$$

Onde $\tilde{g}_{n,m}^{(r)}$ é a nova condutividade linear do troço entre os nós n e m e $\delta \vec{q}^{(r)nó}$ é o novo vetor de consumos e $t^{(r)}$ são os troços do modelo reduzido.

Assim, é possível definir o modelo reduzido não linear por:

$$\Lambda^{(r)} \times Q^{(r)} \times (\Lambda^{(r)T} \times \vec{h}^{(r)}) = t^{(r)} \times \vec{q}^{nós} \quad (2.69)$$

função que representa a nova lei não linear dos troços

E a nova condutividade nos troços é definida por:

$$g_{n,m}^{(r)} \times e_3 \times |h_n^0 - h_m^0|^{e_4} = \tilde{g}_{n,m}^{(r)} \quad m, n \in (N_n^{(r)} := N_n - l) \quad (2.70)$$

De forma esquemática pode visualizar-se os passos do processo na Figura 7.

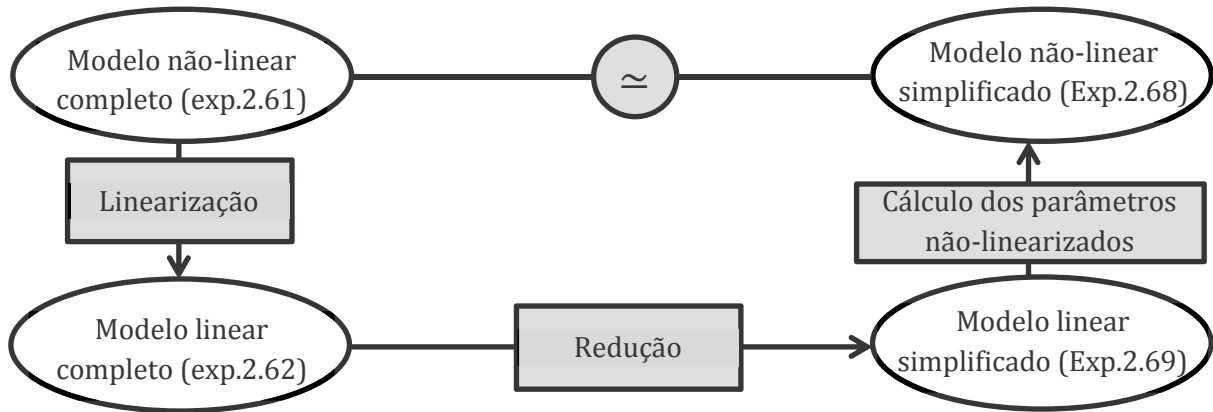


Figura 7 - Simplificação pela abordagem de “eliminação de variáveis”
(Fontes/Entidades: Adaptada do processo de Ulanicki et al. (1996))

Duzinkiewicz e Ciminski (2006) propuseram um método cuja simplificação passa pela substituição de uma estrutura radial simples por um nó ligado por troços aos nós de fronteira (Figura 8). Numa primeira fase, este método consiste na definição de uma zona com o mesmo tipo de uso (por exemplo: área comercial, área industrial). Com base nesta escolha é necessário definir a fronteira dessa área, mais precisamente os pontos de fronteira, assim como o instante de tempo inicial para a análise e o intervalo de tempo a aplicar durante o período de análise. Estas definições devem ser efetuadas com ajuda de operadores familiarizados com o SDA em questão. É portanto necessário o conhecimento dos valores (de caudal e pressão) nos pontos de fronteira, em cada instante.

Em seguida, os nós e troços interiores aos nós de fronteira são eliminados e substituídos por um nó real ou fictício no qual se acumula o consumo dos nós eliminados. No caso de se considerar um nó fictício, apenas lhe está associado o consumo, que resulta do somatório dos

consumos dos nós eliminados da zona. Caso seja um nó real, este é tratado como um ponto de controlo de pressão e assumido o conhecimento da pressão ao longo do período total de modelação. De notar que este “novo” nó se encontra ligado aos nós de fronteira por troços, e portanto desconhecem-se as resistências que são posteriormente calculadas por forma a minimizar as diferenças entre o modelo simplificado e as leituras das medições.

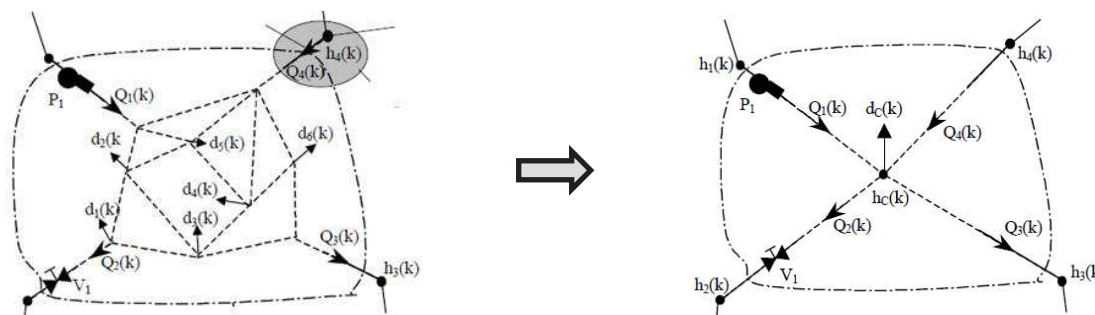


Figura 8 - Processo de simplificação de Duzinkiewicz e Ciminski (Fontes/Entidades: Adaptada de Duzinkiewicz e Ciminski (2006))

A simplificação por *clusters* começou a ser estudada por Grayman et al (2000). Mais recentemente foi estudada por Perelman e Ostfeld (2012). Segundo este método, o modelo de um SDA pode ser representado pela teoria dos grafos $G(V, E)$, composto pelos nós (V) e arestas (E) do grafo.

Com o grafo montado, é necessário definir as interações (o sentido em que estas existem na “linguagem” de grafos) entre nós, o que definirá se a ligação é forte ou fraca. Uma ligação forte define-se pela existência de pelo menos um “caminho” entre cada par de nós, o que mais adiante originará a classificação de *cluster* de ligações fortes (CLF); caso não exista pelo menos um “caminho” entre cada par de nós, a ligação será fraca, pelo que mais à frente se classificará por um *cluster* de ligações fracas (CLf).

Como se mostra na Figura 9, no caso do tipo de ligação forte, é possível chegar a todos os pontos, independentemente do ponto em que se inicie o “percurso”. Já no caso do tipo de ligação fraca, notamos que não é possível chegar ao ponto A tomando como partida qualquer outro ponto. Assim, e como já foi referido, pode dizer-se que a figura do tipo de “ligação forte” representará um *cluster* de ligações forte (CLF) e a figura do tipo de “ligação fraca” poderá representar um *cluster* de ligações fracas (CLf).



Figura 9 - Tipo de ligações entre nós de grafos (Fontes/Entidades: Adaptada de “Water-Distribution systems simplifications through Clustering”, Perelman e Ostfeld, 2012)

Assim o método de simplificação processa-se em quatro passos: 1) mapeamento do sistema, que consiste em passar os nós e condutas do SDA a nós e arestas do grafo, respetivamente; 2) identificação das ligações fortes, por forma a identificar os CLF do grafo; 3) identificação de ligações fracas, podendo resultar um ou mais CLF; 4) Formalização da rede, que não é mais do que a construção da rede, assumindo desta vez os *clusters*. (Figura 10)

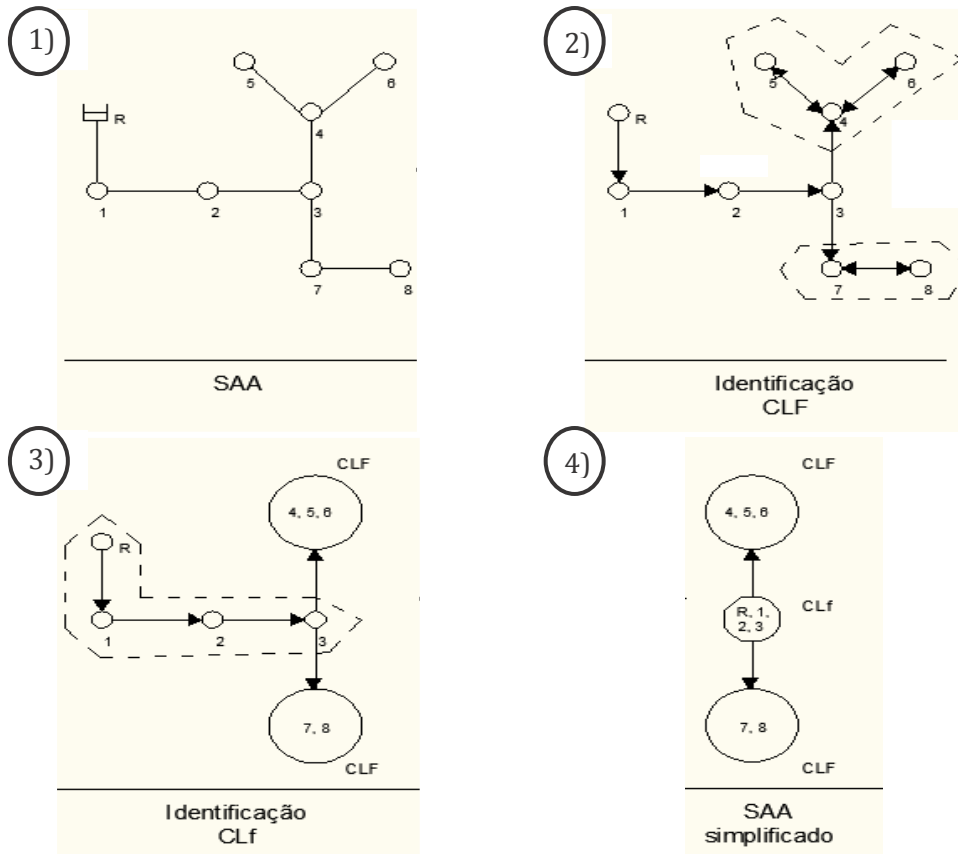


Figura 10 - Passos de *clusterização*

2.7. Calibração de SDA

2.7.1. Enquadramento

A calibração define-se pelo conjunto de operações que estabelecem a relação entre os valores indicados por um instrumento ou sistema de medição e os valores representados por uma medida materializada ou um material de referência. Aplicada a calibração aos SDA, pode-se definir calibração pelo ajuste dos valores obtidos por um modelo matemático aos valores obtidos por medições (Walski, 1983).

Este processo de calibração, assume uma grande importância no estudo dos SDA para que se garanta que o estudo se faz com base em valores representativos da realidade (ou tão próximos da realidade quanto possível).

Assim, assume-se que um SDA se encontra calibrado quando este não produza um erro superior ao admissível, i.e., que representa com a fiabilidade (de acordo com o objetivo do modelo) a realidade. Entende-se por erro a diferença entre os valores estimados pelo modelo matemático ajustado e os valores reais, obtidos por medição no terreno.

Desta forma Ormsbee e Lingireddy (1997) definiram que o processo de calibração de SDA deve processar-se pelas seguintes fases:

1. **Identificar a finalidade do modelo** – consiste na identificação do objetivo do modelo, por forma a avaliar o valor do erro que se poderá considerar como admissível;
2. **Determinar a estimativa inicial dos parâmetros de calibração** – calcular, segundo regras heurísticas que contêm algum grau de incerteza, os valores previstos de certos parâmetros (exemplos: rugosidade das condutas; consumos nos nós);
3. **Recolher os dados para a calibração** – obtenção de valores medidos em campo, por meio de testes e ensaios (exemplo: ensaios com caudais de incêndio);
4. **Avaliar os resultados do modelo** – com os valores obtidos dos ensaios no ponto 3 e os valores estimados no ponto 2, são avaliados os resultados do modelo para que se avalie a sua validação face à realidade;
5. **Macro-calibração** – nesta fase avaliam-se as fontes do erro obtido anteriormente, que segundo os autores, quando excede os 30% estará provavelmente associado a um erro adicional e não só à estimativa inicial dos parâmetros (exemplos: não deteção de uma conduta fechada; curvas características das bombas imprecisas);
6. **Análise de sensibilidade** – pode ser feita introduzindo, no modelo, variação dos parâmetros, com a posterior medição dos efeitos associados. Esta fase permite a deteção dos componentes e parâmetros que mais influenciam o comportamento da rede e que, provavelmente, mais contribuirão para o erro observado no SDA;
7. **Micro-calibração** – nesta fase, em que o modelo já se encontra com um grande nível de aproximação à realidade, são então ajustados os parâmetros anteriormente estimados (exemplo: rugosidade das condutas).

2.7.2. Abordagens e técnicas de Calibração

De entre as técnicas de calibração destacam-se duas, por serem as mais utilizadas nos dias de hoje. Estas técnicas distinguem-se pelo ajuste simultâneo dos coeficientes de perda de carga e consumos nos nós ou apenas pelo ajuste dos coeficientes de perda de carga.

Autores como Kapelan (2002), Savic et al. (2009), Catarro (2012), entre outros, referem que a implementação destas técnicas dá origem a três grandes grupos de modelos de calibração:

- **Modelos Iterativos** – Este tipo de modelos baseiam-se num processo iterativo de tentativa e erro, onde são comparados os valores (pressões e caudais) observados e os valores de previsão do modelo, a cada iteração. Quando se utiliza este tipo de procedimentos é, frequentemente, feita uma simplificação da rede uma vez que este procedimento, para ser eficaz, apenas deve ser aplicado a pequenos problemas de calibração, uma vez que a taxa de convergência dos modelos iterativos ser lenta.
- **Modelos Explícitos** – Neste tipo de modelo o comportamento da rede é descrito por tantas equações não-lineares quantas variáveis existam. Desta forma, são necessárias tantas equações quantas variáveis existam, para que o sistema seja determinado.
- **Modelos Implícitos / algoritmos de otimização** – Este tipo de modelos tentam minimizar o somatório das diferenças entre os dados observados e os dados previstos pelo modelo, i.e., minimizar o somatório dos erros do modelo de SDA. São então formulados e resolvidos, utilizando conjuntamente uma técnica de otimização e um processo de resolução hidráulica. A ferramenta de otimização emprega uma função objetivo para minimizar as diferenças entre os valores observados e os valores previstos pelo modelo, torna-se por isso necessário definir um critério de paragem de acordo com o erro permitido (finalidade do modelo).

