

A. J., 1991). É, deste modo, possível definir o grau de pertença de cada um dos indivíduos projectados em suplementar ao eixo de projecção definido pelos polos discriminantes ("BOM" e "MAU") projectados em principal. Utilizou-se um único eixo factorial, actuando a Análise Factorial de Correspondências como função discriminante, "filtrando", de certo modo, os dados de partida e permitindo a aplicação de técnicas de inferência espacial como, por exemplo, a estimação e a simulação.

A Análise de Correspondências é nitidamente vantajosa em relação a outros algoritmos de análise e interpretação de dados, quando a matriz de partida é de natureza qualitativa, como é o caso presente, depois da codificação efectuada.

Por outro lado, na aplicação aqui efectuada, a formulação inicial da AFC, foi modificada de modo a responder aos objectivos deste trabalho, os quais não se limitam à descrição estrutural de um quadro de valores, mas contemplam uma função discriminante que tire partido da projecção, em suplementar dos suportes experimentais sobre os polos previamente definidos, dando pesos diferentes e dinamicamente ajustáveis a cada atributo.

Outro aspecto importante da AFC que foi utilizado neste trabalho, é a garantia de aditividade da variável "ÍNDICE", a qual resulta da distância do  $\chi^2$  utilizado na AFC como se verá seguidamente.

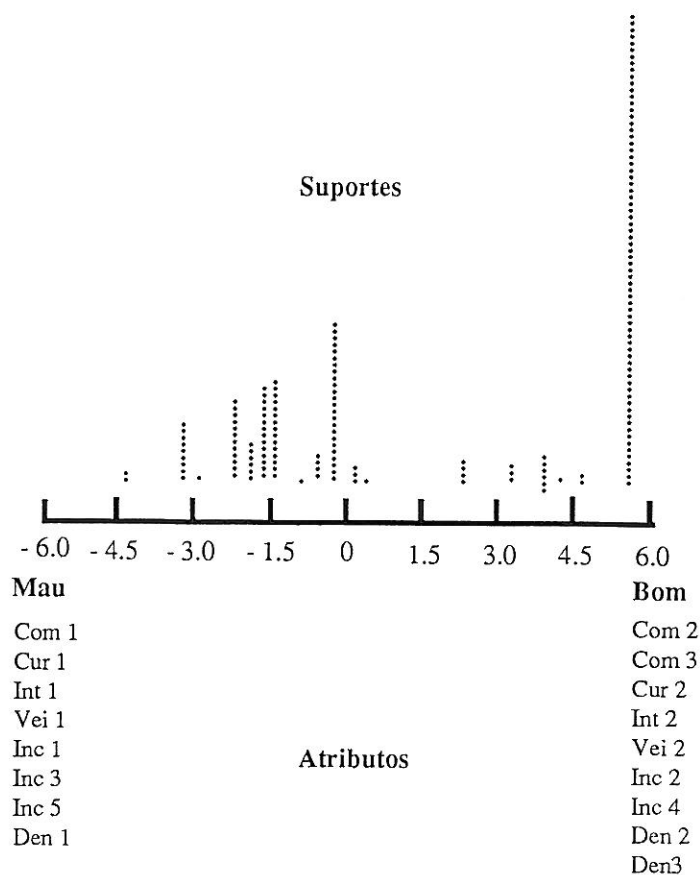


Fig.3.5 - Posicionamento dos suportes e dos atributos no eixo discriminante

#### 4 - Reconstrução Interactiva de $I_1$

## **4 - Reconstrução Interactiva de I<sub>1</sub>**

Na construção dos arquétipos "BOM" e "MAU", atribuíram-se pesos às diferentes variáveis, com base no conhecimento e sensibilidade geológica para a hierarquização das mesmas. Deste modo, atendendo à sua importância relativa e incorporando o conhecimento pericial, ensaiaram-se, sucessivamente, diferentes sistemas de pesos, ( $W(k)$ ) na equação [1].

Neste capítulo, apresenta-se o estudo estrutural de I<sub>1</sub> - variografia - e a estimação bidimensional (x,y) desta variável para blocos de 1.5 x 1.5m.

### **4.1 - Estimação Geoestatística**

#### ***4.1.1.- Introdução***

Como variável que pretende medir um fenómeno natural, associado a um processo tecnológico - classificar a qualidade de exploração de uma pedra de mármore - o índice I<sub>1</sub> apresenta uma forte dependência da localização espacial, podendo, por isso, ser interpretado como uma Variável Regionalizada (VR) (Sousa, J. e Muge F., 1990).

Uma vez que se pretende interpretar quantitativamente a variável, torna-se necessário um modelo capaz de descrever rigorosamente o seu comportamento espacial. Deste modo, determinou-se o variograma omnidireccional para a VR I<sub>1</sub>. A dimensão do suporte de amostragem e a aditividade da variável I<sub>1</sub> são duas questões que se analisam seguidamente.

#### ***4.1.2 - Dimensão do Suporte***

Como foi referido em capítulo anterior, para a caracterização de I<sub>1</sub>, foi necessário definir um suporte ("janela" de observação) que materialize o volume e orientação das amostras em estudo.

A dimensão do suporte influencia de certo modo os valores da variável, determinando, quando aumenta, a diminuição da sua dispersão. O tratamento ulterior dos dados levou a estabelecer a dimensão 0.5 x 6.0m para o suporte mais conveniente, dentro das condicionantes experimentais existentes, permitiu aferir a dimensão ideal para o suporte como de 0.5 x 6.0m. Na realidade, a VR construída com suportes de 1.0 x 6.0m ou de 1.5 x 6.0m, mostrou-se destruturada, de características erráticas, como se constata da análise feita em 4.2.2.

### 4.1.3 - Aditividade de $I_1$

Uma questão básica que tem de ser analisada, ao tomar uma dada grandeza como uma VR, é o problema da sua aditividade. De facto, Journel (1978) chama a atenção para a necessidade de garantir a aditividade da VR, antes de efectuar o tratamento subsequente, que exige o cálculo de médias, desde o variograma até à krigagem.

Para o índice  $I_1$ , que é a combinatória de um conjunto diverso de atributos com significados físicos diferentes, não está garantida, à priori, a sua aditividade, nem é óbvio que os somatórios sejam automaticamente autorizados. Mas, como o índice foi construído à custa da AFC, e esta goza da propriedade de "equivalência distribucional" (Benzécri, 1980 e Pereira, 1981), pode considerar-se a variável como aditiva e proceder ao seu tratamento por geoestatística.

De facto, a propriedade de equivalência distribucional (Pereira, 1981, p.437), é deduzida directamente da distância do  $\chi^2$  utilizada na AFC e permite substituir dois indivíduos (ou propriedades) com perfis semelhantes, mas pesos diferentes, por outro indivíduo (ou propriedade) de peso igual à soma dos pesos, sem alterar o sistema de distâncias que está na base da construção dos eixos factoriais. Então, o índice  $I_1$  pode ser tomado como uma VR aditiva, visto que o suporte que é a união dos dois suportes elementares se projecta no baricentro das projecções desses suportes elementares.

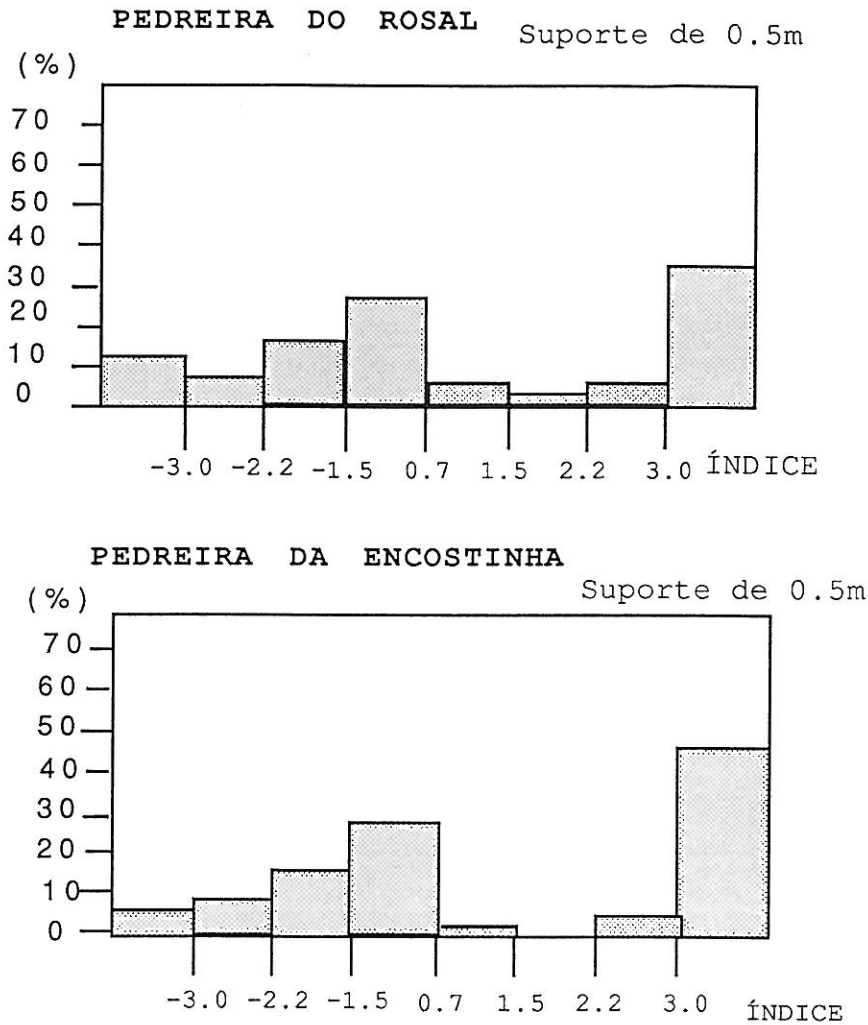
## 4.2- Análise Estatística de $I_1$

### 4.2.1 - Histogramas

No quadro 4.1 apresentam-se os estatísticos básicos para as duas pedreiras em suportes de 0.5 x 6.0m e na Fig. 4.1 mostram-se os histogramas correspondentes.

Parâmetros	Pedreira da Encostinha	Pedreira do Rosal
Média	2.00	0.66
Variância	12.2	12.4
nº de Amostras	187	303

Quadro 4.1 - Valores dos estatísticos básicos para as pedreiras da Encostinha e do Rosal.

Fig.4.1 - Histogramas de  $I_1$  para um suporte de 0.5 x 6.0m.

A análise dos histogramas anteriores, revela, para ambas as pedreiras, a existência de uma classe predominante, caracterizada por valores de  $I_1 > 3.0$ . Este facto, traduz a ocorrência de suportes, onde são inexistentes descontinuidades e fracturas. A pedreira da Encostinha onde a fracturação do maciço é menos intensa, ocorrendo, com alguma frequência, frentes de trabalho praticamente "limpas" de fracturas e descontinuidades, vem confirmar o conhecimento pré existente.

Verifica-se, também, que os suportes, onde  $I_1$  toma valores  $< -3$ , ocorrem especialmente na pedreira do Rosal, o que concorda com a informação fornecida pela direcção das pedreiras de que a taxa de recuperação para a pedreira do Rosal é, de facto, inferior à da pedreira da Encostinha.

#### 4.2.2 - Análise Estrutural - Variogramas

Definindo uma variável regionalizada  $I_1(x)$  estacionária numa área  $A$  ( $x \in A$ ) podemos definir os dois primeiros momentos:

$$m_{I_1} = E\{I_1(x)\}$$

$$\text{var}_{I_1} = E\left\{\left(I_1(x) - m_{I_1}\right)^2\right\}$$

e a função covariância (não centrada):

$$C(h) = E\{I_1(x) - I_1(x+h)\}$$

e o correspondente variograma:

$$\gamma(h) = E\left\{\left(I_1(x) - I_1(x+h)\right)^2\right\}$$

À semelhança dos dois primeiros momentos o variograma pode ser estimado por:

$$\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \left[ I_1(x) - I_1(x+h) \right]^2$$

sendo  $h$  um vector dependente do módulo e da direcção pela qual se calcula a média do quadrado das diferenças.

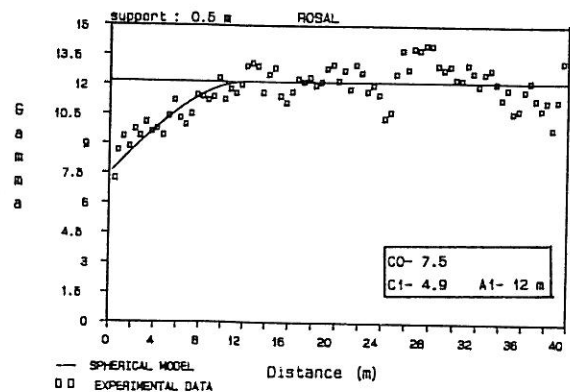
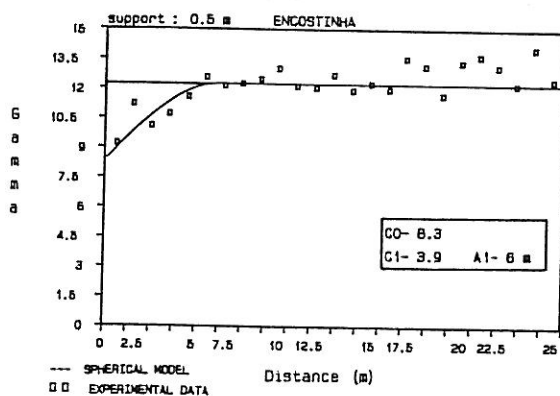
Os variogramas, bem como a sua ulterior modelação, foram calculados através dos programas Var3D e Modvar do package Resmin ( A. J. Sousa *et al.*, 1991).

