PREDIÇÃO DE VOLUMES E PERFIL DO TRONCO PARA O PINHEIRO BRAVO NA REGIÃO DE CASTELO BRANCO

CRISTINA ALEGRIA
Departamento Florestal
Instituto Politécnico de Castelo Branco – Escola Superior Agrária

RESUMO

No presente estudo testaram-se 22 modelos de equações de volume, 7 modelos de equações de volume percentual em função da altura da desponta, 9 modelos de equações de volume percentual em função do diâmetro da desponta e 16 modelos de equações de perfil do tronco. Para o efeito, recolheram-se dados referentes a 146 árvores (1588 observações) em povoamentos de pinheiro bravo (*Pinus pinaster* Aiton) na região de Castelo Branco, Portugal.

Resultou da análise estatística efectuada, para os 4 tipos de modelos referidos, a eleição da equação de volume de Spurr (1952) da variável combinada (eq.(7)), a eleição da equação de volume percentual em função da altura da desponta de Cao *et al.* (1980) (eq.(1)), a eleição da equação de volume percentual em função do diâmetro da desponta de Deusen *et al.* (1981) (eq.(4)) e a eleição da equação de perfil de tronco de Demaerschalk (1973) eq.(6)).

Com base na equação de perfil de tronco eleita, ajustou-se ainda o sistema de equações compatíveis desenvolvido por Demaerschalk (1973).

Os resultados obtidos neste estudo apontam para uma certa consonância na hierarquização dos modelos testados comparativamente com outros estudos realizados por outros autores e para outras espécies e regiões.

Palavras-chave: *Pinus pinaster* Aiton, Equações de volume, Equações de volume percentual, Equações de perfil do tronco, Volume total, Volume mercantil, Sistema de equações compatível.

1. INTRODUÇÃO

Segundo a informação disponível em 1992, pela Direcção Geral das Florestas (DGF), de entre os cerca de $3.108x10^6$ ha (34.9%) da floresta existente em Portugal são os povoamentos de pinheiro bravo a sua essência mais representativa com $1.2523x10^6$ ha (40.3%) (DGF, 1993). No distrito de Castelo Branco a floresta representa $286.3x10^3$ ha (42%), ocupando o pinheiro bravo $190.8x10^3$ ha (67%) (DGF, 1993), realçando a dominância desta espécie no panorama florestal do distrito. Em termos da sua distribuição geográfica é na chamada zona do pinhal, que liga em continuidade com a grande mancha de pinheiro bravo do centro do País, que a floresta de pinheiro da região tem a sua expressão plena.

No presente trabalho pretende-se, dada a reconhecida importância que a espécie tem no País e na região, e porque a informação duma forma geral se encontra desactualizada e sem um grau de desagregação que permita a realização de estudos de detalhe, realizar o ajustamento de diversos modelos matemáticos de equações de volume, equações de volume percentual e equações de perfil do tronco e ainda de um sistema de equações compatíveis constituído pelas equações atrás referidas com o propósito de obter um conjunto de modelos mais actuais e flexíveis que ajudem à cubagem do pinheiro bravo no distrito de Castelo Branco, segundo o seu volume total ou segundo volumes mercantis e/ou volumes por classes de aproveitamento do tronco.

O presente estudo encontra-se integrado num projecto mais amplo, em curso no Instituto Politécnico de Castelo Branco - Escola Superior Agrária, sobre "Estudos de crescimento e produção em povoamentos de *Pinus pinaster* Aiton na região da Beira Interior".

2. MODELOS DE PREDIÇÃO DE VOLUMES DA ÁRVORE INDIVIDUAL

As tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 apresentam, respectivamente, uma resenha dos modelos mais divulgados em bibliografia sobre o assunto para o ajustamento de equações de volume, de equações de volume percentual e de equações de perfil de tronco. A notação utilizada na apresentação dos diversos modelos foi a seguinte:

a_i, b_i, f_i, g_i = coeficientes de regressão estimados a partir da amostra;
D= DAP, diâmetro à altura do peito (cm);
d= diâmetro do tronco (com casca ou sem casca) (cm) à altura h;
H= altura total (m);
h= altura acima do solo (m) até ao diâmetro do tronco d;
hc= altura do cepo (m);
$K=\pi / (4\times100^2)=\pi / 40000$, *constante que quando multiplicada por* D^2 iguala a área basal da árvore em m^2;
VT= volume total da árvore (com casca ou sem casca) (m^3);
vt= volume acima do cepo (com casca ou sem casca) (m^3);
vm= volume (com casca ou sem casca) (m^3) desde o solo até um diâmetro ou altura do tronco;
VM= volume mercantil (acima do cepo) (com casca ou sem casca) (m^3) até a um diâmetro ou altura do tronco;
$p=H-h$;
$z=(H-h)/H$, altura relativa da árvore;
$x=(H-h)/(H-1.3)$;
R= percentagem do volume total da árvore abaixo de um diâmetro (tipo *Rd*) ou altura do tronco (tipo *Rh*).

Ao longo deste trabalho iremos adoptar esta mesma notação. Caso seja necessário diferenciar alguma variável relativamente à circunstância de esta ter sido recolhida ou calculada com casca ou sem casca, ser-lhe-á indexada, respectivamente, a sigla *c/c* ou *s/c*.

TABELA 2.1: *Modelos de equações de volume de dupla entrada*

MOD.	*REFERÊNCIA*	*EQUAÇÃO*	*OBSERVAÇÕES*
(1)	Schumacher e Hall (1933)	$VT = b_1 D^{b_2} H^{b_3}$	
(2)	Spurr (1952)	$VT = b_1 (D^2 H)^{b_2}$	
(3)	Honer (1965)	$VT = D^2 /(b_0 + b_1 /H)$	MOD. NÃO LINEARES
(4)	Takata (s.d.)	$VT = D^2 H/(b_0 + b_1 D)$	
(5)	Burkhart (1977)	$VT = b_0 + b_1 D^{b_2} H^{b_3}$	
(6)	Stoate (1945)	$VT = b_0 + b_1 D^2 + b_2 D^2 H + b_3 H$	
(7)	Spurr (1952)	$VT = b_0 + b_1 D^2 H$	
(8)	Spurr (1952)	$VT = b_1 D^2 H$	
(9)	Ogaya (1968)	$VT = D^2 (b_0 + b_1 H)$	MOD. LINEARES
(10)	Naslung (s.d.)	$VT = b_1 D^2 + b_2 D^2 H + b_3 DH^2 + b_4 H^2$	
(11)	Meyer (s.d.)	$VT = b_0 + b_1 D + b_2 D^2 + b_3 DH + b_4 D^2 H + b_5 H$	
(12)	Meyer (s.d.)	$VT = b_0 + b_1 D + b_2 D^2 + b_3 DH + b_4 D^2 H$	
(13)	Spurr (1952)	$\log(VT) = b_0 + b_1 \log(D) + b_2 \log^2 (D) + b_3 \log(H) + b_4 \log^2 (H)$	

