

CONTRIBUTOS PARA A INTEGRAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Jorge, F. (1), **Paixão, F.** (1), **Cabrita, I.** (2)

Instituto Politécnico de Castelo Branco (1), *Universidade de Aveiro* (2)

Resumo

Este artigo insere-se num estudo desenvolvido no âmbito da formação inicial de professores da escolaridade básica (educação primária) com foco na resolução e exploração didáctica de problemas que ilustram usos da matemática em situação diversificadas do quotidiano social passado (problemas históricos). Os resultados permitem-nos sustentar a relevância didáctica destes problemas e identificar algumas dificuldades à sua integração na aula de matemática. É esta discussão que aqui pretendemos fazer.

Abstract

This article is inserted in a developed study in pre service primary teacher education, with the focus on historical problems solving and its didactical exploration, that illustrate diversified mathematics uses in the past (historical problems). The results of the study allow us to support didactics relevance of these problems and at the same time to identify some difficulties to its integration in the mathematics instruction. It is this discussion that we intend to make here.

Palavras-chave: História da matemática; problemas históricos; resolução de problemas; formação de professores

Palabras clave: Historia de las matemáticas; problemas históricos; resolución de problemas; formación de profesores

Keywords: History of mathematics; historical problems; problem solving; teacher education.

Introdução

As experiências matemáticas a proporcionar aos alunos de todos os níveis de ensino devem incluir a resolução de problemas emergentes de contextos exteriores à matemática, quer relativos a outras áreas temáticas e disciplinas escolares, quer ao quotidiano do aluno. Desde há muito que vários autores salientam que tais problemas, quando bem escolhidos, podem despertar a curiosidade, motivar e estimular a aprendizagem de conceitos matemáticos, iluminar e tornar mais tangíveis os conceitos que estão a ser aprendidos pelas crianças, promover a aquisição de formas de pensamento e criar hábitos de persistência (Schoenfeld, 1992). Além destes aspectos, salienta-se o poderem tornar visível o papel da matemática no mundo e, consequentemente, desenvolver o espírito crítico relativamente aos usos amplos da matemática na sociedade (Niss, 1994).

Todavia, a compreensão do contexto dos problemas aplicados depende muito da proximidade que o aluno mantém com o campo em que o problema se insere (Hughes-Hallett, 2001). Assim, a história da matemática surge como uma fonte a ter em conta, sobretudo nos primeiros anos de escolaridade (Savizi, 2006). São em particular de destacar os problemas que remetem para situações do quotidiano passado (trocas comerciais, pagamento de impostos, ...) cujo contexto apela a assuntos abordados noutras áreas curriculares ou os problemas de carácter recreativo, todos eles marcos do desenvolvimento da matemática.

Quaisquer considerações sobre as experiências de aprendizagem não podem deixar de entrar em linha de conta com as experiências a proporcionar na formação inicial de professores. Nomeadamente, facultando aos futuros professores uma imersão séria e profunda na actividade de resolução de problemas, que incuta neles um verdadeiro espírito da resolução de problemas, bem como novas atitudes relativamente a esta actividade (Guzmán, 1993).

Neste âmbito, a integração da história da matemática e, em particular, a resolução de problemas históricos surge como uma estratégia formativa com muitas potencialidades, nomeadamente, se correlacionada com os níveis de ensino em que os futuros professores irão exercer a sua actividade docente.

Enquadramento teórico

A reorientação dos estudos filosóficos sobre a matemática, ocorrida a partir da década de 80 do século XX, mostra que há muitos factores que influenciam a actividade matemática e que esta não está imune a forças exteriores. Como afirmam Davis e Hersh (1997, p. 302) “assiste-se a uma reformulação das preocupações

principais da filosofia da matemática, afastando-as do lógico e aproximando-as do fenomenológico-histórico-experiencial”.

Sendo incontestável reconhecer que vivemos num mundo profundamente matematizado, é também certo que nem sempre se está ciente ou se dá conta disso. Esta presença forte da matemática em todas as disciplinas científicas, na tecnologia e sociedade, torna muito pertinente que qualquer reflexão sobre o que é matemática adopte uma abordagem holística que atenda à *praxis* dos matemáticos, à sua história, aplicações e uso, ao lugar da matemática na cultura humana e também a questões de natureza axiológica (Echeverría, 1999; Ernest, 1996).