Na tentativa de caracterizar o comportamento geoestatístico de  $I_1$ , foi necessário assumir certas condições de partida, estabelecidas por um lado pelo conhecimento geológico da região (i) e por outro devidas à dimensão e configuração da amostragem (ii) e (iii):

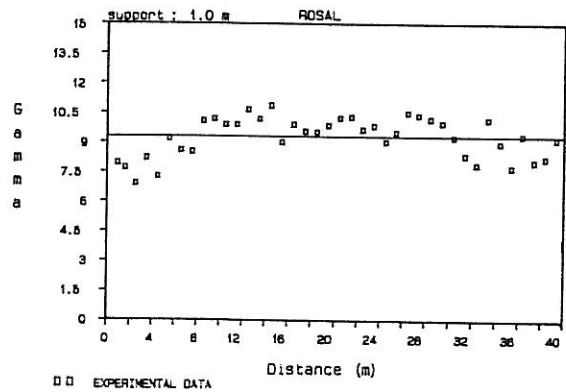
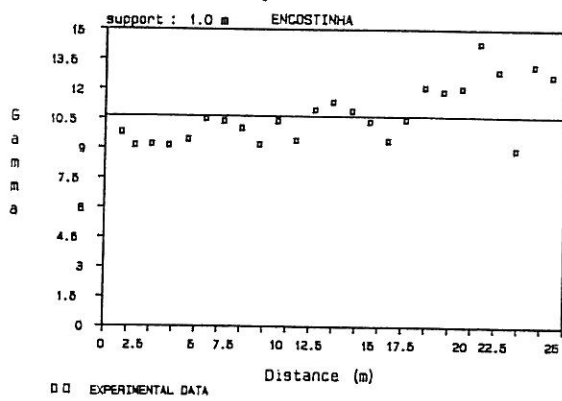
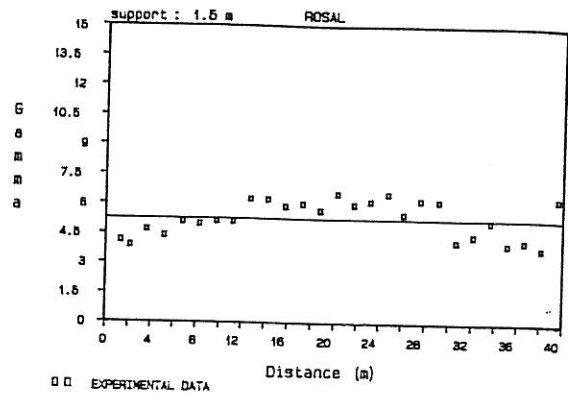
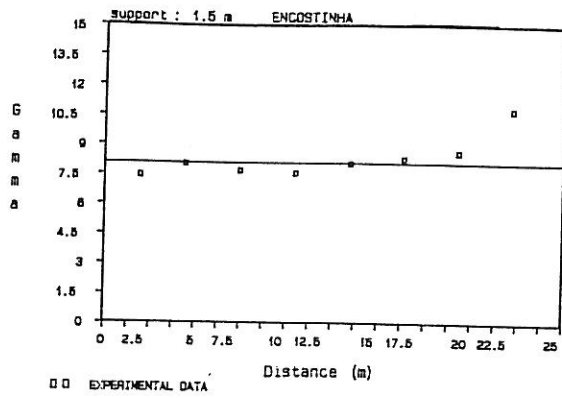
- (i) - O conhecimento geológico da região não evidenciava, à escala das pedreiras estudadas, anisotropias relevantes do maciço.
- (ii) - A tentativa de reconhecimento, de anisotropias, pela análise de variogramas em direcções preferenciais, mostrou-se impossível, pela escassez de dados na maior parte de casos considerados.
- (iii) - Não é possível efectuar variogramas significativos na direcção vertical.

Deste modo, assumiu-se como já foi referido, para aqueles suportes (0.5 x 6.0m) e no interior da área limitada pela pedreira, a isotropia para o comportamento de  $I_1$  e construíram-se os respectivos variogramas omnidireccionais (fig.4.2) - tomando a totalidade de amostras disponíveis, independentemente da sua orientação - para ambas as pedreiras. A localização espacial de  $I_1$  fica, pois, definida a partir das coordenadas do baricentro do referido suporte, num plano horizontal.

Apresentam-se nas figs 4.2 a) os variogramas omnidireccionais obtidos para o suporte de 0.5 x 6.0m. Na Fig.4.2 b) podem, também ser vistos os variogramas para os suportes 1.5 x 6.0m e 1.0 x 6.0m.



a)



b)

fig.4.2 -a) Variogramas omnidireccionais para o suporte de 0.5 x 6.0m. b) Variogramas omnidireccionais para os suportes de 1.0m x 6.0m, 1.5m x 6.0m.

Como se pode ver, pelos variogramas experimentais, a variável  $I_1$  nos suportes 1.0 x 6.0 e 1.5 x 6.0 m não apresenta estrutura espacial, isto é, toda a variabilidade de  $I_1$  é consumida dentro dos próprios suportes, sendo este o argumento para a escolha do suporte 0.5 x 6.0m.

Para o suporte 0.5 x 6.0 m modelizou-se um efeito de pepita de 7.5, para uma variância - patamar do variograma - de 12.4. Quer isto dizer que 60.5% da variabilidade, é consumida

dentro do próprio suporte e só 37.5% é que irá ser utilizada para o processo de estimação geoestatística. Para a Encostinha, o valor correspondente é de 68%.

#### 4.2.3 - Modelo teórico de variogramas

O ajustamento de um modelo teórico, é um ponto fundamental da variografia, uma vez que a expressão matemática adoptada resume toda a informação estrutural da VR, é a base das etapas seguintes (estimação).

A interpretação das estruturas espaciais evidenciadas, permite-nos ajustar a cada um dos variogramas experimentais um modelo teórico de tipo esférico. A fórmula analítica deste tipo de variograma é a seguinte:

$$\gamma(h) = c \left[ 1.5 \frac{h}{a} - 0.5 \frac{h^3}{a^3} \right] \quad h < a$$

$$\gamma(h) = c \quad h \geq a$$

em que  $a$  é a amplitude e  $c$  o patamar do variograma.

Para as pedreira do Rosal e Encostinha, o modelo que melhor se adapta, evidência uma única estrutura. Os parâmetros são os da tabela seguinte:

Parâmetros	Modelo esférico Pedreira da Encostinha	Modelo esférico Pedreira do Rosal
Co	8.3	7.5
C1	3.9	4.9
Amplitude	6m	12m

Quadro 4.2 - Parâmetros do modelo teórico ajustado aos variogramas omnidireccionais das Pedreiras da Encostinha e do Rosal.

Estes modelos teóricos apresentados, oferecem uma boa aproximação aos valores reais. A estimação geoestatística, por krigagem, em blocos de 1.5 x 1.5m, será a próxima etapa.

### 4.3 - Estimação geoestatística, por krigagem, de $I_1$ nos blocos

#### 4.3.1 - Estimação de $I_1$ em blocos de 1.5 x 1.5 m

Uma vez definida a variável  $I_1$  no conjunto de amostras - suportes de 0.5 x 6.0 m -, o objectivo desta etapa é estimar para o conjunto da pedreira o valor de  $I_1$  em blocos de 1.5 x 1.5 m.

O estimador geoestatístico utilizado, foi o de krigagem

$$I_1^*(x_0) = \sum_{i=1}^N \lambda_i I_1(x_i)$$

O valor estimado de  $I_1$  num ponto (ou volume) desconhecido  $x_0$ , é obtido através da combinação linear do conjunto de valores vizinhos  $I_1(x_i)$   $i=1, N$ .

Os ponderadores ( $\lambda_i$ ) são calculados tendo por base os dois critérios seguintes:

- erros nulos - condição de não enviesamento universal.

$$m = E[Z_V - Z^*] = 0$$

- erros de estimação com variância mínima

$$\sigma_E^2 = E[Z_V - Z]^2$$

### 4.3.2 - Cartografia dos valores estimados - Pedreiras do Rosal e Encostinha

A estimação dos blocos, para ambas as pedreiras, efectuou-se utilizando o software Krig3d do package Resmin (A. J. Sousa *et al.*, 1991).

Os mapas de blocos krigados, para as duas pedreiras, são apresentados nas figuras 4.4 e 4.5. Saliente-se a melhor qualidade global para o mármore, na pedreira da Encostinha.

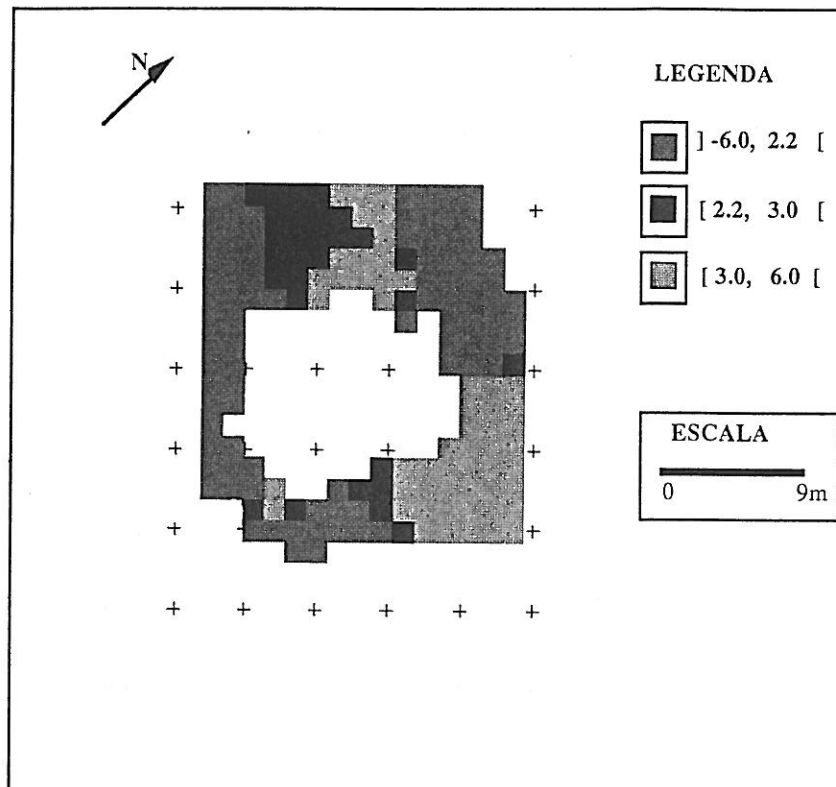
### 4.3.3 - Validação do modelo com dados reais

A validação dos modelos utilizados, efectuou-se por comparação dos valores estimados por krigagem, numa área previamente estabelecida, com a classificação fornecida pelo responsável da exploração. Para a pedreira da Encostinha, os 15 blocos seleccionados foram classificados - **Bons; Intermédios; Maus** - de acordo com critérios comerciais de venda.

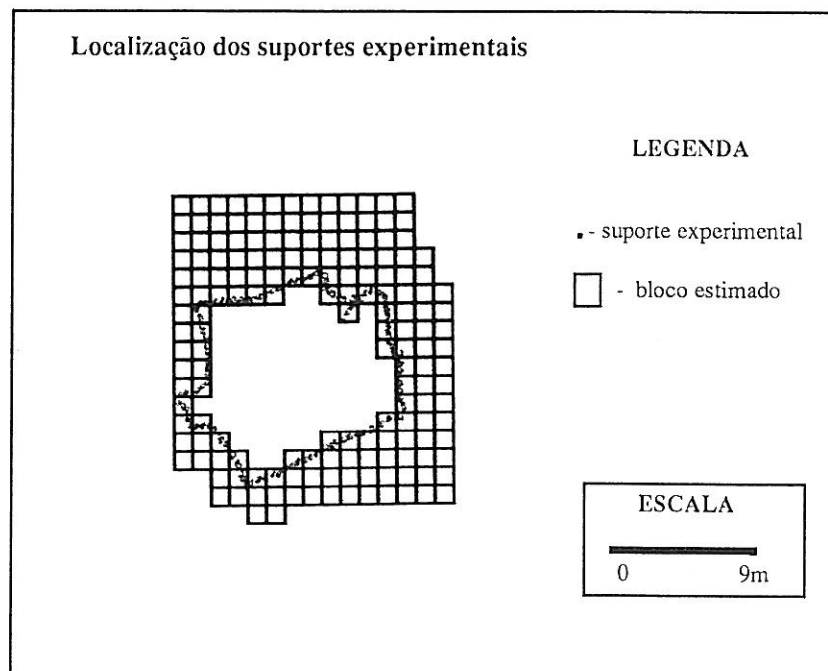
No caso da pedreira do Rosal, apenas se teve acesso a informação de carácter global, pois, até ao momento, não estão disponíveis os valores reais dos blocos extraídos, o que não permitiu a utilização dos mesmos critérios de validação. Trata-se, todavia de uma exploração que apresenta taxas de recuperação inferiores às da Encostinha, uma vez que no Rosal, apenas 18% dos blocos apresenta índices elevados, enquanto que na Encostinha se encontram cerca de 44%. Estes valores aproximam-se, bastante, das taxas de recuperação globais (20 a 40% respectivamente) referidas, inicialmente, pela direcção técnica das explorações.

De salientar, no entanto, que a coincidência entre os critérios comerciais e os utilizados na definição das variáveis, não é total. Realmente, para além da fracturação, os veios têm grande influência na definição do valor comercial dos blocos. Por outras palavras um bloco pouco fracturado, que é "BOM" na perspectiva da extracção, poderá ter pouco valor comercial se se apresentar venado. Os veios, como variável penalizante, serão necessariamente caracterizados em trabalho futuro.

Na fig.4.4 apresenta-se a cartografia dos valores do índice pesados da forma mais favorável. Como se pode verificar, pela observação do quadro anexo I1, é um razoável estimador dos extremos mas um mau estimador dos valores intermédios.



a)



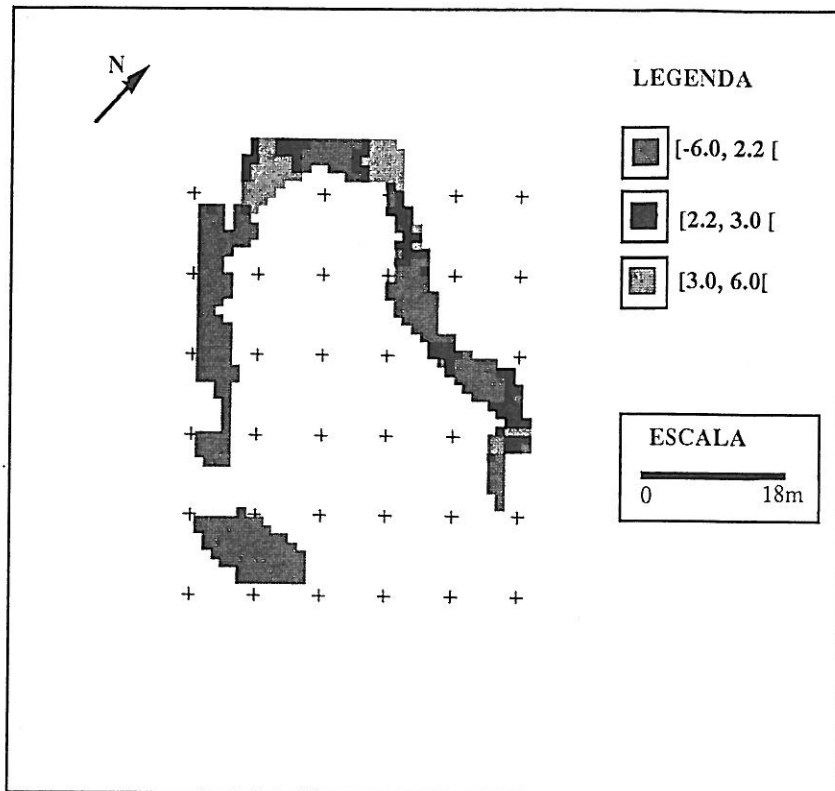
b)

Fig.4.3- a) Mapa dos blocos Krigados, pedra da Encostinha; b) Localização dos suportes experimentais na planta.