Aos modelos de equações de volume lineares há ainda a acrescentar os sub-modelos originados das combinações lineares, com ordenada na origem, com duas variáveis e com três variáveis, da função:

$$VT = f\,(\,D, H, D^2, H^2, DH, D^2H, DH^2, D^2H^2\,)$$

TABELA 2.2: *Modelos de equações de volume percentual*

MOD.	*REFERÊNCIA*	*EQUAÇÃO**	*OBSERVAÇÕES*
		EQUAÇÕES DE VOLUME PERCENTUAL EM FUNÇÃO DA ALTURA DA DESPONTA	
(1)	Cao *et al.* (1980)	$R = 1 + [\,b_1(H - h\,)^{b_2} / H^{b_3}]$	
(2)	Cao *et al.* (1980)	$R = 1 - z + b_2(\,z^2 - z) + b_3(\,z^3 - z) + b_4(\,z^4 - z) + b_5(\,z^5 - z) + b_6(\,z^6 - z)$	
(3)	Matney e Sullivan (1980)	$R = 1 - [1 - \exp(-\,b_1 \tan(b - 2\,H^{b_3} z))\,]^{b_4}$	
(4)	Reed e Green (1984)	$R = 1 + z^{b_1}$	MOD. NÃO LINEARES
(5)	Parresol *et al.* (1987)	$R = \exp(\,b_1 z^{b_2}\,)$	
(6)	Parresol *et al.* (1987)	$R = \exp[\,b_1(\,p^{b_2} / H^{b_3}\,)]$	
(7)	Honer (1967)	$R = 1 + b_1(h/H - 1) + b_2(\,h^2 / H^2 - 1)$	MOD. LINEAR
		EQUAÇÕES DE VOLUME PERCENTUAL EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DE DESPONTA	
(1)	Burkhart (1977)	$R = 1 + b_1(\,d^{b_2} / D^{b_3}\,)$	
(2)	Clutter (1980)	$R = 1 + b_1 d^{b_2} D^{b_3}$	MOD. NÃO LINEARES
(3)	Matney e Sullivan (1980)	$R = 1 - [1 - \exp(-\,b_1 \tan(\,b_2 H^{b_3}(d/D)))\,]^{b_4}$	
		EQUAÇÕES DE VOLUME PERCENTUAL EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO DA DESPONTA	
(4)	Deusen *et al.* (1981)	$R = \exp[\,b_1(d/D\,)^{b_2}]$	
(5)	Reed e Green (1984)	$R = 1 + b_1 d^{b_2} /(\,D^{b_3} H^{b_4}\,)$	
(6)	Reed e Green (1984)	$R = 1 + b_1(d/D\,)^{b_2}(\,b_3 H + b_4\,)^{b_5}$	
(7)	Parresol *et al.* (1987)	$R = \exp[\,b_1(\,d^{b_2} / D^{b_3}\,)]$	
(8)	Honer (1967)	$R = b_1 + b_2(\,d^2 / D^2\,)(1 + hc/H) + b_3[(\,d^2 / D^2\,)(1 + hc/H)\,]^2$	MOD. LINEARES
(9)	Cao *et al.* (1980)	$R = 1 + b_1(d/D) + b_2(d/D\,)^2 + b_3(d/D\,)^3 + b_4(d/D\,)^4 + b_5(d/D\,)^5 + b_6(d/D\,)^6$	

* Todos os modelos se encontram sujeitos à restrição de $R=1$ quando $h=1$ ou $d=0$. Os modelos polinomiais apresentados por Cao *et al.* (1980) estão ainda sujeitos a outra restrição: $R=0$ quando $h=0$.

TABELA 2.3: *Modelos de equações de perfil do tronco*

MOD.	REFERÊNCIA	EQUAÇÃO	OBSERVAÇÕES
(1)	Bruce *et al.* (1968)	$d = D[\, b_1 x^{1.5}(10^{-1}) + b_2(x^{1.5} - x^3)D(10^{-2}) + b_3(x^{1.5} - x^3)H(10^{-3}) +$ $+ b_4(x^{1.5} - x^{32})HD(10^{-5}) + b_5(x^{1.5} - x^{32})H^{1/2}(10^{-3}) + b_6(x^{1.5} - x^{40})H^2(10^{-6})\,]^{0.5}$	
(2)	Kozak *et al.* (1969)	$d = D[\, b_1(h/H - 1) + b_2(h^2 / H^2 - 1)\,]^{0.5}$	
(3)	Kozak *et al.* (1969)	$d = D[\, b_1(1 - 2h/H + h^2 / H^2)\,]^{0.5}$	
(4)	Demaerschalk (1972)	$d = D[\, b_1 z^{b_2}\,]^{0.5}$	
(5)	Demaerschalk (1972)	$d = b_1 D^{b_2}(H - h)^{b_3} H^{b_4}$	
(6)	Demaerschalk (1973)	$d = D[\, b_1(1/(D^2 H))((H - h)/H)^{b_2} + b_3((H - h)/H)^{b_4}\,]^{0.5}$	
(7)	Demaerschalk (1973)	$d = D[\, b_1(H - h)^{b_2} / (b_3 H^{b_2+1} + b_4 H^{b_2})\,]^{0.5}$	
(8)	Ormerod (1973)	$d = D[(H - h)/(H - 1.3)]^{b_1}$	MOD. NÃO LINEARES
(9)	Max e Burkhart (1976)	$d = D[\, b_1(h/H - 1) + b_2(h^2 / H^2 - 1) + b_3(u_1 - h/H)^2 I_1 + b_4(u_2 - h/H)^2 I_2\,]^{0.5}$ com, I_i=1, $h/H \leqslant u_i$ I_i=0, $h/H > u_i$; i=1,2	
(10)	Max e Burkhart (1976)	$d = D[\, b_1(h/H - 1) + b_2(h^2 / H^2 - 1) + b_3(u_1 - h/H)^2 I_1\,]^{0.5}$ com, I_1=1, $h/H \leqslant u_1$ I_1=0, $h/H > u_1$	
(11)	Goulding e Murray (1976)	$d = [\, (VT/(KH))\,(2z + b_1(3z^2 - 2z) + b_2(4z^3 - 2z) + b_3(5z^4 - 2z) + b_4(6z^5 - 2z))\,]^{0.5}$	
(12)	Bennett *et al.* (1978)	$d = D[(H - h)/(H - 1.30)] + b_2[(H - h)(h - 1.30)/ H^2] + b_3[D(H - h)(h - 1.30)/ H^2] +$ $+ b_4[D^2(H - h)(h - 1.30)/ H^2] + b_5[(H - h)(h - 1.30)(2H - h - 1.30)/ H^3]$	
(13)	Cao *et al.* (1980)	$d = [\, (VT/KH)\,(2z + b_1(3z^2 - 2z) + b_2(z - u_1)^2 I_1 + b_3(z - u_2)^2 I_2\,]^{0.5}$ com, I_i=1, $z \geqslant u_i$ I_i=0, $z < u_i$; i=1,2	
(14)	Biging (1984)	$d = D[\, b_1 + b_2 \ln(1 - (h/H)^{1/b_3}(1 - \exp(-b_1 / b_2)))\,]$	
(15)	Parresol *et al.* (1987)	$d = D[\, b_1 z^2 + b_2 z^3 + b_3(z - u)^2 I + b_4(z + 2u)(z - u)^2 I\,]^{0.5}$ com, I=1, $z \geqslant u$ I=0, $z < u$; i=1,2	
(16)	Bennett e Swindel (1972)	$d = b_1 D(H - h)/(H - 1.3) + b_2(H - h)(h - 1.3) + b_3 H(H - h)(h - 1.3) +$ $+ b_4(H - h)(h - 1.3)(H + h + 1.3)$	MOD. LINEAR

* Nos modelos (13) e (15) a variável *VT* é estimada pelo modelo $VT = b_0 + b_1 D^2 H$.

3. MATERIAL E MÉTODOS

Os dados foram recolhidos em diversos povoamentos de pinheiro bravo do distrito de Castelo Branco, embora com maior incidência na zona do pinhal, e ao longo de três períodos de tempo distintos.

Na tabela que se apresenta em seguida podemos observar a intensidade de amostragem ocorrida por concelho e local para a recolha de dados em árvores abatidas.

TABELA 3.1: *Locais amostrados, nº de árvores abatidas e nº de observações (pares de valores (d,h))*

MÊS e ANO	CONCELHO: LOCAIS	NºÁRV.	NºOBS.
Abr-Mar 87	IDANHA-A-NOVA: Penha Garcia		
	(Ex. Mata Nacional de P.Garcia)	31	195
SUB-TOTAIS		31	195
Fev-Mar 89	CASTELO BRANCO: Almaceda	7	70
	OLEIROS: Oleiros	9	91
	PENAMACOR: Penamacor	10	85
	IDANHA-A-NOVA: Penha Garcia	7	47
	PROENÇA-A-NOVA: Proença-a-Nova	7	61
	S.Pedro do Esteval	7	56
SUB-TOTAIS		47	410
Jul-Dez 89	OLEIROS: Barroca da Sobreira	6	49
	Silvosa	5	37
	Sendinho da Senhora1	5	47
	Sendinho da Senhora2	7	57
	CASTELO BRANCO: Almaceda	2	15
	Feiteira1	4	35
	Feiteira2	8	67
	PROENÇA-A-NOVA: Pedra do Altar	7	44
	Freixoeirinho	2	17
	VILA VELHA RODÃO: Minas Ingadanais	5	39
	Rodeios	10	83
	Atalaia	7	69
SUB-TOTAIS		68	559
TOTAIS		146	1164

A amostragem realizada no período I foi estabelecida segundo a amplitude das classes de frequência de *DAP* (*c/c*). A toragem foi realizada de 2.2 m em 2.2 m, cepo a 0.15 m e desponta a 7 cm *c/c*.