Segundo Savic et al. (2009) os modelos explícitos e implícitos são mais sofisticados que os modelos iterativos, no entanto os princípios fundamentais e diretrizes de calibração de SDA são os mesmos. Relativamente aos modelos explícitos, além da limitação da necessidade de uma equação para cada incógnita, pelo que se traduz num modelo pouco eficiente e que requer avançados conhecimentos do ponto de vista hidráulico, Savic et al. (2009) acrescentam que não são tidos em conta os erros de medição, ou seja, assumem-se as pressões e caudais medidos como 100% precisos e que não existe forma de quantificar a incerteza nos parâmetros de calibração estimados. Os mesmos reforçam a necessidade de consideráveis conhecimentos matemáticos e ferramentas de solução sofisticada, servindo estes modelos como referencia histórica uma vez que não são aplicados na prática atualmente.

Também Silva F. e Reis L. (2002) referem algumas vantagens da utilização destes algoritmos (baseados em métodos de otimização) em relação aos métodos analíticos, destacando os algoritmos genéticos por serem adequados para funções descontínuas e complexas, fáceis de implementar e bons para solucionar problemas complexos e de grandes dimensões. O facto de usarem regras probabilísticas, em vez de regras determinísticas, permite-lhes passar da estimativa de ótimos locais para a estimativa de ótimos a uma escala regional. No entanto, existem outros algoritmos, também baseados em métodos de otimização, que apresentam estas mesmas vantagens.

Independentemente do modelo aplicado existirá sempre um erro, por mais pequeno que este seja, quando comparados os valores reais e os valores previstos pelo modelo. Desta forma é necessário definir uma margem para a aceitação desse erro. Neste sentido a *American*

Water Works Association (AWWA) (1999) sugeriu valores mínimos para alguns parâmetros a ter em conta na calibração de modelos de SDA (Quadro 3). Este quadro indica seis recomendações para obtenção um SDA calibrado, de acordo com o tipo de estudo a que se destina o modelo.

As recomendações prendem-se com: o nível de detalhe do modelo (que está relacionado com o número de leituras de pressão nos nós); o tipo de simulação (estática ou dinâmica) a usar para calibração do modelo; o número de leituras de pressão necessárias; a precisão a verificar nas leituras de pressão; o número de leituras de caudal necessárias e a precisão das leituras de caudal a verificar.

Quadro 3 - Critérios Mínimos para Calibração de Modelos de Redes Hidráulicas
(Fonte/Entidades: AWWA, 1999)

Tipo de Estudo	Nível de detalhe	Tipo de simulação	Número de leituras de pressão	Precisão das leituras de pressão	Número de leituras de caudal	Precisão das leituras de caudal
Planeamento a longo tempo	Baixo	Estática ou PSE	10% dos Nós	± 5 Psi (34,47 kPa) para 100% das leituras	1% das condutas	± 10%
<i>Design</i>	Moderado a Elevado	Estática ou PSE	5%-2% dos Nós	± 2 Psi (13,79 kPa) para 90% das leituras	3% das condutas	± 5%
Operações	Baixo a Elevado	Estática ou PSE	10%-2% dos Nós	± 2 Psi (13,79 kPa) para 90% das leituras	2% das condutas	± 5%
Qualidade da água	Elevado	PSE	2% dos Nós	± 3 Psi (20,68 kPa) para 70% das leituras	5% das condutas	± 2%

Tendo por base as abordagens de calibração referidas e na tentativa de minimizar as diferenças entre os valores medidos e os valores modelados, diversos autores propuseram a utilização de diferentes algoritmos de otimização para solucionar o problema das diferenças verificadas entre os valores previstos pelos modelos e os resultados dos ensaios físicos ao SDA real.

O ponto seguinte faz referência a alguns algoritmos de otimização mais promissores e aceites pela comunidade científica em geral.

2.7.3. Algoritmos de otimização

Holland (1975) propôs a utilização de um algoritmo baseado na teoria evolucionista de Darwin, segundo a qual as populações de indivíduos nascem, possivelmente com mutações, morrem, tal como os seus genes. Analogamente a esta teoria, e considerando uma possível solução para um problema (obtida aleatoriamente) é gerado um conjunto de “indivíduos” que constituirá uma “população”. A cada iteração, são selecionados os indivíduos mais “aptos” (que melhor se ajustam à função objetivo) para se “reproduzirem” (passarem à próxima

iteração), “desaparecendo” todos os outros. Na iteração seguinte, os indivíduos são cruzados dando origem a “filhos” (novas soluções resultantes do cruzamento das soluções anteriores que foram aceites para esta iteração). Entre iterações poderão surgir “mutações”, que não são mais do que a degeneração de parte da informação contida no individuo (solução). Silva F. e Reis L. (2002) referem algumas vantagens, em relação às técnicas clássicas (modelos analíticos), da utilização destes algoritmos, de entre as quais se destacam o fato de serem adequados para funções descontínuas e complexas, a facilidade de implementação e o fato de usarem regras probabilísticas em vez de regras determinísticas.

Baseado na analogia com o processo físico de recozimento, que consiste em elevar a temperatura até que uma determinada substância sólida liquefaça e depois reduzindo, lenta e cuidadosamente a mesma, para que as partículas da substância se organizem no seu estado fundamental, Kirkpatrick et al. (1983) desenvolveram o algoritmo *simulated annealing* para otimização de problemas.

Posteriormente, Sousa J. e Cunha M. (1998) associaram este algoritmo ao dimensionamento económico de SDA.

A aplicação deste algoritmo passa em primeiro lugar pela definição de uma solução inicial (S_0), escolhida aleatoriamente uma vez que o processo é relativamente insensível a esta. A solução inicial é então atribuída, numa primeira fase, como a solução corrente (S_{corrente}) e avaliada, por meio de uma função, que é a função objetivo, passando a ser a função corrente (f_{corrente}). É também estabelecida uma temperatura inicial (T_0), sendo que a temperatura funcionará como parâmetro de controlo, assim como o número de avaliações a efetuar em cada temperatura (A_T) e ainda a temperatura final (T_f), ou seja, o valor para o qual o parâmetro de controlo deve convergir.

Posto isto, dá-se início às iterações, por outras palavras, é iniciado o contador de temperaturas (número de temperaturas avaliadas) e o contador da própria temperatura (valor da temperatura a avaliar). Assim, para cada temperatura inicia-se o contador do número de leituras (i) que executará o seguinte: 1) Gera uma solução candidata ($S^k_{\text{candidata}}$) na vizinhança da solução corrente por meio de uma perturbação aleatória. 2) Posteriormente a solução candidata é avaliada e no caso da função de avaliação, com a variável candidata ($f_{\text{candidata}}$), ser maior ou igual à função de avaliação com a variável corrente (f_{corrente}), a variável candidata passa a ser a variável corrente assim como a função candidata passa a ser a função corrente; caso contrário, é calculada a variação da função objetivo (Δf), subtraindo a função corrente à função candidata, e calcula-se a probabilidade de aceitação (P_a) que será comparada com uma probabilidade de referência (P_r) gerada aleatoriamente entre zero e um. 3) A variável candidata é aceite caso a probabilidade de aceitação seja maior ou igual à probabilidade de referência. Neste caso a variável candidata passa a ser a variável corrente assim como a função candidata passa a ser a função corrente. 4) É incrementado o contador de avaliações e repetido este processo até que se atinja o equilíbrio térmico, i.e., até que o contador de avaliações iguale o número de leituras estipuladas inicialmente. 5) Atingido o número de leituras a executar em cada temperatura, procede-se ao arrefecimento segundo a função de arrefecimento adotada ($\phi(T_i)$), valor que passa a ser a nova temperatura do sistema. Da mesma forma é incrementado em uma unidade o contador de temperaturas. 6)

Este procedimento é repetido até que se satisfaça o critério de convergência que para o caso é a temperatura inicial ser menor que a temperatura final, obtendo assim a solução final dada pela variável corrente.

De forma esquemática apresenta-se o procedimento na Figura 11.

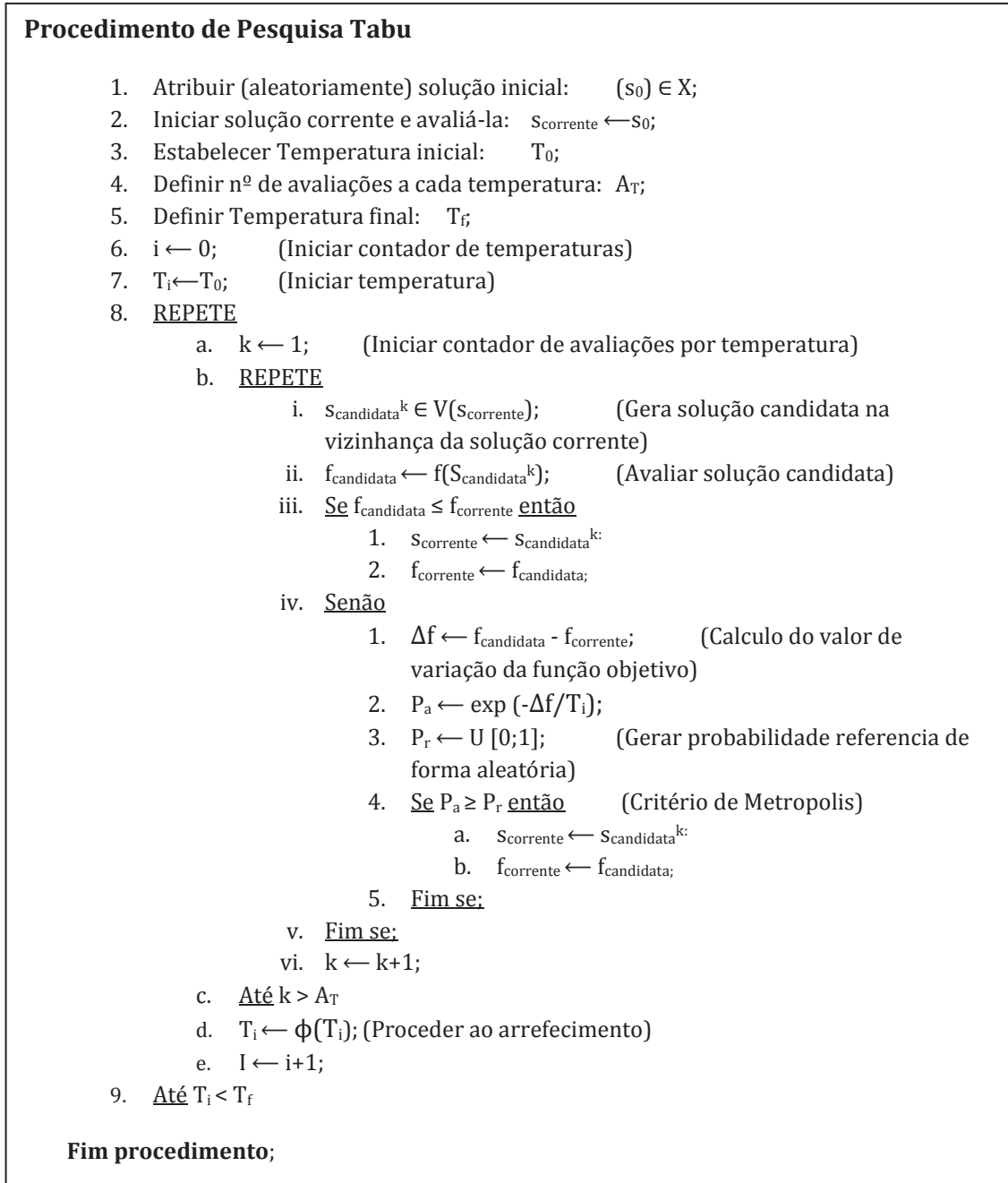


Figura 11 - Procedimento de *Simulated Annealing*
 (Fontes/Entidades: Adaptado de “*Modelos de apoio à decisão para o dimensionamento e a operação de sistemas de abastecimento de água*”, Sousa J., 2006)

Glover F. (1989 e 1990) desenvolveu um algoritmo que pretende imitar o comportamento do cérebro Humano na tomada de decisões, usando para tal a informação armazenada na memória, designado por *tabu search*, em português, pesquisa tabu. Para tal este método usa estruturas de memória para evitar algumas soluções (no método são as soluções contidas na lista “Tabu”) e assim direcionar a pesquisa para outras zonas do espaço de solução.

De forma genérica Gomes A. (2012) refere que, o método se baseia numa técnica iterativa que analisa um conjunto de soluções (X) de um determinado problema através de “movimentos” de uma solução (s) para outra solução (s’) localizada na vizinhança ($V_{(s)}$). Estes “movimentos” têm por objetivo alcançar uma solução ótima, ou perto desta, pela avaliação de funções objetivo ($f_{(s)}$).