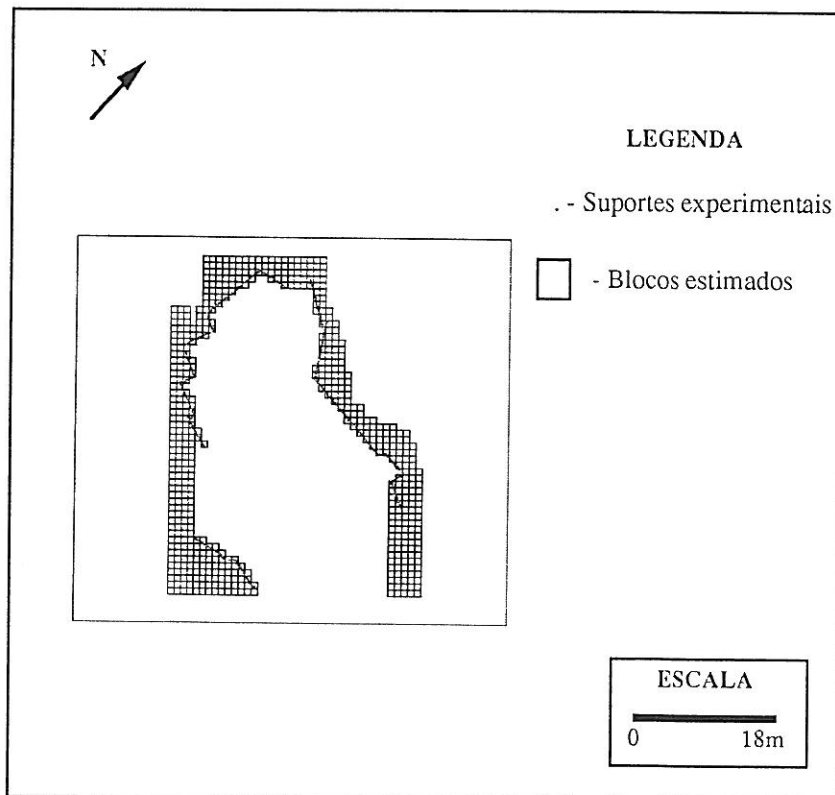
val. reais val. estim.	Maus	Intermédios	Bons
Bons	0	3	3
Intermédios	2	1	1
Maus	2	1	1

índice	% val. reais zona de validação	%valores estimados	
		zona de validação	valores globais
Bom	40.0	33.3	17.7
Interm.	33.3	33.3	31.7
Mau	26.7	33.3	50.6

Fig.4.4 - Representação da coincidência espacial entre os valores reais e os valores estimados para os blocos e representação da coincidência dos valores reais e os valores estimados na zona de validação.



a)



b)

Fig.4.5 - Pedreira do Rosal a) Mapa dos blocos krígados; b) Localização dos suportes experimentais.

5 - Reformulação do "Índice" através da análise estrutural das  
variáveis - Construção de I2

## 5 - Reformulação de I1 através da análise estrutural das variáveis - Construção de I2.

### 5.1 - Introdução

Na apresentação da metodologia aplicada no presente trabalho, salientou-se o carácter interactivo do processo. A alteração tanto dos pesos dados aos atributos, como a definição das classes dos mesmos ou do suporte de captura de dados, confere a flexibilidade necessária à metodologia proposta.

Na construção do índice optou-se pela alteração dos pesos dados aos atributos, apresentando-se, no quarto capítulo, o estudo geoestatístico para o ensaio mais favorável, ou seja, aquele em que se conseguiu uma maior coincidência entre os valores reais e os estimados na zona de validação (fig. 4.3).

A selecção das classes dos atributos para a construção de I1 resultou, neste caso, exclusivamente, da informação pericial (geológica) inicial, enquanto que a definição dos limites se mantém ao longo de todo o processo, independente do comportamento espacial de cada uma das classes seleccionadas. Como se pode constatar no capítulo anterior, os resultados obtidos levam a considerar em I1 características erráticas obtendo-se valores estimados, demasiado afastados dos valores reais (fig.4.3).

Note-se que, nesta fase do trabalho, não foi ainda pesquisado o comportamento geoestatístico particular de cada um dos atributos utilizados na construção de I1. Por outras palavras, ignora-se se o contributo individual, de cada variável, tende mais a ser do tipo estruturado ou errático.

Assim, é proposta uma nova abordagem de continuação do índice que terá por base um primeiro estudo variográfico, individual, das variáveis e respectivas classes envolvidas na construção de I1. Só deste modo, será possível controlar o comportamento espacial dos atributos previamente definidos. A sua redefinição, em função de um maior significado estrutural permitirá a construção de um novo índice mais contíguo e estruturado.

Deste modo, para a construção de I2, retoma-se a mesma metodologia (fig 1.1), mas onde a reformulação das variáveis não se baseia numa alteração do seu peso, mas sim num critério estrutural: as classes, cujo comportamento se mostrou aleatório, foram eliminadas ou os seus limites redefinidos.

Nesta segunda fase do trabalho, apresentam-se dois exemplos ilustrativos de como a introdução de um atributo de características erráticas, pode condicionar o índice pretendido.

**Variável veios:**

Classe 1 - todas as fracturas que não se intersectam com veios.

classe 2 - todas as fracturas que se intersectam com veios.

**Variável inclinação:**

Classe 1 - todas as descontinuidades do 1º quadrante (-90º - 0º).

Classe 2 - todas as descontinuidades do 2º quadrante (0º - 90º).

**Variável densidade**

Classe 1 - todos os valores entre 0 e 10%

classe 2 - todos os valores entre 10 e 30%

classe 3 - todos os valores superiores a 30%

Nas Figs 5.1 a 5.12 são apresentados os variogramas das novas classes para a construção de I<sub>2</sub>.

**5.2.2 - Variografia dos atributos - Modelos Teóricos**

Aos variogramas experimentais foram ajustados modelos esféricos, nalguns casos, apresentando uma única estrutura e noutros duas (quadros 5.2 e 5.3).

Note-se que, de um modo geral, poderemos considerar as novas variáveis como "transportando", ainda, fortes características aleatórias. De facto, em média, entre 40 e 60% da variabilidade é consumida no interior do próprio suporte (quadro 5.3).

Resta acrescentar que, tendo sido eliminados os atributos de características somente aleatórias (excepto a classe 3 da variável densidade, neste exemplo), o objectivo é de obter um índice - I<sub>2</sub> - com maior contiguidade espacial.

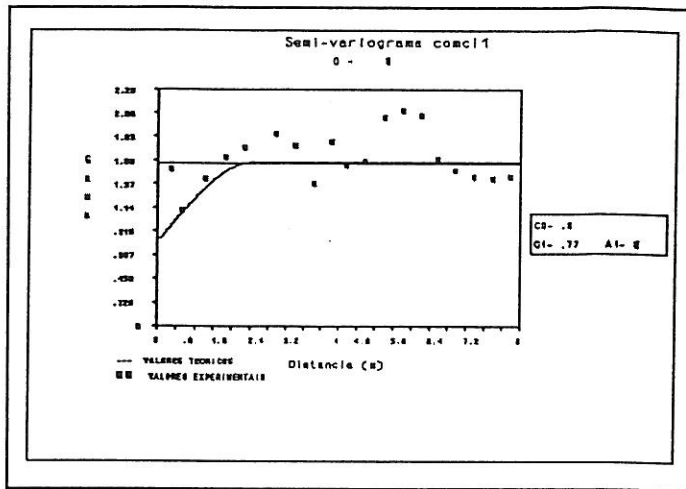


Fig.5.1 - variograma da classe 1 da variável comprimento.

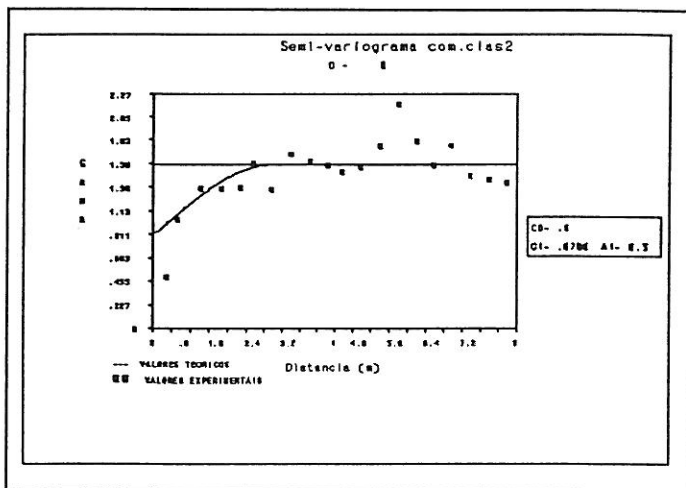


Fig.5.2 - variograma da classe 2 da variável comprimento.

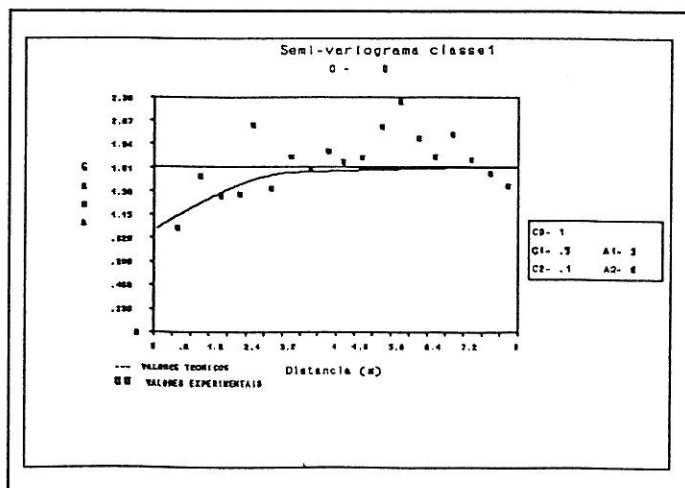


Fig. 5.3 - variograma da classe 1 da variável inclinação.

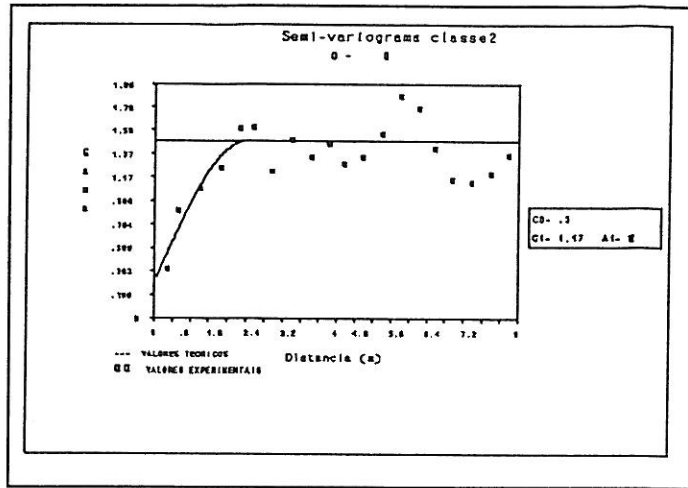


Fig.5.4 - variograma da classe 2 da variável inclinação.

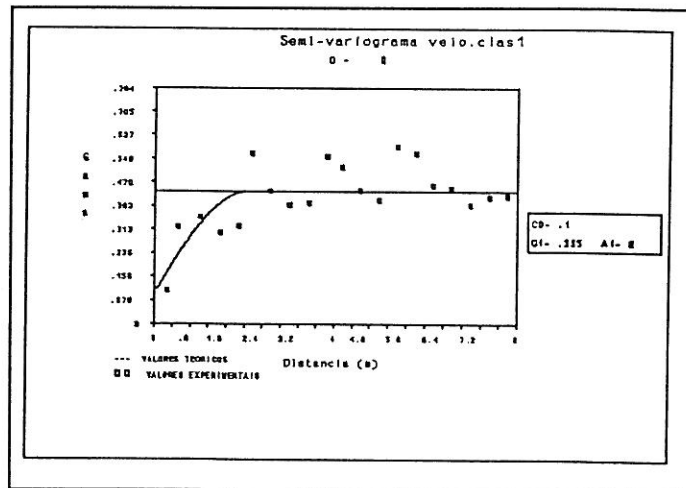


Fig.5.5 - variograma da classe 1 da variável veios.

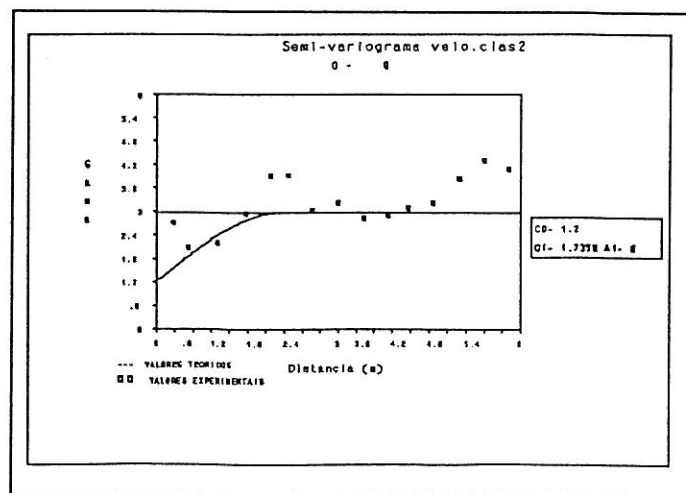


Fig. 5.6 - variograma da classe 2 da variável veios.