A amostragem do período II, em pinhal privado onde ocorriam cortes culturais, foi realizada segundo a amplitude de *DAP's* (*c/c*) e alturas totais. A toragem foi realizada de 2 m em 2 m, com excepção para o local Penha Garcia que foi realizada de 2.2 m em 2.2 m. O cepo realizou-se a 0.15 m e a desponta a 7 cm *c/c*.

A amostragem no período III, em pinhal privado, essencialmente onde ocorriam cortes de exploração e também nalguns casos cortes culturais, foi realizada proporcionalmente às classes de *DAP* (*c/c*), incluindo sempre as classes de menor e maior *DAP c/c.* A toragem foi realizada segundo aquela que era praticada no local pelo empresário florestal: toros de 2.0 m ou 2.1 m ou 2.2 m ou 2.5 m ou 2.6 m, com o cepo variável entre 0.05 m e 1.1 m, e desponta variável.

Todos os dados recolhidos foram obtidos medindo os diâmetros até aos mm e as alturas até aos dm.

No conjunto dos dados que dispomos, 146 árvores abatidas, para o ajustamento e validação dos modelos, amostraram-se árvores com *DAP's* (*c/c*) compreendidos entre os 6.5 cm e os 47.6 cm e alturas totais compreendidas entre os 6.4 m e os 24.1 m.

O cálculo dos volumes parciais e total (*c/c*) (variáveis *vm* e *VT*) foi realizado usando a fórmula de Smalian para estimar o volume individual de cada toro, usando a fórmula do cilindro para avaliar o volume do cepo e usando a fórmula do cone para avaliar o volume da bicada (Avery e Burkhart, 1983).

No ajustamento dos modelos utilizou-se a técnica da análise de regressão com o objectivo de seleccionar de entre os vários modelos apresentados, para cada tipo de equações, aqueles que melhor predizem os volumes totais, volumes parciais e perfil do tronco para a espécie e região em estudo.

Para a selecção do "melhor" modelo realizou-se um estudo pormenorizado de cada um dos modelos ajustados através da análise dos critérios "standard" para a determinação das suas performances. A *BASE DE DADOS* foi dividida em dois subconjuntos, de forma a obter ficheiros independentes para o ajustamento dos modelos (*FASE DE AJUSTAMENTO*) e para a sua posterior validação (*FASE DE VALIDAÇÃO - validação cruzada*), segundo uma amostragem estratificada por período e local. Cada subconjunto de dados é constituído de 73 árvores correspondendo a um nº de observações de 588 dados para o ajustamento e 576 dados para a validação.

O ajustamento dos modelos foi realizado no programa estatístico GENSTAT5 a partir de Macros desenvolvidas por Tomé (1989) e Tomé (1991). O ajustamento das equações de volume foi realizado com 73 dados e o das equações de volume percentual e das equações de perfil do tronco foi realizado com 588 dados. No ajustamento das equações de volume percentual considerou-se a variável $R=vm/VT$.

O ajustamento dos modelos lineares foi realizado segundo o método dos mínimos quadrados ordinários. O ajustamento dos modelos não lineares foi realizado por regressão não linear, segundo um processo iterativo que requer o "input" de paramentos iniciais. O *GENSTAT5* permite a opção entre os *métodos de Gauss-Newton e Newton-Raphson* (adaptados às diferenças finitas) na resolução deste processo. No caso dos modelos não lineares mas linearizáveis utilizaram-se os coeficientes de regressão estimados no ajustamento por regressão linear desse modelo linearizado, como parâmetros inicializadores ao processo. No caso dos modelos não lineares e não linearizáveis procedeu-se previamente à pesquisa de soluções iniciais (Genstat5 Committe, 1987).

Para o estudo dos modelos em questão durante a *FASE DE AJUSTAMENTO*, dentro de cada tipo de equações consideradas, procedeu-se ao cálculo de diversas medidas de ajustamento dos modelos, de diversas medidas da capacidade preditiva dos modelos, do estudo da colinearidade entre os preditores dos modelos e à análise de resíduos dos modelos.

As estatísticas consideradas na fase de ajustamento foram o *coeficiente de determinação da regressão* (R^2), o *coeficiente de determinação ajustado* (R^2AJ), o *quadrado médio dos resíduos* (*QMR*), os *resíduos PRESS e APRESS* e ainda o *quadrado médio absoluto dos resíduos PRESS* (*QMARP*).

Na selecção da melhor equação de regressão de entre todas as regressões possíveis de *Y* em função de um conjunto de variáveis independentes, considerou-se, para além do R^2 e do *QMR*, a estatística de *Cp Mallows* (*Conceptual Predictive Criteria*) (Draper *et al.*, 1981). No caso dos modelos lineares o valor da estatística *Cp* deve ser igual ou próxima do nº de parâmetros do modelo em análise. Esta estatística reflecte o compromisso de selecção entre os ajustamentos por defeito e os ajustamentos por excesso (Myers, 1986).

Averiguou-se da inexistência de *colinearidade* através do cálculo do *factor de inflacção da variância máximo* (*FIVM*) e do *nº de condição da matriz* $X^{*'}X^{*}$ (*NCOND*). A existência de multicolinearidade no modelo, i.e. a ocorrência de multidependências quasi-lineares (colinearidade) entre os regressores, verifica-se em consequência da existência de correlações entre as diversas variáveis X_i*'s* entre si (Myers, 1986). Segundo este autor, a matriz $X^{*'}X^{*}$ obtém-se escalando e centrando os regressores x_{ij} da matriz dos dados. Quando a diagonal do inverso daquela matriz for superior a *1* constatamos da existência de colinearidade, dando-nos o seu valor absoluto a sua ordem de grandeza. Estes elementos são as variâncias dos coeficientes de regressão e denominam-se de factores de inflacção da variância, na medida em que a existência da colinearidade os inflaccionou (Myers, 1986).

A *análise de resíduos tradicional*, já que os resíduos nem sempre têm um comportamento idêntico aos erros do modelo, reveste-se de algumas reservas quanto à sua utilização na medida em que a variância dos resíduos em torno de zero se torna menor à medida do seu afastamento do centro dos dados e por outro lado porque se verifica a existência de correlação dos resíduos entre si. No entanto, o estudo destes resíduos deve ser realizado com o objectivo de detectar discrepâncias entre o modelo postulado e os dados observados (Myers, 1986). Assim se procedeu ao cálculo da *média absoluta dos resíduos tradicionais* (*MAR*) como estatística indicadora da capacidade preditiva dos modelos.

Com o propósito de superar algumas limitações que os resíduos tradicionais apresentam recorreu-se também à estimativa de resíduos independentes dos dados. São exemplos os *resíduos Press* (Prediction Errors Sum of Squares) que são definidos supondo que se ajusta o modelo *n* vezes, suprimindo de cada vez uma das observações, o que permite gerar um conjunto de resíduos independentes aos dados (Myers, 1986). Outra forma de obter um conjunto de resíduos independentes dos dados é recorrer à validação cruzada, i.e. calcular os *erros de predição* do modelo a partir do *conjunto de dados de validação* (Myers, 1986). Assim, após o ajustamento de cada modelo calcularam-se, com o conjunto de dados para a validação (*FASE DE VALIDAÇÃO*), os *resíduos de predição* (*rp*) para cada modelo, sendo rp_i o resíduo de predição para a observação i (valor observado menos o valor estimado pelo modelo). Escolheram-se as seguintes estatísticas de predição: *média dos quadrados dos* *resíduos de predição* (*MQrp*), *percentagem de variação explicada pelo modelo* (R^2rp), *média dos resíduos de predição* (*Mrp*), esta medida permite detectar o enviesamento dos modelos (idealmente Mrp=0), *variância dos resíduos de predição* (*Vrp*), *média do valor absoluto dos resíduos de predição* (*MArp*) (Tomé, 1988). As duas últimas medidas permitem avaliar o erro que em média se comete com a aplicação do modelo.