Esta forma de encarar a matemática tem profundas implicações ao nível da educação matemática, designadamente na aceitação de que as manifestações, usos e aplicações da matemática são dimensões muito importantes para uma formação sólida em matemática (e.g. Ernest, 1996; Biehler, 1994). Neste quadro, releva-se o contributo que o uso didáctico da história da ciência/matemática pode ter a vários níveis, tais como:

- i) aquisição de uma visão desta ciência como uma actividade humana, com forte sentido cultural, social e ético;
- ii) compreensão da centralidade da resolução de problemas (matemáticos ou aplicados) no desenvolvimento do conhecimento matemático;
- iii) integração da cultura transmitida na escola num corpo homogéneo de conhecimento, favorecendo uma aprendizagem mais significativa da matemática e de outras disciplinas (e.g. Tzanakis & Arcavi, 2000; Furinghetti & Somaglia, 1998; Paixão, 1998).

Porém, a revisão da literatura sobre a temática mostra que a história da matemática tem sido uma dimensão escassamente valorizada nos programas de formação inicial de professores, sobretudo ao nível da sua exploração didáctica. Das principais explicações avançadas destaca-se a falta de conhecimentos históricos dos professores, a ausência de formação de como usá-la com os seus alunos e a escassez de materiais didácticos desenvolvidos numa perspectiva histórica e epistemológica e devidamente validados (Jorge, 2008; Schubring, 1997).

Releva-se assim a importância das linhas de investigação em didáctica da matemática/ciência fundamentadas nas perspectivas pós-kuhnianas da história e filosofia da matemática/ciência, nomeadamente as que compreendem reflexões sobre inúmeras questões relacionadas com a integração da história da matemática na formação de professores.

Problema e objectivos do estudo

O estudo tomou como problema de investigação compreender em que medida o desenvolvimento de um percurso de formação, com foco na exploração didáctica de história da matemática e que toma como dimensões relevantes da actividade matemática a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões dentro e fora da matemática, contribui para o desenvolvimento do conhecimento didáctico de futuros professores e para a promoção de práticas de ensino inovadoras. Em função deste, um dos seus objectivos consistiu em construir propostas de exploração didáctica da história da matemática que relevem como experiências de aprendizagem as dimensões referidas.

Assim, delineou-se, implementou-se e avaliou-se um percurso de formação (PF) centrado na história da matemática que, na linha do defendido por Schubring (2000), procurou relacionar três vertentes formativas: (a) informativa (conhecer e apreciar o passado da Matemática); (b) epistemológica (aprofundar a própria compreensão da forma como se constrói o conhecimento matemático); (c) didáctica (incorporar, reflectida e adequadamente, material histórico no seu ensino).

Aqui vamos centrar-nos em particular sobre os resultados das estratégias formativas em que os futuros professores foram envolvidos activa e conscientemente na promoção de práticas de ensino inovadoras (no sentido em que integram a história da matemática, a resolução de problemas e o estabelecimento de conexões).

Metodologia

A natureza do problema enunciado conduz à necessidade de observar, procurar entender e interpretar as acções e as interacções humanas dentro do seu próprio contexto, pelo que se considerou como particularmente adequada a opção por uma abordagem investigativa de natureza qualitativa de índole descritiva-interpretativa (Erickson, 1988).

Na figura 1 sintetizamos os momentos, as tarefas, os contextos de aprendizagem e as metodologias de trabalho adoptadas na formação dos futuros professores. Como se pode observar, o estudo compreendeu um conjunto de intervenções articuladas em várias unidades curriculares dos dois últimos anos da licenciatura e envolveu vários contextos e ambientes, o da própria instituição formadora e o das escolas, nas quais as futuras professoras desenvolveram a sua prática pedagógica.