Para aplicação deste algoritmo define-se primeiramente uma solução inicial (s_0) que poderá ser obtida aleatoriamente. Como esta é a única solução obtida até então, sendo por isso a solução atual (s), o valor desta será atribuído à variável da melhor solução obtida até ao momento (s^*) e inicia-se o contador do número de iterações (i) em “zero”. Nesta fase, a melhor iteração encontrada é a única existente (iteração “zero”), pelo que à melhor iteração (MelhIter) até ao momento é atribuído “zero”. É necessário ainda a definição do número máximo de iterações (MaxIter) sem melhoria da melhor solução obtida até ao momento (s^*) e criar a lista tabu (T) vazia.

A lista tabu será a lista que conterà os movimentos proibidos, que de alguma forma direcionarão o sentido da busca de uma solução.

Posto isto, inicia-se a função de aspiração (A).

A função de aspiração (A) é uma função que retira, sob determinadas circunstâncias, o *status* tabu de um “movimento”.

Com estas variáveis definidas e enquanto a condição, de o valor da melhor iteração (MelhIter) subtraído ao valor do contador de iterações (i) for menor ou igual ao número máximo de iterações (MaxIter), for satisfeita, o algoritmo executará da seguinte forma:

Adiciona mais uma unidade ao contador de iterações (i); seja a solução (s’), resultado de uma solução (s) à qual é aplicada um movimento (m), o melhor elemento de um subconjunto (V) que é um conjunto de soluções contido na vizinhança da solução ($M_{(s)}$). Se esse movimento (m) não estiver contido na lista tabu (T) ou a solução (s’) não atender à função de aspiração (A), atualiza-se a lista tabu com este movimento e a solução atual (s) passará a definir-se pelo valor da variável (s’). Assim, caso a função com a variável atual ($f_{(s)}$) seja menor que a função com a melhor variável encontrada até ao momento ($f_{(s^*)}$), isto é, que a solução minimize a função sendo por isso a função objetivo, a solução atual (s) passará a ser a melhor solução encontrada até ao momento (s^*) e esta iteração (i) será a melhor iteração até ao momento (MelhIter). De seguida atualiza-se a função de aspiração.

Assim que a condição anteriormente citada seja satisfeita, o algoritmo retornará à melhor solução encontrada até ao momento (s^*).

Na Figura 12 apresenta-se de forma simplificada o procedimento da Pesquisa Tabu.

Procedimento de Pesquisa Tabu

1. Escolha de uma solução inicial (s_0) pertencente a um conjunto de soluções (X);
2. $s^* \leftarrow s$; (Melhor solução encontrada até agora)
3. $i \leftarrow 0$; (Iniciação do contador de iterações)
4. $\text{MelhIter} \leftarrow 0$; (Iteração mais recente que forneceu a melhor solução até agora (s^*))
5. Sendo MaxIter o número máximo de iterações sem melhoria da melhor solução encontrada s^* ;
6. $T \leftarrow \emptyset$; (Lista Tabu inicia vazia)
7. Iniciação da função de aspiração (A);
8. Enquanto ($i - \text{MelhIter} \leq \text{MaxIter}$) execute:
 - a. $i \leftarrow i + 1$;
 - b. Seja $s' \leftarrow s + m$ o melhor elemento de $V \subseteq M(s)$ sendo que $m \notin T$ ou s' atenda à condição de aspiração ($f(s') < A(f(s))$);
 - c. Atualizar T (Devido à condição de aspiração no ponto anterior)
 - d. $s' \leftarrow s$;
 - e. Se $f(s) < f(s^*)$ então
 - i. $s^* \leftarrow s$;
 - ii. $\text{MelhIter} \leftarrow i$;
 - f. Fim.se;
 - g. Atualizar a função de Aspiração (A);
9. Fim enquanto;
10. Devolva s^* (Mostrar a melhor solução encontrada, que será a solução do problema);

Fim procedimento;

Figura 12 - Procedimento de *Pesquisa Tabu*
(Fontes/Entidades: Adaptada de “Uma introdução à Busca Tabu”, André G., 2012)

O algoritmo *ant colony* (colónia de formigas), proposto por Dorigo et al. (1996) é inspirado no comportamento das formigas que, quando à procura de alimento, e apesar de quase cegas, costumam encontrar o caminho mais curto entre o ninho e a fonte de alimento. Este fenómeno é possível graças às feromonas (substâncias libertadas pelas formigas e reconhecidas por outras formigas) libertadas pelas formigas durante o seu trajeto, o que faz com que uma formiga escolha o caminho cuja concentração de feromona seja maior, que é em geral o mais curto.

A aplicação do problema envolve a procura de um caminho mais curto em grafos. Desta maneira, um certo número (m) de agentes (as formigas) são dispersos aleatoriamente pelos nós (N) do grafo e visitarão todos esses nós pelas arestas (Troços) do grafo, sendo que cada aresta liga um nó i a um nó j .

Cada troço visitado pelos agentes é marcado com um valor, que representa a feromona (R) libertada pelas formigas, sendo que este valor será tanto maior quanto mais formigas por ele passem. Em cada “caminhada” ou iteração (N_i) de visita aos nós, uma formiga não poderá voltar ao mesmo nó duas vezes. A variável, R, será aquela que nas iterações seguintes influenciará as formigas a seguirem por um determinado caminho, sendo que o seu valor a cada iteração (N_i) aumenta no percurso mais curto e diminui nos restantes. Assim, no final, são contabilizadas as distâncias percorridas por cada formiga e escolhido o caminho mais curto, que será a solução do problema.

Aplicando o método à calibração de um SDA, podemos analogamente referir que um troço percorrido por uma formiga é uma parte da solução e que o conjunto dos troços, i.e., o conjunto das partes da solução, que formam um percurso serão uma solução do problema.

Mais precisamente, ao percorrer todo o SDA, a formiga ao chegar a um nó, cujas medições são conhecidas, terá de verificar as condições, calculadas, com as condições medidas. A diferença entre o valor calculado até ao ponto e o valor medido reverterá um aumento do percurso num troço feito pela formiga (parte do erro), que todos somados reverterão o aumento total de todos os troços, o percurso total (contendo a totalidade do erro do percurso).

Assim, se analogamente se assumir a escolha do caminho mais curto como sendo a função objetivo, função essa que poderá ser a de minimizar os erros do sistema (minimizar o percurso), a escolha do caminho mais curto será também a escolha da solução que reverterá menor erro e portanto será a solução ótima do problema.

Na Figura 13 é possível observar uma adaptação do código deste procedimento.

Procedimento de colónia de formigas

1. Início:
 - a. $t:=0$; (Início do contador de tempo)
 - b. $N_i:=0$; (Início do número de iterações)
 - c. Para cada **troço** entre cidades (**i;j**) atribui um valor mínimo de intensidade de rasto ($R_{ij}(t) = c$) e a variação de rasto nula ($\Delta R_{ij} = 0$);
 - d. Coloca as **m** formigas nos **n** nós;
2. $s:=1$; (sendo **s** o índice da lista tabu)
 - a. Para $k:=1$ até **m** faz:
 - i. Coloca a cidade inicial da formiga **k** na sua lista tabu (**tabu_k(s)**);
3. Repete até a lista tabu estar cheia (processo repetido (N_T-1) vezes):
 - a. $s:=s+1$;
 - b. Para $k:=1$ até **m** faz:
 - i. Escolhe a cidade **j** para a qual se deslocará, com uma probabilidade $p_{ij}^k(t)$; sendo $p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{(R_{ij}(t))^\alpha \times (1/d_{ij})^\beta}{\sum_{k \in k_{\text{permitidos}}} (R_{ik}(t))^\alpha \times (1/d_{ij})^\beta} & \text{se } j \in k_{\text{permitidos}} \\ 0 & \text{para os restantes casos} \end{cases}$
 - ii. Move a formiga **k** para a cidade **j**;
 - iii. Insere a cidade **j** na lista **tabu_k(s)** da formiga;
4. Para $k:=1$ até **m** faz:
 - a. Move a formiga **k** da lista **tabu_k(n)** para a lista **tabu_k(1)**;
 - b. Calcula o comprimento **L_k** do percurso feito pela formiga **k**;
 - c. Atualiza o caminho mais curto encontrado;

Para cada troço (i,j) faz:

 - a. Para $k:=1$ até **m** faz:
 - i. $\Delta R_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{se o troço (i,j) } \in \text{ ao caminho descrito pela lista } \mathbf{tabu}_k \\ 0 & \text{para as restantes situações} \end{cases}$
 - ii. $\Delta R_{ij} := \Delta R_{ij} + \Delta R_{ij}^k$;
5. Para cada troço (i,j) calcula $R_{ij}(t+N_T)$ segundo a expressão:
 - a. $R_{ij}(t+N_T) = \rho \times R_{ij}(t) + \Delta R_{ij}$

$t:=t+N_T$;
 $N_i:=N_i+1$;
Para cada troço (i,j) faz: $\Delta R_{ij} := 0$;
6. Se ($N_i < N_{\text{máximo}}$) e (o comportamento não estiver estagnado)
 - a. Então:
 - i. Esvazia todas as listas tabu;
 - ii. Volta ao ponto 2;
 - b. Senão:
 - i. Devolve o caminho mais curto;
 - ii. Para

Fim procedimento;

Figura 13 - Procedimento de Colónia de Formigas
 (Fontes/Entidades: Adaptada de “*Optimization by a colony of cooperating agents*”, Dorigo M. et al., 1996)

O algoritmo *shuffled frog leaping algorithm* tem por base a analogia de um certo número de sapos que saltam para um lago, no qual existem pedras contendo alimento. Supondo que entre saltos, os sapos, trocam informação entre si por forma a melhorar as suas posições, o objetivo destes é alcançar o mais rapidamente possível a pedra com maior quantidade de alimento. Da mesma forma procede o algoritmo, no qual, as soluções são, metaforicamente o sapos, as pedras com alimento as soluções ótimas locais e a pedra com maior quantidade de alimento será a solução ótima global.

Aplicando aos SDA, sendo os sapos soluções do problema, o lago é metaforicamente o espaço de busca, as pedras com alimento serão possíveis soluções, a informação do salto do primeiro sapo (a primeira solução) irá permitir ao próximo sapo um melhor salto e possivelmente encontrar uma pedra com alimento (possível solução). Assumindo que é gerada uma solução (sapo) do SDA, esta é avaliada pela função objetivo (salto) que poderá conduzir a uma solução do problema (pedra com alimento). A solução a ser testada posteriormente (próximo sapo) já será influenciada pelo resultado da função anterior (salto do sapo anterior) que poderá conduzir a uma melhor solução do problema (pedra com maior quantidade de alimento que a anterior) e assim sucessivamente até que um número total (N) de sapos efetue o salto. A solução ótima será aquela que garanta maior conformidade com a função objetivo, ou seja, a pedra com maior quantidade de alimento.

Este algoritmo tem despertado o interesse de vários investigadores para o seu aperfeiçoamento, como é o caso de Elbeltagi et al (2007) que aplicaram este algoritmo à gestão de projetos, alterando o seu algoritmo através da introdução de um parâmetro designado por acelerador de busca. Com este parâmetro, os autores concluíram que a busca pelo ótimo global da solução é mais eficiente uma vez que necessita de menos iterações.

2.7.4. Aplicação dos algoritmos de otimização à calibração de SDA

Como já foi referido no ponto 2.4.1, a calibração dos SDA poderá processar-se pelo ajuste dos parâmetros de resistência. Esta forma é mais simples quando comparada com o ajuste simultâneo dos parâmetros de resistência e consumos visto que apenas é ajustado um parâmetro.

Dos algoritmos anteriormente descritos, nota-se que é objetivo de todos eles a otimização de algo, segundo uma função objetivo. Desta forma, pode-se aplicar a um SDA a função objetivo de minimizar os erros obtidos entre os valores modelados e os valores medidos em determinados ensaios físicos (por exemplo, os erros entre as pressões modeladas e medidas).

No entanto, qualquer que seja o modelo, este necessita de variáveis, que quando introduzidas na função objetivo a modifiquem, aproximando-a do objetivo. Como se percebe, para um SDA, as medições físicas são tidas como uma constante, inalterada ao longo do processo, pelo que se tentará aproximar tanto quanto possível os valores modelados dos valores das medições. Para tal, ao longo do processo de calibração são alterados os valores dos parâmetros de resistência das condutas, que nos modelos reproduzirão soluções (soluções possíveis).

A cada alteração da solução (possível) esta é comparada com a anterior ou, dependendo do algoritmo de otimização, comparada num grupo de soluções (soluções possíveis) e escolhida a que melhor (solução) se ajusta ao propósito da função objetivo, sendo esta última, a solução do problema.

2.8. “Esqueletizadores”

Conjugando as técnicas de simplificação com as técnicas de calibração, foram criados *softwares* de simplificação automática, também conhecidos como “esqueletizadores”. Por serem desenvolvidos a um nível mais profissional, faz-se referência a dois exemplos patenteados, que reforçam a importância e a necessidade de proceder à simplificação dos modelos de SDA.

Hartel et al. (2006) patentaram um método para redução automatizada da topologia das redes de SDA. Este método permite a simplificação através de técnicas de depuração de dados (filtro da informação necessária do ponto de vista hidráulico), simplificação de troços em paralelo e em série e eliminação de troços de extremidade. Para proceder à calibração do modelo reduzido, este método aplica uma técnica de calibração baseada em algoritmos genéticos.

Como os dados, para a calibração, poderão advir de diferentes fontes, como por exemplo de SIG (Sistemas de Informação Geográfica) que são sistemas (*softwares*) de apoio à tomada de decisões, há necessidade de filtrar os dados e assim seleccionar aqueles que tenham interesse para uma análise hidráulica. Assim, o modelo poderá então ser submetido à simplificação (“esqueletização”) de acordo com os objetivos do utilizador. O utilizador poderá controlar diversos parâmetros e formas de proceder à simplificação, entre as quais se destacam a possibilidade de manter elementos do modelo inalterados e proceder à calibração do modelo (ver capítulo 2.4) ajustando a rugosidade da conduta ou alterando o diâmetro da mesma.