Na tabela 3.2 podem ser visualizadas as fórmulas utilizadas no cálculo das estatísticas consideradas.

As estatísticas consideradas foram calculadas para os dados de base. Isto é, para as equações de volume foram calculadas em termos de volume total com casca (*VT*). Para as equações de volume percentual, na fase de ajustamento foram calculadas em termos de percentagem do volume total da árvore abaixo de um diâmetro ou altura de desponta (*R*) e na fase de validação foram calculadas em termos de volumes mercantis com casca (*vm*). Para as equações de perfil de tronco foram calculadas em termos de diâmetros com casca ao longo do tronco (*d*).

A partir das equações de perfil de tronco ajustadas realizou-se a reconstituição do perfil do tronco das árvores segundo a toragem praticada e procedeu-se à sua cubagem rigorosa. Após a qual, calcularam-se também as estatísticas de predição da fase de validação em termos de volume total com casca (*VT*) e volume mercantis com casca (*vm*).

A ordenação dos modelos foi realizada com base nos valores das estatísticas obtidas na fase de ajustamento e na fase de validação. No caso das estatísticas *FIVM* e *NCOND* a análise foi realizada considerando por um lado os modelos lineares e por outro lado os modelos não lineares, visto a ordem de grandeza destas estatísticas não serem comparáveis. Com base na análise da colinearidade realizou-se a triagem dos modelos lineares e não lineares reduzindo o seu número a 5 modelos lineares e 5 modelos não lineares. A partir da capacidade de ajustamento e predição destes realizou-se a selecção final do melhor modelo. Paralelamente, de forma a ajudar a sistematizar a ordenação dos modelos, calcularam-se três índices de ordenação, respectivamente, segundo as componentes capacidade de ajustamento (R^2, R^2AJ, *QMR*), análise da colinearidade (*FIVM, NCOND*) e capacidade preditiva (*PRESS, APRESS, QMARP, MAR, MQrp, Mrp, Vrp, MArp,* R^2rp). Estes índices foram definidos como a média dos valores das estatísticas reduzidas consideradas em cada componente. As estatísticas reduzidas ficaram definidas no intervalo [0,1], onde o valor 0 corresponde ao pior modelo e o valor 1 corresponde ao melhor modelo. Após eleito o melhor modelo para cada tipo de equações em análise, reajustaram-se esses modelos à base de dados global.

A partir da equação de perfil de tronco eleita realizou-se o ajustamento do sistema de equações compatíveis. Segundo Byrne e Reed (1986) o factor primordial para a boa performance de um sistema de equações compatíveis depende da boa performance das equações suas constituintes, particularmente da sua equação de perfil de tronco. Este aspecto foi também observado por Tomé (1991). Cao *et al.* (1980) e Byrne e Reed (1986) observaram, também uma perda de precisão da equação de perfil de tronco na predição de diâmetros do tronco para assegurar que esta seja compatível.

TABELA 3.2: *Critérios para a avaliação dos modelos*

ESTATÍSTICAS DE AJUSTAMENTO - FASE DE AJUSTAMENTO

$$R^2 = 1 - (SQR/SQT)$$

$$R^2\,AJ = 1 - [(SQR/(n-p)/(SQT)/(n-1)] = 1 - (QMR/QMT)$$

$$QMR = SQR/(n-p)$$

$$Cp = p + ((s^2 - \hat{\sigma}^2)(n-p))/\hat{\sigma}^2\,1 = \sum_{i=1}^{n}(h_{ii}) + ((QMR - QMRK)(n-p))/QMRK$$

onde, *SQR*= soma dos quadrados dos resíduos;
SQT= soma dos quadrados total;
n= nº de observações;
p= *k+1*, nº de parâmetros do modelo, i.e. nº de variáveis independentes (X_i's) mais um;
n-p= nº de graus de liberdade;
QMR= quadrado médio dos resíduos;
QMT= quadradro médio total;
$\hat{\sigma}^2$ 2= estimativa da variância dos erros do modelo máximo que será expresso pelo *QMR* do modelo máximo (*QMRK*);
s^2= estimativa da variância dos erros do modelo específico que será expresso pelo *QMR* do modelo específico (*QMR*).

TABELA 3.2: *Critérios para a avaliação dos modelos (cont.)*

AVALIAÇÃO DA COLINEARIDADE - FASE DE AJUSTAMENTO

$$FIVM = M\grave{}X(\,fiv_i\,) = 1/(1 - R_i^2\,)$$

$$NCOND = \lambda M\grave{}X/\lambda\,\mathrm{MIN}$$

onde, R_i^2 = coeficiente de determinação da regressão de x_i nos outros regressores.

$\lambda M\grave{}X$ e $\lambda\,\mathrm{MIN}$ são, respectivamente, o maior e o menor valores próprios da matriz $X^{*'}X^{*}$.

ESTATÍSTICAS DE PREDIÇÃO - FASE DE AJUSTAMENTO

$$PRESS = \sum_{i=1}^{n} RP_i^2\ ; \quad APRESS = \sum_{i=1}^{n} |\,RP_i\,|\ ; \quad QMARP = (\sum_{i=1}^{n} |\,RP_i\,|)/n\ ;$$

com $RP_i = (\,y_i - \hat{y}_i\,)/(1 - h_{ii}\,) = r_i\,/(1 - h_{ii}\,)$

$$MAR = (\sum_{i=1}^{n} |\,r_i\,|\,)/n$$

onde, RP_i = resíduo *PRESS*, *i.e.* o resíduo para y_i quando esta observação foi excluída;
y_i = valor estimado para y_i quando esta observação foi excluída;
y_i-y_i = r_i, resíduo para y_i (valor observado menos valor estimado);
h_{ii} = valor da matriz de projecção, que é uma medida estandartizada da distância do ponto x_i a x.
A matriz de projecção é definida por $H = X(X'X\,)^{-1}X'$, onde X é a matriz dos dados (Myers, 1986).

ESTATÍSTICAS DE PREDIÇÃO - FASE DE VALIDAÇÃO

$$MQrp = (\sum_{i=1}^{n} rp_i^2\,)/n$$

$$R^2\,rp = 1 - (SQrp/SQT)$$

$$Mrp = (\sum_{i=1}^{n} rp_i\,)/n$$

$$Vrp = (\sum_{i=1}^{n}(\,rp_i - \overline{rp}\,)^2\,)/(n - 1)$$

$$MArp = (\sum_{i=1}^{n} |\,rp_i\,|)/n$$

onde, rp_i= resíduo de predição para a observação i;
n= nº de observações do conjunto de validação;
SQT= soma dos quadrados total para o conjunto de dados de validação;
$SQrp$= soma dos quadrados dos resíduos de predição para o conjunto dos dados de validação.

---

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Apresentam-se na tabela 4.1 as estatísticas calculadas para os modelos de equações de volume testadas. Há a referir que a equação (3) foi excluída à partida por apresentar singularidade, ou seja, os coeficientes de regressão estimados são muito instáveis, não constando assim da referida tabela.