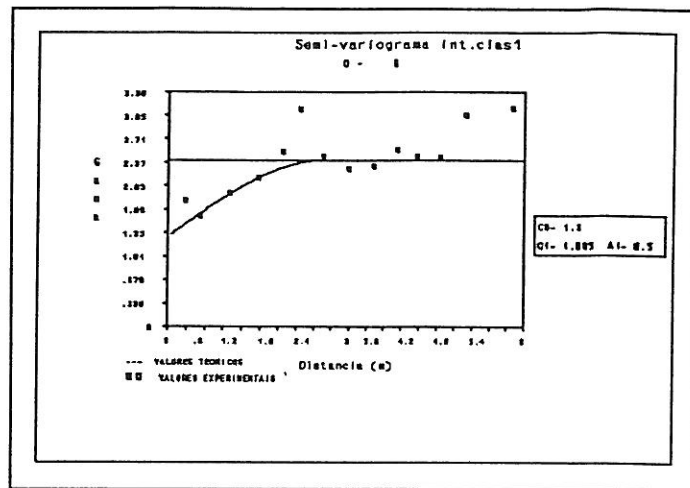


Fig.5.7 - variograma da classe 1 da variável nº de intersecções.

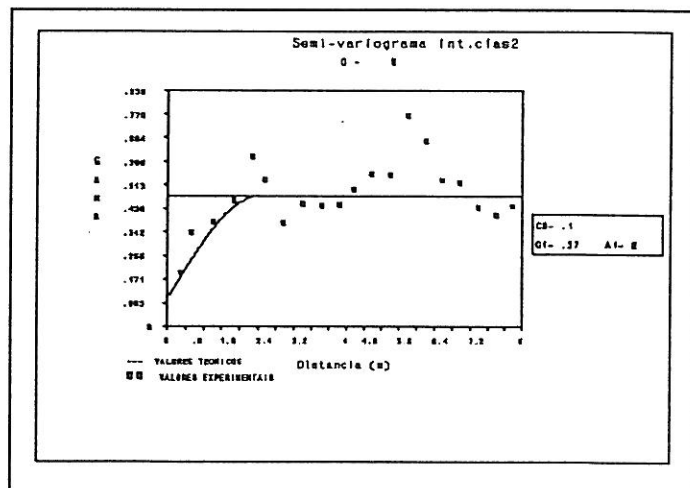


Fig.5.8 - variograma da classe 2 da variável nº de intersecções.

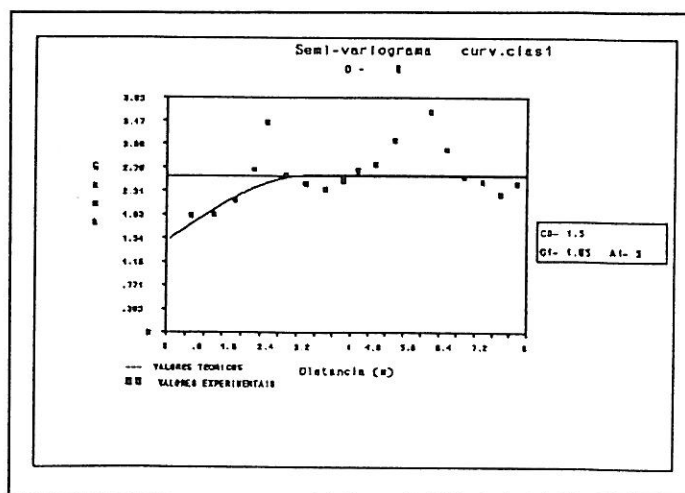


Fig.5.9 - variograma da classe 1 da variável curvatura.

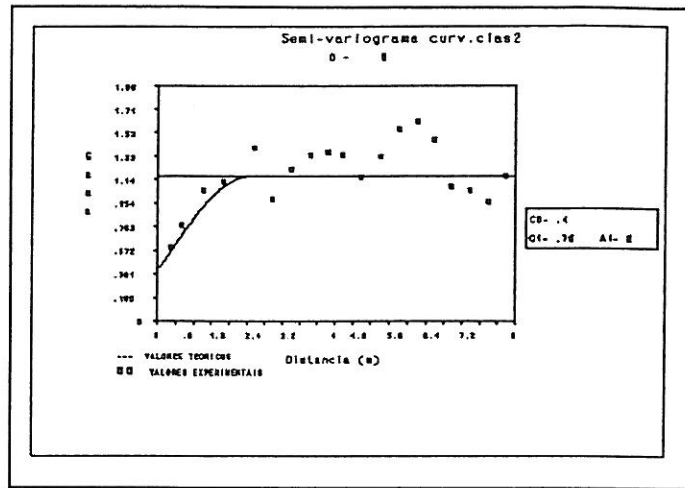


Fig.5.10 - variograma da classe 2 da variável curvatura.

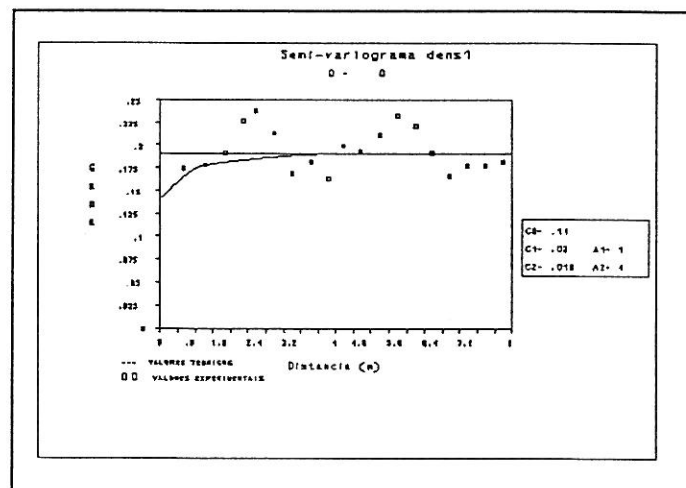


Fig. 5.11 - variograma da classe 1 da variável densidade.

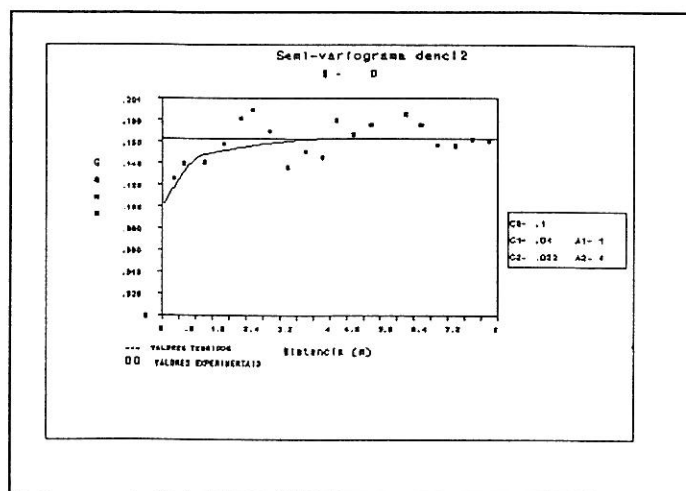


Fig. 5.12 - variograma da classe 2 da variável densidade.

	incl cls1	incl cls2	comp cls1	comp cls2	veios cls1	veios cls2	inter cls1	inter cls2	curv cls1	curv cls2	dens cls1	dens cls2
co	0.10	.0.30	0.80	0.90	0.10	1.20	1.30	0.10	1.50	0.40	0.14	0.10
c1	0.50	1.17	0.77	0.67	0.24	1.74	1.09	0.17	1.05	0.76	0.03	0.01
c2	0.10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0.02	0.02
a1	2	2	2	2.5	2	2	2.5	2	2	2	1	1
a2	8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4	4

Quadro 5.2 - Variogramas dos atributos para a construção de I2.

Variância	1.6	1.47	1.57	1.57	0.34	2.94	2.39	0.27	2.55	1.16	0.19	0.13
% consumida dentro do suporte (Co)	62.5	20.4	50.9	57.3	29.85	40.8	54.4	37.0	58.8	46.5	74.0	75.8

Quadro 5.3 - Variabilidade consumida dentro do suporte.

### 5.2.3 - Redefinição dos arquétipos "BOM" e "MAU"

A redefinição dos arquétipos "BOM" e "MAU" segue os princípios anteriores: as melhores classes constituem o arquétipo "BOM" e as piores classes constituem o arquétipo "MAU".

#### Arquétipos

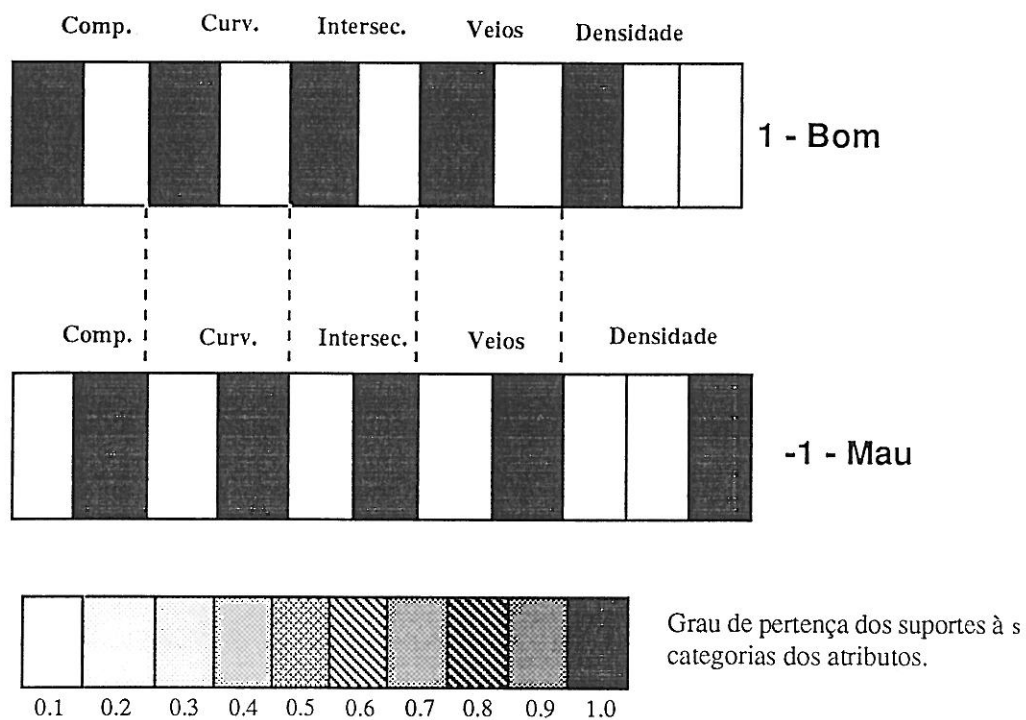


Fig.5.13 - Arquétipos "BOM" e "MAU" para a construção de I2. Exemplo 1.

Uma vez mais, depois de criados os dois polos "BOM" e "MAU" da escala, utiliza-se a Análise de Correspondências como algoritmo discriminante (Benzécri, 1980, Pereira, 1988), em que os indivíduos da matriz de partida  $x$  (vectores dos suportes), são projectados sobre o vector próprio da matriz de inércia, proveniente dos dois polos discriminantes ("BOM" e "MAU").

Tal como  $I_1$  também  $I_2$  depende do ajuste dos limites das classes dos atributos considerados de acordo com o seu significado estrutural. A metodologia utilizada para a construção de  $I_1$ , é novamente aplicada.

### 5.2.4 - Variograma experimental de I2

Na figura 5.14 apresenta-se o histograma dos valores de I2, para a pedra da Encostinha

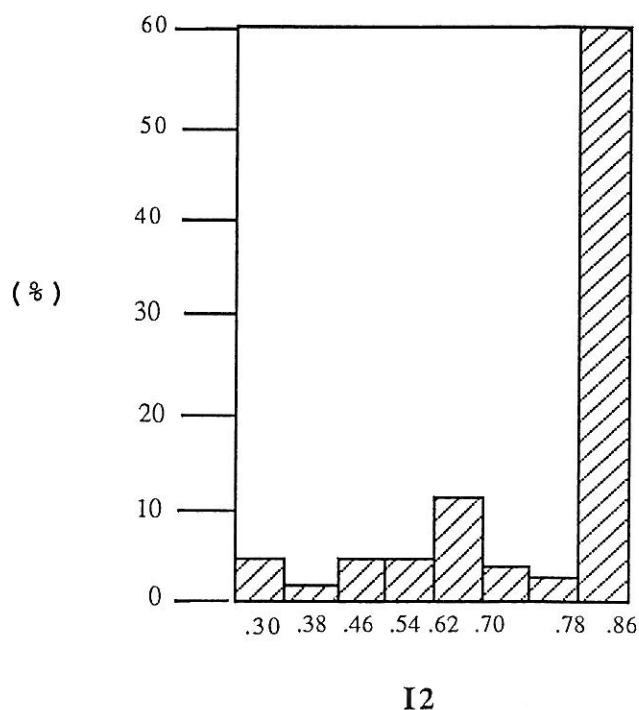


Fig.5.14 - Histograma de I2 num suporte de 0.5 x 6.0m para a pedra da Encostinha.

Nota-se uma predominância das classes, cujo índice é superior a 0.78. Comparativamente a I1, em I2 evidência-se maior peso para a classe de índice mais elevado.

Apresenta-se, na figura seguinte, o variograma omnidireccional de I2 para um suporte 0.5 x 6.0 m. Tal como para I1, a escassez de dados experimentais não permitiu construir variogramas direccionados.

Não tendo o levantamento cartográfico evidenciado a existência de anisotropias para o comportamento dos atributos seleccionados, assumiu-se homogeneidade isotropa, para todo o maciço em estudo.