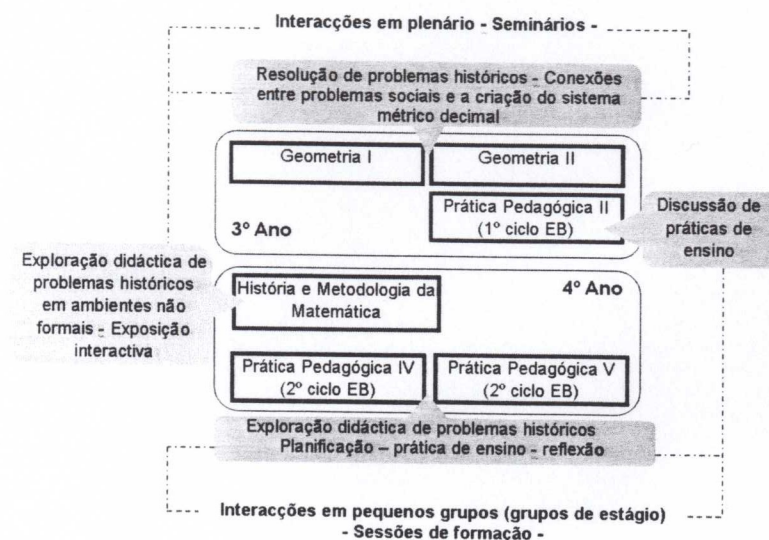


FIGURA 1 – MOMENTOS E METODOLOGIAS DE FORMAÇÃO

Os problemas históricos que, no decurso do estudo, foram seleccionados como tendo particular interesse didáctico têm como aspecto comum envolverem antigos sistemas de unidades de medida¹. Este facto decorreu da opção de centrar a formação no tema da medida, por se assumir que têm particular interesse didáctico as temáticas cuja construção ou percurso de evolução foi especialmente controverso e que permitam explicitar o contributo da matemática para a resolução de problemas sociais ou evidenciar as ligações da matemática com a vida quotidiana, social e económica. A par disto, o tema assume uma grande importância nos primeiros anos de escolaridade, pela sua transversalidade curricular, pelas suas aplicações a muitas situações do dia-a-dia e a outras disciplinas do currículo e também pelas múltiplas oportunidades que oferece para estabelecer conexões com outros temas da matemática escolar (NCTM, 2000).

¹ Refira-se que todos os problemas foram adaptados a partir de textos de aritmética publicados em Portugal nos séculos XVI e XVII. Tratando-se de fontes primárias, teve-se a preocupação de manter a fidelidade aos enunciados originais e, simultaneamente, a necessidade de adequar a linguagem aos seus destinatários de modo que esta não se tornasse um obstáculo à compreensão da situação exportada.

Considerando que a participação activa de professores em espaços de educação não formal pode também propiciar um estímulo para práticas de ensino inovadoras (e.g. Anderson, Lucas e Ginns, 2003; Guisasola et al., 2005), as futuras professoras foram envolvidos na planificação e implementação de situações didácticas centradas na história da matemática em dois ambientes distintos: num ambiente de natureza não formal e também em aula.

Refira-se que a experiência formativa a desenvolver num espaço de educação não formal assumiu o formato de uma exposição interactiva destinada a alunos de 1º e 2º ciclos do ensino básico, constituída por cinco módulos focados em diferentes grandezas físicas. A responsabilidade de cada módulo ficou a cargo de duas futuras professoras, cabendo-lhes desenvolver propostas de exploração didáctica de dois problemas históricos que proporcionassem às crianças uma experiência matemática, no âmbito da medida, de carácter essencialmente manipulativa, prática e concreta. Nesse sentido, foram desenvolvidas propostas que incluíram a concepção e produção de materiais que pudessem apoiar a resolução dos problemas.