Consideraram-se ainda nesta análise os sub-modelos originados das combinações lineares da função referida no item 2. De entre os 92 sub-modelos resultantes destas combinações realizou-se uma primeira triagem destes a partir do cálculo das estatísticas, R^2, R^2AJ, *Cp, QMR, PRESS, APRESS, FIVM* e *NCOND*. Foram critérios de exclusão dos sub-modelos o seu valor de *Cp* e *FIVM*. Assim, todos os sub-modelos que apresentassem um valor de *Cp* muito diferente do seu nº de parâmetros e/ou um valor de *FIVM* superiores a 15 (denotando existência de colinearidade) eram eliminados. Os 9 sub-modelos seleccionados, de 2 variáveis e de 3 variáveis, são os seguintes:

(14) $$VT = b_0 + b_1 D + b_2 D^2 H$$

(15) $$VT = b_0 + b_1 H + b_2 D^2 H$$

(16) $$VT = b_0 + b_1 D^2 + b_2 D^2 H^2$$

(17) $$VT = b_0 + b_1 H^2 + b_2 D^2 H$$

(18) $$VT = b_0 + b_1 D^2 H + b_2 H^2 D$$

(19) $$VT = b_0 + b_1 D + b_2 H + b_3 D^2 H$$

(20) $$VT = b_0 + b_1 D + b_2 H^2 + b_3 D^2 H$$

(21) $$VT = b_0 + b_1 H + b_2 D + b_3 D^2 H^2$$

(22) $$VT = b_0 + b_1 D^2 + b_2 H^2 + b_3 D^2 H^2 .$$

É de referir que os modelos (8), (9) e (10) não apresentam ordenada na origem. Myers (1986) refere que o valor de R^2 destes modelos não é comparável com os dos restantes modelos lineares com ordenada na origem. Este aspecto foi tido em consideração na selecção dos modelos avaliando-os apenas através dos restantes parâmetros estatísticos calculados.

A equação (13), $\log(VT) = b_0 + b_1 \log(D) + b_2 \log^2(D) + b_3 \log(H) + b_4 \log^2(H)$ foi o único modelo linear logarítmico testado e foi à partida eliminada por apresentar elevada colinearidade (*FIVM*=295.3905 e *NCOND*=2614.6421).

Dos modelos constantes da tabela 4.1 seleccionaram-se, para uma análise mais detalhada, os 5 modelos lineares com menor nível de colinearidade, ou seja as equações (7), (8), (15), (16) e (17). Ordenaram-se os 5 modelos lineares e os 5 modelos não lineares, de acordo com as suas capacidades preditivas e de ajustamento, seleccionando-se como melhores modelos as equações (1) e (7).

Apresentam-se na tabela 4.2 as estatísticas calculadas para os modelos de equações de volume percentual em função da altura de desponta testadas. As equações (3) e (4) foram eliminadas à partida por apresentarem singularidade, não constando da referida tabela.

De entre os modelos que constam da tabela 4.2 seleccionou-se, de entre os modelos lineares e não lineares, aquele que apresentava melhor capacidade preditiva e de ajustamento, ou seja a equação (1).

Apresentam-se na tabela 4.3 as estatísticas calculadas para os modelos de equações de volume percentual em função do diâmetro de desponta testadas. As equações (3) e (6) foram eliminadas à partida por apresentarem singularidade, não constando assim da referida tabela.

De entre os modelos que constam da tabela 4.3 seleccionou-se de entre os modelos lineares e não lineares aquele que apresentava melhor capacidade preditiva e de ajustamento, ou seja a equação (7).

Apresentam-se na tabela 4.4 as estatísticas calculadas para os modelos de equações de equações de perfil do tronco. A equação (9) não convergiu e a equação (15) foi eliminada por apresentar singularidade, não constando assim da referida tabela.

Dos modelos constantes da tabela 4.4 seleccionaram-se, para uma análise mais detalhada, os 5 modelos não lineares com menor nível de colinearidade, ou seja as equações (2), (3), (4), (6) e (8). De entre os 5 modelos não lineares e o único modelo lineares seleccionou-se, de acordo com as suas capacidades preditivas e de ajustamento para a descrição do perfil do tronco, como melhor modelo a equação (6).

TABELA 4.1: *Estatísticas - Equações de volume*

FASE DE AJUSTAMENTO

MOD.	QMR	R^2	R^2AJ	PRESS	APRESS	QMARP	MAR	FIVM	NCOND
(1)	0.0022	0.9765	0.9758	0.2	2.2	0.0305	0.0267	553.2173	2549.0308
(2)	0.0022	0.9764	0.9761	0.2	2.1	0.0287	0.0266	524.7676	2096.9390
(4)	0.0023	0.9758	0.9754	0.2	2.2	0.0306	0.0277	27.1485	106.5545
(5)	0.0022	0.9765	0.9755	0.3	2.3	0.0311	0.0266	551.1735	2537.5493
(6)	0.0023	0.9762	0.9752	0.2	2.2	0.0306	0.0272	35.9013	165.9529
(7)	0.0022	0.9759	0.9756	0.2	2.1	0.0286	0.0272	1.0000	1.0000
(8)	0.0023	0.9745	0.9745	0.2	2.2	0.0298	0.0287	1.0000	1.0000
(9)	0.0023	0.9750	0.9747	0.2	2.2	0.0295	0.0273	19.4722	75.8754
(10)	0.0023	0.9763	0.9752	0.3	2.2	0.0307	0.0262	242.1103	1898.1282
(11)	0.0023	0.9769	0.9751	0.3	2.4	0.0327	0.0265	1106.2064	13534.9111
(12)	0.0023	0.9768	0.9755	0.3	2.3	0.0315	0.0266	492.1437	5500.1880
(14)	0.0022	0.9762	0.9756	0.2	2.1	0.0283	0.0261	8.9675	33.8403
(15)	0.0023	0.9762	0.9755	0.2	2.2	0.0296	0.0274	2.9446	9.6749
(16)	0.0024	0.9749	0.9742	0.2	2.1	0.0290	0.0260	5.6998	20.7508
(17)	0.0023	0.9761	0.9754	0.2	2.2	0.0297	0.0274	2.8393	9.2490
(18)	0.0023	0.9761	0.9754	0.2	2.2	0.0300	0.0273	8.6717	32.6563
(19)	0.0023	0.9764	0.9754	0.2	2.2	0.0297	0.0267	10.3695	48.4889
(20)	0.0023	0.9764	0.9754	0.2	2.2	0.0298	0.0266	12.0070	53.7606
(21)	0.0023	0.9755	0.9744	0.2	2.2	0.0296	0.0259	10.0373	41.8322
(22)	0.0024	0.9754	0.9743	0.3	2.2	0.0296	0.0258	15.4747	64.5464

FASE DE VALIDAÇÃO

MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	0.0115	0.0193	0.0012	0.9815	0.0012
(2)	-0.0184	0.0267	0.0016	0.9782	0.0013
(4)	-0.0025	0.0204	0.0012	0.9819	0.0012
(5)	0.0010	0.0012	0.0012	0.9816	0.0012
(6)	0.0017	0.0197	0.0012	0.9813	0.0012
(7)	0.0020	0.0207	0.0012	0.9809	0.0012
(8)	0.0107	0.0012	0.0012	0.9819	0.0011
(9)	0.0077	0.0014	0.0014	0.9794	0.0013
(10)	0.0020	0.0190	0.0012	0.9821	0.0012
(11)	-0.0002	0.0202	0.0011	0.9826	0.0011
(12)	0.0013	0.0011	0.0011	0.9825	0.0011
(14)	0.0017	0.0198	0.0013	0.9797	0.0013
(15)	0.0017	0.0201	0.0011	0.9821	0.0012
(16)	0.0019	0.0010	0.0010	0.9836	0.0011
(17)	0.0017	0.0204	0.0011	0.9823	0.0011
(18)	0.0017	0.0011	0.0011	0.9825	0.0011
(19)	0.0016	0.0194	0.0012	0.9809	0.0012
(20)	0.0015	0.0012	0.0012	0.9812	0.0012
(21)	0.0021	0.0190	0.0010	0.9841	0.0010
(22)	0.0021	0.0010	0.0010	0.9841	0.0010

TABELA 4.2: *Estatísticas - Equações de volume percentual em função da altura da desponta*