Da mesma forma, Wu et al. (2007) patentaram uma técnica para otimizar o processo de simplificação de modelos de SDA, que basicamente teve como objectivo fornecer uma abordagem pelo ajustamento de parâmetros para melhorar os resultados globais e assim superar as limitações da abordagem elemento-a-elemento.

A técnica de simplificação apresentada por estes aplica, na sua essência, as mesmas técnicas de simplificação propostas na patente de Hartel et al. (2006). A diferença prende-se com a abordagem ou forma como estas são usadas.

Também neste sistema está incluído um *software* que comporta algoritmos genéticos para proceder à calibração e restabelecer o comportamento do sistema depois de simplificado. No entanto, estes algoritmos podem também ser utilizados para identificar os elementos hidráulicos (nós e troços) com menor influência para posteriormente proceder à sua remoção ou substituição.

Este *software* possui ainda a opção de efetuar a calibração do modelo reduzido em termos da distribuição de consumos ou em termos da condutância hidráulica das condutas, além da já utilizada combinação de diâmetros com a rugosidade das condutas.

3. Abordagem proposta para simplificação de modelos hidráulicos de SDA

3.1. Introdução

O objetivo deste trabalho consiste na redução do número de nós e troços do modelo de SDA real, por forma a obter-se um modelo reduzido mais fácil de analisar.

Para dar resposta ao objetivo proposto, analisaram-se as diferentes técnicas de simplificação conhecidas e publicadas, adicionando-se uma técnica experimental às já conhecidas, acrescentando-se assim como objetivo adicional a avaliação da eficácia desta técnica experimental. Com estas técnicas, às quais se pretendeu dar uma resposta mais eficiente pelo que se procedeu à sua programação, resultando numa proposta de um algoritmo de simplificação.

O algoritmo de simplificação desenvolvido no presente trabalho tenta executar, de forma automática, a simplificação de um qualquer SDA, tendo por base as opções escolhidas pelo utilizador. Sumariamente, essa simplificação pode ser feita pela eliminação de nós/troços em série, eliminação de troços em paralelo e eliminação de troços com diâmetro reduzido, sendo que nenhum dos processos poderá dar origem a uma rede desconexa, ou seja, que origine sistemas independentes. Adicionalmente foi introduzido um novo algoritmo por forma a testar também a sua eficiência de simplificação.

Neste sentido foi necessário a utilização de um *software* de modelação hidráulica que servisse de base à aplicação do algoritmo. Devido ao facto de ser um *software* gratuito, amplamente testado pela comunidade científica e, essencialmente, por possuir o código fonte aberto (disponível para efetuar alterações ao *software*), optou-se pela utilização do software EPANET 2.0 (Rossman, 2000).

Este *software*, o EPANET, assume neste trabalho um papel fundamental, uma vez que será através deste que se conseguirá obter, de forma rápida e eficiente, o estado hidráulico do modelo do SDA. Numa fase inicial, será o estado hidráulico do modelo original e posteriormente, após a simplificação e calibração do modelo, o estado hidráulico do modelo reduzido.

Desta forma, acrescentou-se ao ambiente de trabalho do EPANET o botão “SKL”, que permite o acesso ao algoritmo de simplificação.

Posteriormente e para concluir os objetivos propostos, avaliaram-se diferentes combinações das diferentes técnicas de simplificação através da sua aplicação a diferentes modelos de SDA, avaliando-se assim a eficácia do processo de simplificação proposto pela comparação do número de nós e troços do modelo inicial e do modelo simplificado.

3.2. Processo de simplificação proposto

O processo de simplificação proposto é composto por quatro componentes (tarefas), as quais podem ser usadas individualmente ou em conjunto:

1. Eliminação de nós/troços em série.

O EPANET considera três tipos de nós: nós de junção, nós de cota piezométrica fixa (reservatórios de nível fixo, RNF) e nós de cota piezométrica variável (reservatórios de nível variável, RNV). No processo de simplificação do modelo só é possível eliminar nós de junção. O algoritmo começa por calcular o grau de cada nó (i.e., o número de troços ligados ao nó), para tal, percorre todos os nós do modelo e para cada nó percorre todos os troços ligados a este, resultando o valor do grau do nó no número de troços ligados a si.

De seguida elimina os nós de grau 2, repartindo os consumos dos nós eliminados na proporção de 50% - 50%, pelos outros nós a eles conectados. Os troços que conectavam o nó eliminado são combinados num novo troço com as seguintes características: o comprimento igual à soma dos comprimentos dos dois troços (eliminados); rugosidade e diâmetro correspondentes à média ponderada (pelos comprimentos) dos respetivos valores dos troços “eliminados”. A Figura 14 mostra esquematicamente o processo, onde: L representa o comprimento da tubagem, N representa cada um dos nós e C os respetivos consumos. No exemplo apenas o nó 2 apresenta um grau de valor 2, sendo este o alvo do processo.

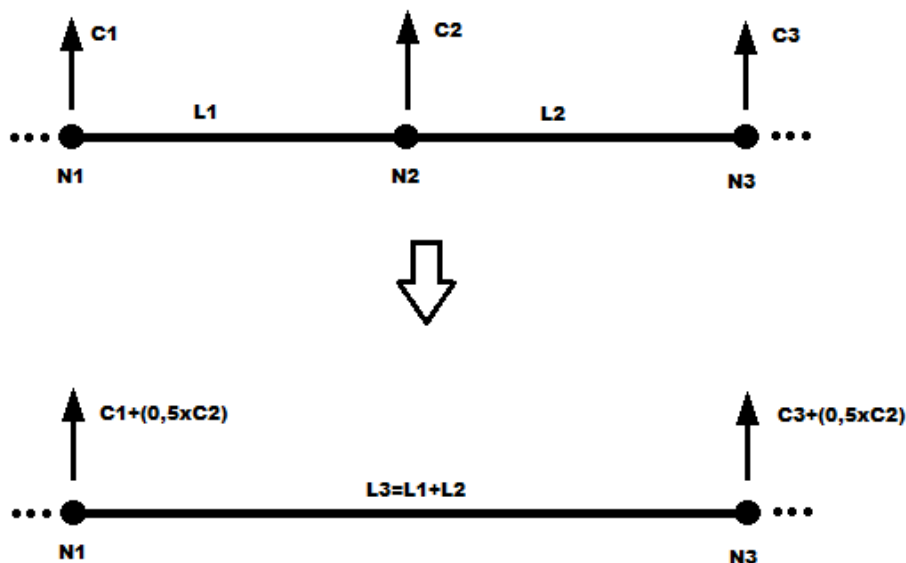


Figura 14 - Esquema de simplificação de Nós/Troços em Série

Na Figura 15 apresenta-se o fluxograma do processo de simplificação pela eliminação de nós/conduitas em série, aplicado neste trabalho.

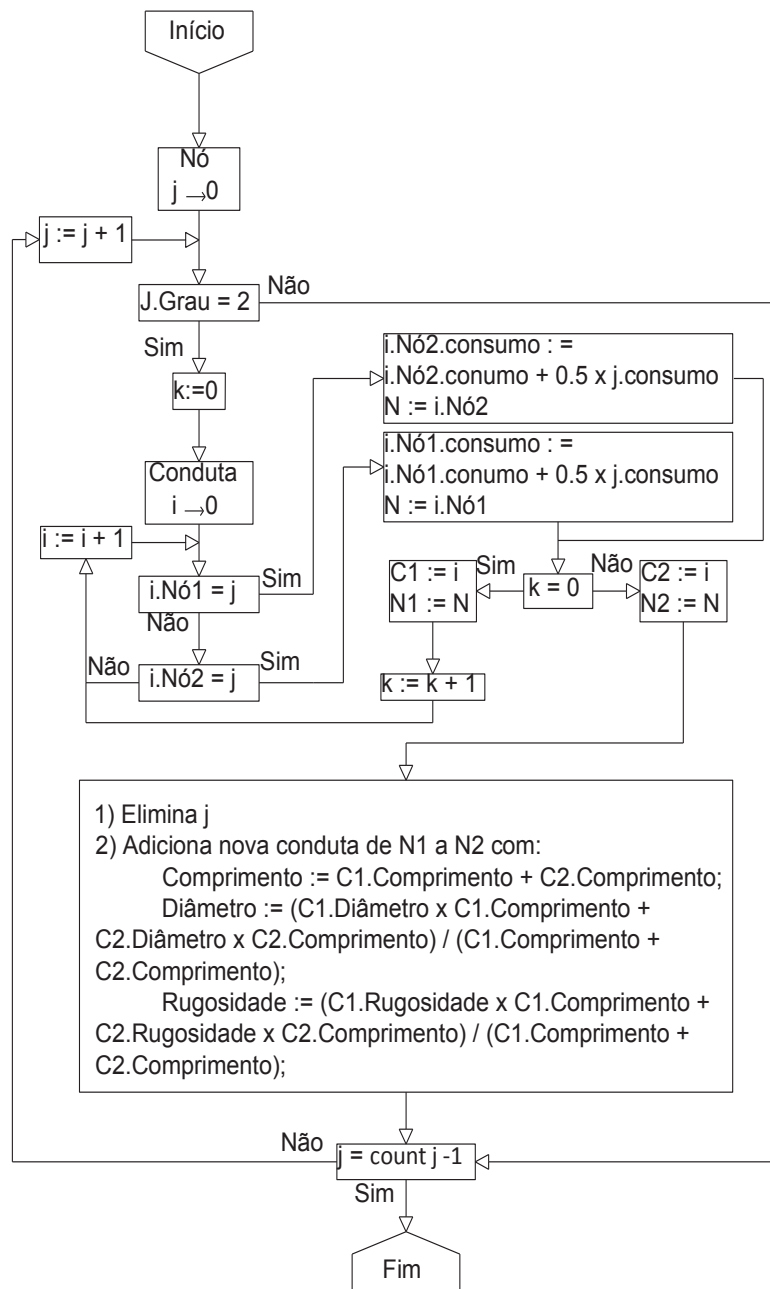


Figura 15 - Fluxograma do processo de eliminação de nós/traços em série

2. Eliminação de troços em paralelo.

O algoritmo percorre todos os troços do modelo, e identifica os troços com as mesmas extremidades (ou seja, que ligam os mesmos nós). Estes troços são substituídos por um troço equivalente, sendo o comprimento dado pela média dos comprimentos; a rugosidade e o diâmetro serão atribuídos de acordo com a média ponderada dos comprimentos.

De forma esquemática é possível observar o processo na Figura 16, onde N representa esquematicamente os nós.

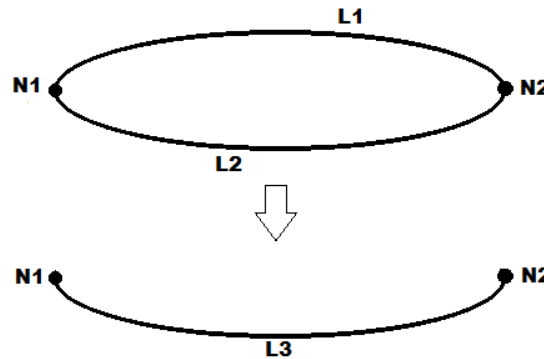


Figura 16 - Esquema de simplificação de Troços em Paralelo

Na Figura 17 pode-se observar o fluxograma da técnica implementada para a realização do presente trabalho.

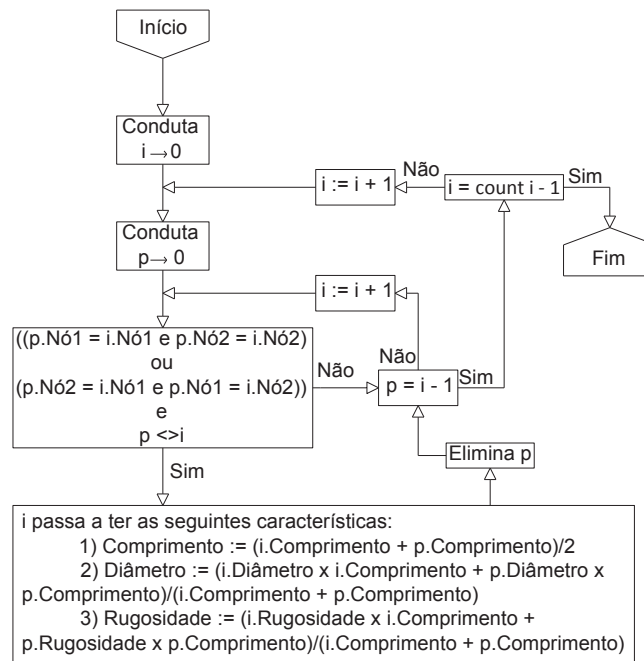


Figura 17 - Fluxograma do processo de eliminação de troços em paralelo

3. Eliminação de troços de extremidade.

Nesta tarefa, o algoritmo percorre todos nós do sistema em busca de nós de extremidade. Sempre que seja detetado um nó de extremidade, é também detetado o correspondente troço de extremidade, uma vez que um troço é definido por dois nós, neste caso o troço de extremidade é definido pelo nó de extremidade (ao qual apenas está conectado o troço de extremidade) e por um outro nó que conecta mais do que um troço. Localizado o troço de extremidade, e conseqüentemente os seus nós, procede-se à avaliação do nó diferente do nó de extremidade. Caso este nó (que em conjunto com o nó de extremidade definem um troço de extremidade) seja um nó de grau 2, i.e., ao qual se encontram ligados exatamente dois troços, este é eliminado pelo processo de eliminação de nós em série.

Posteriormente é feita uma nova verificação do grau dos nós dos troços de extremidade, sendo repetido o processo caso resulte um novo troço de extremidade definido por nós de grau 1 e grau 2.