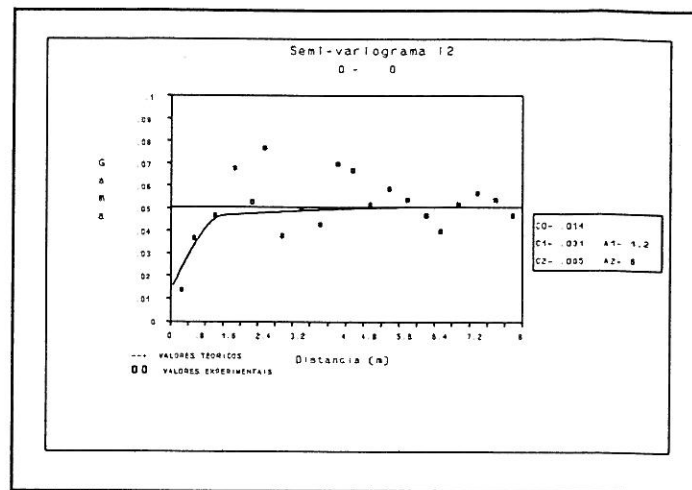


Fig.5.15 - Variograma omnidireccional de I2 para a pedreira da Encostinha.  
1º exemplo. Suporte de 0.5 x 6.0m.

A localização espacial de I2 depende, tal como a de I1, unicamente das coordenadas x,y do baricentro do suporte, num referencial bidimensional.

Comparativamente ao variograma de I1 (67.5% da variabilidade consumida dentro suporte), observa-se, na fig 5.15, um menor efeito de pepita.

### 5.2.5 - Modelo teórico

Ajustou-se ao variograma experimental de I2 um modelo esférico com duas estruturas, cujos parâmetros se representam no quadro 5.4:

Parâmetros	Modelo esférico -Encostinha
C0	.014
C1	.031
A1	1.2
C2	.005
A2	6

Quadro 5.4 - Parâmetros teóricos para o variograma omnidireccional de I2 - Pedreira da Encostinha.

Os parâmetros ajustados oferecem uma boa aproximação ao variograma experimental, podendo, deste modo, ser utilizados na estimação dos blocos (1.5 x 1.5m) por Krigagem.

Sabendo que a variância toma o valor 0.05, constata-se que, cerca de 28% da variabilidade, é consumida dentro do suporte, o que significa que cerca de 72% irá ser utilizada no processo de inferência espacial - estimação geoestatística. No caso de I<sub>1</sub>, foi como analisado anteriormente, a variabilidade consumida dentro do suporte é de cerca de 62.5%. O que significa que, neste caso, temos um índice - I<sub>2</sub> - mais estruturado, apresentando uma maior contiguidade espacial. O passo seguinte, em que se irá estabelecer a cartografia dos blocos estimados por krigagem, oferece assim melhores perspectivas de validação.

### 5.2.6 - Krigagem de I<sub>2</sub> em blocos de 1.5 x 1.5m

Na fig.5.16 são postas em evidência as zonas da pedreira de melhores e piores características, do ponto de vista da recuperação onde efectivamente verificamos que as frentes localizadas a N e S apresentam, de uma forma geral, características menos favoráveis do que as localizadas a E e W.

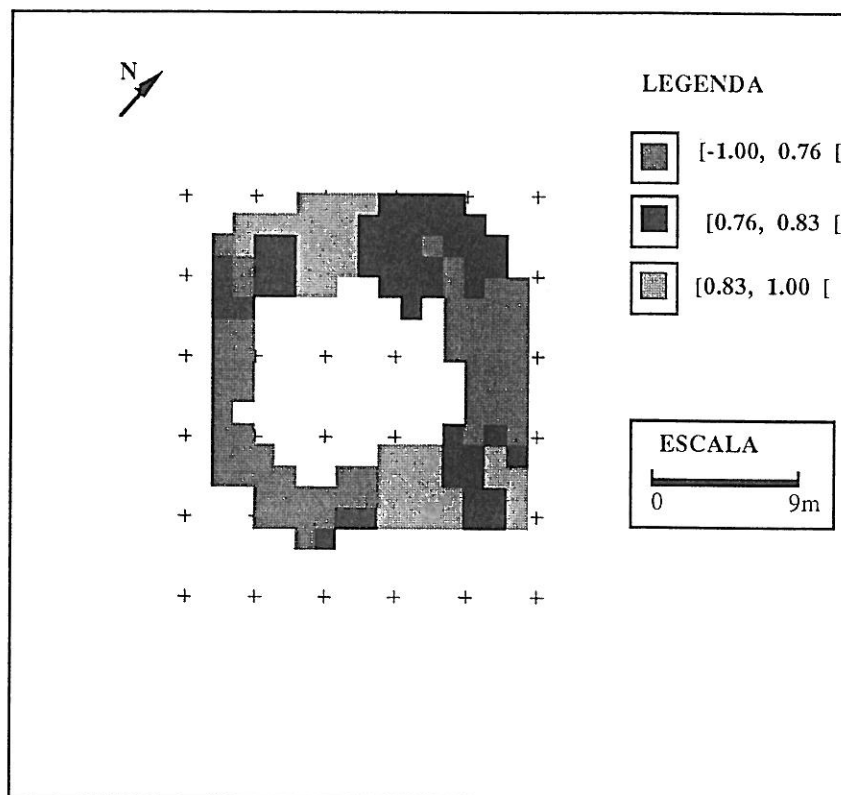


Fig.5.16 - Blocos Krigados (1.5 x 1.5 m) para a variável I<sub>2</sub>.Exemplo 1.

### 5.2.7 - Validação do modelo com dados reais

A validação do modelo fez-se utilizando os 15 blocos, ulteriormente classificados pela direcção da pedreira. A coincidência espacial entre os valores estimados para os blocos e os seus valores reais, conjuntamente com a percentagem que cada um dos termos classificativos (Bom, Intermédio e Mau) estimados obtêm na zona de validação, permite aferir o grau de aproximação do índice à realidade.

val. reais estim.	val. reais			índice	% val. reais zona de validação	valores estimados	
	Maus	Intermédios	Bons			zona de validação	valores globais
Bons	1	4	5	Bom	40.0	66.7	25.3
Intermédios		1		Interm.	33.3	6.7	34.0
Maus	3		1	Mau	26.7	26.7	40.7

a) b)

Quadro 5.5 - a) Representação da coincidência espacial dos valores reais e os valores estimados para os blocos. b) Representação da coincidência percentual entre os valores reais e os valores estimados na zona de validação.

Observa-se uma coincidência espacial entre os valores reais e estimados para os blocos, na zona de validação, de cerca de 83.3% dos valores "Bons", 75% dos valores "Maus" e de 20% para os "intermédios". Note-se, no entanto, que em termos percentuais existe uma coincidência total na estimação dos blocos "Maus", mas uma divergência superior a 30%, para a estimação dos valores intermédios e bons.

## 5.3 - Exemplo nº 2

### 5.3.1 - Redefinição dos atributos

Na segunda aplicação apresentada excluíram-se todas as variáveis, cujas características se mostraram erráticas. A classe 3 da variável densidade é, deste modo, eliminada.

Note-se que, no exemplo anterior, a classe 2 da variável densidade não contribuía para a construção de algum dos vectores extremos e que, nesta nova aplicação, toma peso igual a1, para a definição do vector que caracteriza o extremo "Mau".

As classes e respectivos limites a utilizar na construção de I2 são, para este exemplo, as mesmas que as definidas na pag.48, excepto para a variável densidade que passa a ter somente duas classes:

**Variável densidade**

Classe 1 - todos os valores entre 0 e 10%

classe 2 - todos os valores entre >10%

**5.3.2 - Redefinição dos arquétipos "BOM" e "MAU"**

Na fig.5.17 encontra-se a representação gráfica dos dois vectores escala, para esta aplicação.

**Arquétipos**

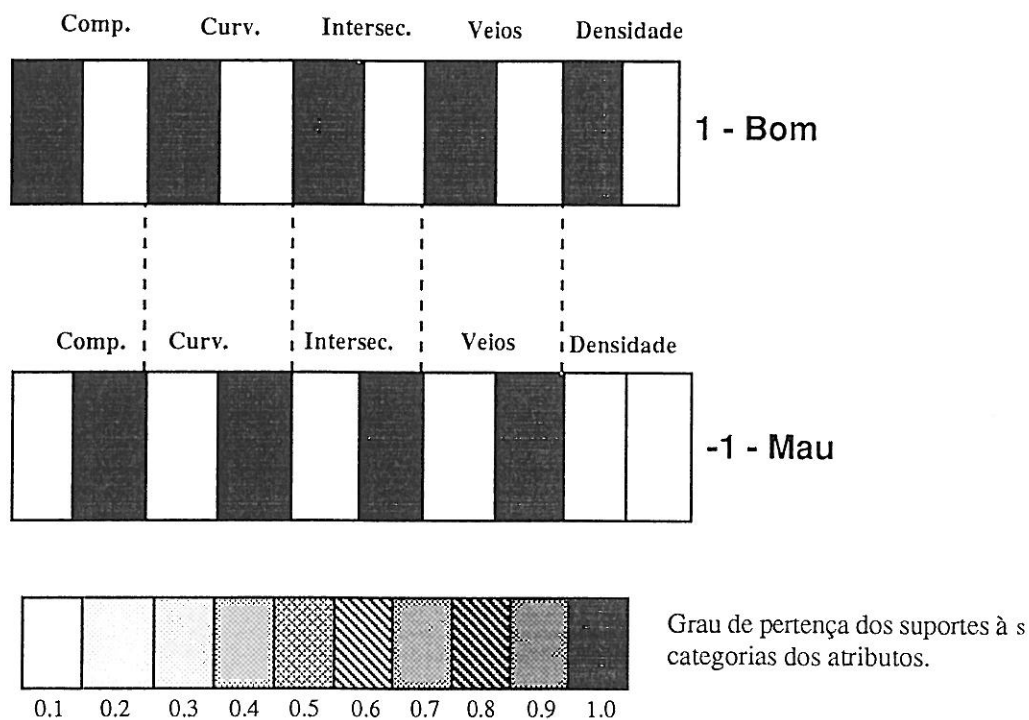


fig.5.17 - Arquétipos "BOM" e "MAU" para a construção de I2 - 2º exemplo.

5.3.3. - Variograma experimental de I2

Na fig. 5.18. apresenta-se o histograma de I2 para a pedra da Encostinha.

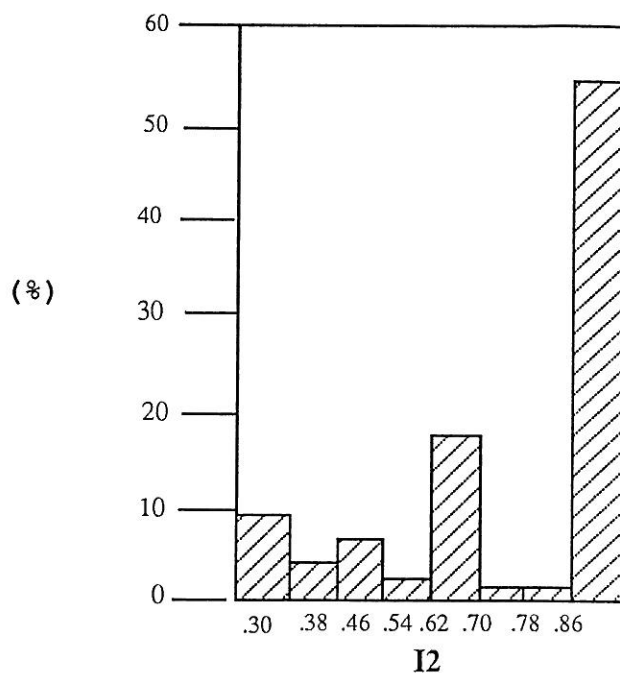


Fig. 5.18 - Histograma de I2. 2º exemplo.

Comparando este histograma com o anterior, observa-se uma maior frequência dos valores intermédios.

Na fig 5.19 apresenta-se o variograma omnidireccional para esta segunda aplicação de I2.

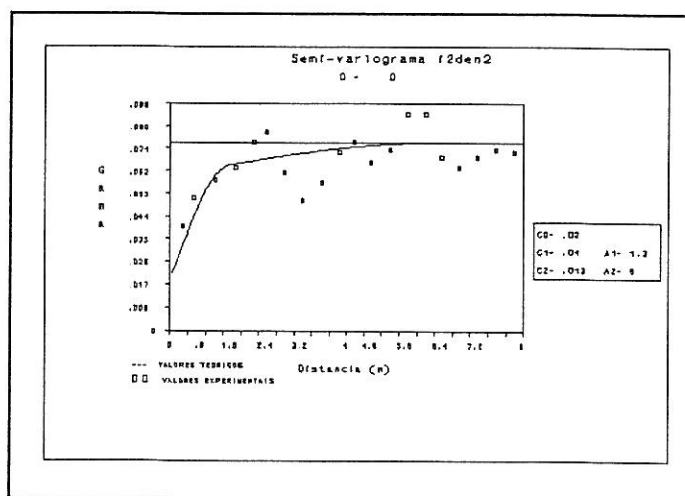


Fig. 5.19 - Variograma omnidireccional de I2. 2ª aplicação.

### 5.3.4 - Modelo teórico

Novamente o modelo esférico foi o que melhor ajustamento permitiu, apresentando duas estruturas com os parâmetros representados no quadro 5.5.

Parâmetros	Variograma omnidireccional - I2
C0	0.02
C1	0.04
C2	0.013
A1(m)	1.2
A2(m)	6.0

Quadro 5.6 - Parâmetros teóricos para o variograma omnidireccional de I2 - pedreira da Encostinha.

Sabendo que a variância toma o valor de 0.073, a variabilidade consumida dentro do suporte é de 27.4%. Deste modo 72.6% da variância será utilizada no processo geoestatístico.

### 5.3.5 - Krigagem de I2 em blocos de 1.5 x 1.5m

Na figura seguinte representa-se a cartografia dos valores estimados para a segunda aplicação de I2.