Um segundo momento ocorreu nas unidades curriculares de Prática Pedagógica IV e V, em que foram realizadas várias sessões de trabalho que se constituíram como uma oportunidade de planificação e, posterior, reflexão sobre situações de ensino da matemática. Nestas sessões, deu-se especial ênfase à discussão de questões didácticas relacionadas com a integração de problemas históricos na aula. Tal como recomenda Ball (2000, p. 242), procurou-se que as futuras professoras se interrogassem e discutissem a sua adequação em termos de:

- a) potencial matemático dos mesmos;
- b) estratégias a utilizar para que a actividade desenvolvida pelos alunos se constitua como uma oportunidade de aprendizagem, antecipando o que fazer para ajudar a ultrapassar dificuldades;
- c) motivação dos alunos para a sua resolução.

Trata-se de momentos formativos que se complementam pela natureza da estratégia de resolução a usar para a resolução dos problemas. No primeiro, manipulativa e envolvendo sempre a realização de medições. Em aula, de natureza mais conceptual (mesmo para os problemas propostos nos dois espaços). Por outro lado, a exposição ajuda a tornar mais tangíveis aspectos da história da medida, tais como os antigos sistemas de unidades.

O carácter qualitativo e longitudinal do estudo e a necessidade de realizar, de forma continuada, sessões de apoio à planificação da prática pedagógica, bem como de reflexão sobre situações de ensino da matemática, determinou a necessidade de limitar o número de sujeitos a ser objecto de estudo. Assim, foram acompanhadas

em todas as fases do estudo três futuras professoras, a realizar estágio em escolas diferentes e, portanto, com professores cooperantes distintos. Relativamente a estes últimos, entendeu-se muito importante recolher a sua opinião, pois sendo estes observadores permanentes da praxis, esta pode contribuir para um melhor entendimento dos fenómenos em estudo.

Como técnicas de recolha de dados privilegiaram-se a aplicação de questionários e a realização de entrevistas de carácter semi-estruturado. Foi também feito o registo vídeo e/ou áudio das aulas e das sessões de trabalho, acompanhado de notas de campo.

Para apoiar e sustentar a análise das práticas de ensino, construiu-se um instrumento em que se definiram quatro dimensões de análise e se incluíram alguns indicadores que as ajudam a caracterizar (anexo).

Para a validação dos dados recolhidos recorreu-se à análise, pelos participantes, das suas respostas e também à triangulação metodológica, exigindo-se níveis de convergência entre investigadora, futuras professoras e professores cooperantes no que respeita às inferências feitas pela investigadora.

Resultados e conclusões

Na figura 2 apresentamos, a título ilustrativo, um dos problemas históricos que foram integrados na aula de matemática no âmbito do tópico «Operações com números racionais absolutos. Adição, subtração e multiplicação».

O Quarto e Vintena

Eu carreguei na Índia 64 quintais de pimenta e quero pagar deles o quarto e a vintena na Casa da Índia. Quero saber o que hei-de pagar a Sua Alteza e o que me resta.

(Adaptado de Bento Fernandes, 1555, in Almeida, 1994, pp. 256, 257)

FIGURA 2 – O QUARTO E VINTENA – UM EXEMPLO DE PROBLEMA HISTÓRICO

A análise dos dados obtidos através da análise das práticas de ensino e de entrevistas realizadas às futuras professoras e aos seus professores cooperantes, permittem-nos retirar algumas conclusões que aportam alguma compreensão sobre o valor da integração da história da matemática na formação inicial de professores da escolaridade básica.

Em primeiro lugar, foi possível construir situações didácticas centradas na resolução de problemas históricos. Ainda que as três participantes no estudo constituam

exemplos diferentes relativamente à forma como os exploraram, a sua integração em sala de aula foi uma realidade que as colocou perante o desafio de motivarem os alunos para a sua resolução, de os guiarem e apoiarem durante o processo de resolução, esclarecendo dúvidas e formulando questões de clarificação.

Há que referir que o envolvimento na exploração didáctica da história da matemática em espaços de educação não formal, foi unanimemente reconhecido como uma experiência formativa muito enriquecedora. Há que destacar que a grande receptividade das crianças aos problemas foi inesperada e surpreendente para as futuras professoras. De facto, estas reconheceram que tinham expectativas muito baixas relativamente à reacção dos alunos, resultantes da especificidade da linguagem, da terminologia usada e dos contextos reais que invocam. É a partir das primeiras experiências na Exposição que as futuras professoras começaram a reconhecer explicitamente o potencial educativo dos problemas históricos.