Após esta primeira tarefa, os troços de extremidade (ou seja, os troços ligados a um nó de junção de grau 1) são eliminados assim como os nós de grau 1. Os consumos afetos aos nós eliminados são adicionados aos nós adjacentes.

Esquemáticamente são possíveis de observar, na Figura 18 as duas fases que o processo comporta, ou seja, numa primeira fase a eliminação dos nós em série nos troços de extremidade e posteriormente a eliminação do troço de extremidade, sendo N os diferentes nós da figura.

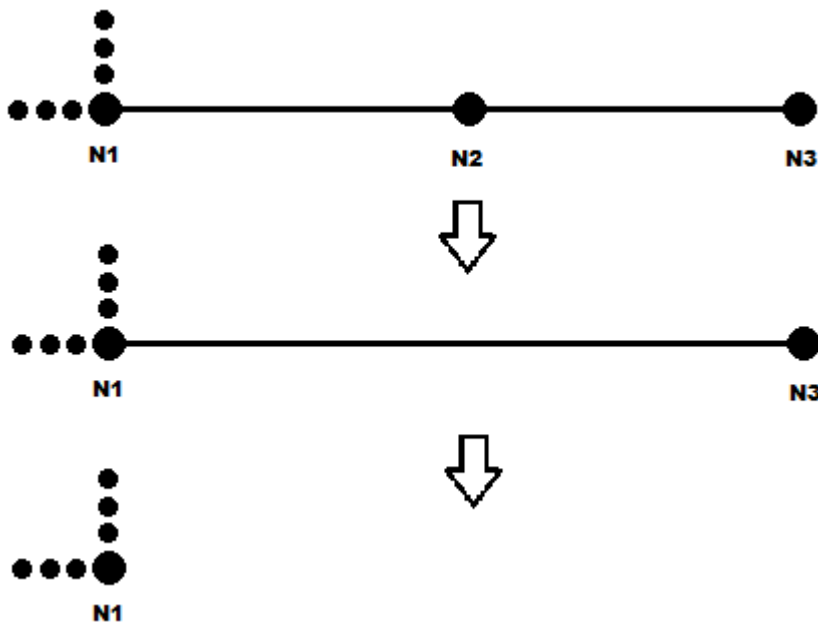


Figura 18 - Esquema de simplificação de troços de extremidade

Para uma melhor compreensão do funcionamento do algoritmo de simplificação de troços de extremidade, é apresentado na Figura 19 o fluxograma deste processo.

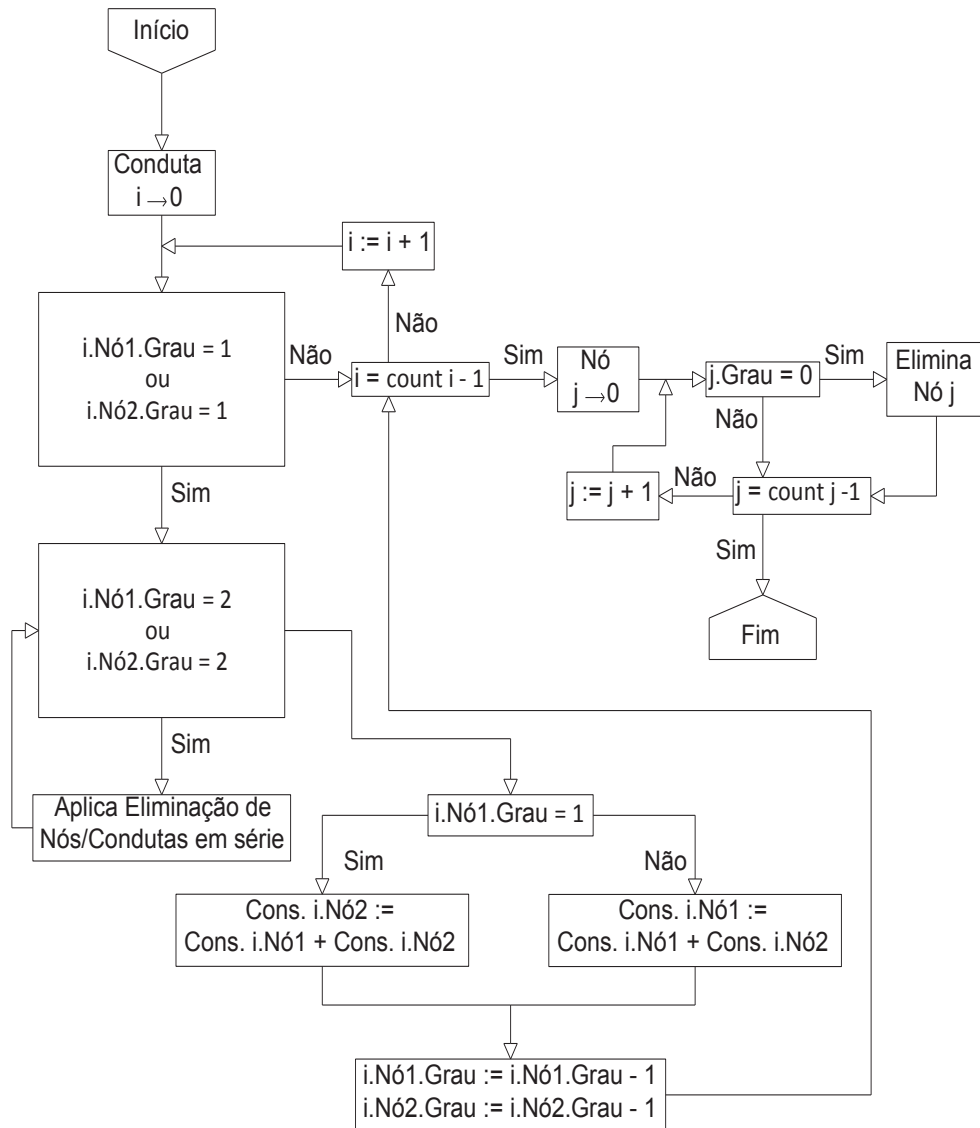


Figura 19 - Fluxograma do processo de eliminação de todos os troços de extremidade

4. Simplificação da rede através da eliminação de troços interiores.

Com esta técnica pretende-se eliminar troços (de malhas) pouco relevantes, ou seja, com diâmetros pequenos (inferiores a um valor especificado pelo utilizador) mas sem deixar a rede desconexa.

Para tal, o utilizador define inicialmente o diâmetro de referência, que é o diâmetro a partir do qual os troços são considerados como pouco relevantes. Ao confirmar a opção, o algoritmo, partindo da fonte de abastecimento, percorrerá todos os nós, usando como ponte, ou caminho, os troços do modelo. Quando exista mais do que um caminho para um mesmo nó, o algoritmo avalia o diâmetro de ambos os troços e no caso de algum possuir um diâmetro igual ou inferior ao de referência, o troço será eliminado. Caso os troços possuam um diâmetro tal, que seja possível a eliminação de ambos, o algoritmo apenas procede à eliminação de um, caso contrário a rede do modelo ficaria desconectada. Na Figura 20 apresenta-se, de uma forma esquemática, o processo.

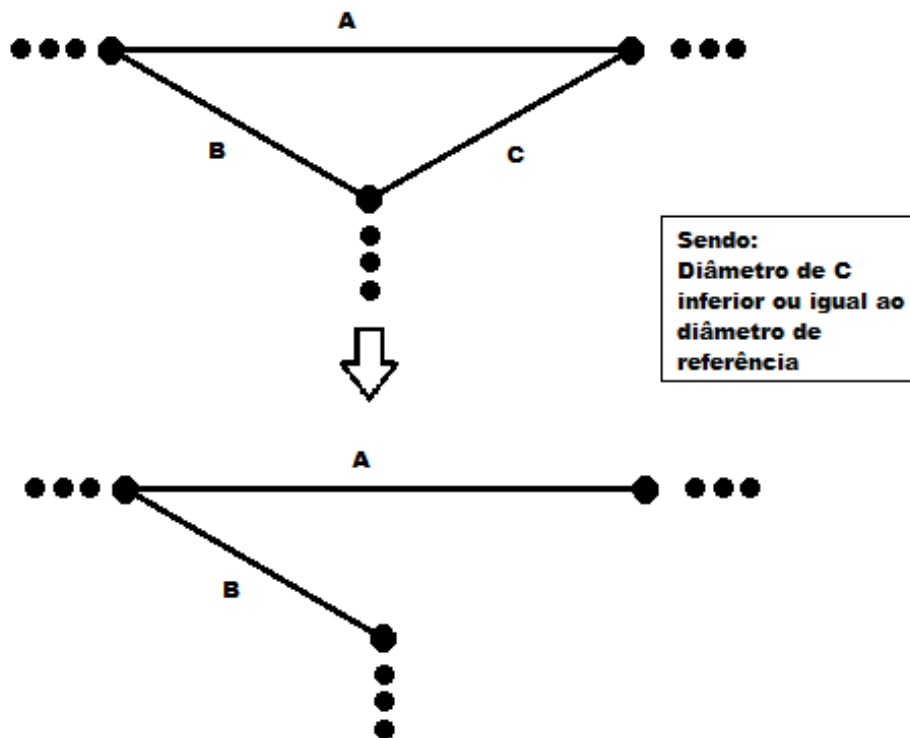


Figura 20 - Esquema de simplificação de condutas interiores de uma rede

Para uma compreensão mais detalhada do algoritmo utilizado neste trabalho, apresenta-se na Figura 21 o fluxograma do procedimento.

3.3. Funcionamento do ícone “SKL”

Após introdução do modelo hidráulico do SDA no EPANET e antes de se realizar a simulação hidráulica, o modelo pode ser simplificado através de um “click” no botão “SKL” que foi adicionado, para esse efeito, ao *software* EPANET, tal como se pode observar na Figura 22.

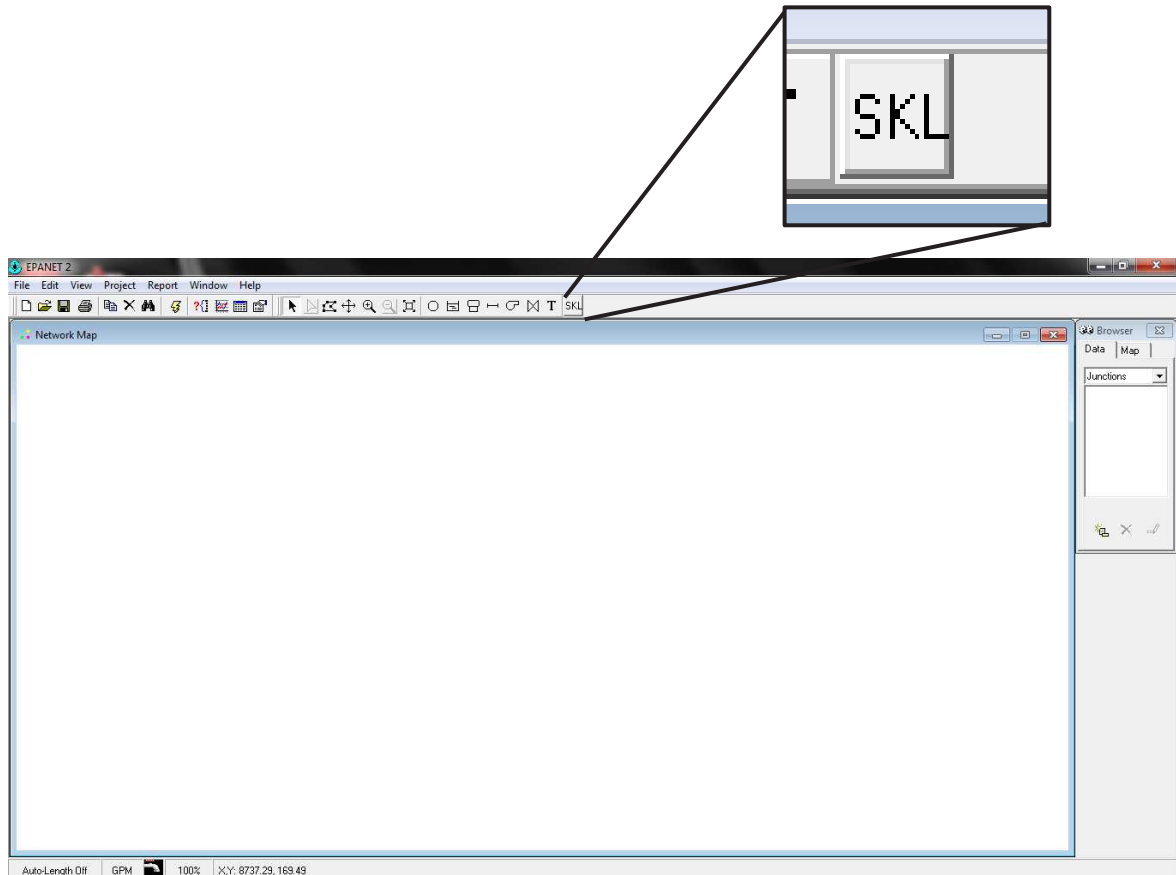


Figura 22 - Localização do botão de “esqueletização” (SKL)

Após o “click” aparecerá uma nova janela com opções de simplificação (Figura 23). Nesta janela, o utilizador deve escolher as opções de simplificação pretendidas.