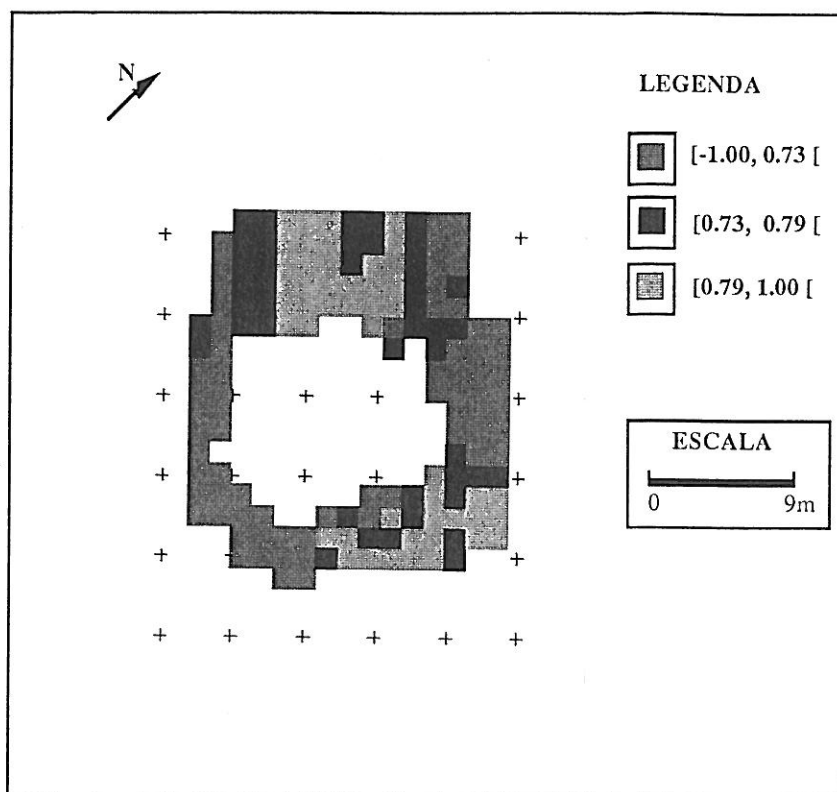


Fig 5.20 - Cartografia dos blocos Krigados - I<sub>2</sub>. 2º exemplo.

### 5.3.6 - Validação do modelo com dados reais

A observação dos quadros seguintes mostra uma coincidência espacial menor entre os valores estimados e os reais, para os blocos, na zona de validação, para esta segunda aplicação de I<sub>2</sub>. Para os valores "Bons" existe uma coincidência de cerca de 66.7%, para os valores "Maus" de 50% e de 0% para os valores "Intermédios". No entanto, verifica-se uma maior coincidência percentual entre os valores reais e os valores estimados. A coincidência é total no extremo "Mau" e com uma oscilação nunca superior a 14% nos dois outros casos.

val. reais val. estim.	Maus	Intermédios	Bons	índice	% val. reais zona de validação	valores estimados	
						zona de validação	valores globais
Bons	1	3	4	Bom	40.0	53.3	30.3
Intermédios	1		2	Interm.	33.3	20	26.5
Maus	2	2		Mau	26.7	26.7	43.2

Quadro 5.7 - a) Representação da coincidência espacial entre os valores reais e os valores estimados para os blocos. b) Representação percentual dos valores reais e dos valores estimados.

### 5.3.7 - Estimação Morfológica das classes do "ÍNDICE - I2"

O estimador de krigagem dá uma imagem média da dispersão espacial do índice. No entanto, tratando-se de um estimador linear, a imagem produzida é globalmente atenuada dando uma boa noção do comportamento médio da variável no espaço, mas uma insuficiente imagem da sua variabilidade. Concretamente, quando se pretende obter, por exemplo, a proporção de blocos com valores extremos (muito altos ou muito baixos) e sua localização espacial, a utilização dos valores e mapas krigados do índice não é apropriada.

Neste sentido é apresentada uma metodologia de krigagem de uma variável indicatriz, com base na Morfologia Geoestatística, com o objectivo de estimar a proporção e a localização espacial das manchas de valores extremos, muito altos e muito baixos, do índice.

#### i). Krigagem Morfológica de uma variável Indicatriz

A definição de uma variável indicatriz permite estimar, por aplicação do estimador geoestatístico de Krigagem, e construir mapas de probabilidades, que permitem localizar zonas de maior ou menor incerteza (Soares, A., 1990).

A probabilidade de um ponto qualquer pertencer a uma determinada mancha de valores, depende do grau de pertença das amostras experimentais vizinhas a esse ponto e, ainda, de medidas de continuidade ou contiguidade médias do corpo - covariância e variograma (Almeida, J. A., 1992). Apresenta-se de seguida a metodologia adoptada.

Considere-se uma variável indicatriz definida por um corpo, ou conjunto, X e o seu complementar  $X^c$ , na área em que  $A = X \cup X^c$ . Considere-se ainda o conjunto N das amostras localizadas em A ( $x_i, i=1, N$ ).

A variável indicatriz  $I(x_i)$  é expressa por:

$$I(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \in X \\ 0 & \text{se } x_i \in X^c \end{cases}$$

em que:

X - uma dada fase de A e  $X^c$  é o complementar

$X_i$  - localização espacial da amostra i

A codificação disjuntiva de cada amostra pode ser interpretada como a probabilidade de  $X_i$  pertencer a X:

$$I(X_i) = \text{prob} \{X_i \in X\}$$

A variável indicatriz pode, deste modo, ser considerada como uma realização de uma função aleatória  $I(x)$  com uma lei de distribuição binomial.

Esta função aleatória é caracterizada pelos seguintes momentos.

$$m_I = E\{I(x)\}$$

$$\text{var}_I = E\{(I(x) - m_I)^2\} = m_I(1 - m_I)$$

Os valores estimados por Krigagem, da Variável Indicatriz (valores reais no intervalo  $[0,1]$ ), permite construir mapas de probabilidades de um ponto  $x_i$  pertencer a X.

## ii)- Definição da variável indicatriz para o índice I2

Com a metodologia exposta, pretende-se estimar a morfologia das zonas extremas do índice I2: os valores "Bons" e "Maus". Noutros termos, pretende-se determinar, geograficamente, as "manchas" de maior probabilidade de encontrar blocos facilmente recuperáveis ou dificilmente recuperáveis.

A definição de uma variável indicatriz foi aplicada unicamente à pedra da Encostinha. Para uma melhor representação dos valores considerados "BONS" e "MAUS" procedeu-se à divisão do histograma em duas classes:

48% dos valores mais elevados são considerados como sendo "BONS" e correspondem a valores do índice I2 superiores ou iguais a (0.89).

22% dos valores mais baixos são considerados como sendo "MAUS" e correspondem a valores do índice I2 inferiores ou iguais a (0.46).

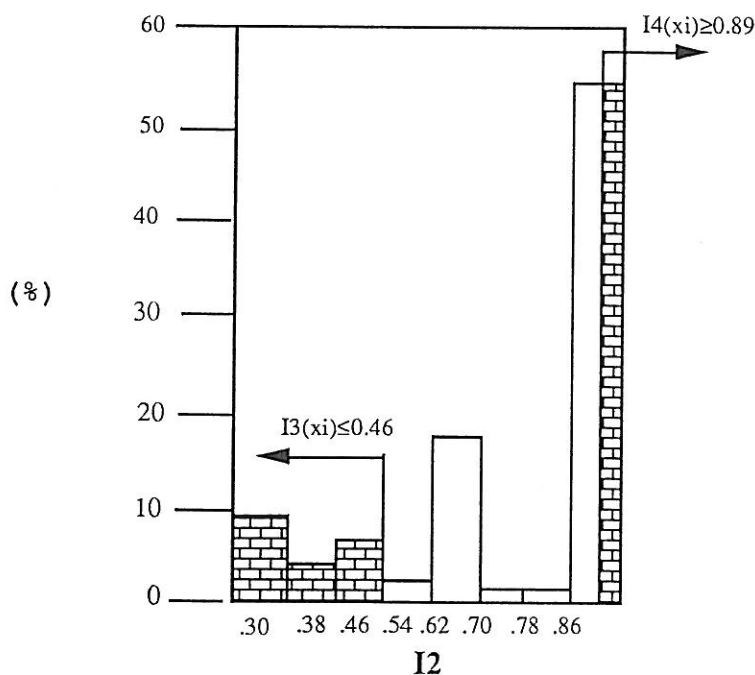


Fig.5.21- Definição dos limites da variável Indicatriz para a pedra da Encostinha.

Procedeu-se deste modo à construção de uma indicatriz dicotómica onde os valores do índice são definidas pelo vector  $I(x_i)$ ,

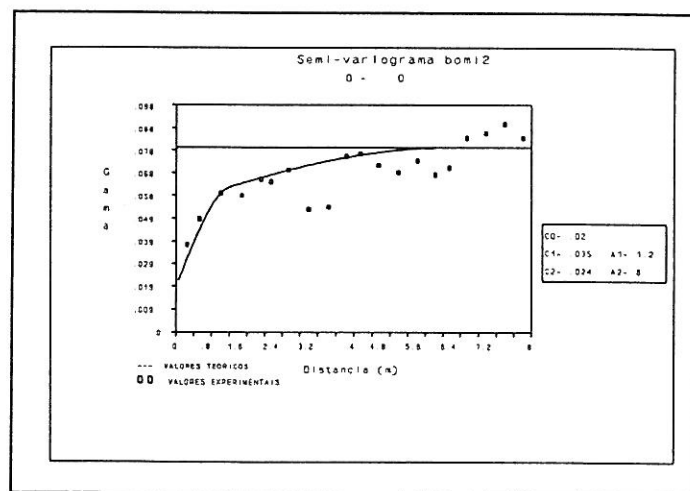
$$I_3(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \geq 0.89 \\ 0 & \text{se } x_i < 0.89 \end{cases}$$

quando se pretende determinar a zona de valores a que foi atribuída a classificação de "BOM".

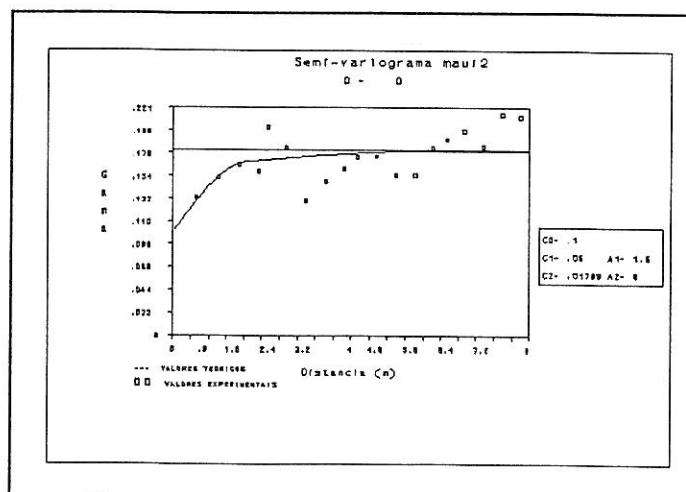
No caso contrário, em que se pretende afinar a zona de valores a que foi atribuída a classificação de MAU, a construção da variável indicatriz será:

$$I4(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } x_i \leq 0.46 \\ 0 & \text{se } x_i > 0.46 \end{cases}$$

Apresentam-se nas figuras seguintes os variogramas omnidireccionais para as duas novas variáveis I3 (Xi) e I4 (Xi):



a)



b)

Fig.5.22 - Variogramas para a Variável Indicatriz: variograma de I3 (xi) (a) e variograma de I4 (xi) (b)

Foi adaptado para cada um dos variogramas um modelo teórico de tipo esférico apresentando duas estruturas com os seguintes parâmetros:

Direcção/ Parâmetros	Variograma omnidireccional "MAUS"	Variograma omnidireccional "BONS"
co	.100	.020
c1	.005	.035
c2	.180	.024
a1	1.6	1.2
a2	6	6

Quadro 5.8 - Parâmetros ajustados aos variogramas de I3 (xi) e de I4 (xi).

Analisando os valores do variograma de I3 (xi), conclui-se que cerca de 30.3% da variabilidade é "consumida" dentro do suporte. Para I4(xi), 25.3% da variabilidade é "consumida" dentro do suporte.

Procedeu-se, no passo seguinte, à estimação, por krigagem morfológica, da probabilidade de cada ponto pertencer a uma ou outra fase.

iii) Cartografia dos blocos para I3(xi) e I4(xi)

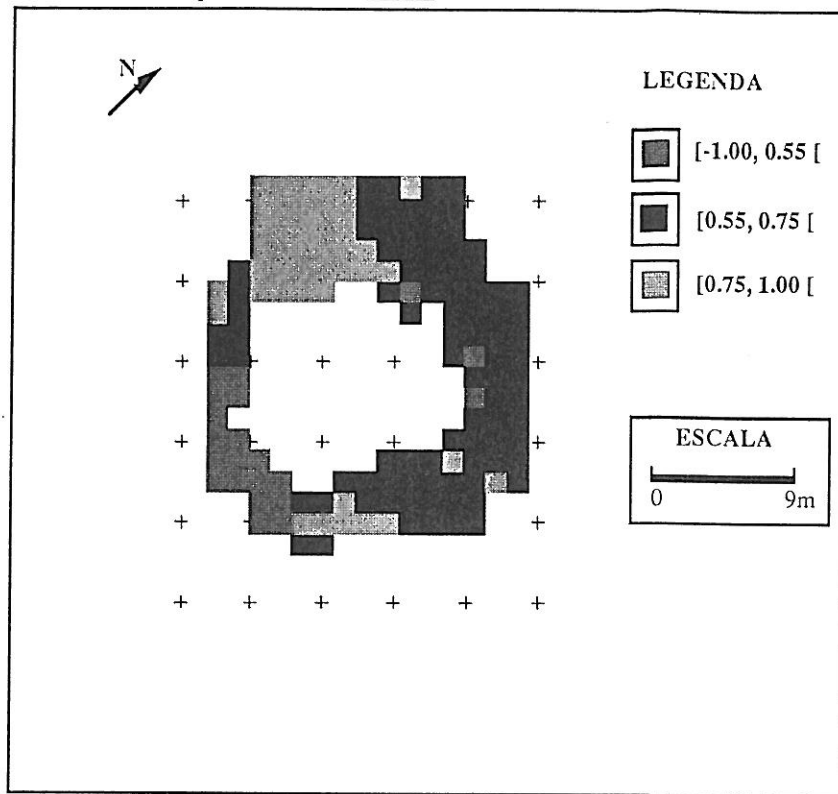


fig.5.23 - Representação da cartografia dos blocos estimados para a variável indicatriz  $I_3(x_i)$ .