FASE DE AJUSTAMENTO

MOD.	QMR	R^2	R^2AJ	PRESS	APRESS	QMARP	MAR	FIVM	NCOND
(1)	0.0008	0.9929	0.9929	0.5	11.4	0.0194	0.0192	321.4983	1741.6383
(2)	0.0009	0.9928	0.9928	0.5	10.7	0.0182	0.0181	2203.6934	1.5703E+07
(5)	0.0028	0.9766	0.9765	1.6	22.9	0.0389	0.0387	1.2945	2.8239
(6)	0.0026	0.9781	0.9781	1.5	22.5	0.0382	0.0379	147.2206	729.0392
(7)	0.0011	0.9909	0.9908	0.6	13.6	0.0231	0.0230	14.2266	54.8879

FASE DE VALIDAÇÃO

MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	-0.0002	0.0057	0.0001	0.9980	0.0001
(2)	-0.0014	0.0060	0.0002	0.9974	0.0002
(5)	-0.0059	0.0127	0.0005	0.9922	0.0004
(6)	-0.0033	0.0122	0.0004	0.9934	0.0004
(7)	-0.0023	0.0076	0.0002	0.9972	0.0002

TABELA 4.3: *Estatísticas - Equações de volume percentual em função do diâmetro da desponta*

FASE DE AJUSTAMENTO

MOD.	QMR	R^2	R^2AJ	PRESS	APRESS	QMARP	MAR	FIVM	NCOND
(1)	0.0102	0.9143	0.9140	6.1	43.7	0.0743	0.0736	227.9585	1169.1091
(2)	0.0102	0.9143	0.9140	6.1	43.7	0.0743	0.0736	230.0210	1171.1597
(4)	0.0064	0.9457	0.9456	3.8	28.1	0.0479	0.0476	1.0629	1.6432
(5)	0.0095	0.9199	0.9195	5.8	42.0	0.0714	0.0706	249.3318	1952.2416
(7)	0.0050	0.9581	0.9580	3.0	24.2	0.0411	0.0408	355.8515	2046.2075
(8)	0.0113	0.9051	0.9048	6.7	50.9	0.0866	0.0860	6.9832	25.8940
(9)	0.0063	0.9471	0.9466	3.7	27.7	0.0472	0.0467	1262.2716	265869.9688

FASE DE VALIDAÇÃO

MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	0.0083	0.0253	0.0020	0.9599	0.0020
(2)	0.0083	0.0253	0.0020	0.9599	0.0020
(4)	-0.0058	0.0009	0.0009	0.9846	0.0009
(5)	0.0107	0.0252	0.0021	0.9579	0.0020
(7)	0.0010	0.0125	0.0007	0.9878	0.0007
(8)	-0.0047	0.0277	0.0022	0.9602	0.0022
(9)	-0.0049	0.0136	0.0009	0.9844	0.0009

TABELA 4.4: *Estatísticas - Equações de perfil de tronco*

FASE DE AJUSTAMENTO

MOD.	QMR	R^2	R^2AJ	PRESS	APRESS	QMARP	MAR	FIVM	NCOND
(1)	2.4829	0.9772	0.9770	1519.4	611.6	1.0402	1.0208	149.2709	890.5717
(2)	3.4295	0.9683	0.9683	2034.1	703.7	1.1967	1.1908	6.7457	24.9425
(3)	6.1860	0.9427	0.9427	3648.6	1042.5	1.7729	1.7692	1.0000	1.0000
(4)	3.5138	0.9675	0.9675	2083.8	702.2	1.1942	1.1883	1.0026	1.1064
(5)	3.2114	0.9704	0.9703	1923.0	682.8	1.1612	1.1503	116.3713	709.0086
(6)	2.9043	0.9733	0.9731	1740.5	641.8	1.0916	1.0800	3.2998	11.9743
(7)	3.2893	0.9697	0.9696	1972.2	692.3	1.1774	1.1656	1075.3496	5152.0068
(8)	3.2969	0.9695	0.9695	1945.5	654.4	1.1130	1.1100	1.0000	1.0000
(10)	2.9229	0.9731	0.9729	1749.7	672.5	1.1436	1.1329	24.0801	122.0957
(11)	1.9303	0.9822	0.9821	1162.7	517.8	0.8806	0.8702	1583.0604	226392.6406
(12)	4.1733	0.9616	0.9614	2481.3	808.6	1.3752	1.3637	65.0972	393.7649
(13)	10.508	0.9034	0.9027	6267.7	1335.8	2.2717	2.2494	23.4575	102.4680
(14)	2.8256	0.9739	0.9738	1684.9	649.8	1.1051	1.0965	48.1442	203.7422
(16)	2.6174	0.9759	0.9758	1568.2	617.9	1.0508	1.0395	79.4398	385.1114

FASE DE VALIDAÇÃO

MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	0.1250	0.9277	1.8403	0.9810	1.8279
(2)	0.2662	1.1095	2.7544	0.9721	2.6882
(3)	0.8077	1.6489	5.0865	0.9548	4.4419
(4)	0.2772	1.1198	2.9034	0.9706	2.8315
(5)	0.0816	1.1193	2.7399	0.9713	2.7380
(6)	0.1719	0.9571	2.0535	0.9789	2.0275
(7)	0.1567	1.1335	2.8744	0.9702	2.8547
(8)	0.2855	2.8417	2.8417	0.9701	2.7649
(10)	0.2558	1.0071	2.1195	0.9785	2.0577
(11)	0.0284	0.7794	1.4728	0.9850	1.4745
(12)	0.2109	1.3808	3.7695	0.9620	3.7315
(13)	-0.0199	2.1134	9.1798	0.8990	9.1954
(14)	0.2663	0.9859	2.1188	0.9786	2.0514
(16)	-15.1738	15.2581	589.0936	0.2084	359.4750

Analisaram-se, também, as equações de perfil de tronco segundo a sua capacidade preditiva para os volumes total e parciais (respectivamente, *VT* e *vm*). De acordo com a tabela 4.5, verifica-se que os bons modelos na reconstituição do perfil são também os bons modelos na predição de volumes.

Da análise global dos modelos seleccionados podemos observar que os resíduos de predição em diâmetro do tronco *c/c* obtidos da aplicação da equação de perfil (6) são bastante baixos e praticamente sem significado prático. Também os resíduos de predição em volume total com casca resultantes da aplicação da equação de volume (7) e os obtidos através da cubagem rigorosa segundo a reconstituição do perfil do tronco (6) são da mesma ordem de grandeza, sendo as estimativas de um modo geral obtidas por defeito. Tal aspecto pode resultar da boa capacidade da equação de perfil de tronco em descrever o perfil do tronco. Relativamente aos resíduos de predição em volume mercantil com casca, observamos que a equação de volume percentual tipo *Rh* produz resíduos de maior ordem de grandeza absoluta, embora a dispersão destes seja menor e compensando-se em média melhor do que os resíduos produzidos pela equação de volume percentual tipo *Rd*. Os resíduos de predição em volume mercantil com casca obtidos através da cubagem rigorosa segundo a reconstituição do perfil do tronco através da aplicação da equação de perfil de tronco são de maior grandeza absoluta, embora a sua dispersão seja pequena e em média os resíduos se compensem a níveis idênticos ao da equação de volume percentual tipo *Rh*. É de salientar, no entanto, que as predições obtidas da aplicação das equações de volume percentual são dominantemente por excesso ao contrário das da equação de perfil de tronco.