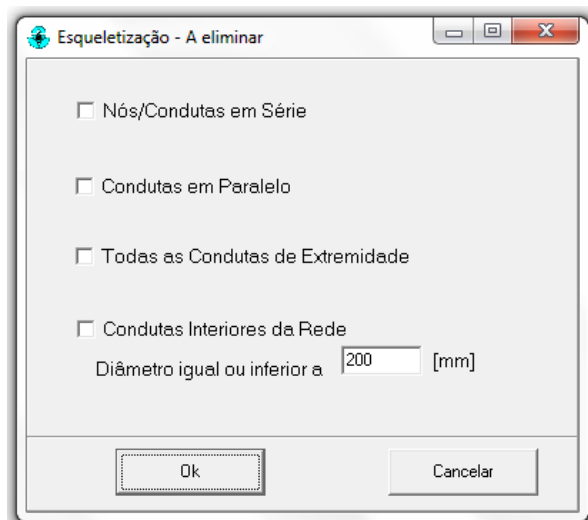


Figura 23 - Janela de opções de “esqueletização”

Na janela apresentada, são possíveis de localizar os quatro processos de “esqueletização” descritos anteriormente.

Estes processos podem ser usados individualmente ou em conjunto, bastando, para isso, selecionar, com um “visto” no quadrado respeitante, as opções pretendidas.

Para a utilização da última opção de simplificação, “Condutas Interiores da Rede”, é necessária a definição do maior diâmetro, considerado como reduzido pelo utilizador, i.e., o diâmetro abaixo do qual os troços poderão ser simplificados pela opção do algoritmo. Caso nenhum diâmetro seja especificado, o algoritmo assumirá, por defeito, 200 mm como diâmetro de referência.

Aconselha-se a execução das escolhas de simplificação pretendidas de forma individual, devendo o utilizador selecionar apenas uma opção de simplificação e confirmá-la em “Ok”. Caso o utilizador pretenda um nível de simplificação superior, poderá obtê-lo repetindo o processo. Desta forma, o utilizador além de conseguir manipular a ordem de execução das opções de simplificação, que caso contrário seguiria a ordem apresentada na Figura 23, consegue também avaliar de forma gradual o processo de simplificação que o algoritmo está a promover no modelo.

Selecionada(s) a(s) opção(ões) desejada(s), o utilizador deverá confirmá-las clicando para isso em “Ok”. Caso pretenda cancelar as suas opções, deverá selecionar “Cancelar”.

Sempre que é escolhida e confirmada uma opção de simplificação, o programa atribuirá uma variável a cada nó (o grau do nó) cujo valor não é mais do que o número de condutas ligadas ao nó. Esta tarefa inicial será a base para algumas tarefas de simplificação.

Quando a primeira opção de simplificação (Nós/Troços em Série) seja selecionada e confirmada, à semelhança do que Hamber D. e Shamir U. (1988) propuseram para simplificação de troços em série, o algoritmo procederá à verificação de todos os nós de

junção (ficam portanto excluídos os reservatórios) sendo que para cada nó de grau igual a 2, o algoritmo efetuará o seguinte:

- Identifica ambos os troços que ligam ao nó;
- Calcula um diâmetro e uma rugosidade médios, ponderados ao desenvolvimento de cada troço, assim como o somatório do comprimento de ambos os troços;
- Elimina um dos troços. O troço não eliminado passará a ser definido pelo seu nó e pelo nó do troço eliminado, diferentes do nó comum a ambos os troços no início do processo;
- São atribuídas as características calculadas, ao troço não eliminado;
- O consumo do nó de grau 2, que entretanto fica desconectado da rede, é dividido pelos dois nós, inicialmente, adjacentes. Sendo posteriormente eliminado o nó;
- O grau de ambos os nós adjacentes, a este “novo” troço, é reduzido no valor de uma unidade.

A segunda opção, Troços em Paralelo, seguindo o que Hamber D. e Shamir U. (1988) propuseram para simplificação de troços em paralelo, avalia os nós extremos de cada troço. Inicialmente, o algoritmo percorrerá todo o sistema de troços, e para cada troço do sistema, o algoritmo torna a percorrer todo o sistema de troços (excepto o selecionado inicialmente) e verifica se algum dos nós, do troço inicial, é coincidente com os nós do segundo troço. Assim que encontre um troço com um nó coincidente, o próximo passo passa pela verificação dos segundos nós, que não sendo iguais, o algoritmo continuará a sua verificação noutros troços. Caso ambos os nós de dois troços sejam coincidentes, o algoritmo procederá ao cálculo das características a dar ao novo troço, i.e., calcula o comprimento do novo troço através da média dos comprimentos dos dois troços, o diâmetro é calculado com base na média ponderada ao comprimento do troço, assim como a rugosidade. O passo seguinte consiste na eliminação de um dos dois troços e atribuição das novas características ao troço não eliminado. O grau de ambos os nós deste novo troço é reduzido posteriormente em uma unidade.

À semelhança da proposta de diversos autores, que sugerem a eliminação de troços de pequeno diâmetro, entre os quais os de extremidade, a seleção da opção, “Todas as condutas de Extremidade”, procede à análise de todos os troços de forma a identificar os que possuem nós de grau igual a 1 (troços de extremidade). Quando encontre um troço comportando um nó deste tipo, o próximo passo passa pela avaliação do grau do segundo nó.

No caso do nó encontrado possuir um grau igual a 2, o algoritmo procederá em primeiro lugar à eliminação desse nó (e de um troço) pelo processo apresentado para os nós em série. Posto isto, repetirá o processo de verificação dos nós, até que não exista um troço com um nó de grau 1 e com outro nó de grau 2.

Assim que apenas existam troços cujo um nó possua grau 1 e o outro nó extremo possua um grau diferente de 2, o algoritmo procederá ao acréscimo do consumo do nó de grau maior que dois, num valor igual ao consumo do nó de grau 1. Segue-se a redução do grau (no valor de um) dos nós extremos ao troço que é posteriormente eliminado. Segue-se a eliminação dos nós de grau 0 (desconectados da rede).

Complementarmente à sugestão de eliminação de troços de diâmetro reduzido, mas desta vez para troços interiores à rede, a última opção, “Condutas Interiores da Rede”, inicialmente percorre todos os troços do modelo e compara o diâmetro de cada um com o diâmetro de referência. Os troços cujo diâmetro seja igual ou inferior ao diâmetro de referência são colocados numa lista de “Condutas Candidatas a Eliminar”.

Posto isto, o algoritmo verificará todos os nós, em que para cada nó, o algoritmo procurará encontrar o(s) troço(s) que o leve do nó inicial (N_0), para outro nó (N_1). Os troços que o façam, serão adicionadas à lista de “Condutas Adjacentes ao nó inicial (N_0)” assim como o nó (N_1) será introduzido à lista de “Nós Adjacentes ao nó inicial (N_0)”. Este processo realiza-se para todos os nós do modelo.

Com as listas criadas para cada nó, são então criadas duas listas (vazias) gerais: a lista de “Nós Visitados” e a lista de “Nós A Visitar”.

Encontrando a primeira fonte de abastecimento, o algoritmo adicionará este nó à lista de “Nós A Visitar”. Nesta fase o algoritmo está pronto para iniciar a sua “viagem”.

Inicialmente é retirado o primeiro nó (N_L) da lista “Nós A Visitar” e adicionado à lista de “Nós Visitados”. Os nós (N) constantes da lista de “Nós Adjacentes”, pertencente ao nó em questão (N_L), são analisados em busca dos troços que ligam o nó N ao nó N_L . Os troços que não pertençam à lista de “Condutas Candidatas a Eliminar” são adicionados à lista de “Nós A Visitar”. Analisados todos os nós adjacentes (N), o processo repete-se para os restantes nós da lista “Nós A Visitar”, até que esta esteja vazia.

Com a lista “Nós A Visitar” vazia, o algoritmo verifica se os nós da lista “Nós Visitados” contêm todos os nós da rede. Enquanto esta condição não verificar, o algoritmo escolherá o primeiro elemento (C) da lista “Condutas Candidatas a Eliminar” para avaliar. Caso ambos os nós extremos desse troço (C) não constem da lista “Nós Visitados”, será avaliado o troço seguinte da lista “Condutas Candidatas a Eliminar”. O troço que não cumpra essa condição é avaliado: Caso ambos os nós, extremos do troço (C), pertençam à lista de “Nós Visitados”, o algoritmo adiciona o troço (C) à lista “A Eliminar”, eliminando-o da lista “Condutas Candidatas a Eliminar”; caso apenas um dos nós do troço (C) pertença à lista de “Nós Visitados”, o troço (C) é eliminado da lista de “Condutas Candidatas a Eliminar” e o nó do troço que até ao momento não pertencia à lista de “Nós A Visitar”, passa a fazer parte da mesma, o que levará à repetição do processo de remoção dos nós da lista “Nós A Visitar”, descrito no parágrafo anterior.

Assim que a condição inicial do parágrafo anterior esteja satisfeita, o algoritmo procederá à eliminação de todos os troços da lista “A Eliminar” e da lista de “Condutas Candidatas a Eliminar”, terminando assim o processo.

3.4. Metodologia para avaliação do procedimento

As técnicas de simplificação propostas foram aplicadas a quatro modelos de sistemas sintéticos (com 100, 250, 500 e 1000 nós) gerados com a ferramenta WaterNetGen (Muranho, J., 2012), a fim de perceber o nível de simplificação conseguido e a eficácia do processo de simplificação quando aplicado a redes de grandes dimensões.

Os ensaios efetuados aos modelos sintéticos gerados consistem em diferentes combinações das opções de simplificação descritas, que atuam a diferentes níveis da rede do SDA, pelo que certas opções apenas reduzirão o número de troços do modelo, ou pelo menos focar-se-ão sobretudo nessa tarefa e outras focar-se-ão na redução do número de nós da rede. Assim, com a aplicação dos ensaios aos diferentes modelos de SDA, pretende-se averiguar a eficácia do processo de simplificação em função da dimensão do modelo.

Os ensaios realizados a cada uma das redes consistiram no seguinte:

1) Eliminação de “Todos os Troços de Extremidade”, seguindo-se a simplificação de “Troços Interiores à Rede”, onde se pretende uma base de referência para o segundo ensaio e ao mesmo tempo extrair uma avaliação indireta da opção de simplificação pela eliminação de “Troços Interiores à Rede”, note-se que esta opção apenas elimina troços e não nós;

2) Eliminação de “Todos os Troços de Extremidade”, seguindo-se a eliminação de “Nós/Troços em Série” e finalizando com a simplificação de “Troços Interiores à Rede”. Com este ensaio pretendeu-se avaliar o impacto da eliminação de “Nós/Troços em série”;

3) Eliminação de “Todos os Troços de Extremidade”, seguindo-se a eliminação de “Nós/Troços em Série” concluindo com a simplificação de “Troços em Paralelo”. Com este ensaio pretendeu-se avaliar e comparar a opção de simplificação pela eliminação de “Troços Interiores à Rede” e a opção de simplificação pela eliminação de “Troços em Paralelo”. Recorde-se que ambas as opções, em comparação, apenas promovem a redução de troços e não de nós;

4) O último ensaio consiste na aplicação das quatro técnicas: “Todos os Troços de Extremidade”, remoção de “Nós/Troços em Série”, simplificação de “Troços Interiores à Rede”, eliminação de “Nós/Troços em Série” e simplificação de “Troços em Paralelo”. Este ensaio foi realizado com o intuito de promover uma maior simplificação sem que no entanto o modelo fique reduzido ao ponto de perder representatividade.

3.5. Resultados

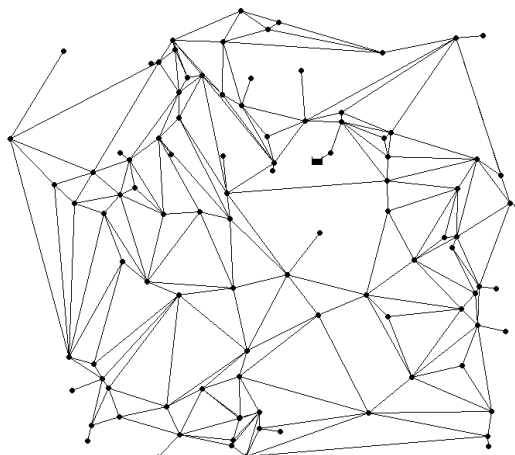
Neste item são apresentadas esquematicamente, as diferentes redes ensaiadas, assim como os resultados obtidos em cada ensaio, para um determinado diâmetro de referência (Figuras 24, 25, 26 e 27).

Com maior detalhe, os resultados são apresentados em quadros. O Quadro 4 apresenta os resultados dos ensaios 1 e 2 para todas as redes analisadas e tomando como referência todos os diâmetros que constituem as diferentes redes. Da mesma forma, o Quadro 5 apresenta os resultados obtidos nos ensaios 3 e 4 aplicados às diferentes redes, tomando como referência todos os diferentes diâmetros constituintes das redes.

Ambos os quadros mostram a variação do número de nós e troços, quer por valor absoluto que representa o número de elementos no final do ensaio, quer por valor percentual que representa a redução de elementos, resultado da aplicação de cada ensaio. Esta variação é apresentada em função do diâmetro de referência escolhido.

O Quadro 6 apresenta um resumo dos dados apresentados nos Quadros 4 e 5, tornando mais simples a interpretação dos resultados obtidos.