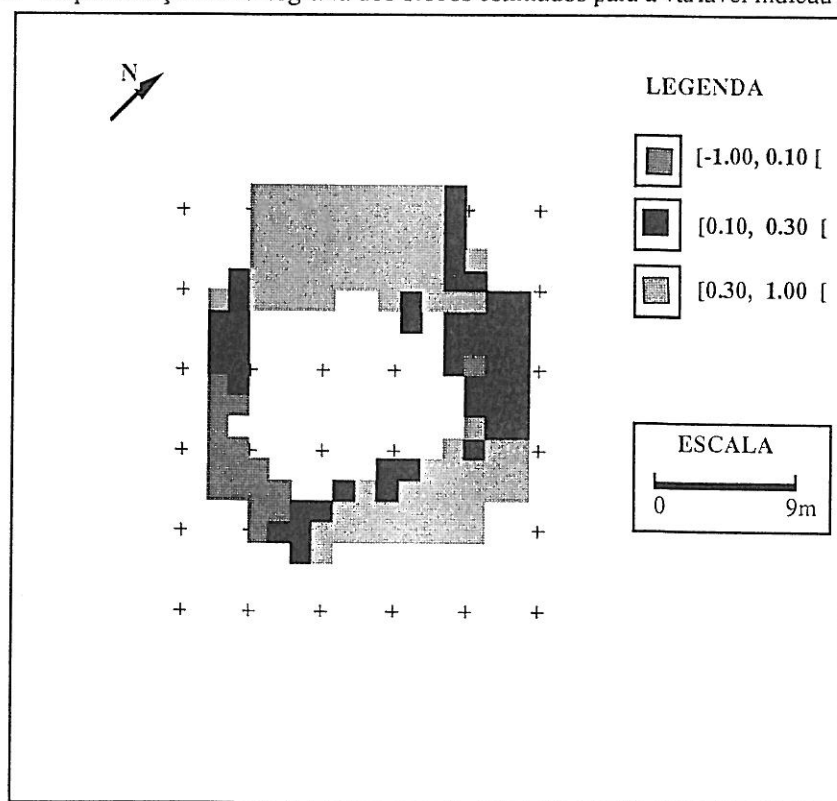


Fig.5.24 - Representação da cartografia para os blocos de  $I_4(x_i)$ .

iii) Cartografia dos blocos para I3(xi) e I4(xi)

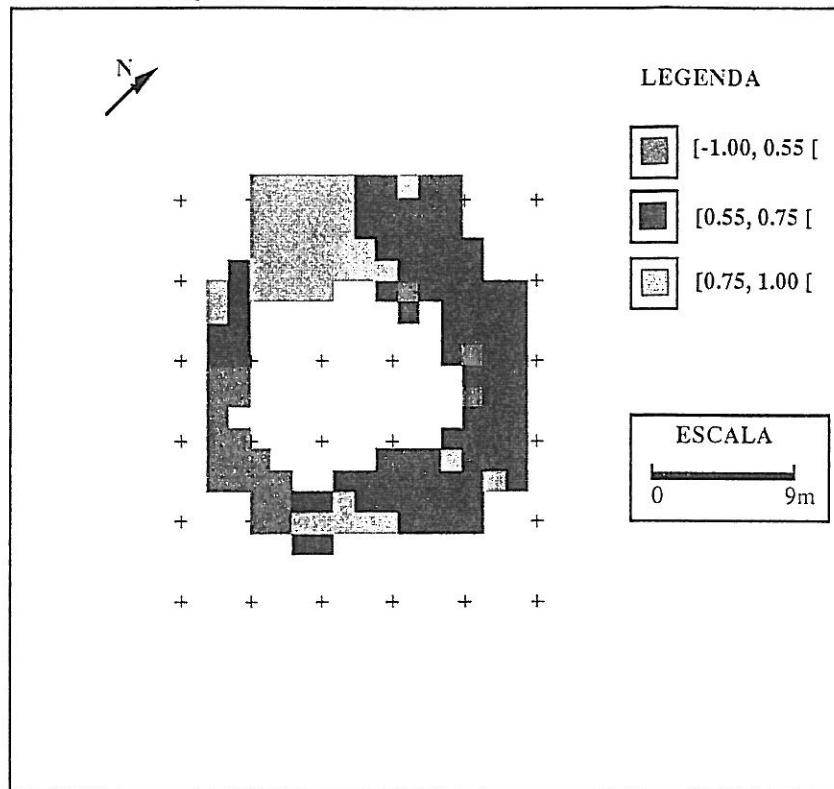


fig.5.23 - Representação da cartografia dos blocos estimados para a variável indicatriz  $I_3(x_i)$ .

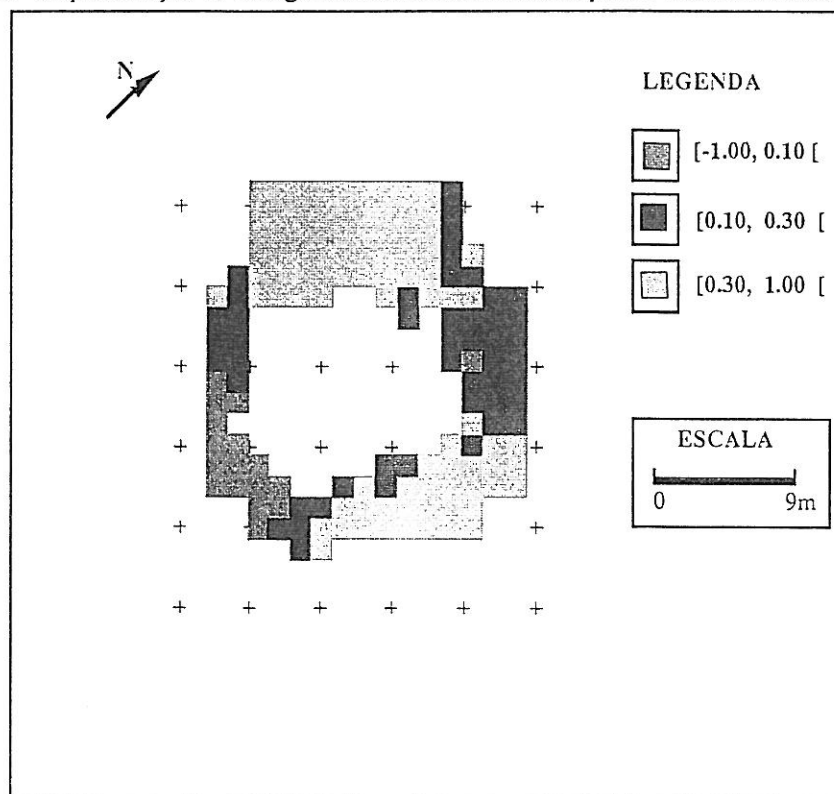


Fig.5.24 - Representação da cartografia para os blocos de  $I_4(x_i)$ .

IV) Determinação da Morfologia Binária para I3(xi) e I4(xi)

Uma vez estimadas, para toda a área as probabilidades de pertença de uma determinada fase, a morfologia binária do conjunto total pode ser calculada, através do seguinte algoritmo ( A. Soares, 1989):

No mapa binário final, pretende-se que a proporção de valores estimados como pertencentes a dos grupos (0 ou 1), tenha a mesma média dos valores experimentais  $m_p$ .

Assim, se ordenarmos por ordem decrescente os q valores totais de probabilidades estimados, o conjunto final é constituído pelos S mais altos valores de probabilidade  $I^*(x_i)$  citada, tal que:

$$S/q=m_i$$

Apresentam-se nas figuras 5.25 e 5.26 os mapas binários, obtidos para os dois extremos.

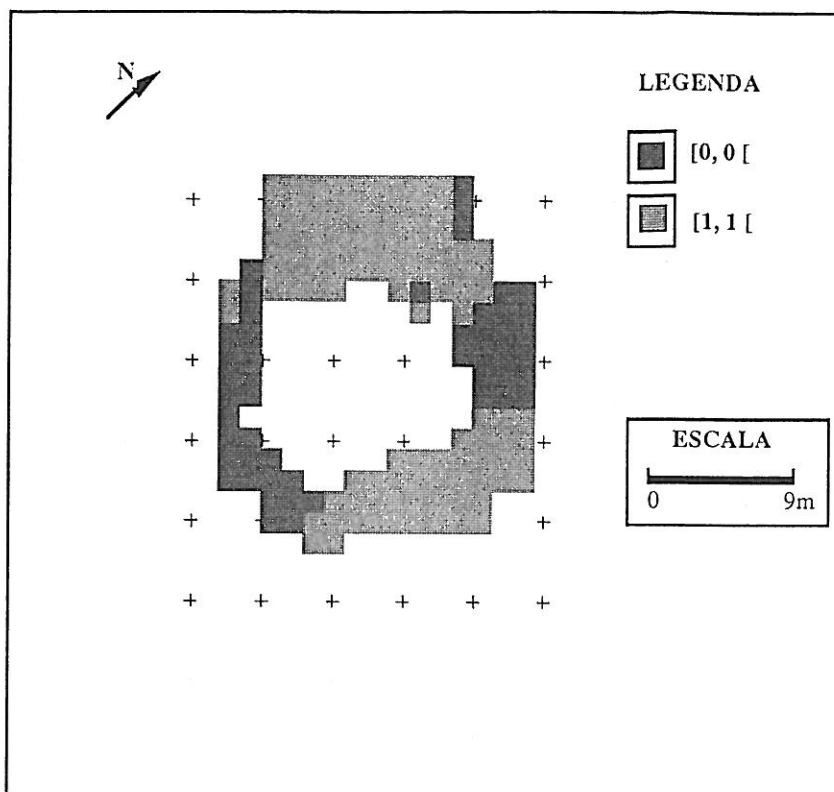


Fig. 5.25 - Mapa representativo da morfologia binária de  $I_3(x_i)$ .

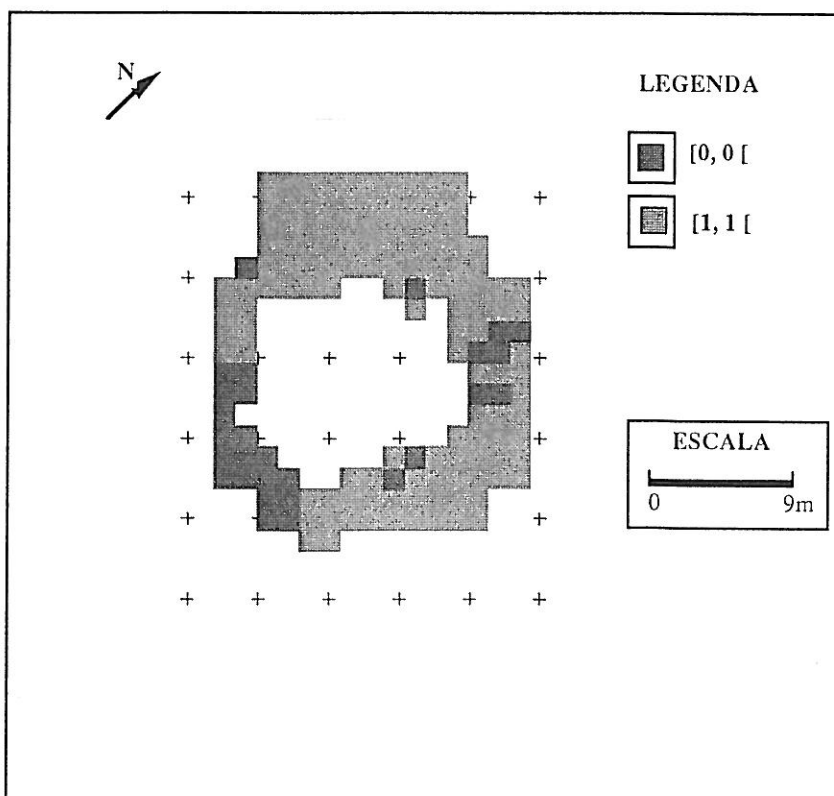


Fig 5.26 - Mapa representativo da morfologia binária para  $I_4(x_i)$ .

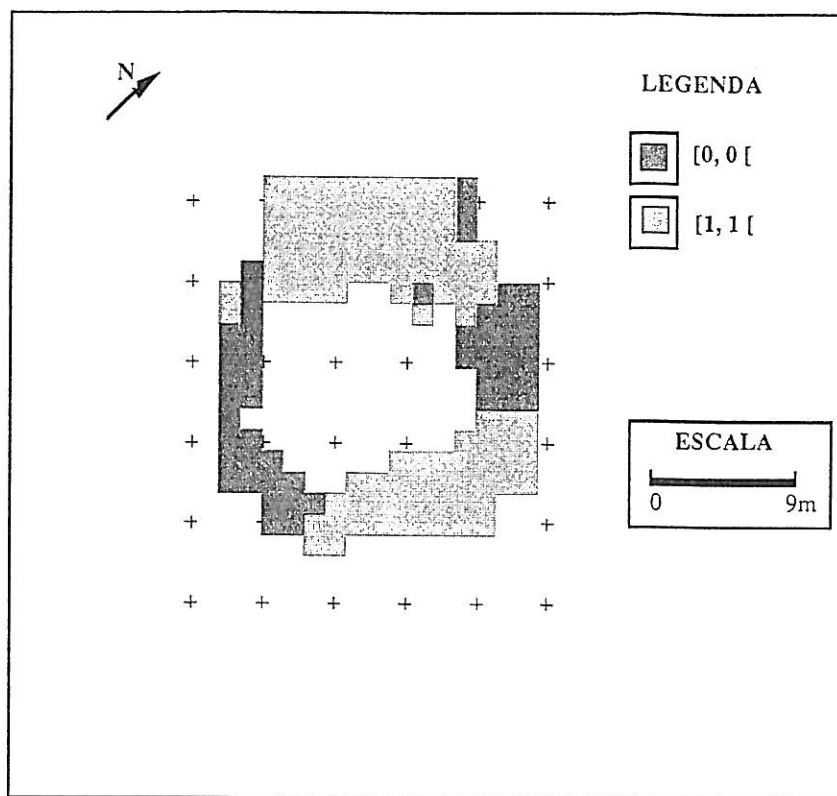


Fig. 5.25 - Mapa representativo da morfologia binária de  $I_3(x_i)$ .