TABELA 4.5: *Estatísticas de predição - Equações de perfil de tronco*

			FASE DE VALIDAÇÃO - VT		
MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	0.0018	0.0189	0.0009	0.9857	0.0010
(2)	0.0014	0.0210	0.0011	0.9851	0.0011
(3)	0.0153	0.0226	0.0014	0.9783	0.0012
(4)	-0.0005	0.0212	0.0011	0.9805	0.0011
(5)	-0.0019	0.0212	0.0015	0.9771	0.0015
(6)	0.0020	0.0195	0.0011	0.9847	0.0011
(7)	-0.0008	0.0233	0.0020	0.9697	0.0020
(8)	0.0031	0.0013	0.0013	0.9802	0.0013
(10)	0.0060	0.0206	0.0011	0.9847	0.0010
(11)	-0.0007	0.0015	0.0000	0.9999	0.0000
(12)	-0.0009	0.0225	0.0017	0.9721	0.0017
(13)	0.0125	0.0642	0.0148	0.8503	0.0148
(14)	0.0056	0.0201	0.0011	0.9847	0.0010
16)	-1.1431	1.1431	5.7960	-0.0641	4.5517

			FASE DE VALIDAÇÃO - vm		
MOD.	Mrp	MArp	MQrp	R^2rp	Vrp
(1)	0.0034	0.0143	0.0006	0.9889	0.0006
(2)	-0.0062	0.0158	0.0007	0.9883	0.0007
(3)	0.0007	0.0175	0.0010	0.9829	0.0010
(4)	-0.0006	0.0162	0.0007	0.9884	0.0007
(5)	0.0008	0.0161	0.0010	0.9818	0.0010
(6)	0.0022	0.0147	0.0007	0.9882	0.0007
(7)	0.0019	0.0178	0.0013	0.9749	0.0013
(8)	0.0040	0.0009	0.0009	0.9844	0.0008
(10)	0.0034	0.0152	0.0007	0.9879	0.0007
(11)	0.0003	0.0071	0.0002	0.9973	0.0002
(12)	-0.0003	0.0172	0.0011	0.9790	0.0011
(13)	-0.0044	0.0552	0.0154	0.8397	0.0154
(14)	0.0038	0.0155	0.0007	0.9880	0.0007
(16)	-1.1115	1.1115	6.0380	-0.0589	4.8110

Apresentam-se em seguida as equações ajustadas com o conjunto de ajustamento e com o conjunto global dos dados:

$$VT = 0.01177 + 0.000035319\, D^2 H$$
$$R = 1 + [-0.8084\, (H - h)^{2.44923} / H^{2.3744}]$$
$$R = \exp[-1.3923\, (d/D)^{4.4379}]$$
$$d = D\, [2400.49\, (1/(D^2 H))\, ((H - h)/H)^{74.9701} + 1.112139\, ((H - h)/H)^{1.40299}]^{0.5}\, .$$

Observámos uma melhoria dos parâmetros de ajustamento e predição quando se procede ao ajustamento dos modelos eleitos ao conjunto de dados global. Saliente-se, no entanto, que os valores obtidos para as estimativas são semelhantes em ambos os casos, o que demonstra a inexistência de colinearidade, tal como se pretendia.

O sistema de equações compatíveis ajustado foi desenvolvido por Demaerschalk (1973) e apresenta-se em anexo. A partir dos coeficientes de regressão da equação de volume eleita (a_0 *e* a_1) determinaram-se os coeficientes da equação de perfil de tronco de forma a assegurar a compatibilidade do sistema. Os parâmetros livres m_1 e m_2 foram determinados por regressão não linear.

Em seguida apresentam-se as equações do sistema ajustadas para o conjunto de dados global.

$$VT = 0.01177 + 0.000035319\, D^2 H$$

$$d = D\,[359215\,(1/(D^2 H))\,((H - h)/H\,)^{2396} + 1.132\,((H - h)/H\,)^{1.518}\,]^{0.5}\,.$$

O ajustamento da equação de perfil de tronco compatível revelou singularidade. Ao condicionar a equação de perfil de tronco de forma a assegurar a compatibilidade do sistema optimizámos o quadrado médio dos resíduos em volume total com casca e sub-optimizámos o quadrado médio dos resíduos em diâmetro do tronco com casca. Verificámos também que houve perda na capacidade de ajustamento e predição da equação de perfil de tronco quanto sujeita às restrições para se assegurar a compatibilidade do sistema.

Assim, realizou-se também o ajustamento do sistema condicionando os coeficientes da equação de volume (a_0 e a_1) a partir dos coeficientes da equação de perfil de tronco. Ou seja,

$$a_0 = (\Pi/40000)\, b_0 / (b_1 + 1)$$

$$a_1 = (\Pi/40000)\, b_2 / (b_3 + 1)\,.$$

Em seguida apresentam-se as equações do sistema ajustadas para o conjunto de dados:

$$VT = 0.002482 + 0.00003635\, D^2 H$$

$$d = D\,[2400.49\,(1/(D^2 H))\,((H - h)/H\,)^{74.9701} + 1.112139\,((H - h)/H\,)^{1.40299}\,]^{0.5}\,.$$

Ao condicionar a equação de volume de forma a assegurar a compatibilidade do sistema optimizámos o quadrado médio dos resíduos em diâmetro do tronco com casca e sub-optimizámos o quadrado médio dos resíduos em volume total com casca.

Verificámos que a capacidade preditiva da equação de volume não se modificou significativamente quando a equação de volume foi sujeita às restrições para se assegurar a compatibilidade do sistema.

É de recorrer ao sistema apenas quando se pretenda predições simultâneas de volumes mercantis com casca, volume total com casca e diâmetros do tronco com casca. Caso contrário, os modelos individuais estimam estas variáveis *per si* com maior eficiência.

5. CONCLUSÕES

Este estudo confirmou que as equações de perfil de tronco descritas sobre a forma de polinómios de grau elevado apresentam boa performance preditiva (p.e. equações (1) e (11)), conforme verificou Biging (1984), assim como, os polinómios segmentados (p.e. equação (10)) conforme observaram Byrne e Reed (1986). No entanto, estes modelos apresentam uma elevada colinearidade, característica esta indesejável. De facto, os polinómios apresentaram boa capacidade preditiva, embora também uma elevada colinearidade, motivo da sua exclusão.

Da análise de resíduos efectuada confirmou-se a má capacidade preditiva e de ajustamento dos modelos que se apresentaram com singularidade, justificando a sua eliminação à partida.

Relativamente à hierarquização dos modelos obtida neste estudo é de realçar uma certa consonância comparativamente com outros estudos realizados por outros autores (Tomé, 1991; Cao *et al.*, 1980; Biging, 1984) e para outras espécies e regiões (respectivamente, *Eucalyptus globulus* Labill., Portugal; *Pinus taeda* L., U.S.A., povoamentos mistos de coníferas, U.S.A.). Este aspecto pode ser considerado de bastante interesse na medida em que em futuros estudos se poderá restringir grandemente o leque de modelos candidatos a analisar. Seleccionaram estes autores como modelos de equações de volume a equação (1), como modelos de equações de volume percentual de tipo *Rh* as equações (1) e (2) e de tipo *Rd* as equações (1) e (9) e como modelos de equações de perfil de tronco as equações (6), (10) e (14). É de referir, também, que alguns autores americanos usaram antes a equação de volume (7) em vez da (1) (p.e. Burkhart, 1977; Deusen *et al.*, 1981).

No presente estudo, o principal motivo que levou à eleição dos modelos de equação de volume (7), de equação de volume percentual tipo *Rh* (1), de equação de volume percentual tipo *Rd* (4) e de equação de perfil de tronco (6), em detrimento de outros modelos atrás referidos, esteve na base dos seus níveis de colinearidade, aspecto que não foi tido em conta pelos autores estrangeiros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEGRIA, C. M. M. 1993. Predição do Volume Total, Volumes Mercantis, Perfil do Tronco e Sistemas de Equações Compatíveis para a *Pinus pinaster* Aiton no Distrito de Castelo Branco. Tese de Mestrado do Curso de Mestrado em Produção Vegetal do ano lectivo de 1989/90. ISA/UTL, Lisboa.

BENNETT, F. A. e B. F. SWINDEL. 1972. Taper Curves for Planted Slash Pine. *U.S.D.A. For. Serv., Res. Note SE- 179*. (cit. in TOMÉ, J. A., 1991).

BENNETT, F. A., F. T. LLOYD, B. F. SWINDEL e E. W. WHITEHORNE. 1978. Yields of veneer and associated products from unthinned, old-field plantations of slash pine in the north Florida an south Georgia flatwoods. *USDA For. Serv. Res. Pap. SE-176*.(cit. in PARRESOL, B. R. *et al.*, 1987).