Rede 1 – Modelo com 100 nós



Rede original (100 nós)

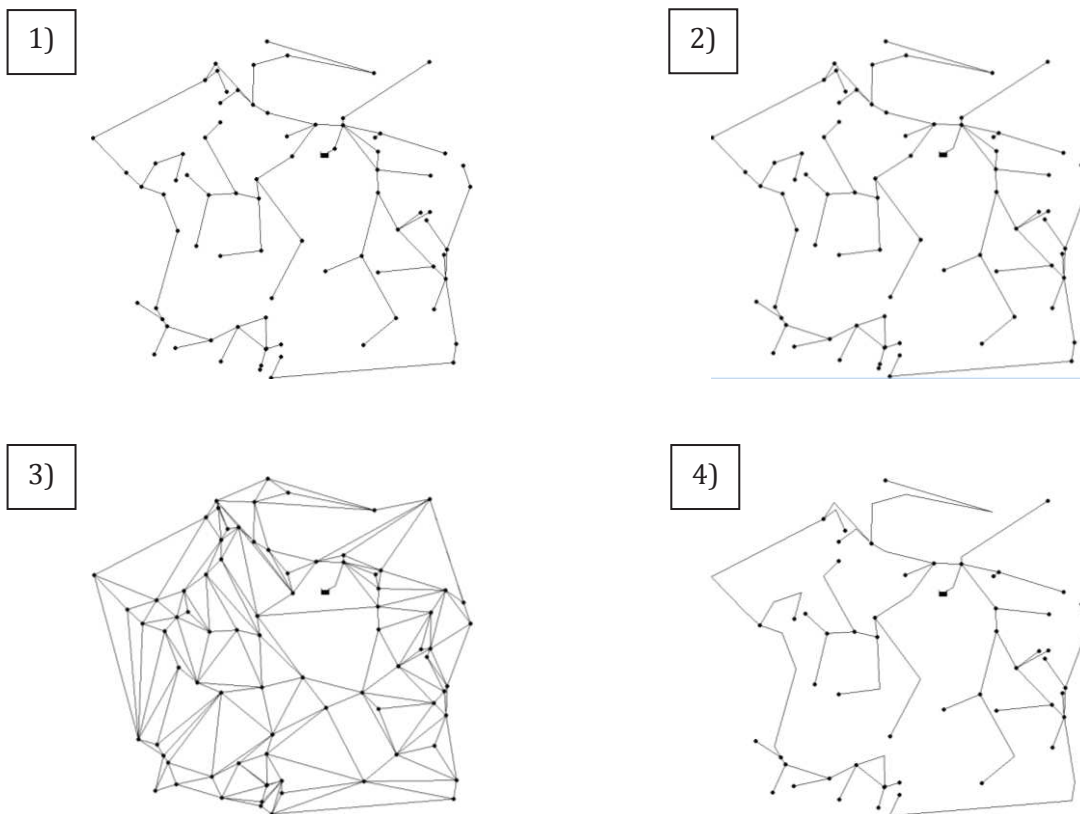
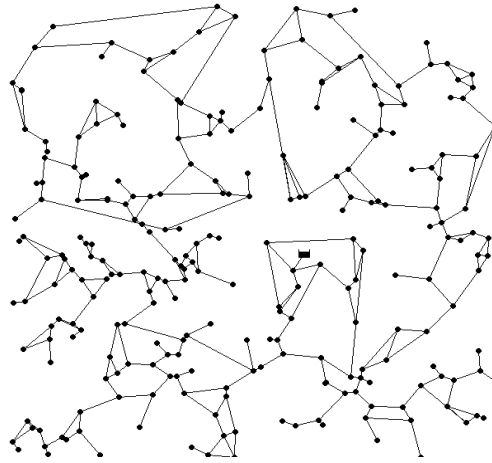


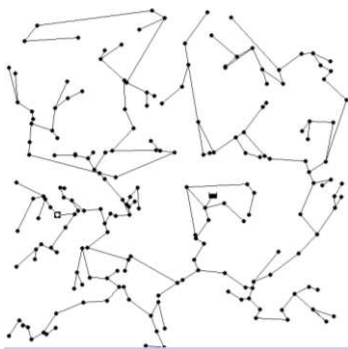
Figura 24 - Resultados do ensaio à rede de 100 nós: 1) Ensaio 1 (diâmetro de referência: 99,4 mm); 2) Ensaio 2 (diâmetro de referência: 99,4mm); 3) Ensaio 3; 4) Ensaio 4 (diâmetro de referência: 99,4mm)

Rede 2 – Modelo com 250 nós



Rede original (250 nós)

1)



2)



3)

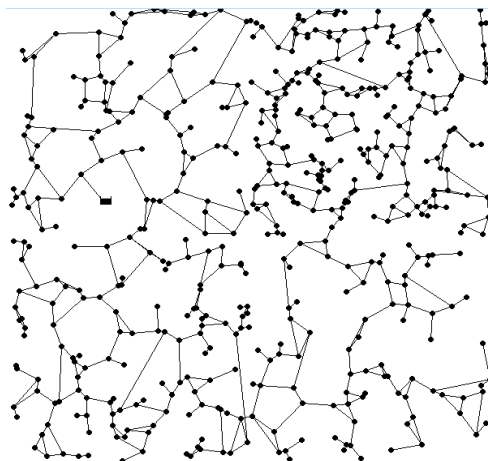


4)



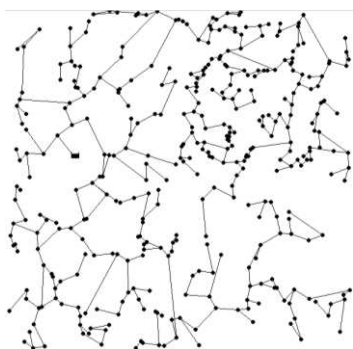
Figura 25 - Resultados do ensaio à rede de 250 nós: 1) Ensaio 1 (diâmetro de referência: 99,4 mm); 2) Ensaio 2 (diâmetro de referência: 99,4mm); 3) Ensaio 3; 4) Ensaio 4 (diâmetro de referência: 99,4mm)

Rede 3 – Modelo com 500 nós

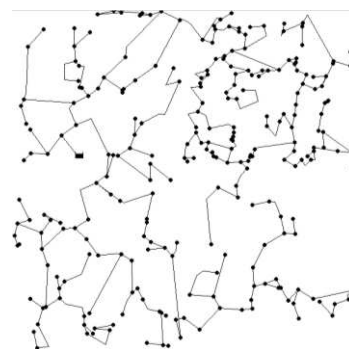


Rede original (500 nós)

1)



2)



3)



4)

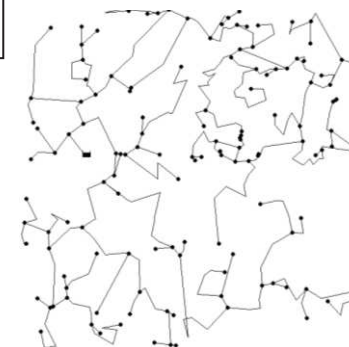
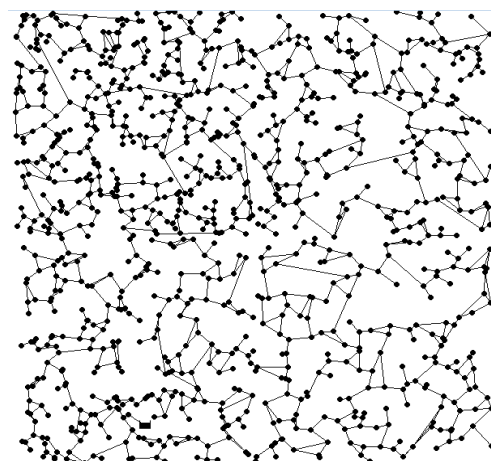


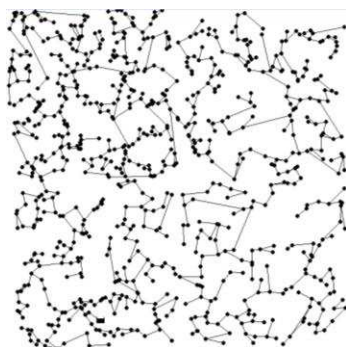
Figura 26 - Resultados do ensaio à rede de 500 nós: 1) Ensaio 1 (diâmetro de referência: 99,4 mm); 2) Ensaio 2 (diâmetro de referência: 99,4mm); 3) Ensaio 3; 4) Ensaio 4 (diâmetro de referência: 99,4mm)

Rede 4 – Modelo com 1000 nós

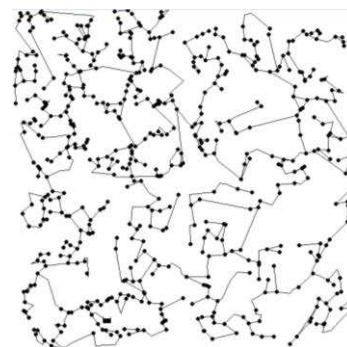


Rede original (1000 nós)

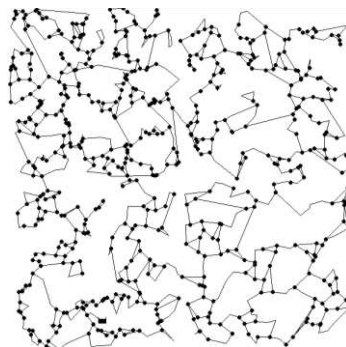
1)



2)



3)



4)

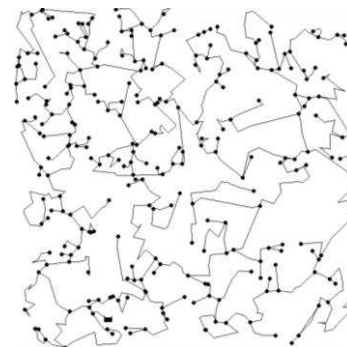


Figura 27 - Resultados do ensaio à rede de 1000 nós: 1) Ensaio 1 (diâmetro de referência: 99,4 mm); 2) Ensaio 2 (diâmetro de referência: 99,4mm); 3) Ensaio 3; 4) Ensaio 4 (diâmetro de referência: 99,4mm)

Quadro 4 - Tabela de resultados do ensaio 1 e ensaio 2

Testes		SDA de 100 Nós				SDA de 250 Nós				SDA de 500 Nós				SDA de 1000 Nós			
		Nós	%Redução	Condutas	%Redução	Nós	%Redução	Condutas	%Redução	Nós	%Redução	Condutas	%Redução	Nós	%Redução	Condutas	%Redução
Dados iniciais		100	0%	228	0%	250	0%	322	0%	500	0%	634	0%	1000	0%	1285	0%
1. Eliminação de condutas de extremidade seguido-se a simplificação de condutas interiores com os seguintes diâmetros de referência [mm]:	45,2	81	19%	128	44%	197	21%	201	38%	376	25%	389	39%	781	22%	788	39%
	57	81	19%	99	57%	197	21%	201	38%	376	25%	382	40%	781	22%	785	39%
	67,8	81	19%	93	59%	197	21%	200	38%	376	25%	380	40%	781	22%	783	39%
	81,4	81	19%	89	61%	197	21%	198	39%	376	25%	379	40%	781	22%	781	39%
	99,4	81	19%	82	64%	197	21%	197	39%	376	25%	378	40%	781	22%	781	39%
	113	81	19%	82	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	126,6	81	19%	82	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	144,8	81	19%	82	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	162,8	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	180,8	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	203,4	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	226,2	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	781	22%	781	39%
	253,2	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	-	-	-	-	781	22%	781	39%
	285	81	19%	81	64%	197	21%	197	39%	376	25%	376	41%	-	-	-	-
321,2	81	19%	81	64%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	781	22%	781	39%
407	81	19%	81	64%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2. Eliminação de condutas de extremidade seguido-se a eliminação de nós em série e concluindo com a simplificação de condutas interiores com os seguintes diâmetros de referência [mm]:	45,2	80	20%	127	44%	139	44%	148	54%	262	48%	291	54%	566	43%	585	54%
	57	80	20%	98	57%	139	44%	143	56%	262	48%	268	58%	566	43%	570	56%
	67,8	80	20%	92	60%	139	44%	142	56%	262	48%	266	58%	566	43%	568	56%
	81,4	80	20%	88	61%	139	44%	140	57%	262	48%	265	58%	566	43%	566	56%
	99,4	80	20%	81	64%	139	44%	139	57%	262	48%	264	58%	566	43%	566	56%
	113	80	20%	81	64%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	126,6	80	20%	81	64%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	144,8	80	20%	81	64%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	162,8	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	180,8	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	203,4	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	226,2	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	566	43%	566	56%
	253,2	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	-	-	-	-	566	43%	566	56%
	285	80	20%	80	65%	139	44%	139	57%	262	48%	262	59%	-	-	-	-
321,2	80	20%	80	65%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	566	43%	566	56%
407	80	20%	80	65%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Quadro 5 - Tabela de resultados do ensaio 3 e ensaio 4

Testes	SDA de 100 Nós				SDA de 250 Nós				SDA de 500 Nós				SDA de 1000 Nós				
	Nós	%Redução	Conduitas	%Redução	Nós	%Redução	Conduitas	%Redução	Nós	%Redução	Conduitas	%Redução	Nós	%Redução	Conduitas	%Redução	
Dados iniciais	100	0%	228	0%	250	0%	322	0%	500	0%	634	0%	1000	0%	1285	0%	
3. Eliminação de <u>condutas de extremidade</u> seguido-se a eliminação de <u>nós em série</u> e concluindo com a simplificação de <u>condutas paralelas</u> , com os seguintes diâmetros de referência [mm]:	45,2	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	57	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	67,8	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	81,4	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	99,4	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	113	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	126,6	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	144,8	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	162,8	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	180,8	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	203,4	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	226,2	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	566	43%	801	38%
	253,2	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	-	-	-	-	566	43%	801	38%
285	80	20%	208	9%	139	44%	196	39%	262	48%	364	43%	-	-	-	-	
321,2	80	20%	208	9%	-	-	-	-	-	-	-	-	566	43%	801	38%	
407	80	20%	208	9%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
4. Eliminação de <u>condutas de extremidade</u> seguido-se a eliminação de <u>nós em série</u> (com intuito de tornar o processo computacional mais eficiente), seguindo-se a simplificação de <u>condutas interiores</u> de diâmetro reduzido, novamente a eliminação de <u>nós em série</u> e concluindo com a simplificação de <u>condutas paralelas</u> , com os seguintes diâmetros de referência [mm]:	45,2	63	37%	106	54%	71	72%	75	77%	154	69%	173	73%	276	72%	288	78%
	57	57	43%	71	69%	77	69%	79	75%	137	73%	142	78%	270	73%	272	79%
	67,8	54	46%	62	73%	78	69%	80	75%	137	73%	140	78%	268	73%	269	79%
	81,4	55	45%	61	73%	77	69%	78	76%	134	73%	136	79%	270	73%	270	79%
	99,4	53	47%	53	77%	77	69%	77	76%	134	73%	136	79%	270	73%	270	79%
	113	53	47%	53	77%	77	69%	77	76%	134	73%	134	79%	269	73%	269	79%
	126,6	53	47%	53	77%	77	69%	77	76%	134	73%	134	79%	269	73%	269	79%
	144,8	57	43%	58	75%	75	70%	75	77%	133	73%	133	79%	269	73%	269	79%
	162,8	55	45%	55	76%	73	71%	73	77%	134	73%	134	79%	271	73%	271	79%
	180,8	55	45%	55	76%	74	70%	74	77%	133	73%	133	79%	269	73%	269	79%
	203,4	55	45%	55	76%	74	70%	74	77%	133	73%	133	79%	271	73%	271	79%
	226,2	54	46%	54	76%	74	70%	74	77%	131	74%	131	79%	273	73%	273	79%
	253,2	54	46%	54	76%	74	70%	74	77%	-	-	-	-	273	73%	273	79%
285	53	47%	53	77%	76	70%	76	76%	131	74%	131	79%	-	-	-	-	
321,2	53	47%	53	77%	-	-	-	-	-	-	-	-	271	73%	271	79%	
407	53	47%	53	77%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	

Observando os resultados obtidos, podemos resumi-los no Quadro6.