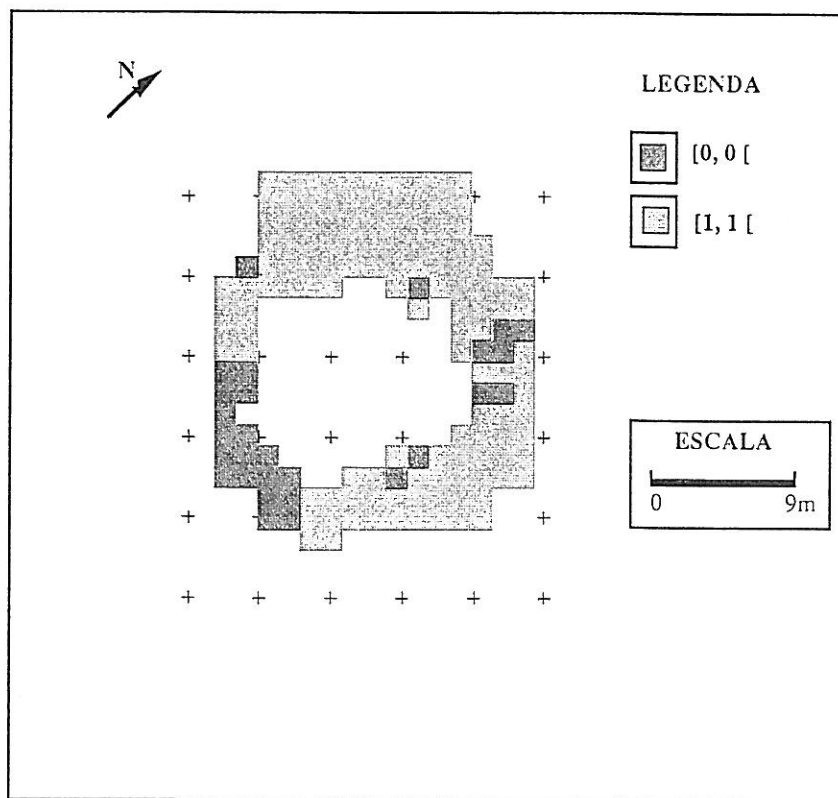


Fig. 5.26 - Mapa representativo da morfologia binária para  $I_4(x_i)$ .

## Conclusões

## Conclusões

1 - Este estudo pretende combinar a aplicação multidisciplinar de técnicas de Análise de Dados e inferência estatística ao planeamento da exploração de pedreiras de mármore.

Para a caracterização tecnológica das unidades de exploração da pedreira intervém uma grande diversidade de factores, desde os geológicos (tipo de mármore, cor, veios, ...) aos de exploração (blocometrias), aferidos por critérios quantitativos e qualitativos, muitas vezes subjectivos na medida em que dependem de opiniões periciais.

Com a aplicação da Análise de Dados Multivariada pretendeu-se por um lado resumir num só índice todo o conjunto de dados relativos à qualidade dos blocos das pedreiras e por outro integrar, através da atribuição interactiva de pesos áqueles factores, opiniões periciais de ordem tecnológica.

Os métodos Geoestatísticos foram aplicados em dois níveis distintos deste estudo: i) Para a construção do índice  $I_1$  as classes nas quais foram divididos os factores, relativos à qualidade do mármore, foram escolhidas de acordo com a maior contiguidade espacial medida através dos variogramas. ii) Uma vez definidos os índices ( $I_1$  e  $I_2$ ) no conjunto de suportes espacialmente dispersos em toda a área da pedreira, os métodos de inferência geoestatística foram aplicados para a estimação espacial de índices - krigagem para estimação de forma das zonas de valores extremos do índice - krigagem morfológica.

2 - Este estudo pretende acima de tudo validar o conjunto metodológico mencionado, como instrumento do planeamento mineiro das pedreiras de mármore.

Os resultados obtidos são favoráveis à aplicabilidade dos seguintes pontos:

- O método de captação automática de imagem e contabilização das suas características através de técnicas de Análise de Imagem e Morfologia Matemática.
- A Análise Multivariada de Dados, como método aglomerador do conjunto complexo de factores num só índice tecnológico, de favorabilidade de exploração dos blocos.
- A flexibilidade do método de construção do índice permite incluir na sua rotina o "feed-back" experimental em termos de opiniões periciais.

- Dados os melhores resultados de  $I_2$  em relação a  $I_1$ , a análise estrutural geoestatística - variografia - deve ser aplicada para a escolha das classes dos factores com base no critério de maior contiguidade espacial das mesmas.

- Uma vez obtidos o índice com a contiguidade espacial medida pelos variogramas, a krigagem, como método de inferência espacial para zonas não amostradas da pedreira, apresenta resultados satisfatórios.

3 - Em futuros desenvolvimentos a metodologia apresentada pode ser enriquecida através da inclusão de outros atributos condicionadores do valor comercial da pedra mármore, como por exemplo os veios.

Uma maior inclusão de opiniões periciais no conjunto metodológico dotará os resultados de uma maior componente tecnológica enriquecendo, naturalmente, o índice calculado.

## Bibliografia

**Bibliografia**

**Almeida, José A., (1992)** - Modelos geométricos para caracterização de recursos minerais. Tese de Mestrado - IST.

**Benzécri, J-P., (1980)** - Pratique de l'analyse des donnés, Dunod, 424 p.

**Brito, Graça, (1992)** - Software C.V.R.M.

**Casal Moura, A., (1991)** - Rochas Ornamentais: Características das rochas ornamentais portuguesas e a importância do seu conhecimento no momento actual - Geonovas, número especial 2 - Recursos minerais não metálicos em Portugal.

**Costa, Joaquim B., (1979)** - Estudo e classificação das rochas por exame macroscópico - 191 p. Fundação Calouste Gulbenkian, 5ª edição.

**Chilés, J-P., (1989)** - Three-Dimensional geometric modelling of a fracture network, in B.E. Buxton (eEd.) Geostatistical, Sensitivity, and uncertainty methods for Ground-water flow and Radionuclide Transport Modeling, Battelle Press, p. 361-385.

Chilés, J-P., (1989) - Modelisation geostatistique de reseaux de fractures, M. Armstrong (Ed.), Geostatistics, vol1, 57-76 Kluwer Academic Publishers.

Gonçalves, Francisco, (1970) - Contribuição para o conhecimento geológico dos Mármorez de Estremoz - Separata do vol. XX, Fasc. 1-2, Estudos Notas e Trabalhos do Serviço de Fomento Mineiro, p 5-11, Porto.

Gonçalves, Francisco, (1972) - Observações sobre o anticlinório de Estremoz. Alguns aspectos geológico - Económicos dos Mármorez - Separata do vol. XXII, Fasc. 1-2, Estudos Notas e Trabalhos do Serviço de Fomento Mineiro, p. 121 -132, Porto.

Journel, A., Huijbregts, (1978) - Mining Geoestistics - Academic Press, 600 p.

Miller, S., (1979) - Geostatistical analysis for evaluating spatial dependence in fracture set characteristics, Proceedings 16 APCOM, AIME, 537-545 p.

Nanache, J-P., (1973) - influence do codage des donnés en analyse factorielle des correspondences, Revue de Statistique Appliquee, XXI, nº2, 57-70 p.

Pereira, H. G., (1981) - Análise estrutural e seus reflexos na avaliação económica de recursos minerais - Dissertação apresentada ao Instituto Superior

Técnico para a obtenção do Grau de Doutor em Ciências de Engenharia (Planeamento Mineiro).

Pereira, H. G., (1988) - Case study on application of qualitative data analysis technics to an uranium mineralization, in C. F. Chung et al. (eds) - Quantitative of Mineral and Energy Resources, Reidel, 617-624 p.

Pereira, H. G., Sousa, António J., (1991) - Análise de dados Geológico - Mineiros - Affairs - Departamento de Minas do IST.

Pereira, H. G., Brito, M. G., Ribeiro, J., Albuquerque, T., (1992) - Geostatistical Estimation of a Summary Quality Index for Marble Quarries - IV Geostast Congress.

Pina, Pedro M.B.D., (1992) - Análise de Imagem e Morfologia matemática na caracterização de recursos minerais - Tese de Mestrado - IST.

Soares, A., (1989) - Morfologia Geoestatística de Recursos minerais - Tese de Doutoramento, LMPM/IST, Lisboa, 136 p.

Soares, A., (1990) - Geostatistical Estimation of ore body Geometry: Morphological Kriging - Mathematical Geology, vol.22 nº2, p. 149-160.

Sousa, A. J., Muge F. (1990) - Elementos de Geoestatística - Documentos do Centro de valorização de Recursos minerais - IST.

Sousa, A.,J.,et al, (1991) - Resmin sistema de desenho geológico e avaliação de reservas. Rochas e Equipamentos.

Anexo

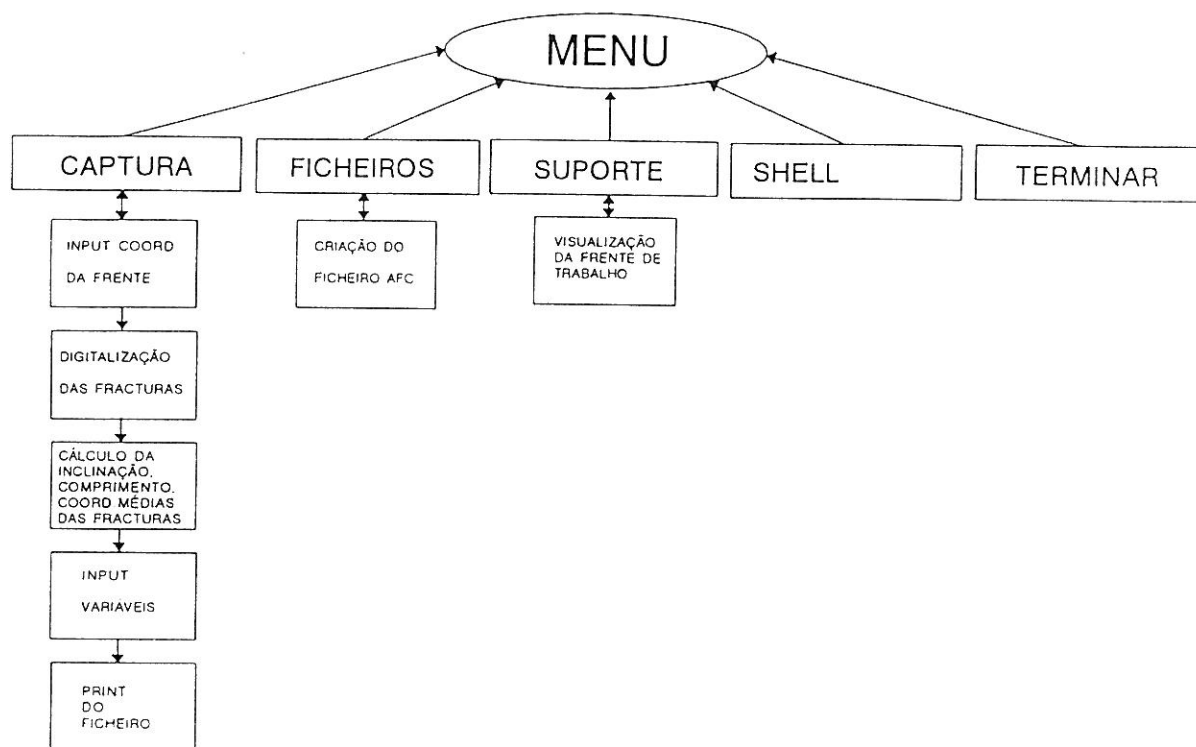


Fig. A1 - Funções desempenhadas pelo programa utilizado na digitalização das descontinuidades e fracturas.

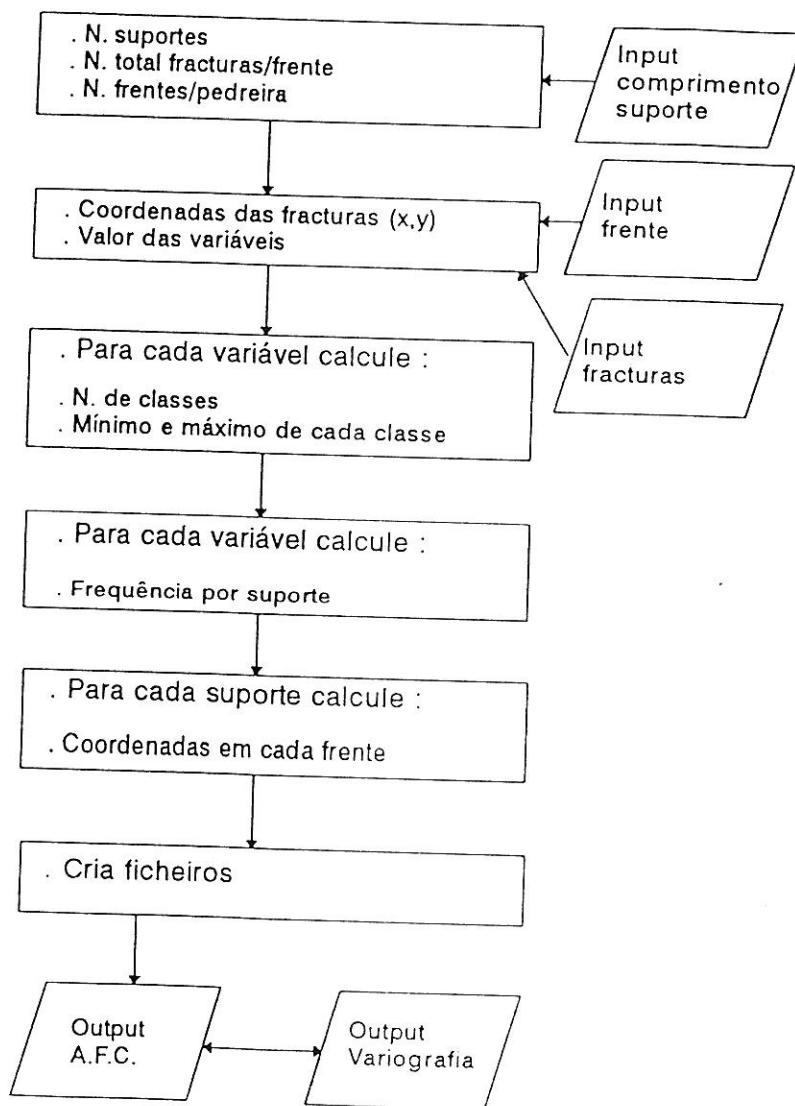


Fig. A2 - Esquema do software utilizado na conversão de coordenadas e calculo das frequências dentro dos suportes.