Acho que a Exposição foi muito bem, correu muito bem (...) Notou-se que gostam de saber... coisas antigas (risos). Desperta-lhes a atenção. (...) Surpreendeu-me muito (Joana, 03/03/06).

Foi um projecto (...) que no fim foi compensado por todas as crianças que vieram e se mostraram motivadas e interessadas (...) sem se aperceberem aprenderam aspectos importantes do seu país envolvendo situações de matemática (Beatriz, 20/06/06).

Embora não tenhamos recolhido dados junto dos alunos do ensino básico, foi possível através das opiniões dos seus professores, concluir que a oportunidade, que tiveram na exposição, de manipular antigas unidades e de resolver problemas que as envolvem foi um contributo muito importante para a boa aceitação dos problemas em aula. Um dos professores cooperantes salienta mesmo que a exposição possibilitou a imersão dos alunos num determinado ambiente histórico, permitindo-lhes tornar-se testemunha do seu passado histórico e assumir também um papel bastante activo nesse passado.

Em aula, através dos problemas históricos foram estabelecidas ligações com aspectos do quotidiano passado português que tornam perceptível o papel da matemática na resolução das situações expostas nos problemas. Os dados sustentam a conclusão de que foi possível concretizar um ensino que transmite a imagem de que a matemática sempre esteve presente na vida do Homem e que ajuda a dar resposta a problemas originados pela vida em sociedade. De facto, o contexto dos problemas, sendo historicamente situados numa época e num espaço estudados pelos alunos do ensino básico na disciplina de História e Geografia de Portugal, viabilizou o estabelecimento de ligações curriculares.

Tinha uma coisa boa ... não era uma situação forçada. Por exemplo, o Quarto e Vintena era real. Não era um problema que se inventou por um livro. Pronto, acho que isso também ajuda um bocado, porque eles, se lêem um problema e dizem «isto é uma treta», o problema foi para se resolver e mais nada (Inês, 23/02/06).

Esse aspecto é corroborado pelos dois professores cooperantes, que salientam o interesse e o contributo dos problemas propostos para um ensino da matemática mais significativo e para a apreciação do papel social da matemática e, previsivelmente, para a construção de uma imagem da matemática não apenas centrada no cálculo.

Um problema histórico, sendo um problema que faz a transferência (...) para um século ou dois atrás é sempre interdisciplinar, quer com a história, quer com a linguagem que se utiliza... levamos a outro ambiente, sobretudo quando se introduz o problema como foi feito (...) se procura enquadrar social e culturalmente o problema no espaço, tempo, actividade, em que ele é, digamos a realidade. É importante porque cria sempre focos de interdisciplinaridade (Manuel, 30/06/06).

No que respeita à orientação da actividade de resolução de problemas, há que destacar vários aspectos. O primeiro tem a ver com o cuidado com que as futuras professoras lidaram com a motivação dos alunos para a resolução do problema, bem como com a familiarização com a situação exposta.

Aquando da planificação, sobretudo dos primeiros problemas, foi sempre evidente um certo receio de que o enunciado, com a sua formulação próxima da fonte primária, se constituísse como um sério obstáculo para os alunos. Daí que em todas as aulas e também na exposição se tenha observado uma atenção explícita à fase de compreensão do problema. Refira-se, a título ilustrativo, que no problema «O quarto e vintena» está envolvido um imposto de natureza fraccionária. Importa, por isso, garantir que os alunos entendem o que é um imposto e como é que o seu cálculo se processa. Deste modo, a discussão com os alunos do significado dos termos “quarto e vintena” assume-se como determinante não só para a compreensão do problema como, sobretudo para o estabelecimento de ligações entre o imposto e o conceito de fracção.