BIGING, G. S. 1984. Taper Equations for Second-growth Mixed Conifers of Northern California. *For. Sci.*, **30**: 1103-1117.

BRISTER, G. H., J. L. CLUTTER e T. M. SKINNER. 1980. Tree Volume and Taper Functions for Site-prepared Plantations of Slash Pine. *So. J. Appl. For.* **4** (3): 139-142. (cit. in CLUTTER, J. L. *et al.*, 1983).

BRUCE, D., R. O. CURTIS e C. VANCOEVERING. 1968. Development of a System of Taper and Volume Tables for Red Alder. *For. Sci.* **14**: 339-350. (cit. in BYRNE J. C. e D. D. REED, 1986; CLUTTER, J. L. *et al.*, 1983).

BURKHART, H. E. 1977. Cubic Foot Volume of Loblolly Pine to Any Merchantable Top Diameter. *So. J. Appl. For.* **1** (2): 7-9.

BYRNE J. C. e D. D. REED. 1986. Complex Compatible Taper and Volume Estimation for Red and Loblolly Pine. *For. Sci.* **32** (2): 423-443.

CAO, Q. V., H. E. BURKHART e T. A. MAX. 1980. Evaluation of Two Methods for Cubic Volume Prediction of Loblolly Pine to Any Merchantable Limit. *For. Sci.* **26**: 71-80.

CLUTTER, J. L. 1980. Development of Taper Functions from Variable-top Merchantable Volume Equations. *For. Sci.* **26**: 117-120. (cit. in CLUTTER, J. L. *et al.*, 1983; LYNCH, T. B., 1986).

CLUTTER, J. L., J. C. FORTSON, L. V. PIENAAR, G. H. BRISTER e R. L. BAILEY. 1983. *Timber Management. A Quantitative Approach*. John Wiley & Sons, New York.

DEMAERSCHALK, J. P. 1972. Converting Volume Equations to Compatible Taper Equations. *For. Sci.* **18**: 241-245.

DEMAERSCHALK, J. P. 1973. Integrated Systems for the Estimation of Tree Taper and Volume. *Can. J. For. Res.* **3**: 90-94.

DGF. 1993. Áreas Florestais por Distritos. *Estudos e Informação* **303**, Lisboa.

DEUSEN, P. C. V., A. D. SULLIVAN e T. G. MATNEY. 1981. A Prediction System for Cubic Foot Volume of Loblolly Pine Applicable through Much of Its Range. *So. J. Appl. For.* **5**: 186-189.

GENSTAT5 COMMITTE. 1987. *GENSTAT5. Reference Manual*. Clarendon Press, Oxford.

GOULDING, C. J. e J. C. MURRAY. 1976. Polynomial Taper Equations that are Compatible with Tree Volume Equations. *N. Z. J. For. Sci.* **5**: 313-322. (cit. in CAO, Q. V. *et al.*, 1980; BIGING, G. S., 1984).

DRAPER, N. R. e H. SMITH. 1981. *Applied Regression Analysis*. 2ª ed. John Wiley & Sons, Inc., New York.

HONER, T. G. 1967. Standard Volume Tables and Merchantable Conversion Factors for the Comercial Tree species of Central and Eastern Canada. *For. Manage. Res. and Serv. Inst. Inform Rep.* FMR-X-5, 21p + Apendices. Ottawa, Ontario. (cit. in CAO, Q. V. *et al.*, 1980).

KOZAK, A., D. D. MUNRO e J. H. G. SMITH. 1969. Taper Functions and their Application in Forest Invenctory. *For. Chron.* **45**: 278-283.

LOETSCH, F., F. ZOHRER e K. E. HALLER. 1973. *Forest Invenctory*. Vol. II. BLV Verlagsgesellshaft mbH, Munchen.

MATNEY, T. G. e A. D. SULLIVAN. 1980. Estimation of merchantable volume and heigth of natural grown slash pine trees. *Arid Land Resourses Inventories Workshop*, La Paz, Mexico, November 30-December 6, 1980. (cit. in PARRESOL, B. R. *et al.*, 1987).

MAX, T. A., H. E. BURKHART. 1976. Segmented Polynomial Regression Applied to Taper Equations. *For. Sci.* **22**: 283-289. (cit. in CAO, Q. V. *et al.*, 1980; BIGING, G. S., 1984).

MEYER, H. A. 1953. *Forest Mensuration*. Pennsylvania, 357 pp. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

MYERS, R. H. 1986. *Classical and Modern Regression With Applications*. 2ªed. PWS-KEN Publishing Company, Boston.

NASLUNG, M. 1947. Functions and Tables for Computing the Cubic Volume of Standing Trees. *Medd. Stat. Skogsforsoksanst* **36**, 3: 1-53.

Swed. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

NASLUNG, M. e E. HAGBERG. 1950. Volume Tables for Pine, Spruce and Birch in Southern Sweden. *Stat. Skogsforskn. Inst.*, 200 pp. Sweden. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

NASLUNG, M. e E. HAGBERG. 1951. Volume Tables for Pine, Spruce and Birch in Northern Sweden. *Stat. Skogsforskn. Inst.*, 153 pp. Sweden. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

OGAYA, N. 1968. *Kubierungsformeln und Bestandesmassenformeln*. Thesis, univ. Freiburg i. Br., 85 pp. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

ORMEROD, D. W. 1973. A Simple Bole Model. *For. Chron.* **49**: 136-138.

PARRESOL, B. R., J. E. HOTVEDT e Q. V. CAO. 1987. A Volume and Taper Prediction System for Bald Cypress. *Can. J. For. Res.* **17**: 250-259.

REED D. D. e E. J. GREEN. 1984. Compatible Stem Taper and Volume Ratio Equations. *For. Sci.* **30**: 977-990. (cit. in TOMÉ, J. A., 1991; BYRNE J. C. e D. D. REED., 1986; LYNCH, T. B., 1986).

SCHUMACHER F. X. e F. HALL. 1933. Logaritmic Expression of Timber-tree Volume. *J. Ag. Res.* **47**: 719-734. (cit. in CLUTTER, J. L. *et al.*, 1983).

SPURR, H. 1952. *Forest Invenctory*. Ronald Press, New York. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

STOATE T. N. 1945. The Use of a Volume Equation in Pine Stands. *Aust. For.* **9**: 48-52. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

TAKATA, K. 1958. Construction of Universal Diameter-Height-Curves. *Jo. Jap. For. Soc.* **40**, 1: 1-6. Jap. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

TAKATA, K. 1958. On the Estimation of Mean Stand Height by Strand's Method. *Jo. Jap. For. Soc.* **40**, 7: 305-307. Jap. (cit. in LOETSCH, F. *et al.*, 1973).

TOMÉ, J. A. 1991. Estimação do Volume Total, de Volumes Mercantis e Modelação do Perfil do Tronco em *Eucalyptus globulus* Labill. Tese de Mestrado. ISA-UTL, Lisboa.

TOMÉ, M. M. 1989. Modelação do Crescimento da Árvore Individual em povoamentos de *Eucalyptus globulus* Labill. (1ª rotação) Região Centro Portugal. Tese de Doutoramento. ISA-UTL, Lisboa.

ANEXO

SISTEMA DE EQUAÇÕES COMPATÍVEIS (Demaerschalk, 1973)

A partir da equação de volume (7) introduziu as restrições algébricas aos parâmetros da equação de perfil de tronco (6) de forma que esta fosse compatível com a equação de volume:

Equação de volume (eq.(7)) $VT = a_0 + a_1 D^2 H$

Equação de perfil de tronco (eq.(6)) $d^2 / D^2 = b_1[(H - h)^{b_2} / D H^{b_2+1}] + b_3[(H - h)/H]^{b_4}$

onde, $b_1 = a_0(m_1 + 1)/(\Pi/40000)$

$b_2 = m_1$

$b_3 = a_1(m_2 + 1)/(\Pi/40000)$

$b_4 = m_2$.

Segundo Tomé (1991), os parâmetros m_1 e m_2 não definidos, chamados parâmetros livres, podem ser determinados através do método dos mínimos quadrados (e.g. regressão não linear).