Quadro 6 - Resumo dos resultados obtidos dos ensaios às redes

% de redução	100 Nós		250 Nós		500 Nós		1000 Nós	
	Nós	Troços	Nós	Troços	Nós	Troços	Nós	Troços
Ensaio 1	19%	Variação crescente de 44% a 64%	21%	Variação crescente de 38% a 39%	25%	Variação crescente de 39% a 41%	22%	Variação crescente de 39% a 39%
Ensaio 2	20%	Variação crescente de 44% a 65%	44%	Variação crescente de 54% a 57%	48%	Variação crescente de 54% a 59%	43%	Variação crescente de 54% a 56%
Ensaio 3	20%	9%	44%	39%	48%	43%	43%	38%
Ensaio 4	Variável sem padrão entre 37% e 47%	Variável sem padrão entre 54% e 77%	Variável sem padrão entre 69% e 72%	Variável sem padrão entre 75% e 77%	Variável sem padrão entre 69% e 74%	Variável sem padrão entre 73% e 79%	Variável sem padrão entre 72% e 73%	Variável sem padrão entre 78% e 79%

Os resultados constantes do Quadro 6 resumem o resultado dos ensaios do processo de simplificação, assim como a variação dos resultados (número de nós e número de troços) obtidos em cada ensaio para os diferentes diâmetros de referência (considerados de dimensão inferior) ordenados de forma crescente em cada ensaio.

No ensaio 1 a redução do número de nós ocorre devido à eliminação de troços de extremidade. A redução do número de nós através deste ensaio não depende do diâmetro de referência escolhido. O mesmo ocorre no ensaio 2, em que, tal como o processo de eliminação de troços de extremidade, também o processo de eliminação de nós em série não é dependente do diâmetro de referência definido (diâmetro abaixo do qual se aceita a eliminação de troços). No que respeita à eliminação de troços, verifica-se um aumento da percentagem de troços eliminados com o aumento do diâmetro de referência, como era expectável.

Comparando o ensaio 1 com o ensaio 2, é notória a influência do processo de eliminação de troços em série, pelo que a diferente redução ao nível dos nós, de um ensaio para o outro, poderá ser indicativo do número de malhas da rede do SDA. Assim, quanto menor a diferença de redução de nós, para um mesmo modelo, entre o ensaio 1 e o ensaio 2, maior será a componente malhada do modelo em comparação com a componente ramificada.

Da comparação do ensaio 2 com o ensaio 3, nota-se que em ambos os ensaios a redução do número de nós é igual, pelo que o processo de eliminação de “Conduas Internas à Rede” e o processo de eliminação de “Conduas em Paralelo” apenas assumem influência direta na redução de troços. Analisando a redução ao nível dos troços nos dois ensaios, notamos que a redução no ensaio 2 é superior ao do ensaio 3, independentemente do diâmetro de referência escolhido para o ensaio 2, pelo que o processo de eliminação de “Conduas Interiores à Rede” é mais eficaz do ponto de vista da simplificação.

No ensaio 4 é notório o nível de simplificação que é possível obter com a combinação das diferentes técnicas apresentadas, sem que no entanto se perca uma estrutura estética da

rede. É notória ainda a influência da técnica de eliminação de “Conduitas Interiores à Rede”, de forma indireta, no processo de redução de nós, uma vez que se verifica uma redução de nós dependente do diâmetro de referência escolhido para esta técnica.

4. Conclusões e proposta de trabalhos futuros

A obtenção de modelos hidráulicos reduzidos ou simplificados de sistemas de abastecimento de água envolve duas sub-tarefas: simplificação e calibração. Este trabalho focou a sub-tarefa “simplificação”.

Foram propostas e implementadas no *software* EPANET 2.0 quatro técnicas para simplificar modelos: redução do número de nós de junção, eliminação de troços em série, eliminação de troços em paralelo e eliminação de troços com pequenos diâmetros.

O nível de “esqueletização” adequado depende do objetivo do estudo em questão, por exemplo no caso de estudos de qualidade da água nas tubagens, é preferível um nível de detalhe mais elevado e portanto um nível de “esqueletização” mais reduzido. O nível de “esqueletização” pretendido pode ser obtido através da combinação das diferentes técnicas apresentadas. Dos resultados obtidos é possível concluir que o processo de simplificação proposto é de facto eficaz, produz modelos com bom aspeto estético (o qual pode ainda ser melhorado através da aplicação de técnicas de otimização baseadas em heurísticas modernas) e permite reduzir de forma significativa o número de elementos (nós/troços) dos sistemas de distribuição de água de grandes dimensões, o que facilita a análise dos mesmos.

No futuro pretende-se desenvolver a segunda parte do processo de simplificação, de modo a ajustar os parâmetros do modelo simplificado e proceder à quantificação do erro introduzido pelo processo de “esqueletização”.

Referências bibliográficas

- [1] American Water Works Association (AWWA), engineering computer applications committee. Calibration guidelines of water distribution system modeling. Imtech conference, 1999.
- [2] Anderson E. J.; Al-Jamal K. H.: "Hydraulic network simplification." Journal of water resources planning and management, vol. 121 nº 3 (1995), maio/junho, pp. 235 – 240.
- [3] Alexandre, C. ; Sadiku, M.: Fundamentos de circuitos eléctricos. Bookman, 2003.
- [4] Barbosa. J.: Noções sobre matrizes e sistemas de equações lineares. pp. 35-88, FEUP Edições, 1ªEdição, 2004.
- [5] Catarro J.: "Calibração de Modelos Hidráulicos em Sistemas de Abastecimentos de Água". Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil na especialidade de Hidráulica, Recursos hídricos e Ambiente, Coimbra, Portugal, julho, 2012.
- [6] Chadwick A. e Morfett. Hydraulics in Civil and Environmental Engineering. Londres (UK): Chapman and Hall, 2ª edição, 1993.
- [7] Dorigo M. (1996). "The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents". IEEE transactions on systems, Man and cybernetics – Part B, vol. 26, nº1, pp. 1-13.
- [8] Duzinkiewicz K.; Ciminski A.: "Drinking water distribution system modelling. – an approach to skeletonization". Departamento de Controlo Automático, Universidade Técnica de Gdansk, Polónia, 2006.
- [9] Edward A. Bender: "An introduction to mathematical modeling". pp. 1-4;Dover Publications, 1942.
- [10] Elbeltagi E. et al. (2007). "A modified shuffled frog-leaping optimization algorithm: applications to project management". Taylor & Francis Group, Structure and Infrastructure Engineering, vol.3, nº1, março, pp. 53-60.
- [11] Glover F. (1989). "Tabu search – Part I". ORSA Journal on computing, vol. 1, nº3.
- [12] Glover F. (1990). "Tabu search – Part II". ORSA Journal on computing, vol. 2, nº1.
- [13] Gomes A. "Uma Introdução à Busca Tabu". Departamento de Ciência da Computação, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, SP, Brasil. Recuperado de: <http://www.ime.usp.br/~gold/cursos/2009/mac5758/AndreBuscaTabu.pdf>
- [14] Grayman, W. M.; Rhee, H.: "Assessment of skeletonization in network models." Proc., Joint Conf. on Water Resources Engineering and Water Resources Planning and Management, R. H. Hotchkiss and M. Glade, eds., ASCE, Reston, VA, 2000.
- [15] Haestad Methods, Inc (2002). "Automated skeletonization techniques". Documento nº 020022, nº2, rev. 1, abril.

- [16] Hamberg D.; Shamir U.: "Schematic Models for Distribution Systems design. I: Combination concept". Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 114 nº2 (1988), março, pp. 129-140.
- [17] Hartel et al.: Method and System for Reduction of a Network Topology - Based System having Automated Optimization Features. Patente nº US 7,054,799 B1, Estados Unidos, maio, 2006.
- [18] Holland, J. H.: Adaptation in natural and artificial systems. Universidade do Michigan Press, 1975. Adaptado por: Oliveira S. M.: Algoritmos Genéticos – uma importante ferramenta da inteligência computacional. pp. 26-95, Abreu's Systems Ltda., 2ª Edição, 2008.
- [19] INSAAR: Relatório do Estado do Abastecimento de Água e da Drenagem e Tratamento de Águas Residuais – Sistemas Públicos Urbanos INSAAR 2010 (dados 2009). Lisboa. INAG. julho, 2011.
- [20] Kapelan Z.: "Calibration of Water Distribution System Hydraulic Models". Dissertação para obtenção do grau de Doutor em filosofia da Engenharia, Universidade de Exeter, Reino Unido, fevereiro, 2002.
- [21] Kirkpatrick S. et al. (1983). "Optimization by simulated annealing." Science, New series, vol. 220, nº4598, 13 de maio, pp. 671-680.
- [22] Maschler T.; Savic D.: Simplification of water supply network models through linearization. Centre for water systems, Universidade de Exeter, Devon, Reino Unido, 1999.
- [23] Marques J. e Sousa J. : Hidráulica Urbana – Sistemas de Abastecimento de Água e de Drenagem de águas residuais. Imprensa da Universidade de Coimbra, 2ª Edição, outubro 2009.
- [24] Martins J. e Martins R.: Hidráulica Básica – Guia de estudo - Conduitos Forçados Instalações de Recalque. EPUSP – PHD, 2ª Revisão, 2004. Recuperado de: <http://pt.scribd.com/doc/50608118/13/Equacao-da-energia-ou-Equacao-de-Bernouilli>, a 23 de novembro de 2013
- [25] Muranho, J.; Ferreira, A.; Sousa, J; Gomes, A.; Sá Marques, A.: "WaterNetGen - an EPANET extension for automatic water distribution networks models generation and pipe sizing" Water Science and Technology: Water Supply, Vol.12 nº1 (2012), 117-123.
- [26] Ormsbee L.E.; Lingireddy S.: "Calibrating hydraulic network models." Journal AWWA, vol. 89 (1997), issue 2, pp. 42 – 50.
- [27] Perlman L.; Ostfeld A.: "Water – distribution systems simplifications through clustering". Journal of Water Resources Planning and Management, maio/junho (2012), pp. 218-229.
- [28] Quintela A. : Hidráulica. Fundação Calouste Gulbenkian, 10ª Edição, 2007.

- [29] Rossman L.A.: EPANET User's Manual. Risk Management Research Lab., U.S. Environmental Protection Agency, Cincinnati, Ohio, 2000.
- [30] Savic et al (2009). "Quo Vadis water distribution model calibration?" Urban water journal, vol. 6, issue 1, pp. 3 – 22.
- [31] Silva F. e Reis L. (2002). "Calibração de redes de distribuição de água com algoritmos genéticos aplicada a uma rede hipotética". IV Simpósio Ítalo Brasileiro de Engenharia Sanitária e Ambiental, Associação brasileira de Engenharia sanitária e Ambiental.
- [32] Soares A. (2007). "Calibração e Detecção de Vazamentos em Modelos de Sistemas Hidráulicos no Escoamento Transitório". Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil.
- [33] Sousa J. (1996). "Métodos numéricos para obtenção do equilíbrio hidráulico em sistemas de distribuição de água". Tese de Mestrado. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.
- [34] Sousa J. (2006). "Modelos de Apoio à Decisão para o Dimensionamento e a Operação de Sistemas de Abastecimento de Água". Dissertação de Doutorado. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.
- [35] Sousa J. e Cunha M. (1998). " Dimensionamento otimizado de redes malhadas de distribuição de água". Instituto superior de Engenharia Civil, Coimbra, Portugal.
- [36] Ulanicki, B., Zehnpfund, A., Martínez, F.: Simplification of Water Distribution Network Models. Hydroinformatics, Rotterdam, 1996, pp.493-500, citado por Maschler T. e Savic D. (1999).
- [37] Walski T.: "Technique for Calibrating Network Models" Journal of Water Resources Planning and Management, Vol. 109, nº4, pp. 360-372, outubro, 1983.
- [38] Wu Z. et al.: Technique for Optimization of a Simplified Network Model. Patente nº US 7,302,372 B1, Estados Unidos, novembro, 2007.