Apesar de podermos destacar como muito positiva a atenção dada à contextualização é à compreensão da situação exposta em cada problema, foi notória uma certa dificuldade na passagem para aspectos mais conceptuais, nomeadamente na orientação dos alunos para o estabelecimento de um plano de resolução. Assiste-se,

de um modo geral, a uma transição, algo abrupta, da fase de compreensão para a de resolução. Tal dá origem a que alguns alunos se sintam perdidos e manifestem dificuldades em perceberem o que fazer, aguardando assim as sugestões da respectiva professora. Deste modo, o que se verifica é que a ênfase é posta na orientação dos alunos para a execução de um conjunto de acções que conduzam à solução desejada.

Assim, se por um lado, podemos constatar que a exploração didáctica de problemas históricos alerta para a importância que a fase da compreensão assume na resolução de problemas, por outro, verificamos que, talvez fruto da sua inexperiência profissional e da sua experiência de aprendizagem através de um ensino tradicional, as futuras professoras têm dificuldades em dar tempo aos alunos para delinearem um plano e o porem em prática. Parece-nos que este é um aspecto que, não sendo específico dos problemas históricos, tem de ser muito trabalhado na formação inicial e contínua.

Apesar destas dificuldades, podemos concluir que a oportunidade dada aos futuros professores de encararem problemas históricos enquanto objecto de ensino e aprendizagem, lhes deu uma nova perspectiva do ensino da matemática e, em particular, de considerarem os problemas históricos como uma via para a concretização de um ensino mais humanizado da matemática.

Referências

- Anderson, D., Lucas, K. B. & Ginns, I. S. (2003). Theoretical perspectives on learning in an informal setting. *Journal of Research in Science Teaching*, 40(2), 177-199.
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices. Intertwining contents and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, 51(3), 241-247.
- Biehler, R. (1994). History and Epistemology of Mathematics and Mathematics education. Introduction. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer, B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp.327-333). London: The Falmer Press.
- Davis, P. & Hersh, R. (1997). *O sonho de Descartes. O mundo segundo a matemática*. Lisboa: Difusão Cultural.
- Echeverría, J. (1999). *Introducción a la metodología de la ciencia. La filosofía de la Ciencia en el siglo XX*. Madrid: Cátedra.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp.119-161). New York: MacMillan.

- Ernest, P. (1994). The Philosophy of Mathematics and the Didactics of Mathematics. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp.335-349). London: The Falmer Press.
- Ernest, P. (Ed) (1996). *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective* (pp.33-48). London: The Falmer Press.
- Furinghetti, F. & Somaglia, A. (1998). History of Mathematics in School across Disciplines. *Mathematics in School*, September, 48-51.
- Guisasola, J., Azcona, R., Etxaniz, M., Mujika, E. & Morentin, M. (2005). Diseño de estrategias centradas en el aprendizaje para las visitas escolares a los museos de ciencias. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, Vol. 2, N.º, pp. 19-32 (Disponível em www.apac-eureka.org/revista/index.htm, acesso em 22 /09/2006).
- Guzmán, M. (1993). Tendencias innovadoras en educación matemática. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*, 25, 9-34.
- Hersh, R. (1996). Fresh Breezes in the Philosophy of Mathematics. In P. Ernest (Ed.), *Mathematics, Education and Philosophy: an International Perspective* (pp.11-32). London: The Falmer Press.
- Hughes_Hallett, D. (2001). Achieving Numeracy: The Challenge of Implementation. In Lynn A. Steen (Ed), *Mathematics and Democracy: the case for quantitative Literacy* (93-98). Princeton, NJ: National Council on Education and the Disciplines (Disponível em <http://www.maa.org/QI/mathanddemocracy.html>, acesso em 23/12/2006).
- Jorge, F. R. (2008). *Formação Inicial de Professores do Ensino Básico: Um percurso centrado na história da matemática*. Dissertação de Doutoramento (não publicada). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- Niss, M. (1994). Mathematics in Society. In R. Biehler, R. Scholz, R. Strässer, B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline* (pp.367-378). London: The Falmer Press.
- Paixão, M. F. (1998). *Da construção do Conhecimento Didáctico na Formação de Professores de Ciências. Conservação da Massa nas Reacções Químicas: Estudo de índole epistemológico*. Dissertação de Doutoramento (não publicada). Aveiro: Universidade de Aveiro.